



Konsep Dasar Matematika SD



Bahan Ajar Pendidikan Guru Sekolah Dasar



Kowiyah, M.Pd

Ima Muyawati, M. Pd

Fitri Aliani, S.Pd, M.Si

Konsep Dasar Matematika SD

Bahan Ajar

Pendidikan Guru Sekolah Dasar

Konsep Dasar Matematika SD

Bahan Ajar

Pendidikan Guru Sekolah Dasar

Fitri Aliani, S.Pd, M.Si

Kowiyah, M.Pd

Ima Mulyawati, M.Pd



Divisi Buku Perguruan Tinggi
PT RajaGrafindo Persada
DEPOK

Fitri Aliani, S.Pd, M.Si

Konsep Dasar Matematika SD

Bahan Ajar Pendidikan Guru Sekolah Dasar/ Fitri Aliani, S.Pd, M.Si

-- Ed. 1. -- Cet. 1-- Depok: Rajawali Pers, 2017.

x, 212 hlm., 21 cm

Bibliografi: 212 hlm.

ISBN 978-602-425-294-6

Hak cipta 2017, pada penulis

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh isi buku ini dengan cara apa pun, termasuk dengan cara penggunaan mesin fotokopi, tanpa izin sah dari penerbit

2017. RP

Fitri Aliani, S.Pd, M.Si

Kowiyah, M.Pd

Ima Mulyawati, M.Pd

KONSEP DASAR MATEMATIKA SD BAHAN AJAR PENDIDIKAN GURU SEKOLAH DASAR

Cetakan ke-1, Agustus 2017

Hak penerbitan pada PT RajaGrafindo Persada, Jakarta

Desain cover oleh octiviena@gmail.com

Dicetak di Rajawali Printing

PT RAJAGRAFINDO PERSADA

Kantor Pusat:

Jl. Raya Leuwinanggung No. 112, Kel. Leuwinanggung, Kec. Tapos, Kota Depok 16956

Tel/Fax : (021) 84311162 – (021) 84311163

E-mail : rajapers@rajagrafindo.co.id Http: //www.rajagrafindo.co.id

Perwakilan:

Jakarta-16956 Jl. Raya Leuwinanggung No. 112, Kel. Leuwinanggung, Kec. Tapos, Depok, Telp. (021) 84311162. **Bandung**-40243 Jl. H. Kurdi Timur No. 8 Komplek Kurdi Telp. (022) 5206202. **Yogyakarta**-Pondok Soragan Indah Blok A-1, Jl. Soragan, Ngestiharjo, Kasihan Bantul, Telp. (0274) 625093. **Surabaya**-60118, Jl. Rungkut Harapan Blok. A No. 9, Telp. (031) 8700819. **Palembang**-30137, Jl. Macan Kumbang III No. 10/4459 Rt. 78, Kel. Demang Lebar Daun Telp. (0711) 445062. **Pekanbaru**-28294, Perum. De'Diandra Land Blok. C1/01 Jl. Kartama, Marpoyan Damai, Telp. (0761) 65807. **Medan**-20144, Jl. Eka Rasmi Gg. Eka Rossa No. 3A Blok A Komplek Johor Residence Kec. Medan Johor, Telp. (061) 7871546. **Makassar**-90221, Jl. ST. Alauddin Blok A 14/3, Komp. Perum. Bumi Permata Hijau, Telp. (0411) 861618. **Banjarmasin**-70114, Jl. Bali No. 31 Rt. 05, Telp. (0511) 3352060. **Bali**, Jl. Imam Bonjol g. 100/V No. 5B, Denpasar, Bali, Telp. (0361) 8607995, **Bandar Lampung**-35115, Jl. P Kemerdekaan No.94 LK I Rt. 005 Desa Tanjung Raya Kec. Tanjung Karang Timur, Telp. 082181950029.

Puji syukur kehadiran Allah sehingga Buku Ajar Konsep Dasar Matematika ini sebagai pedoman bagi mahasiswa mata kuliah Konsep Dasar Matematika praktis agar mahasiswa mendapatkan mata kuliah Konsep Dasar Matematika

Pada buku ini ada beberapa materi seperti Hakekat, Fungsi, dan Fungsi, Penalaran Matematis, Peluang, serta Permutasi dan kombinasi uraian materi yang dilanjutkan dengan pembaca dapat memahami materi dengan latihan untuk memahami

Buku ini tidak akan terlewat menyampaikan terimakasih kepada Dekan FKIP Uhamka, serta Sekretaris PGSD Uhamka beserta sekretaris yang telah ikut membantu dan

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunianya sehingga Buku Ajar Konsep Dasar Matematika telah dapat diselesaikan. Buku ini sebagai pedoman bagi mahasiswa Program Studi PGSD untuk mempelajari mata kuliah Konsep Dasar Matematika. Dalam buku ini memberikan petunjuk praktis agar mahasiswa mendapatkan gambaran secara jelas mengenai capaian mata kuliah Konsep Dasar Matematika.

Pada buku ini ada beberapa bab yang dapat dipelajari secara berurutan seperti Hakekat, Fungsi, dan Peran Matematika, Himpunan, Relasi dan Fungsi, Penalaran Matematika, Logika Matematika, Pemecahan Masalah, Peluang, serta Permutasi dan Kombinasi. Setiap bab dari buku ini terdiri dari uraian materi yang dilanjutkan dengan contoh soal sehingga mahasiswa/pembaca dapat memahami materi yang dibahas dengan lebih baik dan diakhiri dengan latihan untuk memantapkan pemahaman mahasiswa/pembaca.

Buku ini tidak akan terwujud dari dorongan beberapa penulis. Peneluis menyampaikan terimakasih kepada Dr. Desvian Bandarsyah, M.Pd. selaku Dekan FKIP Uhamka, serta Supriansyah, M.Pd selaku Ketua Program Studi PGSD Uhamka beserta sekretaris dan staf. Terima kasih kepada semua pihak yang telah ikut membantu dalam penyelesaian buku ini.

Kami menyadari masih terdapat kekurangan dalam buku ini untuk itu kritik dan saran terhadap penyempurnaan buku ini sangat diharapkan. Semoga buku ini dapat memberi manfaat bagi mahasiswa Program Studi PGSD khususnya dan bagi semua pihak yang membutuhkan.

Jakarta, September 2017

Tim Penulis

Halaman Judul

Kata Pengantar

Daftar Isi

BAB 1. Hakekat Karakter

- A. Deskripsi Isi Ba
- B. Relevansi
- C. Capaian Pembe
 - 1.1 Pendahuluan
 - 1.2 Pengertian
 - 1.3 Karakteristik
 - Matematik
 - 1.4 Teori-teori
 - matematik
 - 1.5 Peranan M

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Kata Pengantar	v
Daftar Isi	vii
BAB 1. Hakekat Karakteristik, dan Peran Matematika	1
A. Deskripsi Isi Bab 1	1
B. Relevansi	2
C. Capaian Pembelajaran Konsep Dasar Matematika	2
1.1 Pendahuluan	1
1.2 Pengertian Matematika	2
1.3 Karakteristik Anak Usia SD dalam Pembelajaran Matematika	5
1.4 Teori-teori belajar matematika dalam pembelajaran matematika di SD	8
1.5 Peranan Matematika di Sekolah Dasar	12

Rangkuman	18
Pustaka	19
Tes Formatif	19
Kunci Jawaban	22
Umpan Balik dan Tindak Lanjut	22
BAB 2. Himpunan	23
A. Deskripsi Isi Bab 2	23
B. Relevansi	24
C. Capaian Pembelajaran MK	24
2.1 Pendahuluan	24
2.2 Pengertian Himpunan	25
2.3 Notasi Himpunan atau Keanggotaan	27
2.4 Cara Menyatakan Himpunan	29
2.5 Macam-macam Himpunan	31
2.6 Operasi Himpunan dan Sifatnya	39
2.7 Sifat-sifat Himpunan	44
2.8 Operasi Himpunan dan Sifatnya	40
2.9 Penggunaan Konsep Himpunan dalam Pembelajaran Matematika di SD	47
Rangkuman	48
Pustaka	49
Tes Formatif	50
Kunci Jawaban	52
Umpan Balik dan Tindak Lanjut	52

BAB 3. Relasi dan Fungsi
A. Deskripsi Isi Bab 3
B. Relevansi
C. Capaian Pembelajaran
3.1 Pendahuluan
3.2 Relasi
3.3 Cara Menyatakan Relasi
3.4 Fungsi
3.5 Cara Menyatakan Fungsi
3.6 Fungsi Khusus
3.7 Beberapa Fungsi Khusus
3.8 Menentukan Fungsi
3.9 Fungsi Invers
3.10 Cara Menentukan Fungsi Invers
3.11 Fungsi Komposisi
3.12 Invers Fungsi Komposisi
Rangkuman
Pustaka
Tes Formatif
Kunci Jawaban
Umpan Balik dan Tindak Lanjut

BAB 4. Penalaran Matematika
A. Deskripsi Isi Bab 4
B. Relevansi
C. Capaian Pembelajaran
4.1 Pengertian Penalaran Matematika
4.2 Penalaran Matematika di Sekolah

BAB 3. Relasi dan Fungsi	55
A. Deskripsi Isi Bab 3	55
B. Relevansi	56
C. Capaian Pembelajaran MK	56
3.1 Pendahuluan	56
3.2 Relasi	56
3.3 Cara Menyatakan Relasi	59
3.4 Fungsi	60
3.5 Cara Menyatakan Fungsi	61
3.6 Fungsi Khusus	64
3.7 Beberapa Fungsi Khusus	66
3.8 Menentukan Domain Fungsi	68
3.9 Fungsi Invers	69
3.10 Cara menentukan Fungsi Invers	70
3.11 Fungsi Komposisi	72
3.12 Invers Fungsi Komposisi	74
Rangkuman	74
Pustaka	75
Tes Formatif	77
Kunci Jawaban	80
Umpan Balik dan Tindak Lanjut	71
BAB 4. Penalaran Matematika	83
A. Deskripsi Isi Bab 4	83
B. Relevansi	84
C. Capaian Pembelajaran MK	84
4.1 Pengertian Penalaran Matematika	84
4.2 Penalaran Matematika dalam Pembelajaran di Sekolah	85

4.3 Penalaran dan Pembuktian sebagai Aspek-Aspek Mendasar dari Matematika	87
4.4 Memilih dan menggunakan jenis-jenis penalaran dan metode-metode pembuktian	88
4.5 Penalaran Induktif	89
4.6 Penalaran Deduktif	90
Rangkuman	97
Pustaka	97
Tes Formatif	98
Kunci Jawaban	98
Umpan Balik dan Tindak Lanjut	99
BAB 5. Logika Matematika	101
A. Deskripsi Isi Bab 5	101
B. Relevansi	102
C. Capaian Pembelajaran MK	102
5.1 Pendahuluan	102
5.2 Pernyataan/Proposisi	103
5.3 Notasi dan Nilai Kebenaran Pernyataan	106
5.4 Perangkai Dasar dan Tabel Kebenaran	107
5.5 Negasi suatu Pernyataan Majemuk	121
5.6 Pengolahan Pernyataan Majemuk	128
5.7 Konvers, Invers, dan Kontra Posisi Implikasi	131
5.8 Pernyataan Berkuantor	132
5.9 Penarikan Kesimpulan	133
Rangkuman	135
Pustaka	137
Tes Formatif	137
Kunci Jawaban	139
Umpan Balik dan Tindak Lanjut	139

BAB 6. Pemecahan Masalah

- A. Deskripsi Isi Bab 6
- B. Relevansi
- C. Capaian Pembelajaran
 - 6.1 Pendahuluan
 - 6.2 Pengertian
 - 6.3 Pengertian
 - 6.4 Jenis-jenis Masalah
 - 6.5 Langkah-langkah Pemecahan Masalah
 - 6.6 Strategi Pemecahan Masalah

Rangkuman

Pustaka

Tes Formatif

Kunci Jawaban

Umpan Balik dan Tindak Lanjut

BAB 7. Peluang

- A. Deskripsi Isi Bab 7
- B. Relevansi
- C. Capaian Pembelajaran
 - 7.1 Pendahuluan
 - 7.2 Definisi Peluang
 - 7.3 Makna Peluang
 - 7.4 Sifat-sifat Peluang
 - 7.5 Frekuensi Peluang
 - 7.6 Peluang Kejadian
 - 7.7 Peluang Kejadian
 - 7.8 Peluang Kejadian

BAB 6. Pemecahan Masalah	141
A. Deskripsi Isi Bab 6	141
B. Relevansi	141
C. Capaian Pembelajaran MK	142
6.1 Pendahuluan	142
6.2 Pengertian Masalah	142
6.3 Pengertian Pemecahan Masalah	143
6.4 Jenis-jenis Pemecahan Masalah Matematika	144
6.5 Langkah-langkah Pemecahan Masalah Matematika	145
6.6 Strategi Pemecahan Masalah Matematika	149
Rangkuman	162
Pustaka	162
Tes Formatif	163
Kunci Jawaban	166
Umpan Balik dan Tindak Lanjut	168
 BAB 7. Peluang	 171
A. Deskripsi Isi Bab 5	172
B. Relevansi	172
C. Capaian Pembelajaran MK	151
7.1 Pendahuluan	172
7.2 Definisi Peluang	178
7.3 Makna peluang sebuah Kejadian	181
7.4 Sifat-sifat Peluang	181
7.5 Frekuensi Harapan Suatu Kejadian	183
7.6 Peluang Kejadian Majemuk	183
7.7 Peluang Kejadian Saling Bebas	185
7.8 Peluang Kejadian Bersyarat	185

Rangkuman	186
Pustaka	188
Tes Formatif	167
Kunci Jawaban	169
Umpan Balik dan Tindak Lanjut	191
BAB 8. Permutasi, Kombinasi	193
A. Deskripsi Isi Bab 8	193
B. Relevansi	193
C. Capaian Pembelajaran MK	194
8.1 Prinsip Dasar Menghitung	194
8.2 Permutasi	200
8.3 Kombinasi	206
Rangkuman	207
Pustaka	208
Tes Formatif	208
Umpan Balik dan Tindak Lanjut	211

MATEMATIKA

A. Deskripsi isi BAB 1

PETA KONSEP

Matematika merupakan s
mempelajari ilmu-ilmu yang lai
kepentingan hidup dalam lingkun
dan untuk mempelajari ilmu-ilm
penguasaan terhadap matemati
matematika harus dipahami den
matematika disusun berdasarkan
dasar bagi konsep selanjutnya.
mengajarkan matematika kepa
memahami objek yang diajarkan
memahami hakikat matematika,
Matematika SD dan Peranan mate

BAB 1

MATEMATIKA: HAKIKAT, KARAKTERISTIK, DAN PERANAN

A. Deskripsi isi BAB 1

PETA KONSEP

Matematika merupakan salah satu ilmu dasar yang menjadi alat untuk mempelajari ilmu-ilmu yang lain. Matematika bagi siswa SD berguna untuk kepentingan hidup dalam lingkungannya, untuk mengembangkan pola pikirnya dan untuk mempelajari ilmu-ilmu pada tahapan selanjutnya. Oleh karena itu penguasaan terhadap matematika mutlak diperlukan dan konsep-konsep matematika harus dipahami dengan benar sejak dini. Karena konsep-konsep matematika disusun berdasarkan konsep-konsep sebelumnya dan akan menjadi dasar bagi konsep selanjutnya. Mahasiswa PGSD dan calon guru yang akan mengajarkan matematika kepada siswanya hendaknya mengetahui dan memahami objek yang diajarkannya yaitu matematika. Pada BAB 1 Anda akan memahami hakikat matematika, karakteristik Anak SD dalam pembelajaran Matematika SD dan Peranan matematika SD.

B. Relevansi

Mahasiswa mampu merumuskan hakekat dan karakteristik matematika melalui perancangan dan pelaksanaan pembelajaran di sekolah dasar secara bertanggung jawab (KU9, KK1).

C. Capaian Pembelajaran Konsep Dasar Matematika

1.1 Pendahuluan

Setelah mempelajari buku ini diharapkan mahasiswa dapat:

1. Mengetahui dan menjelaskan pengertian matematika
2. Mengetahui karakteristik anak Sekolah Dasar
3. Menjelaskan teori-teori perkembangan anak sekolah dasar
4. Menjelaskan pembelajaran matematika sekolah dasar
5. Peranan matematika sekolah dasar

1.2 Pengertian Matematika

Pada tahun 1267 ilmuwan Inggris Roger Bacon (Linda Campbell, 2006: 69) "Matematika adalah gerbang dan kunci ilmu pengetahuan. (Mathematics is the gate and key of sciences)" Profesi-profesi dibidang industri, bisnis, pertanian, seni, bidang teknik dan bidang-bidang lain juga banyak tergantung pada matematika. Ilmuwan yang menggunakan kekuatan komputer di laboratorium Fisika atau mikroskop electron dalam percobaan atau eksperimen genetik dan para ahli yang menciptakan rumus untuk meramalkan gejala-gejala ekonomi atau pertumbuhan penduduk menggunakan pemikiran logis-matematis dan sistem bahasa simbolik abstraknya untuk memecahkan atau menyelesaikan tantangan yang dihadapi pada perikemanusiaan.

Ruseffendi seperti dikutip oleh Heruman (2008:1) Matematika adalah bahasa simbol; ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif; ilmu tentang pola keteraturan, dan struktur yang terorganisasi, mulai dari unsur yang tidak didefinisikan, ke unsur yang didefinisikan, ke aksioma atau postulat, dan akhirnya ke dalil.

Sedangkan Reys, dkk. (Eman Suherman, 2003: 17) mengatakan bahwa matematika adalah telaah tentang pola dan hubungan, suatu jalan atau pola berfikir, suatu seni, suatu bahasa dan suatu alat. Menurut Jujuun S Suriasumantri (2005: 190) Matematika adalah bahasa yang melambangkan serangkaian makna bahwa matematika adalah bahasa yang berusaha untuk menghilangkan sifat kabur, majemuk, dan emosional dari bahasa verbal, lambang-lambang matematika dibuat secara artifisial (yang baru mempunyai arti setelah sebuah makna diberikan kepadanya). Matematika mengembangkan bahasa numerik yang memungkinkan kita untuk melakukan pengukuran secara kuantitatif. Sifat kuantitatif dari matematika ini meningkatkan daya prediksi dan kontrol ilmu. Ilmu memberikan jawaban yang lebih eksak yang memungkinkan pemecahan masalah secara lebih tepat dan cermat.

Matematika memungkinkan ilmu mengalami perkembangan dari tahap kualitatif ke kuantitatif. Perkembangan ini merupakan suatu hal yang imperatif bila kita menghendaki daya pradiksi dan kontrol yang lebih tepat dan cermat dari ilmu. Beberapa disiplin ilmu, terutama ilmu-ilmu sosial agak mengalami kesukaran dalam perkembangan yang bersumber pada problem teknis dan dalam pengukuran. Kesulitan ini secara bertahap telah mulai dapat diatasi, dimana ilmu-ilmu sosial telah mulai memasuki tahap yang bersifat kuantitatif.

Matematika timbul dan berakar dari pemikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses dan penalaran (Karso, 2007: 2). Penalaran ini membutuhkan percobaan-percobaan dalam memperoleh fakta yang dapat digunakan sebagai bahan argumentasi. Ide sebagai hasil pemikiran manusia tersebut akan memiliki struktur dan sistem tertentu yang menghubungkan-hubungannya diatur menurut aturan, urutan yang logis dan sistematis. James dan James dalam Karso juga menyatakan bahwa matematika adalah ilmu tentang struktur yang bersifat deduktif atau aksiomatik, akurat, ketat dan semacamnya.

Hal ini menunjukkan bahwa matematika tidak bergantung pada ilmu lain, matematika adalah ilmu pengetahuan tentang struktur yang terorganisasikan yang didasarkan pada aksioma atau postulat dan dapat diturunkan menjadi aksioma atau dalil yang pembuktiannya dapat diterima secara deduktif. Deduktif maksudnya mengandalkan fakta yang sebelumnya dianggap benar dan kesimpulan akhir yang ditarik merupakan konsekuensi logis dari fakta-fakta yang sebelumnya diketahui.

Matematika sebagai ilmu tentang pola artinya bahwa teorema-teorema yang telah diterima pembuktiannya secara deduktif merupakan pola yang dapat digunakan secara umum dan proses pembuktiannya secara terurut serta mengikuti aturan-aturan sesuai konsep dalam matematika. Konsep-konsep dalam matematika tidak hanya berhubungan dengan bilangan-bilangan, operasi dan sifatnya saja, tetapi juga berhubungan dengan ruang sebagai sasarnya dan juga terapannya dalam ilmu-ilmu lain seperti fisika, kimia, biologi, ekonomi, sosial, teknik dan lain sebagainya. Seperti dikatakan oleh Klin (Karso, 2007: 3), bahwa matematika bukan pengetahuan yang menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi keberadaannya yaitu untuk membantu manusia memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi dan alam.

Dari pendapat-pendapat tersebut diatas sangatlah bervariasi, matematika sebagai bahasa simbol, bahasa emosional, matematika adalah bahasa numerik, matematika adalah metode berfikir logis, matematika adalah sarana berfikir, matematika adalah gerbangnya ilmu dan masih banyak lagi pendapat lainnya. Dalam matematika, generalisasi, sifat atau teori itu belum dapat diterima kebenarannya sebelum dibuktikan secara deduktif. Oleh karena itu, matematika merupakan ilmu deduktif yang tidak menerima generalisasi yang didasarkan pada observasi (induktif) tetapi generalisasi yang didasarkan pada pembuktian secara deduktif.

1.3 Karakteristik Anak Usia SD dalam Pembelajaran Matematika

Dalam kaitannya dengan pendidikan anak usia SD, guru perlu mengetahui benar sifat-sifat serta karakteristik siswa agar pembelajaran matematika di SD sesuai dengan perkembangan anak dan dapat memberikan pembinaan secara baik dan tepat sehingga dapat meningkatkan potensi kecerdasan dan kemampuan siswa sesuai dengan kebutuhan dan harapan orang tua pada khususnya serta masyarakat pada umumnya.

Karakteristik anak usia sekolah secara umum sebagaimana dikemukakan oleh Bassett, Jacka, dan Logan (Mulyani Sumantri, 1999: 45) yakni sebagai berikut.

1. Mereka secara alamiah memiliki rasa ingin tahu yang kuat dan tertarik akan dunia sekitar yang mengelilingi diri mereka sendiri
2. Mereka senang bermain dan lebih suka bergembira dan riang
3. Mereka suka mengatur dirinya untuk menangani berbagai hal, mengeksplorasi suatu situasi dan mencoba hal-hal yang baru
4. Mereka membiasakan tergentar perasaannya dan terdorong untuk berprestasi sebagaimana mereka tidak suka mengalami ketidakpuasan dan menolak kegagalan-kegagalan
5. Mereka belajar secara efektif ketika mereka puas dengan situasi yang terjadi
6. Mereka belajar dengan cara bekerja, berobservasi, berinisiatif dan mengajar anak-anak lainnya.

Masa usia Sekolah Dasar (sekitar 6-12 th) ini merupakan tahapan perkembangan yang penting dan bahkan fundamental bagi kesuksesan perkembangan selanjutnya. Karena itu, guru tidaklah mungkin mengabaikan kehadiran dan kepentingan mereka. Ia akan selalu dituntut untuk memahami betul karakteristik anak, arti belajar dan tujuan kegiatan belajar bagi mereka di Sekolah Dasar.

Piaget (Kennedy dan Tipps, 1991: 26) berpendapat bahwa setiap manusia melalui tahapan perkembangan kognitif, dan Piaget mengidentifikasi empat tahapan perkembangan kognitif sebagai berikut.

1. Tahap sensorimotorik (usia 0-2 tahun), sejak bayi sampai usia 2 tahun, anak-anak mengembangkan konsep awal berpikir melalui interaksi dengan dunia fisik di sekitarnya.
2. Tahap pra-operasional (usia 2-7 tahun), anak-anak mulai menggunakan bahasa untuk mengekspresikan idenya tetapi masih tergantung kepada persepsinya.
3. Tahap operasional konkret (usia 7-12 tahun), anak-anak mulai mengembangkan beberapa konsep dengan menggunakan objek konkret untuk mengeksplorasi keterhubungan model dengan ide-ide abstrak. Bahasa sebagai sarana yang sangat penting untuk mengekspresikan dan mengingat konsep.
4. Tahap operasi formal (usia 12 tahun sampai dewasa), tahap dimulainya berpikir abstrak, membuat hipotesis dengan kemampuan melihat dunia nyata, dan tidak tergantung pada objek-objek konkret. Perubahan dan perkembangan yang terjadi pada anak usia 6-12 tahun terkait dengan perkembangan kognitif menurut Jean Piaget (Mulyawati, 2007: 49); pertama melukiskan tentang tahapan operasi konkret; kedua, berbagai pendekatan yang difokuskan pada proses informasi terhadap peningkatan memori (ingatan) dan komunikasi serta pemecahan masalah, dan ketiga, ukuran intelegensi untuk dapat memperkirakan kemampuan akademik.

Dalam proses pertumbuhan dan perkembangan seorang anak menuju kedewasaan, terjadi perubahan-perubahan kebutuhan yang sifatnya mendasar, artinya bahwa pada umumnya setiap individu memiliki kebutuhan untuk tumbuh dan berkembang. Teori Lindgren (Mulyawati, 2007: 75) dianggap mewakili untuk menjelaskan perbedaan kebutuhan pada tahapan usia anak SD, yaitu dengan mengklasifikasikan kebutuhan dasar menjadi 4 aspek. Aspek kebutuhan tersebut adalah sebagai berikut:

Tabel 1. 1 Kebutuhan dasar usia anak sekolah dasar

Jenjang	Deskripsi	Karakteristik
4	Aktualisasi diri	Kebutuhan yang terkait dengan pengembangan diri yang lebih rumit dan bersifat sosial
3	Kebutuhan untuk memiliki	Kebutuhan yang terkait dengan mencari teman atau pegangan pada orang lain
2	Perhatian dan kasih sayang	Kebutuhan ini berkaitan erat dengan kebutuhan untuk memiliki. Bisa berupa kebutuhan untuk diperhatikan, diterima, atau diakui teman.
1	Kebutuhan jasmaniah, termasuk keamanan dan pertahanan diri	Berkaitan dengan pemeliharaan dan pertahanan diri yang sifatnya individual.

Berdasarkan perkembangan kognitif dan karakteristik kebutuhan anak usia SD di atas, pembelajaran di sekolah harus mampu mengembangkan kemampuan berpikir kritis siswa sehingga akhirnya menunjukkan kualitas diri setiap siswa.

Selanjutnya akan dijelaskan tentang pembelajaran matematika yang merupakan suatu proses pembelajaran yang terdiri dari kombinasi dua aspek, yaitu belajar yang dilakukan oleh siswa dan mengajar yang dilakukan oleh guru sebagai pembelajar (pendidik) untuk terlibat dalam proses pembelajaran yang efektif. Sebaiknya guru juga dapat menyajikan pembelajaran yang efektif dan efisien sebagai variabel strategi pembelajaran, sesuai dengan kurikulum dan pola pikir siswa.

Siswa kelas IV telah dapat melakukan permainan matematika dengan peraturan-peraturan berdasarkan matematika yang sangat lanjut. Namun mereka belum mampu untuk menyatakan secara formal matematis tentang apa yang mereka lakukan, walaupun mereka benar-benar mampu untuk berbuat berdasarkan aturan-aturan matematika tersebut. Penekanan yang penting dalam mengajarkan konsep-konsep pokok adalah membantu siswa secara berangsur-angsur dari berpikir konkrit ke arah berpikir secara kritis.

1.4 Teori-teori belajar matematika dalam pembelajaran matematika di SD

Teori-teori belajar yang sering disebut-sebut dalam pembelajaran matematika. Penyampaian bahan ajar matematika biasanya didasarkan pada teori-teori belajar yang dianggap sesuai oleh guru, para pengelola pendidikan termasuk para penyusun dan pengembangan kurikulum.

1.4.1 Teori Belajar Bruner

Jerome S Bruner dari Universitas Harvard menulis hasil studinya tentang perkembangan belajar yang merupakan suatu cara untuk mendefinisikan belajar. Bruner menekankan bahwa setiap individu pada waktu mengalami atau mengenal peristiwa atau benda di dalam lingkungannya, menemukan cara untuk menyatakan kembali peristiwa atau benda tersebut dalam pikirannya, yaitu suatu model mental tentang peristiwa yang dialami atau benda yang dikenalnya.

Bruner menyatakan proses belajar dapat dinyatakan menjadi tiga tahapan, yaitu:

1) Tahap enaktif atau tahap kegiatan

Tahap pertama anak belajar konsep adalah berhubungan dengan benda-benda real atau mengalami peristiwa di sekitarnya. Pada tahap ini anak masih dalam gerak reflex dan coba-coba dengan memanipulasikan, menyusun, menjejerkan, mengutak-atik dan bentuk-bentuk gerak lainnya dengan menggunakan benda-benda nyata atau biasa dikenal sebagai model konkret (serupa dengan tahap sesori motor peaget).

2) Tahap Ikonik atau Tahap gambar bayangan

Pada tahap ini anak telah mengubah, menandai, dan menyimpan peristiwa atau benda dalam bentuk bayangan mental. Dengan kata lain anak dapat membayangkan kembali atau memberikan gambaran dalam pikirannya tentang benda atau peristiwa yang dialaminya pada tahap enaktif, walaupun peristiwa itu telah berlalu dan bendanya sudah tidak ada lagi. Sering disebut dengan model semi kongkrit atau semi abstrak (tahap praoperasi dari Peaget)

3) Tahap Simbolik

Pada tahap terakhir ini anak dapat mengutarakan bayangan mental tersebut dalam bentuk simbol dan bahasa. dengan menggunakan simbol-simbol (lambang-lambang) yang bersifat abstrak sebagai wujud dari bahasa matematika atau disebut dengan model abstrak (serupa dengan tahap operasi kongkrit dan formal dari Peaget)

Untuk lebih jelasnya kita perhatikan contoh pembelajaran matematika di SD yang melalui tiga tahapan tersebut diatas. Misalnya kita akan akan menjelaskan operasi hitung penjumlahan pada anak-anak SD kelas 1.

Tahap 1

dimulai dari model konkret yaitu menggunakan benda-benda nyata contohnya” buku” seperti berikut: Ani mempunyai 3 buku, diberi lagi 2 buku oleh ibunya, berapa banyaknya buku Ani sekarang?

Tahap 2,

yang merupakan tahap berikutnya dibuat modelnya, yaitu model semi kongkrit (model gambar)



Tahap 3, bias digunakan simbol secara abstrak dan mereka mengerti arti tiga dan dua tanpa bantuan apa-apa

$$3 \text{ buku} + 2 \text{ buku} = \dots \text{ buku}$$

$$3 + 2 = 5$$

Contoh Pembelajaran sifat komutatif operasi bilangan dengan pendekatan teori Bruner

Adik membeli 5 bola dan kakak membeli 3 bola berapa jumlah bola mereka ?

Permen adik	+	Permen kakak	=	
			=	
5	+	3	=	8

Permen kakak	+	Permen adik	=	
			=	
3	+	5	=	8

Maka didapat: $a + b = b + a$

1.4.2 Teori Belajar Van Hiele

Tahap-tahap perkembangan Geometri dan Spatial Relationship menurut Van Hiele (Leonard Kennedy, 1990: 365) yang menyimpulkan bahwa setiap anak melalui lima tahapan perkembangan yang mirip dengan tahap Piaget yaitu:

- 1) Tahap 0 (Visualisasi): Pengenalan dan penamaan gambar
- 2) Tahap 1 (Analisis): Membuat/menggambar objek
- 3) Tahap 2 (Deduksi informal): Klasifikasi dan generalisasi objek
- 4) Tahap 3 (Deduksi): Perkembangan membuktikan penggunaan aksioma dan definisi
- 5) Tahap 4 (Rigor): Bekerja dengan system geometri yang bervariasi

Khusus untuk pembelajaran geometri dan spasial relationship anak-anak SD sangat berhubungan dengan tiga tahapan pertama yang terjadi selama beberapa tahun di SD. Guru dapat merancang pembelajaran geometri yang aktif bagi siswa agar menarik dan mudah dipahami siswa.

Tahap 0 (Visualisasi); terjadi pada usia anak memasuki SD (kelas 1). Anak-anak belajar mengenal dan memberi nama gambar bangun seperti lingkaran, persegi, segitiga dan persegi panjang. Mereka juga mengenal benda-benda keras yang sederhana seperti kubus, kerucut, bola dan piramida. Mereka juga belajar memperbaiki terminologi dan mereka dalam tahap ini menyebutkan kubus dengan nama yang lebih mudah yaitu "kotak"

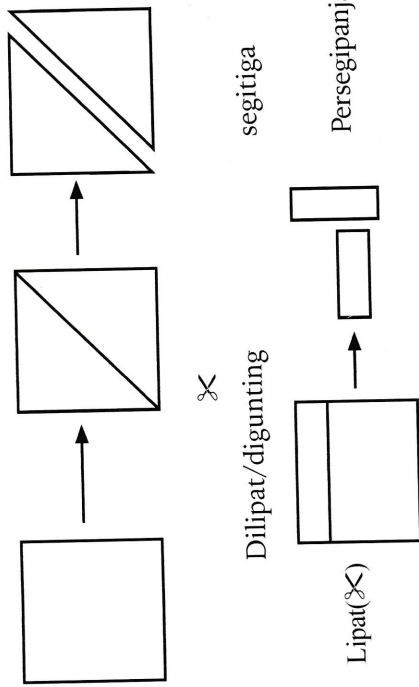
Tahap 1 (Analisis); Siswa lebih cakap untuk menggambarkan beberapa objek dari berbagai bentuk dan benda-benda keras lainnya. Mereka mulai bias menjelaskan bahwa segitiga memiliki tiga garis dan tiga titik sudut. Bola berbentuk bulat tetapi kerucut bagian bawahnya berbentuk lingkaran dan terdapat satu titik puncak. Lama kelamaan anak akan belajar karakteristik umum dan dapat mempelajari secara khusus jumlah sisi dan titik sudut dalam suatu bidang datar dan jumlah sisi, atau permukaan, titik, atau garis vertikal suatu benda yang keras.

Tahap 2 memasuki awal tahap ketiga (Deduksi Informal dan Deduksi); terjadi ketika anak-anak akan memasuki kelas tinggi di SD. Pada tahap ini anak-anak sudah mampu mengklasifikasikan bentuk sesuai karakteristiknya. Mereka mengenal bahwa semua bangun datar yang terdiri dari empat sisi adalah segiempat. Mereka mungkin tertarik untuk memahami mengapa unsur-unsur dalam suatu bangun dapat saling berhubungan, dan bisa membedakannya dengan bentuk yang lain. Pertanyaan dan permasalahan yang terdapat di SD berkaitan dengan pembelajaran geometri secara formal yaitu pembelajaran deduksi dalam geometri dan pembuktian-pembuktiannya. Guru bisa merencanakan aktivitas yang bisa diberikan kepada siswa dalam pembelajaran geometri untuk dapat mengembangkan tahap-tahap perkembangan sesuai pola pikir mereka.

Beberapa contoh kegiatan yang bisa dilaksanakan dalam pembelajaran geometri dan *spatial relationship* (sesuai tahap **Van Hiele**) untuk anak-anak SD:

1. Tahap 0 (Visualisasi) - Pengenalan dan penamaan gambar

Guru dan siswa menyiapkan kertas berwarna (origami), anak-anak diperkenalkan bentuk persegi (bentuk kertas warna yang utuh), bentuk segitiga (bentuk persegi dilipat secara diagonal) dan bentuk persegi panjang (bentuk persegi dilipat secara horizontal atau vertikal).



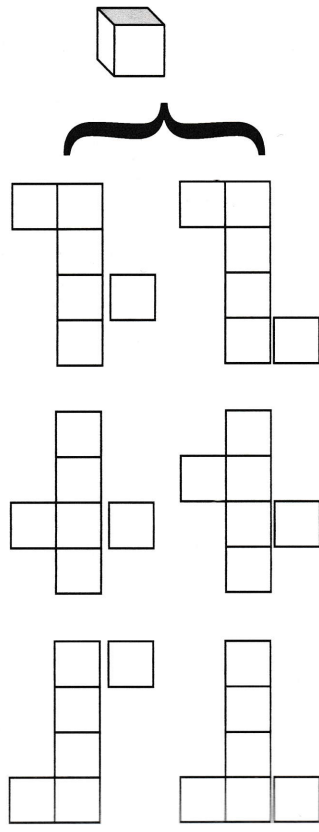
2. Tahap 1 (Analisis) - Membuat/menggambarkan objek (termasuk pengenalan unsur-unsur suatu bangun)

- Guru membimbing siswa untuk menggambarkan bangun persegi, segitiga dan persegipanjang pada buku berpetak dan mewarnainya
- Siswa memberikan contoh bentuk beberapa benda di sekitarnya yang berbentuk persegi, segitiga, kubus, balok, lingkaran bola
- Siswa mengamati bangun ruang balok, kubus, guru mengarahkan siswa untuk menemukan dan menyebutkan berapa jumlah rusuk, sisi, titik sudut
- Siswa diberikan beberapa gambar dan menyebutkan jumlah sisi, sudut, sisi sejajar, rusuk, dll

3. Tahap 2 (Deduksi informal) - Klasifikasi dan generalisasi objek

Guru dan siswa menyiapkan kubus atau kerangka kubus yang terbuat dari kawat, karton atau plastik. Bisa juga menggunakan benda-benda yang ada di sekitar kita, misalnya kotak odol, kotak kado dan lain-lain

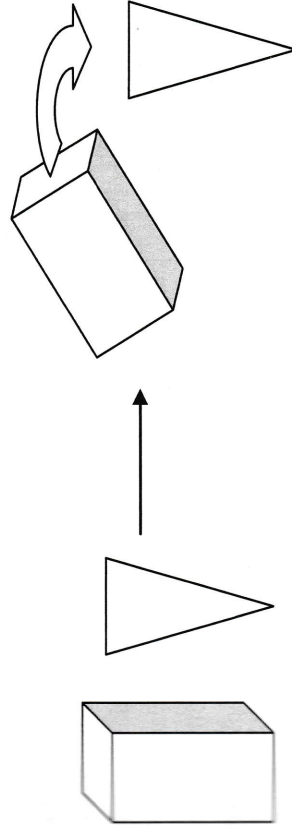
Guru menugaskan siswa membuat jaring-jaring kubus, kemudian membentuknya menjadi bangun kubus yang utuh lagi.



4. Tahap (Deduksi): Perkembangan membuktikan penggunaan aksioma dan definisi.

Guru menyediakan bentuk prisma dan limas (ukuran alas dan tingginya sama) dari plastik atau kayu, beras atau pasir.

- Isi prisma dengan beras/pasir sampai penuh, tuang isi prisma pada limas



- Siswa menghitung perbandingan volume prisma dan limas.

Diharapkan berdasarkan peragaan maka volume prisma = 3 kali volume limas atau:

$$\text{Volume limas} = \frac{1}{3} \text{ volume prisma}$$

$$= \frac{1}{3} \text{ luas alas} \times \text{tinggi prisma}$$

1.5 Peranan Matematika di Sekolah Dasar

Matematika di Sekolah Dasar memiliki peranan sebagai alat, pola pikir dan ilmu atau pengetahuan yang dijadikan acuan dalam pembelajaran matematika di Sekolah Dasar. Matematika yang dipelajari oleh siswa Sekolah Dasar dapat digunakan oleh siswa SD untuk kepentingan hidupnya sehari-hari dalam lingkungannya, untuk membentuk pola pikir yang logis sistematis, kritis dan cermat sehingga pada akhirnya dapat digunakan untuk mempelajari ilmu-ilmu yang lain.

Tujuan pembelajaran matematika dalam kurikulum 2013 diarahkan untuk mendorong siswa mencari tahu dari berbagai sumber, mampu merumuskan masalah bukan hanya menyelesaikan masalah sederhana dalam kehidupan sehari-hari serta melatih siswa berpikir logis dan kreatif bukan sekedar berpikir mekanistik serta mampu berkerjasama dan berkolaborasi dalam menyelesaikan masalah.

Dengan mengetahui peranan matematika tersebut diharapkan kita sebagai guru atau pengelola pendidikan matematika dapat memahami adanya hubungan antar matematika dengan berbagai ilmu lain atau kehidupan. Sebagai tindak lanjut sangat diharapkan agar para siswa diberikan penjelasan untuk melihat berbagai contoh penggunaan matematika sebagai alat untuk memecahkan masalah dalam mata pelajaran lain dalam dunia nyata, dalam dunia kerja atau dalam kehidupan sehari-hari. Namun tentunya harus disesuaikan dengan tingkat perkembangan siswa, sehingga diharapkan dapat membantu proses pembelajaran matematika di sekolah.

Konsep-konsep pada kurikulum matematika SD berdasarkan karakteristik siswa dapat dibagi menjadi tiga kelompok besar (Heruman, 2007:2-3) yaitu penanaman konsep dasar, pemahaman konsep, dan pembinaan keterampilan. Berikut pemaparan pembelajaran yang ditekankan pada konsep-konsep matematika sebagai berikut.

- 1) Penanaman Konsep, yaitu pembelajaran suatu konsep baru matematika, ketika siswa belum pernah mempelajari konsep tersebut. Pembelajaran penanaman konsep dasar merupakan jembatan yang harus dapat menghubungkan kemampuan kognitif siswa yang konkrit dengan konsep baru matematika yang abstrak.

- 2) Pemahaman Konsep, yaitu pembelajaran lanjutan dari penanaman konsep, yang bertujuan agar siswa lebih memahami suatu konsep matematika. Pemahaman konsep terdiri atas dua pengertian. Pertama, merupakan kelanjutan dari pembelajaran konsep dalam satu pertemuan. Sedangkan kedua, pembelajaran pemahaman konsep dilakukan pada pertemuan yang berbeda, tetapi masih merupakan lanjutan dari pemahaman konsep.

- 3) Pembinaan Keterampilan, yaitu pembelajaran lanjutan dari penanaman konsep dan pemahaman konsep. Pembelajaran pembinaan keterampilan bertujuan agar peserta didik lebih terampil dalam menggunakan berbagai konsep matematika. Point ini disebut dengan prosedur heuristik, yaitu menemukan jawaban dengan cara yang tidak ketat / terbuka.

Teori ini merekomendasikan perlunya mengamati tahapan perkembangan kognitif anak sebelum mengajarkan suatu materi matematika yang memerlukan kemampuan bernalar, terutama untuk menyesuaikan "keabstrakan" materi dengan kemampuan berpikir abstrak siswa. (Gatot Muhsetya, 2007:1.9).

Siswa kelas IV SD (usia 9-11 tahun) sesuai teori perkembangan kognitif Piaget, berada pada tahap operasional konkrit. Sehingga siswa mulai memandang dunia secara objektif, bergeser dari satu aspek situasi ke aspek lain secara reflektif dan memandang unsur-unsur secara bersamaan, mulai berpikir secara operasional, dan mempergunakan cara berpikir operasional untuk mengklasifikasikan benda-benda, mulai membentuk dan mempergunakan keterhubungan aturan-aturan, prinsip ilmiah sederhana, dan mempergunakan hubungan sebab akibat, serta memahami konsep substansi.

Misalnya dalam melakukan perhitungan bilangan berkaitan dengan operasi hitung campuran, siswa kelas IV SD sebelumnya telah mengenal objek konkrit yang akan dihitung. Sehingga dalam mengembangkan ide abstraknya, setelah siswa menyesuaikan dengan pengenalan akan objek konkrit yang sudah diketahuinya, maka siswa mampu menyelesaikan masalah perhitungan yang diilustrasikan melalui soal pemecahan masalah.

Dengan demikian, teori Piaget sebagai dasar teori konstruktivisme menjadi acuan bagaimana siswa mengkonstruksi sendiri pengetahuan mereka melalui soal pemecahan masalah, sehingga di dalam kelas siswa didorong untuk bergulat dengan ide baru, mencari koneksi antar ide dan menganalisis idenya sendiri dan ide temannya. Mengkonstruksi pengetahuan memerlukan berpikir reflektif yaitu secara aktif memikirkan suatu ide. Ketika terdapat beberapa ide baru, maka siswa dapat berpikir untuk memikirkan keterhubungan antar ide dengan analisis secara objektif. Jika terdapat ide yang berbeda, maka siswa secara konstruktif dapat belajar untuk menyelesaikan permasalahan secara kritis dari ide-ide yang berbeda itu untuk mendapatkan kesimpulan.

Berkaitan dengan hal tersebut, maka matematika perlu diberikan kepada siswa melalui berbagai latihan-latihan pemecahan masalah sehingga siswa secara aktif akan mengembangkan idenya melalui kegiatan berpikir, seseorang tertantang untuk melihat pentingnya pemecahan suatu masalah secara kritis. Dalam proses pembelajaran seorang guru dapat mengontrol cara berpikir siswa mengenai matematika, maka pembelajaran matematika dalam kelas memberikan kesempatan untuk siswa berpikir kritis mengenai konsep dan proses pembelajaran mereka.

Dalam situasi pembelajaran guru dapat membuka ide siswa, menyarankan dan mengarahkan pemahaman mereka, dengan memberikan perhatian dan waktu kepada siswa untuk memahami proses dan konsep untuk bisa memberikan jawaban secara terbuka, serta menunjukkan bahwa proses sebagai sesuatu yang lebih penting dari pada jawaban.

Hal ini berarti, dalam pembelajaran mengenai perhitungan operasi hitung campuran untuk siswa kelas IV SD, maka kemampuan berpikir kritis siswa berdasarkan materi ini harus kontekstual. Siswa belajar materi ini dimulai dari tahap berpikir informal, dengan membuat dugaan (*conjecture*). Siswa mulai mengalami kematangan dalam bernalar secara abstrak, tetapi hal itu tergantung kepada representasi konkret yang kontekstual.

Oleh karena itu, ketika siswa belajar mengenai materi perhitungan operasi hitung campuran, berarti terdapat hubungan antar konsep yang dapat membangun ide baru bagi siswa dan pemahaman tentang konsep

bilangan yang dapat diinterpretasikan melalui soal pemecahan masalah agar siswa dapat memberikan jawaban secara terbuka dan menunjukkan bahwa yang paling penting adalah proses bukanlah jawaban sebagai hasil akhir dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah matematika.

Dalam pembelajaran matematika, para siswa dibiasakan untuk memperoleh pemahaman melalui pengalaman tentang sifat-sifat yang dimiliki dan yang tidak dimiliki dari sekumpulan objek (abstraksi). Dengan pengamatan terhadap contoh-contoh dan bukan contoh diharapkan siswa mampu menangkap pengertian suatu konsep. Selanjutnya dengan abstraksi ini, siswa dilatih untuk membuat perkiraan, terkaan atau melalui contoh-contoh khusus (generalisasi). Didalam proses penalarannya dikembangkan pola pikir induktif maupun deduktif. Namun tentu kesemuanya itu harus disesuaikan dengan perkembangan kemampuan siswa, sehingga pada akhirnya akan sangat membantu kelancaran proses pembelajaran di sekolah.

Pembelajaran di sekolah harus diwarnai oleh peranan matematika sebagai ilmu atau pengetahuan, dimana guru harus menunjukkan betapa matematika selalu mencari kebenaran, bersedia meralat kebenaran yang sementara diterima, bila ditemukan kesempatan untuk mencoba mengembangkan penemuan-penemuan sepanjang mengikuti pola pikir yang sah.



RANGKUMAN

Secara umum pembahasan terkait dengan bab 1 dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Matematika sebagai bahasa simbol, bahasa emosional, matematika adalah bahasa numerik, matematika adalah metode berfikir logis, matematika adalah sarana berfikir, matematika adalah gerbangnya ilmu dan masih banyak lagi pendapat lainnya. Dalam matematika, generalisasi, sifat atau teori itu belum dapat diterima kebenarannya sebelum dibuktikan secara deduktif
2. Karakteristik anak sekolah dasar
 - a. Mereka secara alamiah memiliki rasa ingin tahu yang kuat dan tertarik akan dunia sekitar yang mengelilingi diri mereka sendiri
 - b. Mereka senang bermain dan lebih suka bergembira dan riang
 - c. Mereka suka mengatur dirinya untuk menangani berbagai hal, mengeksplorasi suatu situasi dan mencoba hal-hal yang baru
 - d. Mereka membiasakan tergentar perasaannya dan tergidorong untuk berprestasi sebagaimana mereka tidak suka mengalami ketidakpuasan dan menolak kegagalan-kegagalan
 - e. Mereka belajar secara efektif ketika mereka puas dengan situasi yang terjadi
 - f. Mereka belajar dengan cara bekerja, berobservasi, berinisiatif dan mengajar
3. Teori belajar matematika
Langkah pembelajaran Bruner: tahap enaktif, ikonik dan simbolik
Teori belajar matematika van hiele tentang perkembangan geometri
 - a. Tahap 0 (Visualisasi): Pengenalan dan penamaan gambar
 - b. Tahap 1 (Analisis): Membuat/menggambar objek
 - c. Tahap 2 (Deduksi informal): Klasifikasi dan generalisasi objek

- d. Tahap 3 (Deduksi): Perkembangan membuktikan penggunaan aksioma dan Matematika di Sekolah Dasar memiliki peranan sebagai alat, pola pikir dan ilmu atau pengetahuan yang dijadikan acuan dalam pembelajaran matematika di Sekolah Dasar definisi
 - e. Tahap 4 (Rigor): Bekerja dengan sistem geometri yang bervariasi
4. Matematika di Sekolah Dasar memiliki peranan sebagai alat, pola pikir dan ilmu atau pengetahuan yang dijadikan acuan dalam pembelajaran matematika di Sekolah Dasar.

Pustaka

- Campbell, L. (2006). *Metode Praktis Pembelajaran*. Depok: Intuisi Press.
- Erman Suherman, d. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: UPI.
- Heruman. (2008). *Model Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.
- Karso. (2007). *Dasar-dasar Pendidikan MIPA*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Leonard M Kennedy, S. T. (1991). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. California: Wadsworth Publishy Company.
- Permana, M. i. (1999). *strategi Belajar Mengajar*. Jakarta: Depdikbud Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Proyek PGSD.
- Suriasumantri, J. S. (2005). *Filsafat Ilmu*. Jakarta: Pustaka Sinar Harapan.

Tes Formatif

1. Yang menyatakan bahwa matematika adalah telaah tentang pola dan hubungan, suatu jalan atau pola berpikir, suatu seni, suatu bahasa, dan suatu alat adalah
- a. Kline
 - b. James dan James
 - c. Reys dkk
 - d. Johnson dan Rising

2. Menurut Bruner dalam belajar matematika akan memberi hasil yang baik jika siswa diarahkan pada penyusunan
 - a. contoh-contoh soal yang konkret
 - b. konsep dan latihan-latihan soal
 - c. aturan dan penjelasan suatu objek
 - d. konsep dan keteraturan suatu objek
3. Dalam pembelajaran matematika siswa diharuskan menggunakan media pembelajaran karena siswa sekolah dasar masih dalam tahapan operasi kongkrit. Ini adalah pendapat
 - a. Peaget
 - b. Gagne
 - c. Dienes
 - d. Brownel
4. Urutan langkah-langkah dalam pembelajaran konsep matematika sesuai dengan karakteristik siswa adalah
 - a. Penanaman Konsep, pembinaan keterampilan dan pemahaman konsep
 - b. Pemahaman konsep, pembinaan keterampilan dan penanaman konsep
 - c. Pengertian konsep, penanaman konsep dan pemahaman konsep
 - d. Penanaman konsep, pemahaman konsep dan pembinaan keterampilan
5. Van Hiele berpendapat agar siswa belajar Geometri dengan mengerti harus memahami tahapan yang lebih rendah dengan urutan tahapan
 - a. Tahapan pengenalan dicapai setelah analisis
 - b. Tahap analisis dicapai setelah pengurutan
 - c. Tahap pengurutan dicapai setelah deduksi
 - d. Tahap deduksi dicapai setelah analisis

6. Model pembelajaran matematika SD untuk anak usia kelas 1 yang sesuai dengan tahapan belajar matematika adalah
 - a. Konkret, semi konkret dan abstrak
 - b. Konkret, abstrak dan semi konkret
 - c. Semi konkret, konkret dan abstrak
 - d. Konkret, semi abstrak dan abstrak
7. Guru membimbing siswa untuk menggambarkan bangun persegi, segitiga dan persegipanjang pada buku berpetak dan mewarnainya merupakan langkah pembelajaran geometri dalam
 - a. Analisis
 - b. Deduksi
 - c. Deduksi informal
 - d. Visualisasi
8. Kebutuhan dasar anak Sekolah Dasar sesuai dengan hierarki perkembangan usianya adalah
 - a. Kebutuhan untuk memiliki, aktualisasi diri, perhatian dan kasih sayang
 - b. Perhatian dan kasih sayang, kebutuhan untuk memiliki dan aktualisasi diri
 - c. Aktualisasi diri, kebutuhan untuk memiliki dan kebutuhan curhat
 - d. Perhatian dan kasih sayang, aktualisasi diri dan kebutuhan untuk memiliki
9. Setiap anak melalui tahapan perkembangan kognitif, dan Piaget mengidentifikasi empat tahapan perkembangan kognitif adalah
 - a. Sensorimotorik, operasi konkret, operasi formal dan praoperasional
 - b. Operasi formal, operasi konkret, praoperasi dan sensorimotorik
 - c. Praoperasional, operasi formal, operasi konkret dan sensorimotorik
 - d. Sensorimotorik, praoperasional, operasi konkret dan operasi formal

10. Anak mulai menggunakan bahasa untuk mengekspresikan idenya tetapi masih tergantung kepada persepsinya merupakan tahapan anak dalam. ...

- Sensorimotorik
- Praoperasional
- Operasi konkret
- Operasi formal

Kunci Jawaban

- C
- D
- A
- D
- C
- A
- A
- B
- D
- B

Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Cocokkanlah hasil jawaban Anda dengan kunci soal Bab 1 yang ada pada bagian belakang buku ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Bab 1

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{(\text{Jumlah jawaban yang benar})}{(\text{Jumlah Soal})} \times 100\%$$

Arti Tingkat penguasaan: 90 % - 100 % = Baik sekali

80 % - 89 % = Baik

70 % - 79 % = Cukup

< 70 % = Kurang

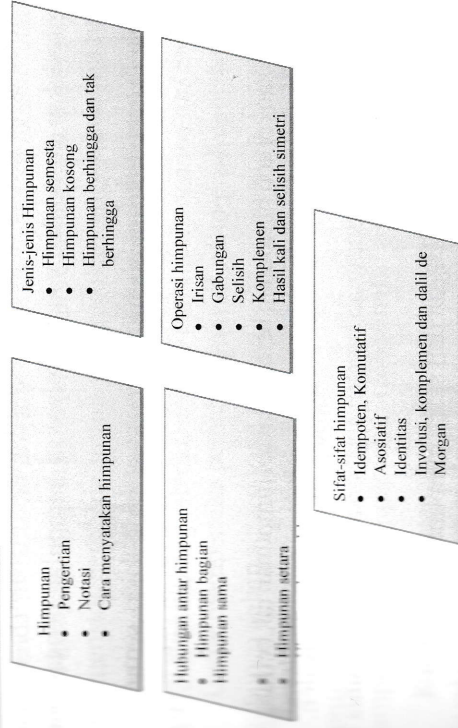
Apabila tingkat penguasaan Anda mencapai 80 % ke atas, bagus! Anda cukup memahami Bab 1. Anda dapat meneruskan dengan Bab 2. Tetapi bila tingkat penguasaan Anda masih dibawah 80 %, Anda harus mengulangi Bab 1, terutama bagian yang belum anda kuasai.

BAB 2

HIMPUNAN

A. Deskripsi singkat isi BAB 2

PETA KONSEP



B. Relevansi

Mahasiswa mampu menganalisis masalah mengenai konsep himpunan, mengembangkan sikap positif dan menampilkan perilaku bertanggung jawab secara mandiri (KK4, SU9).

C. Capaian Pembelajaran Mata Kuliah

1.1 Pendahuluan

Penguasaan konsep materi himpunan sangat penting untuk semua cabang matematika yang bertumpu pada konsep dan teori himpunan. Penguasaan konsep himpunan bermanfaat bagi seorang guru atau calon guru, khususnya pendidikan sekolah dasar, karena himpunan yang akan disampaikan kepada peserta didik sebagai dasar pemahaman matematika anak.

Bab ini diharapkan mahasiswa dapat memahami dan menguasai semua materi himpunan yang sesuai dengan instruksional umum, yaitu menerapkan konsep himpunan dalam menyelesaikan masalah sehari-hari. Sedangkan tujuan instruksional khusus diharapkan agar mahasiswa dapat.

- 1 Membedakan kumpulan yang merupakan kumpulan dengan yang bukan himpunan.
- 2 Menyatakan suatu himpunan.
- 3 Memberikan contoh himpunan (berkenaan dengan dunia ke SD-an termasuk juga himpunan kosong).
- 4 Memberikan contoh himpunan berhingga dan himpunan tak berhingga.
- 5 Menentukan bahwa himpunan berhingga, sama atau ekuivalen.
- 6 Memberikan contoh himpunan bagian yang berkaitan dengan dunia ke SD-an.
- 7 Menentukan banyaknya bagian dari suatu himpunan.
- 8 Menggambarkan himpunan dalam suatu diagram venn.
- 9 Menjelaskan pengertian operasi suatu himpunan.
- 10 Menentukan himpunan hasil operasi dua atau lebih suatu himpunan.

- 11 Menggunakan sifat-sifat operasi himpunan dalam menyelesaikan soal.
- 12 Menjelaskan sifat-sifat operasi himpunan.
- 13 Menjelaskan soal-soal dalam matematika atau bidang lain dengan menggunakan konsep himpunan.
- 14 Menjelaskan aplikasi soal himpunan dalam matematika di SD.

2.2 Pengertian Himpunan

Apakah himpunan itu? Secara intuitif himpunan adalah kumpulan objek yang dapat didefinisikan dengan jelas dan dapat dibedakan. Misalnya sebagai contoh kumpulan bilangan asli kurang dari 8, binatang ternak berkaki empat, kumpulan binatang pemakan tumbuhan.

Definisi 2.1

Himpunan adalah kumpulan objek-objek yang dapat didefinisikan dengan jelas (well defined).

Maksud terdefinisi dengan jelas adalah kita dapat menentukan apakah suatu benda merupakan anggota himpunan yang dimaksud atau bukan. Dengan kata lain, himpunan tersebut memiliki sifat-sifat dan syarat tertentu yang menjadi pembeda untuk menentukan anggota suatu himpunan. Selanjutnya, objek-objek yang termasuk di dalam himpunan disebut sebagai elemen atau unsur dari anggota himpunan itu.

Untuk memperjelas pemahaman anda, akan disajikan gambaran suatu himpunan dalam situasi yang kongret serta ilustrasinya. Perhatikan contoh di bawah ini.

Contoh 2.1

Kumpulan binatang pemakan tumbuhan.

Kumpulan binatang pemakan tumbuhan adalah himpunan karena jika ada sekumpulan binatang (misalnya anjing, monyet, sapi, jerapah, ayam, laba-laba) maka kita dengan mudah menentukan hewan-hewan yang pemakan tumbuhan (yaitu sapi, jerapah, monyet, kerbau) yang merupakan anggota himpunan pemakan tumbuhan. Sedangkan untuk sisanya (haimau, kucing,

laba-laba) bukan merupakan hewan pemakan tumbuhan. Ketidakraguan kita dalam menyebutkan hewan pemakan tumbuhan atau bukan menunjukkan bahwa kumpulan hewan pemakan tumbuhan ini terdefinisi dengan jelas.

Contoh 2.2

Kumpulan bilangan asli yang kurang dari sepuluh.

Kumpulan bilangan asli yang kurang dari sepuluh adalah himpunan karena jika ada bilangan (misalnya $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$) kita dapat dengan mudah menentukan bilangan asli kurang dari sepuluh (yaitu $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$) yang merupakan anggota dari kumpulan bilangan asli yang kurang dari sepuluh. Sedangkan untuk yang lain (misalnya bilangan $-4, -3, -2, -1, 0$) bukan merupakan anggota suatu himpunan.

Contoh 2.3

Kumpulan mahasiswa cantik

Kumpulan mahasiswa cantik bukan merupakan himpunan, karena definisi cantik sangat tidak jelas atau relatif.

Latihan 2.1

Manakah di antara kumpulan berikut yang merupakan himpunan?

- 1) Kumpulan mahasiswa PGSD Uhamka angkatan 2016.
- 2) Kumpulan bilangan ganjil prima kurang dari 10.
- 3) Kumpulan bilangan cacah.
- 4) Kumpulan wanita cantik.
- 5) Kumpulan mahasiswa yang pandai.
- 6) Kumpulan mahasiswa lulusan terbaik.
- 7) Kumpulan alat transportasi darat.
- 8) Kumpulan huruf-huruf vokal.
- 9) Kumpulan nama-nama hari dalam seminggu.
- 10) Kumpulan nama-nama bulan.

Petunjuk Jawaban Latihan.

Untuk dapat menyelesaikan latihan 2.1, anda harus mengingat kembali pengertian himpunan.

Definisi 2.1

Himpunan adalah kumpulan objek-objek yang dapat didefinisikan dengan jelas (well defined).

Jadi, ketika diminta memilih mana yang termasuk anggota himpunan dan mana yang tidak termasuk anggota himpunan kita dapat menyebutkan tanpa keraguan. Jadi jawaban untuk latihan 1 adalah.

- 1) Himpunan karena ciri keanggotannya jelas.
- 2) Himpunan karena ciri keanggotannya jelas.
- 3) Himpunan karena ciri keanggotannya jelas.
- 4) Bukan himpunan karena definisi cantik sangat relatif tidak jelas.
- 5) Bukan himpunan karena definisi pandai sangat relative tidak jelas.
- 6) Himpunan karena ciri keanggotannya jelas.
- 7) Himpunan karena ciri keanggotannya jelas.
- 8) Himpunan karena ciri keanggotannya jelas.
- 9) Himpunan karena ciri keanggotannya jelas.
- 10) Himpunan karena ciri keanggotannya jelas.

2.3 Notasi Himpunan atau Keanggotaan

Notasi suatu himpunan biasanya dinyatakan dalam huruf besar (capital) seperti A, B, C, D , sedangkan untuk menyatakan suatu himpunan biasanya dengan menggunakan kurung kurawal " $\{ \}$ " dimana elemen-elemen yang dituliskan dalam kurung kurawal buka dan setiap elemen yang lain dipisahkan dengan tanda koma dan diakhiri dengan kurung kurawal tutup. Sedangkan untuk huruf-huruf kecil a, b, c dan sebagainya biasanya dipakai untuk menyatakan anggota dari suatu himpunan.

Setiap objek yang terdapat dalam suatu himpunan disebut anggota atau elemen suatu himpunan. Untuk menyatakan anggota suatu himpunan biasanya digunakan dengan lambang " $\in$ " (dibaca: anggota) sedangkan untuk menyatakan anggota yang bukan termuat dari suatu himpunan digunakan lambang " $\notin$ " (dibaca: bukan anggota). Jumlah anggota dari suatu himpunan A ditulis dengan bilangan kardinal dari himpunan A , dengan notasi $n(A)$.

Contoh 2.4

Jika ditanya himpunan A yang didefinisikan sebagai kumpulan huruf vokal, maka jawaban anak benar jika menjawabnya a, i, u, e, o.

Notasi dari himpunan $A = \{a, i, u, e, o\}$. Keanggotaan dari himpunan A dapat ditulis sebagai berikut.

- a $\in$ A (dibaca a anggota dari A)
- i $\in$ A (dibaca i anggota dari A)
- u $\in$ A (dibaca u anggota dari A)
- e $\in$ A (dibaca e anggota dari A)
- o $\in$ A (dibaca o anggota dari A)

Sedangkan jika anak menjawab huruf b, c maka dinyatakan bahwa maka dinyatakan $b \in A$ (artinya b bukan anggota dari A, karena b merupakan huruf konsonan), $c \in A$ (artinya c bukan anggota dari A, karena c merupakan huruf konsonan). Jumlah anggota himpunan A atau banyaknya himpunan A ditulis $n(A) = 5$ (Karena ada lima huruf vokal yaitu a, i, u, e, o).

Contoh 2.5

Jika ditanya himpunan B yang didefinisikan sebagai kumpulan warna rambu lalu lintas, maka jawaban anak benar jika menjawabnya merah, hijau, kuning.

Notasi dari himpunan $B = \{\text{merah, hijau, kuning}\}$. Keanggotaan dari himpunan B dapat ditulis sebagai berikut.

- merah $\in$ B (dibaca merah anggota dari B)
- hijau $\in$ B (dibaca hijau anggota dari B)
- kuning $\in$ B (dibaca kuning anggota dari B)

hitam $\in$ B (dibaca hitam bukan anggota dari B), karena warna hitam bukan warna yang terdapat dalam rambu lalu lintas
coklat $\in$ B (dibaca coklat bukan anggota dari B), karena warna coklat bukan warna yang terdapat dalam rambu lalu lintas

Jumlah anggota himpunan B atau banyaknya himpunan B ditulis $n(B) = 3$ (Karena ada tiga warna pada rambu lalu lintas yaitu merah, hijau, kuning).

2.4 Cara Menyatakan Himpunan

Ada beberapa cara untuk menyatakan suatu himpunan, diantaranya dengan tabulasi atau mendaftar (*The roster Method*), dengan notasi pembentuk himpunan (*The rule Method*), dan dengan menyebutkan syarat-syarat keanggotaannya. Cara menyatakan himpunan tersebut dijelaskan sebagai berikut.

a. Tabulasi atau mendaftar (*The roster Method*)

Metode ini mengharuskan kita untuk mendaftar/ menyebutkan anggota satu persatu, dalam penulisan tiap-tiap anggota dipisahkan dengan tanda koma (,).

Contoh 2.6

1. Himpunan A adalah kumpulan nama-nama hari dalam seminggu maka ditulis $A = \{\text{minggu, senin, selasa, rabu, Kamis, jumat, Sabtu}\}$.
2. Himpunan B adalah kumpulan nama-nama bulan dalam setahun maka ditulis $B = \{\text{Januari, Februari, maret, april, mei, juni, juli, Agustus, September, Oktober, November, Desember}\}$.
3. Himpunan C adalah kumpulan lima buah alat transportasi darat maka ditulis $C = \{\text{delman, becak, montor, mobil, kereta api}\}$.

b. Notasi pembentuk himpunan (*The rule Method*)

Anggota himpunan dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan (*The rule Method*). Dalam cara ini anggota himpunan yang akan ditulis dinyatakan dengan variabel (peubah, pengganti) yang diikuti dengan tanda garis kemudian dilanjutkan dengan menyebutkan sifat-sifat atau ciri-ciri unsur himpunan. Untuk memperjelas cara ini, kita perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 2.7

1. $B = \{x | 3 < x \leq 7, x \in C\}$

maka dibaca: himpunan A adalah himpunan x sedemikian sehingga x adalah kumpulan huruf vokal.

2. $A = \{x | x \text{ huruf vokal}\}$

maka dibaca: himpunan B adalah himpunan x sedemikian sehingga x lebih dari 3 dan x kurang dari sama dengan 7 dan x merupakan bilangan cacah.

3. $C = \{x | x \text{ kumpulan musik tiup}\}$
maka dibaca: himpunan C adalah himpunan x sedemikian sehingga x merupakan kumpulan alat musik tiup.
4. $D = \{x | x \text{ lima huruf pertama abjad}\}$
maka dibaca: himpunan D adalah himpunan x sedemikian sehingga x merupakan lima huruf abjad yang pertama.

c. Menyebutkan syarat-syarat keanggotaannya

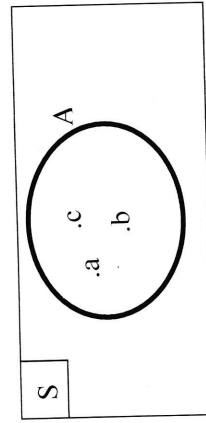
Dalam menyatakan himpunan dapat disajikan dengan cara diskripsi yaitu menyatakan himpunan dengan kata-kata yaitu dengan menyebutkan syarat keanggotaannya.

Contoh 2.8

1. Himpunan A adalah himpunan warna yang terdapat dalam pelangi
2. Himpunan B adalah himpunan bilangan prima kurang dari 15.
3. Himpunan C adalah himpunan bilangan genap antara 5 dan 15.

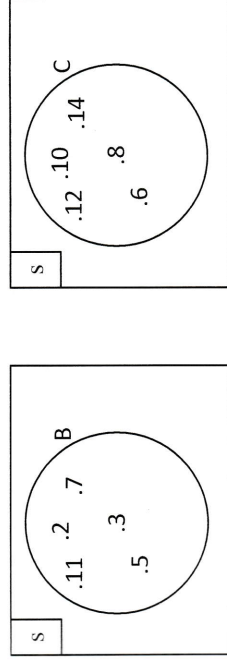
d. Diagram Venn

Untuk menggambarkan himpunan dapat menggunakan diagram venn. Diagram venn dipopulerkan di John Venn. Diagram venn dinyatakan dengan himpunan yang dinyatakan dengan daerah kurva tertutup berbentuk persegi panjang. Sedangkan untuk semesta sebagai daerah persegi panjang dari anggota himpunan yang dinyatakan dengan noktah.



Contoh 2.9

Dari contoh 2.8 nomor 2 dan 3 di atas, maka dapat dinyatakan dalam diagram venn sebagai berikut.



2.5 Macam-macam Himpunan

1. Himpunan Kosong

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki anggota. Himpunan kosong disimbolkan dengan $\{\}$ atau $\emptyset$. Himpunan kosong merupakan himpunan karena dapat didefinisikan dengan jelas, hanya saja anggota dari himpunan itu tidak ada maka termasuk himpunan kosong. Sebaliknya jika anggotanya tidak jelas atau tidak dapat dibedakan apakah objek termasuk anggota himpunan atau tidak, maka kumpulan tersebut bukan merupakan himpunan. Perhatikan contoh berikut ini.

- a. Himpunan A adalah himpunan bilangan ganjil yang habis dibagi dengan 2.
- b. Himpunan B adalah himpunan bilangan asli yang kurang dari 0.
- c. Himpunan C adalah himpunan nama-nama bulan dalam setahun yang dimulai dengan huruf "H".

2. Himpunan Semesta (Universum)

Himpunan semesta adalah himpunan yang memuat seluruh benda atau objek yang akan dibicarakan atau himpunan yang menjadi objek pembicaraan. Himpunan semesta dilambangkan dengan S atau U. Perhatikan contoh berikut.

a. Himpunan semua bilangan asli.

Maka $S = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.

b. Himpunan semua nama-nama hari yang dimulai dengan huruf S.

Maka $S = \{\text{senin, Selasa, Sabtu}\}$

c. Misalkan $A = \{0, 2, 4, 8, 10\}$. Maka himpunan semesta yang mungkin diantaranya $S = \{\text{Himpunan semua bilangan cacah}\}$ atau $\{\text{himpunan semua bilangan cacah genap kurang dari } 10\}$.

3. Himpunan Hingga

Himpunan hingga atau dapat disebut dengan finite set merupakan himpunan yang jumlah anggotanya terhingga artinya himpunan yang jumlah anggotanya dapat dihitung.

Contoh 2.10

1 $A = \{x | x \leq 20, x \in \text{bilangan prima}\}$

Jika ditulis dengan bentuk tabulasi maka $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$. Banyaknya anggota terhingga dari himpunan A adalah dapat dihitung $n(A) = 7$.

2 $B = \text{Himpunan semua warna yang terdapat dalam rambu-rambu lalu lintas.}$

Jika ditulis anggota dengan bentuk tabulasi maka $B = \{\text{merah, hijau, kuning}\}$. Banyaknya anggota terhingga dari himpunan B adalah dapat dihitung $n(B) = 3$.

3 $C = \text{Himpunan 5 alat transportasi darat}$

Jika ditulis dengan bentuk tabulasi maka $C = \{\text{bemo, becak, kereta api, bajaj, mobil, montor}\}$. Banyaknya anggota terhingga dari himpunan A adalah dapat dihitung $n(A) = 5$.

4. Himpunan Berhingga

Himpunan berhingga atau dapat disebut infinite set merupakan himpunan yang jumlah anggotanya tak terhingga artinya himpunan yang jumlah anggota tidak dapat dihitung. Himpunan ini sangat banyak sehingga tak mungkin ditulis secara terperinci sehingga dapat ditulis dengan "...” dibaca dan seterusnya.

Contoh 2.11

1. $Z = \text{Himpunan semua bilangan bulat.}$
 $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

2. $C = \text{Himpunan semua bilangan cacah.}$
 $C = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

3. $A = \text{Himpunan semua bilangan asli.}$
 $A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

5. Himpunan ekuivalen

Dua himpunan himpunan atau lebih ekuivalen satu sama lain, bila banyaknya anggota himpunan tersebut sama. Maksudnya himpunan ekuivalen artinya setiap anggota himpunan yang satu mempunyai hubungan satu sama lain dengan setiap anggota himpunan lainnya. Dalam matematika, himpunan A yang ekuivalen dengan himpunan B ditulis dengan $A \sim B$, bila $n(A) = n(B)$ atau banyaknya himpunan A sama dengan banyaknya anggota himpunan B. Misalnya perhatikan pada contoh 2.12 berikut.

1 $A = \{a, b, c, d, e\}, n(A) = 5$

2 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}, n(B) = 5$

Maka $A \sim B$ karena $n(A) = n(B)$

3 $P = \{x | x < 10, x \in \text{bilangan prima}\}, n(P) = 4$

4 $Q = \{x | x < 5, x \in \text{bilangan asli}\}, n(Q) = 4$

Maka $P \sim Q$ karena $n(P) = n(Q)$

6. Himpunan sama

Himpunan A dan B dikatakan sama bila kedua anggota himpunan itu persis sama, tanpa melihat urutannya. Dengan kata lain, himpunan A dan B dikatakan sama bila anggota himpunan A sama dengan anggota himpunan B atau sebaliknya. Dalam matematika, himpunan A dan B ditulis dengan lambang $A = B$.

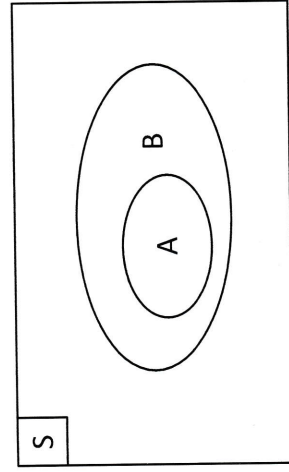
Contoh 2.13

1. $A = \{s, a, p, i\}$ dan $B = \{p, i, a, s\}$. Maka $A = B$ karena setiap anggota himpunan A ada pada B dan setiap anggota B ada pada A .
2. $P = \{1, 3, 4, 2\}$ dan $Q = \{x \mid x < 5, x \in \text{bilangan asli}\}$. Maka $P = Q$ karena setiap anggota himpunan P ada pada Q dan setiap anggota Q ada pada P .
3. $C = \{k, a, r, t, u\}$ dan $D = \{u, k, a, r\}$. Maka $C = D$ karena setiap anggota himpunan C ada pada D dan setiap anggota D ada pada C .
4. $R = \{x \mid x < 10, x \in \text{bilangan prima}\} = \{2, 3, 5, 7\}$ dan $S = \{x \mid x < 5, x \in \text{bilangan asli}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

Karena R tidak sama dengan S ditulis $R \neq S$. Karena anggota himpunan R tidak merupakan anggota himpunan S , dan sebaliknya anggota himpunan S tidak merupakan anggota himpunan R .

7. Himpunan Bagian

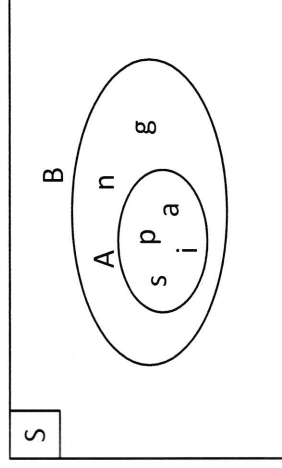
Himpunan A disebut himpunan bagian dari himpunan B , ditulis dengan $A \subset B$ maksudnya bila setiap anggota himpunan A termasuk anggota himpunan B . Dapat pula kita menulis $B \supset A$ atau " B sumber dari A ". " B mengandung A " atau " B super himpunan dari A ". Bila A tidak merupakan himpunan bagian dari B maka representasinya $A \not\subset B$ atau $B \not\supset A$. Himpunan kosong merupakan bagian dari setiap himpunan (Teorema).



Gambar 2.3

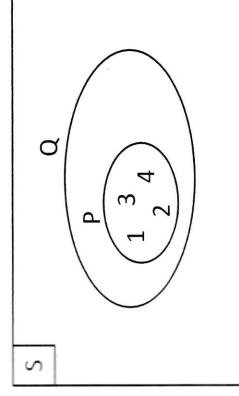
Himpunan A merupakan himpunan bagian dari B . Himpunan A merupakan bagian murni dari himpunan B jika dan hanya jika setiap anggota himpunan A adalah anggota himpunan B , tetapi sekurang-kurangnya ada sebuah anggota himpunan B yang bukan merupakan anggota himpunan A .

Dari penjelasan di atas, kita mengatakan himpunan A disebut himpunan bagian murni dari B , jika $A \subset B$ dan $A \neq B$. Dalam beberapa buku disimbolkan " A himpunan bagian dari B ditulis $A \subseteq B$ " sedangkan A himpunan bagian murni dari B dinyatakan $A \subset B$. Biasanya kita menggunakan notasi $A \subset B$ dan tidak membedakan himpunan bagian atau himpunan bagian murni.



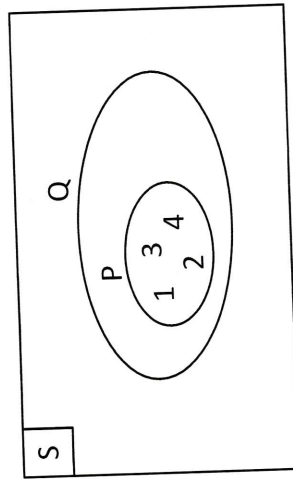
Contoh 2.14

1. Diberikan himpunan $A = \{s, a, p, i\}$ dan $B = \{p, i, s, a, n, g\}$. Karena semua anggota A juga merupakan anggota himpunan B , maka A himpunan bagian dari B , ditulis $A \subset B$. Digambar dalam diagram venn.



2. $P = \{1, 3, 4, 2\}$ dan $Q = \{x | x < 5, x \in \text{bilangan asli}\}$.

Karena semua anggota himpunan P juga merupakan anggota himpunan Q, akan tetapi tidak ada anggota himpunan P yang bukan merupakan anggota himpunan Q, maka dikatakan P himpunan bagian (tidak sejati) dari himpunan Q. Jika digambarkan dalam diagram venn



8. Himpunan Kuasa

Himpunan kuasa dari himpunan A ditulis dengan $P(A)$ merupakan suatu himpunan yang elemennya terdiri dari semua elemen dari himpunan A.

Contoh 2.15

- 1 Diberikan himpunan $A = \{1, 2\}$
Himpunan bagian dari himpunan A adalah $\{\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$

Maka himpunan kuasa dari himpunan A adalah

$$P(A) = \{\{\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}, n(P(A)) = 4$$

- 2 Diberikan himpunan $B = \{a, b, c\}$

Himpunan bagian dari himpunan B adalah $\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

Maka himpunan kuasa dari himpunan A adalah

$$P(A) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}, n(P(A)) = 2^3 = 8$$

9. Himpunan Lepas

Definisi 2.3

Himpunan A dikatakan himpunan tak lepas/berpotongan jika ada anggota persekutuan diantara kedua himpunan tersebut.

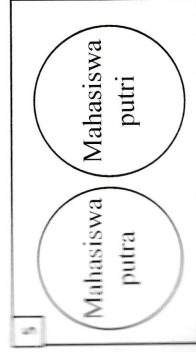
Dengan notasi: $A \sqcap B$ atau $A \cap B$ Contoh 2.16

A adalah himpunan mahasiswa putri

B adalah himpunan mahasiswa putra

Maka A dan B adalah himpunan yang saling lepas

Dalam diagram venn



Contoh 2.17

A adalah himpunan mahasiswa berkacamata

B adalah himpunan mahasiswa tidak berkacamata

Maka A dan B adalah himpunan yang saling lepas

Dalam diagram venn

10. Himpunan Tak Lepas (berpotongan)

Definisi 2.3

Himpunan A dikatakan himpunan tak lepas/berpotongan jika ada anggota persekutuan diantara kedua himpunan tersebut.

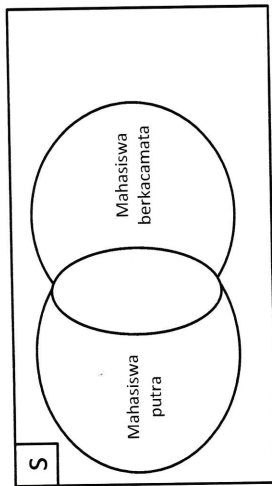
Dengan notasi: $A \sqcap B$ atau $A \cap B$

Contoh 2.18

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{2, 3, 4, 6, 8\}$$

Maka A dan B dengan anggota persekutuannya 2, 3, 4. Dalam diagram venn

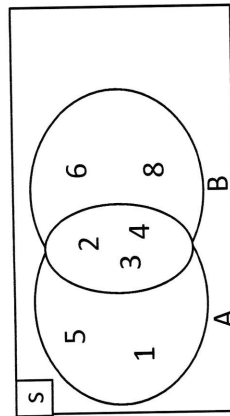


Contoh 2.19

A adalah himpunan mahasiswa putra

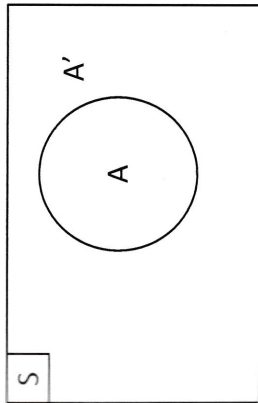
B adalah himpunan mahasiswa putra tidak berkacamata

Maka A dan B adalah digambarkan dalam diagram venn



11. Diagram Venn

Diagram venn adalah cara untuk menyatakan himpunan dalam sebuah gambar. Diagram ini pertama kali memperkenalkan oleh John Venn ahli matematika kebangsaan Inggris pada tahun 1834-1923. Beliau mengemukakan cara praktis untuk menggambarkan himpunan dengan menggunakan kurva tertutup misalnya lingkaran, elips, garis lengkung. Dalam suatu diagram venn, himpunan semesta (U/S) digambarkan dalam suatu persegi panjang dan himpunan dalam semesta itu digambarkan dengan suatu lingkaran dalam persegi panjang dan himpunan dalam semesta itu digambarkan dalam suatu lingkaran dalam persegi panjang. Diilustrasikan dalam gambar berikut ini.



2.6 Operasi Himpunan dan Sifatnya

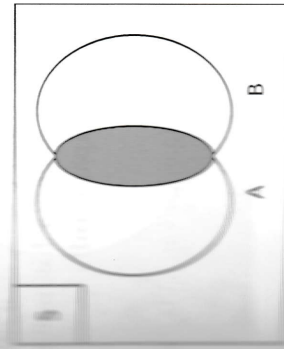
Apabila diketahui ada dua himpunan atau lebih, kita dapat membentuk himpunan baru dengan mengoperasikan himpunan-himpunan yang diketahui tersebut. Operasi himpunan-himpunan yang diketahui diantaranya irisan ($\cap$), gabungan ($\cup$), selisih ($-$), dan komplement ($\dots$ atau $\dots$).

1. Irisan ($\cap$)

Definisi 2.4

Irisan dari dua himpunan A dan B ditulis ($A \cap B$) dan dibaca A irisan B) adalah semua anggota persekutuan himpunan A dan himpunan B atau dengan kata lain, himpunan yang anggotanya anggotanya adalah himpunan semua anggota A yang sekaligus sebagai anggota B atau dapat ditulis sebagai

$A \cap B = \{x | x \in A \text{ dan } x \in B\}$ Diagram venn dari himpunan $A \cap B$ dapat digambarkan pada daerah yang diarsir.



Contoh 2.21.

1. Diketahui himpunan $A = \{p, i, s, a, n, g\}$ dan $B = \{m, a, n, i, s\}$ maka $A \cup B = \{p, i, s, a, m, n, g\}$.
2. Diketahui himpunan $A = \{x \mid x < 6, x \in \mathbb{Z}\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ dan $B = \{x \mid 1 < x < 10, x \in \text{bilangan habis dibagi } 2\} = \{2, 4, 6, 8\}$ maka $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$.
3. Diketahui himpunan $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 20, x \in \text{bilangan prima}\} = \{1, 1, 3, 1, 7, 19\}$ dan $B = \{x \mid 1 < x < 20, x \in \text{bilangan ganjil}\} = \{1, 1, 3, 1, 5, 1, 7, 1, 9\}$ maka $A \cup B = \{1, 1, 3, 1, 5, 1, 7, 1, 9\}$

Memperhatikan definisi di atas maka dapat disimpulkan bahwa irisan himpunan bersifat komutatif $A \cup B = B \cup A$. Demikian pula, dengan memperhatikan definisi gabungan dan asosiatif disjungsi, maka dapat disimpulkan bahwa operasi gabungan pada himpunan-himpunan juga bersifat asosiatif.

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C).$$

Definisi gabungan disimpulkan baik himpunan A maupun himpunan B masing-masing termuat dalam $A \cup B$ yaitu $A \in A \cup B$ dan $B \in A \cup B$ Sifat distributif

- a. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- b. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

3 Selisih ($-$)

Definisi 2.6

Himpunan A dikurangi himpunan B ditulis ($A - B$ dan dibaca A dikurangi B) adalah himpunan dari anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B atau dapat ditulis

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\}$$

Diagram venn dari himpunan $A - B$ dapat digambarkan pada daerah yang diasir.

Contoh 2.22.

1. Diketahui himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ dan $B = \{2, 3, 5, 10, 12\}$ maka $A - B = \{1, 4, 6, 7\}$ dan $B - A = \{10, 12\}$
2. Diketahui himpunan $M = \{p, e, r, h, u, t, a, n, i\}$ dan $N = \{p, i, l, a, s, e, m\}$ maka $M - N = \{p, r, h, u, t, a, n, i\}$ dan $N - M = \{l, a, s, e, m\}$
3. Diketahui himpunan $C = \{1, 3, 5, 7\}$ dan $D = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ diperoleh $C - D = \{1, 3, 5, 7\}$. Dari sini disimpulkan bahwa selisih dua himpunan lepas sama dengan himpunan yang dikurangi.
4. Diketahui himpunan $A = \{x \mid x \text{ bilangan bulat}\}$ dan $B = \{2x \mid x \text{ bilangan bulat}\}$ maka $A - B = \{2x - 1 \mid x \text{ bilangan bulat}\}$ dan $B - A = B$

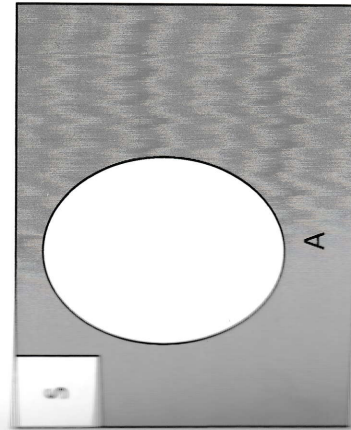
4 Komplemen (c atau $\dots$)

Definisi 2.7

Misalkan S adalah himpunan semesta, maka komplemen data himpunan A (ditulis A^c dibaca A komplemen) adalah himpunan dari semua anggota himpunan S yang bukan merupakan anggota A ditulis

$$A^c = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin S\}$$

Diagram venn dari himpunan A^c dapat digambarkan pada daerah yang diasir.



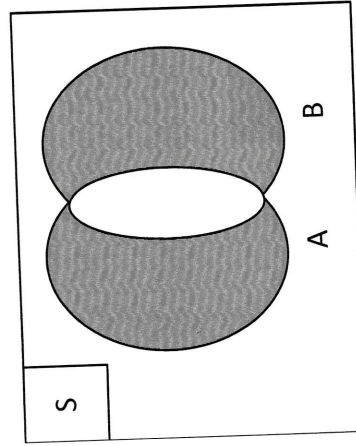
Contoh 2.22.

1. Diketahui himpunan $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ dan $B = \{2, 3, 5\}$ maka $A^c = \{1, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$
2. Diketahui himpunan $S = \{p, e, r, h, u, t, a, n, i\}$ dan $A = \{h, u, t, a, n\}$ maka $A^c = \{p, e, r, i\}$
3. Diketahui himpunan $S = \{x | x \text{ bilangan bulat}\}$ dan $A = \{2x | x \text{ bilangan bulat}\}$ maka $A^c = \{2x - 1 | x \text{ bilangan bulat}\}$

5 Selisih simetri (symetri difference)

Selisih simetri dinotasikan dengan Δ

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ dinyatakan dalam diagram venn



Contoh 2.23.

1. Diketahui himpunan $A = \{1, 4, 5, 8, 9, 10\}$ dan $B = \{2, 4, 5\}$ maka $A \Delta B = \{1, 2, 8, 9, 10\}$
2. Diketahui himpunan $S = \{p, e, r, h, u, t, a, n, i\}$ dan $A = \{h, u, t, a, n\}$ maka $A^c = \{p, e, r, i\}$

6 Hasil kali kartesius (Product Cartesius)

Perkalian dua himpunan A dan B disebut hasil kali kartesius sehingga didapat himpunan baru yang elemennya merupakan pasangan terurut (x, y)

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ dan } y \in B\}$$

Contoh 2.24

1. Kombinasi baju dan celana

M = Warna baju

= {m = merah, k = kuning, p = putih}

N = Warna celana

= {h = hitam, c = coklat}

Penyelesaian.

Kombinasi warna baju dan celana adalah sebagai berikut.

$$M \times N = \{(m, h), (m, c), (k, h), (k, c), (p, h), (p, c)\}$$

Tentukan $A \times B$ dan $B \times A$, jika diketahui

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{m, n\}$$

Penyelesaian.

$$A \times B = \{(1, m), (1, n), (2, m), (2, n), (3, m), (3, n)\}$$

$$B \times A = \{(m, 1), (m, 2), (m, 3), (n, 1), (n, 2), (n, 3)\}$$

2.7 Sifat-sifat Himpunan

1. Idempoten
 - a. $A \cup A = A$
 - b. $A \cap A = A$
2. Komutatif
 - a. $A \cup B = B \cup A$
 - b. $A \cap B = B \cap A$
3. Asosiatif
 - a. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
 - b. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
4. Distributif
 - a. $(A \cup B) \cap C = A \cap (B \cup C)$
 - b. $(A \cap B) \cup C = A \cup (B \cap C)$
5. Identitas
 - a. $(A \cup \phi) = A$
 - b. $(A \cap \phi) = \phi$
 - c. $(A \cup S) = S$
 - d. $(A \cap S) = A$
6. Involusi
 - a. $(A^c)^c = A$
7. Komplemen
 - a. $(A \cup A^c) = S$
 - b. $(A \cap A^c) = \phi$
 - c. $S^c = \phi$
 - d. $\phi^c = S$
8. Dalil De Morgan
 - a. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
 - b. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

2.8 Aplikasi Himpunan dalam Masalah Nyata

Konsep tentang himpunan tidak hanya menjadi dasar dan pengembangan cabang matematika, tetapi banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Berikut ini adalah contoh himpunan dalam kehidupan sehari-hari.

Contoh 2.25

Dari sekelompok mahasiswa yang terdiri dari 50 orang, 22 diantaranya gemar menari, 18 orang diantaranya gemar menyanyi, dan 5 orang gemar kedua-duanya.

- a. Gambarkan diagram venn untuk menunjukkan keadaan tersebut
- b. Berapakah jumlah mahasiswa yang gemar menari atau menyanyi
- c. Berapakan jumlah siswa yang tidak gemar kedua-duanya

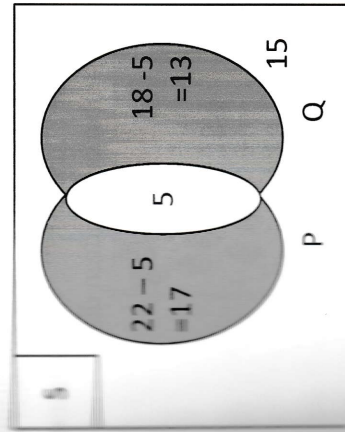
Penyelesaian

Misalkan P = himpunan siswa yang gemar menari

Q = himpunan siswa yang gemar menyanyi

$P \cup Q$ = himpunan siswa yang gemar menari dan menyanyi

a. Diagram Venn



- b. Banyaknya mahasiswa yang gemar menari atau menyanyi = $(22 + 18) - 5 = 35$ orang
- c. Banyak siswa yang tidak gemar dua-duanya = $(50 - 35)$ orang = 15 orang.

Contoh 2.26

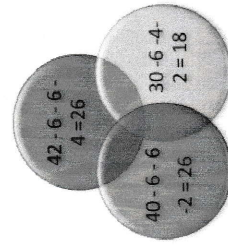
Hasil survei terhadap 120 orang mahasiswa PGSD suatu universitas mengambil kegiatan kemahasiswaan didapat data, 42 mahasiswa mengambil kegiatan olah raga, 40 mahasiswa mengambil kegiatan pecinta alam, 30 mahasiswa mengambil paduan suara, 12 siswa mengambil kegiatan olah raga dan pecinta alam, 8 siswa mengambil kegiatan pecinta alam dan paduan suara, 10 siswa mengambil kegiatan olah raga dan paduan suara serta 6 siswa melihat ketiga. Berdasarkan keterangan diatas,

- Gambarkan diagram venn untuk menunjukkan keadaan diatas
- Tentukan banyak mahasiswa yang mengambil:
 - kegiatan olahraga atau pecinta alam
 - kegiatan olahraga saja
 - pecinta alam tetapi tidak mengambil kegiatan olah raga
 - kegiatan olahraga tetapi tidak mengambil pecinta alam
 - tidak mengambil ketiganya

Penyelesaian

A = himpunan mahasiswa yang mengambil kegiatan olah raga
 B = himpunan mahasiswa yang mengambil kegiatan pecinta alam
 C = himpunan mahasiswa yang mengambil paduan suara

- diagram venn yang menggambarkan keadaan diatas



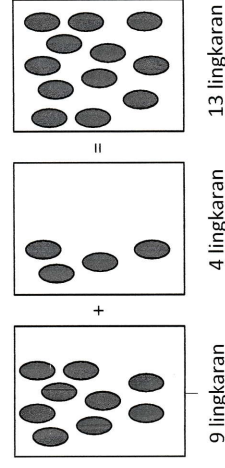
- banyaknya mahasiswa yang mengambil
 - kegiatan olahraga atau pecinta alam = $26 + 26 + 2 + 6 + 6 = 66$ mahasiswa
 - kegiatan olahraga saja = 26 mahasiswa

- pecinta alam tetapi tidak mengambil kegiatan olah raga = $(26 + 2)$ mahasiswa = 28 mahasiswa
- kegiatan olahraga tetapi tidak mengambil pecinta alam = $(26 + 4)$ siswa = 30 mahasiswa
- tidak mengambil ketiganya = $120 - 26 - 26 - 18 - 6 - 6 - 4 - 2 = 34$ mahasiswa

2.9 Penggunaan Konsep Himpunan dalam Pembelajaran Matematika di SD

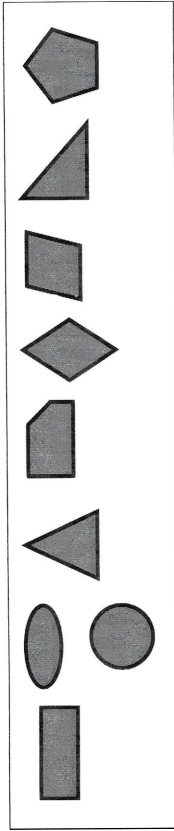
Dalam pembelajaran di Sekolah Dasar materi himpunan memang belum diberikan kepada peserta didik di Sekolah Dasar, berbeda halnya dengan soal statistika (berkaitan dengan pengukuran dan pengolahan data) dan geometri (berkaitan dengan bangun datar dan bangun ruang). Namun materi himpunan sebagai objek dasar yang dipelajari dalam matematika, maka konsep himpunan secara praktis tidak mengubah himpunan.

Ilustrasi himpunan dalam menjelaskan suatu konsep yang lainnya tidak mengubah konsep himpunan itu sendiri. Misalnya pada pembelajaran kelas rendah untuk menjelaskan konsep penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat maka dapat menggunakan himpunan pada ilustrasi penjumlahan dan pengurangan bulat.

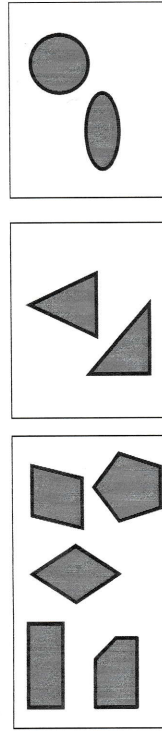


Pada ilustrasi di atas banyaknya anggota setiap himpunan yakni 9 lingkaran ditambah dengan 4 lingkaran menghasilkan 13 lingkaran. Ilustrasi untuk penjumlahan dua himpunan maka kita harus memandang bahwa kedua himpunan tersebut adalah berbeda atau dua himpunan yang saling lepas. Sebab jika dipandang lingkaran A dan B sama maka akan menghasilkan hasil yang berbeda.

Penggunaan materi himpunan pada materi lain yakni pada materi geometri. Misalnya pada pengelompokkan bangun-bangun datar yang sejenis. Pada ilustrasi berikut ini.



Dari ilustrasi tersebut, siswa diminta mengelompokkan bangun-bangun yang sejenis. Siswa akan mengamati nama bangun-bangun yang memiliki karakteristik yang sama untuk menjadi satu himpunan. Sambil mengenali karakteristik dari bangun-bangun tersebut, maka siswa akan mempergunakan pemikiran bahwa elemen-elemen dalam sebuah himpunan harus memiliki karakteristik yang sama walaupun siswa tersebut belum mempelajari konsep himpunan. Siswa dapat mengelompokkan masing-masing kelompok bangun datar menjadi 3 kelompok yakni kelompok bangun segiempat, kelompok bangun segitiga dan kelompok bangun lingkaran.



RANGKUMAN

Secara umum pembahasan terkait dengan bab 2 dapat disimpulkan sebagai berikut.

- 1 Himpunan adalah sekumpulan benda yang didefinisikan dengan jelas.
- 2 Himpunan dilambangkan dengan sepasang kurung kurawal $\{$ dan dinotasikan dengan huruf kapital.
- 3 Himpunan dapat dinyatakan dengan
 - a. metode tabulasi dengan menuliskan semua anggotanya,

- b. notasi pembentuk himpunan, dan
- c. metode diskripsi.
- 4 Macam-macam himpunan diantaranya
 - a. himpunan kosong,
 - b. himpunan semesta,
 - c. himpunan hingga,
 - d. himpunan berhingga,
 - e. himpunan lepas,
 - f. himpunan berpotongan/tidak saling lepas,
 - g. himpunan kuasa dan
 - h. himpunan bagian.
- 5 Jika A dan B maka operasi pada himpunan adalah sebagai berikut.
 - a. Irisan (Intersection) $A \cap B = \{x | x \in A \text{ dan } x \in B\}$
 - b. Gabungan (union) $A \cup B = \{x | x \in A \text{ atau } x \in B\}$
 - c. Selisih (difference) $A - B = \{x | x \in A \text{ atau } x \notin B\}$
 - d. Komplemen $A^c = \{x | x \in A \text{ dan } x \notin S\}$
 - e. Selisih simetri $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$
 - f. Hasil kali kartesius (Product Cartesius) $A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ dan } y \in B\}$

Pustaka

- Afidah & Khairunissa. (2015). Matematika Dasar: Raja Grafindo.
- Nugraha, N & Dwiyana, S. D. (2008). Landasan Matematika. Jakarta: UT.
- Prihandoko, A.C. (2005). Memahami Konsep matematika Secara Benar dan Menyajikan Secara Menarik. Jakarta: Depdikbud.
- Buullo, F. (2012). Landasan Matematika. Yogyakarta: Graha Ilmu

Tes Formatif

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat

1. Dibawah ini mana yang merupakan kumpulan himpunan adalah...

- himpunan mahasiswa pandai
- himpunan mahasiswa dermawan
- himpunan mahasiswa memakai kacamata
- kumpulan bunga indah

2. Notasi pembentuk himpunan berikut yang benar untuk himpunan

$A = \{11, 13, 17\}$ adalah ...

- $A = \{x | 0 < x < 10, x \in \text{bilangan prima}\}$
- $A = \{x | 0 < x \leq 17, x \in \text{bilangan prima}\}$
- $\{x | 0 < x \leq 17, x \in \text{bilangan ganjil}\}$
- $\{x | 0 < x \leq 17, x \in \text{bilangan komposit}\}$

3. Himpunan B adalah himpunan warna lampu pada rambu lalu lintas maka pernyataan di bawah ini yang benar adalah ...

- $\text{kuning} \in B$
- $\text{hijau} \notin B$
- $\text{merah} \notin B$
- $\text{biru} \in B$

4. $A = \{x | 0 < x < 10, x \in \text{bilangan prima}\}$ maka $n(A) =$

- 8
- 7
- 6
- 5

5. Himpunan yang merupakan semesta dari himpunan berikut $\{3, 6, 9, 12, 15\}$ adalah ...

- $\{\text{bilangan genap}\}$
- $\{\text{bilangan prima}\}$
- $\{\text{bilangan ganjil}\}$
- $\{\text{bilangan kelipatan tiga}\}$

6. $P = \{\text{himpunan lima bilangan prima yang pertama}\}$ dan $Q = \{\text{sepuluh bilangan asli yang pertama}\}$ maka $P \cap Q$ adalah...

- $\{2, 3, 5, 7\}$
- $\{1, 3, 5, 7\}$
- $\{1, 3, 5\}$
- $\{2, 3, 5\}$

7. Dalam suatu kelas terdapat 40 siswa, 27 anak gemar matematika, 19 anak gemar IPA, dan 10 anak gemar kedua-duanya. Banyaknya siswa yang tidak gemar matematika atau IPA adalah ...

- 4 anak
- 5 anak
- 6 anak
- 7 anak

8. Dari 25 siswa diajarkan kegemaran dalam bermain sepak bola dan bulu tangkis. Ternyata terdapat 13 orang yang gemar olah raga dan 11 orang gemar bulu tangkis ada 4 orang gemar kedua-duanya adalah ...

- 9 siswa
- 10 siswa
- 16 siswa
- 21 siswa

9. Jika S adalah himpunan segitiga

$$A = \{\text{segitiga siku-siku}\}$$

$$B = \{\text{segitiga sama kaki}\}$$

maka $A \cap B$ adalah

- $\{\}$
- $\{\text{segitiga sama kaki}\}$
- $\{\text{segitiga siku-siku sama kaki}\}$
- $\{\text{segitiga siku-siku sama sisi}\}$

10. Banyak himpunan bagian dari himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$

- 32
- 16
- 8
- 7

Kunci Jawaban Tes Formatif

1	C		6	A
2	B		7	A
3	A		8	A
4	C		9	D
5	D		10	B

Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

$$80 - 89\% = \text{baik}$$

$$70 - 79\% = \text{cukup}$$

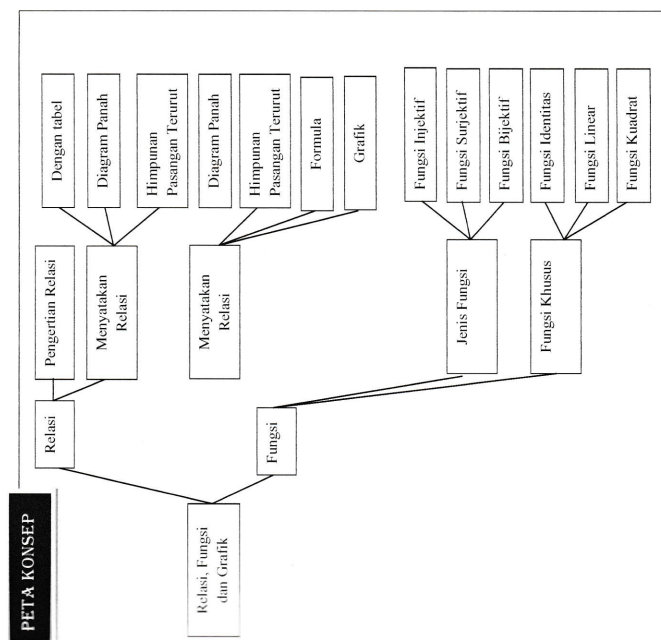
$$< 70\% = \text{kurang}$$

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

BAB 3

RELASI DAN FUNGSI

A. Deskripsi singkat isi BAB 3



[Halaman ini sengaja dikosongkan]

B. Relevansi

Mahasiswa mampu menganalisis masalah relasi dan fungsi, dan mempresentasikan hasilnya secara logis dan sistematis (S9, KU1).

C. Capaian Pembelajaran Mata Kuliah

3.1 Pendahuluan

Konsep suatu fungsi merupakan hal penting dalam kehidupan. Fungsi memiliki arti yang berbeda dalam matematika dan bahasa sehari-hari. Fungsi pertama kali diperkenalkan oleh Leibniz (1646 – 1716). Fungsi dalam matematika adalah relasi khusus yang mengawankan setiap anggota himpunan A (domain) tepat satu ke himpunan B (kodomain).

Bab ini diharapkan mahasiswa dapat memahami dan menguasai semua fungsi yang sesuai dengan instruksional umum, yaitu menerapkan konsep fungsi dan relasi dalam menyelesaikan masalah sehari-hari. Sedangkan tujuan instruksional khusus diharapkan agar mahasiswa dapat.

1. Membedakan mana yang merupakan relasi dan fungsi.
2. Menyatakan suatu relasi.
3. Memberikan contoh fungsi (berkenaan dengan dunia ke SD-an).
4. Memberikan contoh jenis-jenis fungsi.
5. Menentukan beberapa fungsi khusus.
6. Menentukan invers suatu fungsi yang berkaitan dengan dunia ke SD-an.
7. Menentukan fungsi suatu komposisi.
8. Menjelaskan aplikasi soal fungsi dalam matematika di SD.

3.2 Relasi

Relasi adalah suatu aturan yang memasangkan anggota himpunan satu ke himpunan lain. Suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah pemasangan atau perkawanan atau korespondensi dari anggota-anggota himpunan A ke anggota-anggota himpunan B. Sebelum membahas relasi, kita harus mengkaji bahwa relasi adalah hubungan. Perhatikan contoh berikut ini

Contoh 3.1

Terdapat dua himpunan A dan himpunan B, berikut ini. A adalah himpunan anak dan B himpunan warna kesukaan dinyatakan $A = \{\text{Ahsan, Bima, Cita, Dedi, Evin}\}$ dan $B = \{\text{biru, coklat, merah, hitam, kuning}\}$. Hubungan relasi antara A dan B adalah “warna kesukaan” misalnya

Ahsan menyukai warna merah dan hitam

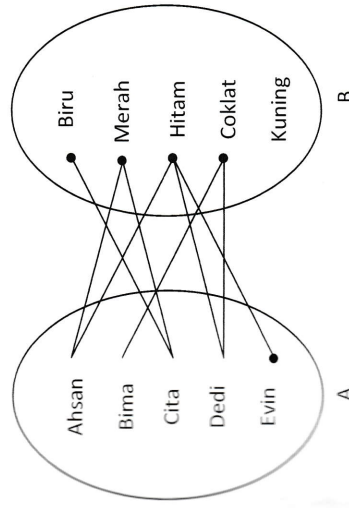
Bima menyukai warna coklat

Cita menyukai warna biru dan merah

Dedi menyukai warna coklat dan hitam

Evin menyukai warna hitam

Relasi atau hubungan digambarkan dalam diagram panah berikut ini.



Himpunan (daerah asal) $= D_f = \{\text{Ahsan, Bima, Cita, Dedi, Evin}\}$

Himpunan (daerah kawan) $= K_f = \{\text{Biru, merah, hitam, coklat, kuning}\}$

$\text{Range} = R_f = \{\text{biru, merah, hitam, coklat}\}$

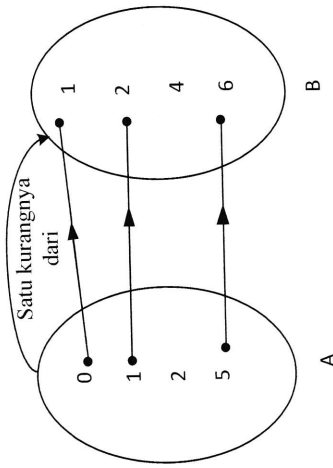
Contoh 3.2

Bila diketahui himpunan $A = \{0, 1, 2, 5\}$; $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$, maka tentukan satu kurangnya dari himpunan A ke himpunan B dapat disajikan dalam bentuk diagram panah

3.3 Cara Menyatakan Relasi

1. diagram panah

Cara menyatakan relasi dengan diagram panah seperti pada contoh 3.1 di atas.



Domain (daerah asal) = $Df = \{0, 1, 2, 5\}$

Kodomain (daerah kawan) = $Kf = \{1, 2, 4, 6\}$

Range = $Rf = \{1, 2, 6\}$

Relasi dari A ke B adalah pemetaan dengan aturan tertentu antara anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B. Aturan yang dimaksud oleh relasi diatas adalah satu kurangnya dari

Definisi 3.1

- Suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah pengaitan/pemasangan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B.
- Relasi R dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu pemasangan bagian $A \times B$ atau dapat ditulis $R \subset A \times B$ dengan

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A \text{ dan } b \in B\}$$

Notasi

- Jika $(a, b) \in R$ maka notasi $a R b$ yang artinya a dihubungkan b oleh R
- Jika $(a, b) \notin R$ maka notasi $a \not R b$ yang artinya a tidak dihubungkan b oleh relasi R

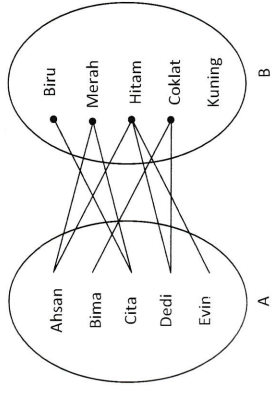
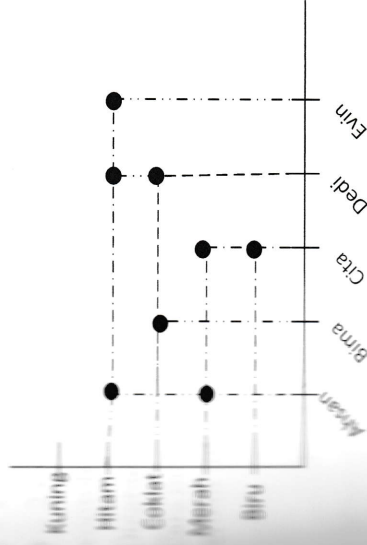


diagram cartesius



dengan pasangan terurut

Berdasarkan contoh 4.1. Relasi dari A ke B dapat dinyatakan dengan pasangan terurut.

$R = \{(Ahsan, merah), (Ahsan, hitam), (Bima, coklat), (Cita, biru), (Dedi, merah), (Dedi, hitam), (Dedi, coklat), (Evin, hitam)\}$

4. dengan tabel

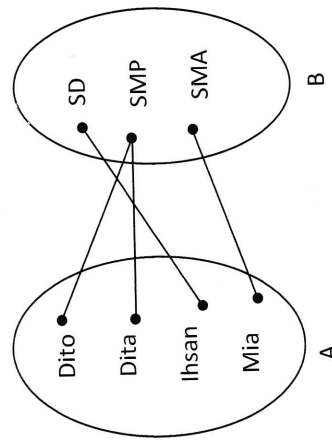
A	B
Ahsan	merah, hitam
Bima	coklat
Cita	biru, merah
Dedi	hitam, coklat
Evin	hitam

3.4 Fungsi

Fungsi adalah suatu relasi (hubungan) khusus yang memasangkan setiap (tepat satu) anggota himpunan A ke himpunan B. Perhatikan contoh 3.3 berikut ini.

Contoh 3.3

$A = \{\text{Dito, Dita, Ihsan, Mia}\}$ dan $B = \{\text{SD, SMP, SMA}\}$. A adalah himpunan anak Bapak Wahono dan B adalah himpunan sekolah. Antara A dan B ada relasi "belajar dari"



Kekhususan relasi tersebut adalah tidak ada anggota A yang berpasangan dengan dua atau lebih anggota B. Hal ini jelas, karena tidak ada anak Bapak Wahono yang bersekolah di dua sekolah atau pada umumnya seorang murid tidak akan bersekolah di dua tempat sekaligus.

Dari penjelasan di atas, maka didefinisikan fungsi sebagai fungsi khusus berikut ini.

Definisi 3.2

Fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi khusus yang mengkaitkan setiap $a \in A$ dengan tepat satu $b \in B$ ditulis $f: A \rightarrow B$

3.5 Cara Menyatakan Fungsi

Ada beberapa cara untuk menyatakan fungsi diantaranya dengan diagram panah, himpunan pasangan berurutan, rumus, grafik. Perhatikan contoh berikut.

Contoh 3.4

Diberikan suatu fungsi $f: A \rightarrow B$ dengan $f(x) = 2x$ dan Domain = $\{1, 2, 3, 4\}$. Tentukanlah kodomain dari $f(x)$

Jawab,

$$f(x) = 2x$$

$$f(1) = 2 \times 1 = 2$$

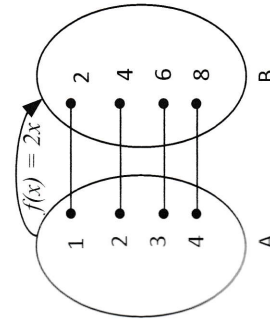
$$f(2) = 2 \times 2 = 4$$

$$f(4) = 2 \times 4 = 8$$

Dari contoh 3.4 maka cara menyatakan fungsi adalah sebagai berikut.

1. Diagram Panah

Cara menyatakan relasi dengan diagram panah seperti pada contoh 3.4 berikut ini



2. Himpunan Pasangan Terurut

Berdasarkan pada contoh 3.4 di atas, maka fungsi dapat ditulis sebagai himpunan pasangan terurut sebagai berikut.

$$f = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8)\}$$

3. Rumus /Formula

$$f(x) = 2x$$

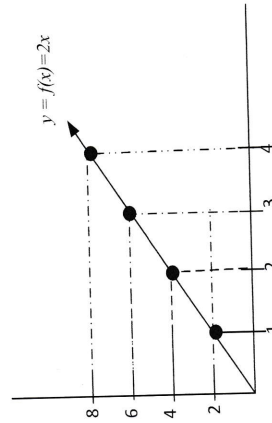
$$f(1) = 2 \times 1 = 2$$

$$f(2) = 2 \times 2 = 4$$

$$f(4) = 2 \times 4 = 8$$

4. Grafik

Misalkan $f: A \rightarrow B$ adalah suatu fungsi jika semua titik pada himpunan (x,y) di dalam R , di mana (x,y) adalah pasangan terurut dalam I dengan domain himpunan A .



Latihan 3.1.

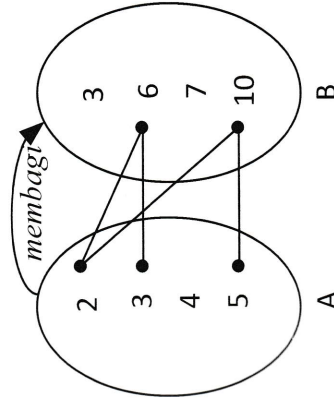
- Diketahui $R: A \rightarrow B$ adalah relasi dari A ke dalam B . Jika $A = \{2, 3, 4, 5\}$ $B = \{3, 6, 7, 10\}$. Relasi R didefinisikan "x membagi y"
 - Nyatakan R dengan diagram panah? Tentukanlah Rf nya
 - Apakah relasi R merupakan fungsi? Jelaskan mengapa?

- Diketahui $R: A \rightarrow B$ adalah relasi dari A ke dalam B . Jika $A = \{2, 3, 4, 5\}$ $B = \{3, 6, 7, 10\}$. Relasi R didefinisikan "x faktor dari y"
 - Nyatakan R dengan diagram panah
 - Apakah relasi R merupakan fungsi? Jelaskan mengapa?

Penyelesaian

- $R: A \rightarrow B$ dengan. Jika $A = \{2, 3, 4, 5\}$ $B = \{3, 6, 7, 10\}$. Relasi R didefinisikan "x membagi y"

- Dalam diagram panah

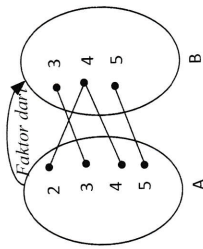


- Relasi R bukan merupakan fungsi karena ada anggota himpunan A yang tidak mempunyai pasangan dan mempunyai lebih dari satu pasangan. Misalnya $4 \in A$ tetapi tidak mempunyai pasangan di B demikian pula $2 \in A$ tetapi mempunyai dua pasangan di B yaitu 6 dan 10.

Hal ini dapat dikatakan bahwa suatu relasi dikatakan fungsi jika mempunyai definisi 4.2 yaitu "Fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi khusus yang mengkaitkan setiap $a \in A$ dengan tepat satu $b \in B$ ditulis $f: A \rightarrow B$ "

- $R: A \rightarrow B$ dengan. Jika $A = \{2, 3, 4, 5\}$ $B = \{3, 6, 7, 10\}$. Relasi R didefinisikan "x faktor dari y"

- a. Dalam diagram panah



- b. Relasi R merupakan fungsi karena setiap anggota himpunan A hanya mempunyai satu pasangan dan anggota himpunan A harus punya 1 pasangan.

Hal ini dapat dikatakan bahwa suatu relasi dikatakan fungsi jika memenuhi definisi 4.2 yaitu "Fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi khusus yang mengkaitkan setiap $a \in A$ dengan tepat satu $b \in B$ ditulis $f : A \rightarrow B$ "

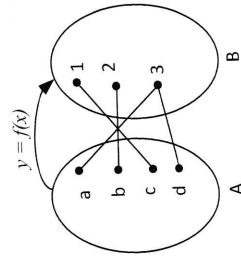
3.6 Fungsi Khusus

1. Fungsi Ke Dalam (Into) atau Fungsi Satu-satu (Injektif)

Fungsi $f : A \rightarrow B$ dikatakan satu-satu (injektif) jika tidak ada elemen himpunan A yang memiliki bayangan yang sama. Dalam hal ini fungsi injektif jika

$$\forall x_1, x_2 \in A, x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Digambarkan dalam diagram venn sebagai berikut.

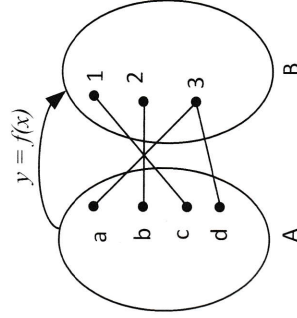


2. Fungsi Pada (Onto) atau Surjektif

Fungsi $f : A \rightarrow B$ dikatakan dipetakan pada (onto) atau surjektif jika setiap elemen himpunan B merupakan bayangan dari satu atau lebih elemen A. Dalam hal ini fungsi surjektif jika

$$\forall y \in B \exists f(x) = y$$

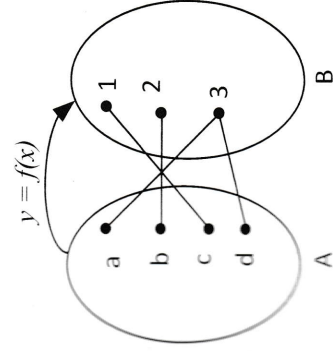
Digambarkan dalam diagram venn sebagai berikut.



3. Fungsi Bijektif

Fungsi $f : A \rightarrow B$ dikatakan bijektif (berkorespondensi satu-satu) bila ia surjektif dan injektif. Pada fungsi bijektif ini setiap anggota B mempunyai tepat satu pra-bayangan di A.

Digambarkan dalam diagram venn sebagai berikut.



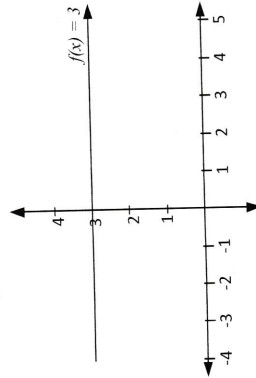
3.7 Beberapa Fungsi Khusus

1. Fungsi Konstan

Fungsi $f: A \rightarrow C$ disebut fungsi konstan (tetap). Fungsi f memetakan setiap bilangan real dengan C . Grafik fungsi konstan $y = f(x)$ adalah garis lurus yang sejajar sumbu X jika $c \neq 0$ tetapi jika $c = 0$ grafik akan berimpit dengan sumbu X .

Contoh 3. 5

$$f(x) = 3$$

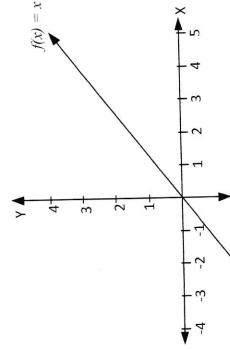


2. Fungsi Identitas

Fungsi $f: R \rightarrow R$ yang didefinisikan sebagai $I: x \rightarrow x$ disebut fungsi identitas jika dinyatakan dalam fungsi $y = f(x) = x$. Grafik $y = f(x) = x$ adalah garis lurus yang melalui titik $O(0,0)$ dimana $f(1) = 1, f(2) = 2$ dan seterusnya.

Contoh 3. 6

$$f(x) = x$$

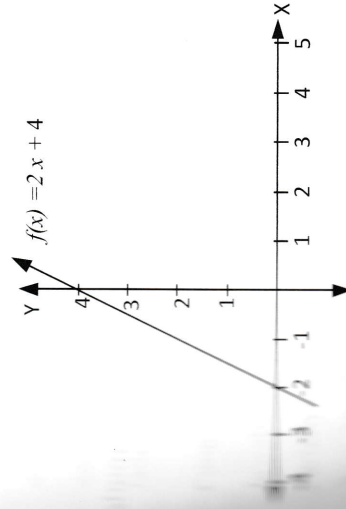


3. Fungsi Linear

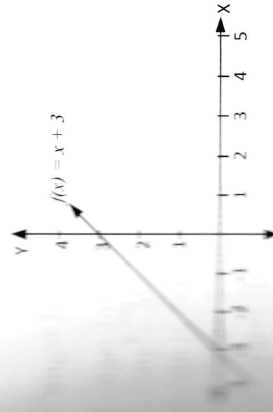
Fungsi $f: R \rightarrow R$ disebut fungsi identitas jika dinyatakan dalam fungsi $y = f(x) = ax + b$, dengan a dan b konstanta dan $a \neq 0$. Grafik $y = f(x) = ax + b$ adalah garis fungsi linear.

Contoh 3. 7

$$f(x) = 2x + 4$$



$$f(x) = x + 3$$

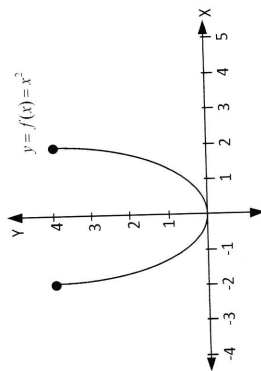


4. Fungsi Kuadrat

Fungsi $f: R \rightarrow R$ disebut fungsi kuadrat jika dinyatakan dalam fungsi $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, dengan $a \neq 0$.

Contoh 3. 8

$$f(x) = x^2$$

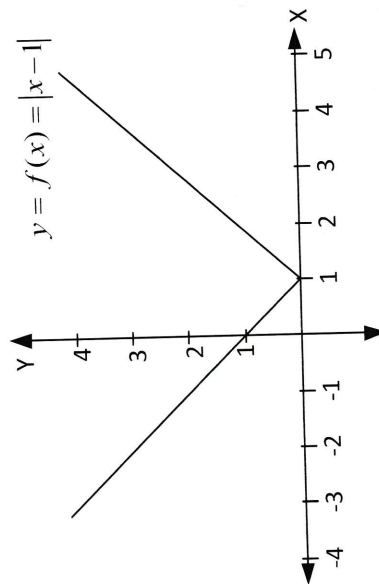


5. Fungsi Modulus

Fungsi $M: x \rightarrow M(x)$ disebut fungsi modulus atau nilai mutlak jika $M(x) = |f(x)|$.

Contoh 3. 9

$$y = f(x) = |x - 1|$$



3.8 Menentukan Domain Fungsi

Untuk menentukan domain fungsi (daerah asal), ada beberapa hal yang perlu kita ketahui:

1. Jika $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ maka $h(x) \geq 0$
2. Jika $f(x) = \sqrt{h(x)}$ maka $h(x) \neq 0$

3. Jika $f(x) = a^{\log h(x)}$ maka $h(x) > 0, a > 0, a \neq 1$.

Contoh soal 3.10

1. Tentukan daerah asal dari $f(x) = \frac{5x+7}{3x-12}$

Jawab,

penyebut $\neq 0$

$$3x - 12 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 3x \neq 12$$

$$\Leftrightarrow x \neq 4$$

Jadi domainnya adalah $Df = \{x | x \neq 4, x \in R\}$

2. Fungsi $f(x) = \sqrt{5x-30}$ terdefinisi dalam daerah

Jawab,

Pertanyaan ini sama artinya mencari domain :

$$5x - 30 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 5x \geq 30$$

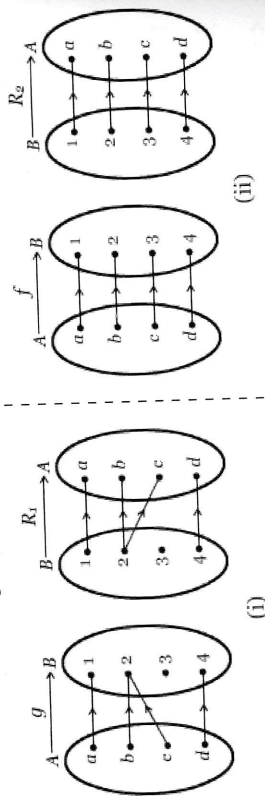
$$\Leftrightarrow x \geq 6$$

3.9 Fungsi Invers

Fungsi Invers adalah fungsi yang merupakan kebalikan aksi dari suatu fungsi. Misalnya anggap saja f sebuah fungsi dari himpunan A ke himpunan B , sebelum mengetahui fungsi invers maka harus mengenali sebuah fungsi yang memiliki invers. Fungsi $f(x)$ akan memiliki invers dengan syarat $f(x)$ merupakan fungsi bijektif. Jika fungsi f memetakan $x \in A$ ke himpunan A ke himpunan B maka invers dari fungsi f atau ditulis f^{-1} memetakan himpunan B ke himpunan A . Kemudian kita akan bilangan itu dioperasikan dengan inversnya, maka akan menghasilkan identitas.

Syarat Agar Invers Suatu Fungsi Merupakan Fungsi

Perhatikan fungsi $g(x)$ berikut ini dengan $g: A \rightarrow B$ (Gambar i).



Apabila fungsi g dibalik, maka diperoleh relasi R_1 . Relasi R_1 disebut invers (kebalikan) fungsi g . Apakah relasi R_1 merupakan fungsi?

Selanjutnya perhatikan fungsi f dengan $f: A \rightarrow B$ pada gambar (ii). Apabila fungsi f dibalik, maka diperoleh relasi R_2 . Relasi R_2 merupakan invers fungsi f . Apakah relasi R_2 merupakan fungsi. Pada relasi R_1 , ada anggota B yang tidak memiliki pasangan di A . Sehingga relasi R_1 bukan merupakan fungsi. Sedangkan pada relasi R_2 , semua anggota B dipasangkan tepat satu dengan anggota A , sehingga relasi R_2 merupakan fungsi. Fungsi R_2 ini selanjutnya disebut sebagai fungsi invers dari f , atau dituliskan f^{-1} . Dari contoh di atas, dapat disimpulkan bahwa f^{-1} ada apabila f dalam keadaan **berkorespondensi satu-satu** atau f adalah bijektif.

3.10 Cara Menentukan Fungsi Invers

Ada tiga cara untuk menentukan invers suatu fungsi yaitu sebagai berikut

- 1 Ubah persamaan $y = f(x)$ menjadi bentuk x sebagai fungsi dari y
- 2 Hasil perubahan bentuk x sebagai fungsi y itu dinamakan sebagai $(f^{-1})(y)$
- 3 Ubah y menjadi x [$f^{-1}(y)$ menjadi $f^{-1}f^{-1}(x)$]

Jika fungsi $f(x)$ adalah fungsi bijektif dan $f^{-1}f^{-1}(x)$ adalah fungsi invers dari $f(x)$, maka berlaku:

$$1. (f \circ f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f) \circ ((f^{-1} \circ f) \circ x) = I(x) = \text{fungsi identitas.}$$

2. Grafik fungsi f dengan fungsi $f^{-1}f^{-1}(x)$ simetri atau setangkup terhadap garis $y = x$.

Contoh soal 3.11

Tentukan fungsi inversnya jika diketahui $y = 2x - 7$

Jika diketahui $y = \frac{x}{x+2}$ dengan $x \neq -2$. Maka tentukanlah inversnya!

Penyelesaian:

1. Misalkan $y = f(x)$ dengan kata lain $x = f^{-1}(x)$ sehingga fungsinya menjadi

$$y = 2x - 7$$

$$\Leftrightarrow y + 7 = 2x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{y+7}{2}$$

$$\Leftrightarrow f^{-1}(y) = \frac{y+7}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+7}{2}$$

2. Misalkan $y = f(x)$ dengan kata lain $x = f^{-1}(x)$ sehingga fungsinya menjadi

$$y = \frac{x}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow y(x+2) = x$$

$$\Leftrightarrow yx + 2y = x$$

$$\Leftrightarrow yx - x = -2y$$

$$\Leftrightarrow x(y-1) = -2y$$

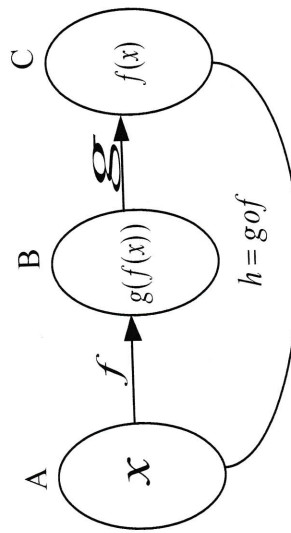
$$\Leftrightarrow x = \frac{-2y}{y-1}$$

Karena $x = f^{-1}(y)$ maka $f^{-1}(y) = \frac{-2y}{y-1}$
 Sehingga $f^{-1}(x) = \frac{-2x}{x-1}$ dengan $x \neq 1$.

3.11 Fungsi Komposisi

Misalkan fungsi f memetakan himpunan A ke himpunan B ($f: A \rightarrow B$) dan fungsi g memetakan himpunan B ke himpunan C ($g: B \rightarrow C$) digambarkan dalam tabel berikut ini.

Untuk $a \in A$ maka petanya yaitu $f(a)$ berada di B merupakan domain dari fungsi g . Dengan demikian, peta dari $f(a)$ terhadap g yang ditulis $g(f(a))$. Jadi didapatkan fungsi baru dengan domain A ke daerah kawan C . Fungsi $h: A \rightarrow C$ dilambangkan oleh gof (dibaca "g bundaran f") dengan h disebut fungsi komposisi dari f dan g . Perhatikan gambar berikut.



Gambar 3.1

Diagram Panah Fungsi Komposisi

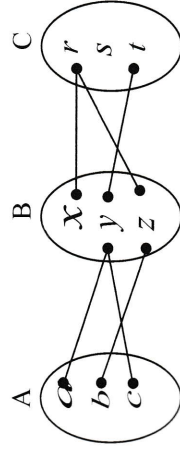
Dari uraian di atas dapat disimpulkan fog tidak sama dengan gof . Selanjutnya untuk mencari rumus umum untuk fog dan gof untuk fungsi fungsi yang didefinisikan dapat kita cari sebagai berikut.

$$h(x) = (gof)(x) = g(f(x))$$

$$h(x) = (fog)(x) = f(g(x))$$

Contoh 3.12

Misalkan diketahui dua fungsi $f: A \rightarrow B$ dan $g: B \rightarrow C$ seperti pada gambar 3.2 di bawah ini



Gambar 3.2

Diagram Panah Fungsi Komposisi

Maka fungsi komposisi $h: A \rightarrow C$ didefinisikan $h = gof$ sebagai berikut.

$$(gof)(a) = g(f(a)) = g(x) = r, \text{ pasangan terurutnya } (a, r)$$

$$(gof)(b) = g(f(b)) = g(y) = s, \text{ pasangan terurutnya } (b, s)$$

$$(gof)(c) = g(f(c)) = g(z) = t, \text{ pasangan terurutnya } (c, t)$$

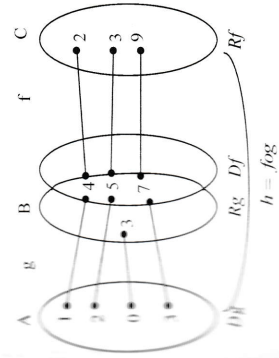
$$\text{Jadi } h = gof = \{(a, r), (b, s), (c, t)\}$$

Contoh 3.13

Misalkan $g = \{(1, 4), (2, 5), (0, 3), (3, 7)\}$ dan $f = \{(4, 2), (5, 3), (7, 9)\}$. Tentukan himpunan pasangan terurut dari $h = fog$.

Jawab:

Berdasarkan diagram panahnya sebagai berikut



$$\begin{aligned}
 (f \circ g)(1) &= f(g(1)) = f(4) = 2, \text{ pasangan terurutnya } (1, 2) \\
 (f \circ g)(2) &= f(g(2)) = f(5) = 3, \text{ pasangan terurutnya } (2, 3) \\
 (f \circ g)(0) &= f(g(3)) \text{ tidak terdefinisi} \\
 (f \circ g)(3) &= f(g(3)) = f(7) = 9, \text{ pasangan terurutnya } (3, 9)
 \end{aligned}$$

Jadi $h = \text{gof} = \{(1, 2), (2, 3), (3, 9)\}$

312. Invers fungsi Komposisi

Invers sebuah fungsi di untuk fog dan gof untuk fungsi-fungsi yang didefinisikan dapat kita cari sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 h^{-1}(x) &= (\text{gof})^{-1}(x) = (g(f(x)))^{-1} = f^{-1}g^{-1} \\
 h^{-1}(x) &= (\text{fog})^{-1}(x) = (f(g(x)))^{-1} = g^{-1}f^{-1}
 \end{aligned}$$



RANGKUMAN

Secara umum pembahasan terkait dengan bab 4 dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah hubungan yang mengkawankan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B.
2. Cara menyatakan relasi ada tiga cara yaitu:
 - a. Diagram panah
 - b. Himpunan pasangan berurut
 - c. Dengan tabel
3. Fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi khusus yang mengkawankan setiap anggota $a \in A$ dengan tepat satu $b \in B$ ditulis $f: A \rightarrow B$
4. Cara menyatakan fungsi yaitu
 - a. Diagram panah
 - b. Himpunan Pasangan Berurut
 - c. Formula/rumus
 - d. Grafik

5. Fungsi khusus

- a. Fungsi Ke Dalam (Into) atau Fungsi Satu-satu (Injektif)

Fungsi $f: A \rightarrow B$ dikatakan satu-satu (injektif) jika tidak ada elemen himpunan A yang memiliki bayangan yang sama. Dalam hal ini fungsi injektif jika

$$\forall x_1, x_2 \in A, x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

- b. Fungsi Pada (Onto) atau Surjektif

Fungsi $f: A \rightarrow B$ dikatakan dipetakan pada (onto) atau surjektif jika setiap elemen himpunan B merupakan bayangan dari satu atau lebih elemen A. Dalam hal ini fungsi surjektif jika

$$\forall y \in B \exists x \in A \text{ s.t. } f(x) = y$$

- c. Fungsi Bijektif

Fungsi $f: A \rightarrow B$ dikatakan bijektif (berkorespondensi satu-satu) bila ia surjektif dan injektif. Pada fungsi bijektif ini setiap anggota B mempunyai tepat satu pra-bayangan di A.

Fungsi Khusus lainnya

Fungsi linear $y = f(x) = ax + b$

Fungsi kuadrat

Fungsi Konstan $y = f(x)$

Fungsi Identitas $y = f(x) = x$

Fungsi Kuadrat $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, dengan $a \neq 0$.

Fungsi Modulus $M(x) = |f(x)|$.

Invers sebuah fungsi

Jika $f: A \rightarrow B$ maka peta invers $b \in B$ dilambangkan dengan $f^{-1}(b)$ dapat ditulis dalam bentuk $f^{-1}(b) = \{x | x \in A, f(x) = b\}$

8. Fungsi Invers

Jika $f : A \rightarrow B$ fungsi satu dan fungsi kepada maka $f^{-1} : B \rightarrow A$ adalah fungsi dan dinamakan fungsi invers.

9. Fungsi Komposisi

Jika f dan g adalah dua buah fungsi komposisi dari f dan g adalah

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \{(x, y) | x \in D_g, y \in R_f\} \text{ dan } D_f \cap R_g \neq \emptyset$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \{(x, y) | x \in D_f, y \in R_g\} \text{ dan } D_g \cap R_f \neq \emptyset$$

dengan

$$D_f = \text{domain dari } f$$

$$R_f = \text{range dari } f$$

$$D_g = \text{domain dari } g$$

$$R_g = \text{range dari } g$$

Daerah-daerah fungsi

Jika fungsi $f : A \rightarrow B$ maka

$$D_f = \text{domain} = \text{daerah asal} = \{x | x \in A, (x, y) \in f\}$$

$$R_f = \text{range} = \text{daerah hasil} = \{y | y \in B, (x, y) \in f\} = f(A)$$

$$K_f = \text{Kodomain} = \text{daerah kawan} = B, \text{ dengan } f(A) \subseteq B$$

B disebut daerah kawan (kodomain)

Pustaka

- Afidah & Khairunissa. (2015). Matematika Dasar: Raja Grafindo.
- Nugraha, N & Dwiyan, S. D. (2008). Landasan Matematika. Jakarta: UT.
- Prihandoko, A. C. (2005). Memahami Konsep matematika Secara Benar dan Menyajikan Secara Menarik. Jakarta: Depdikbud.
- Sukirman. (2011). Matematika. Jakarta: UT.
- Susilo, F. (2012). Landasan Matematika. Yogyakarta: Graha Ilmu

Tugas Formatif

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat

1. Grafik dari relasi "lebih dari" dari himpunan $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ke himpunan $B = \{1, 2, 3, 4\}$ adalah ...

- $\{(2,1), (3,1), (3,2), (4,3), (4,2), (4,1), (5,5), (5,4), (5,3), (5,2)\}$
- $\{(2,1), (3,2), (4,3), (5,4)\}$
- $\{(2,3), (3,4)\}$
- $\{(3,2), (4,3), (4,2), (4,1), (5,5), (5,4), (5,3), (5,2)\}$

2. $A = \{2, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{2, 4, 6\}$

R adalah relasi dari E ke F dengan aturan "kurang dari" maka R adalah

- $\{(2,2), (2,4), (2,6), (3,4), (3,6), (5,6)\}$
- $\{(2,2), (2,4), (2,6), (3,4), (3,6), (5,6), (6,7)\}$
- $\{(2,4), (2,6), (3,4), (3,6), (5,6)\}$
- $\{(2,2), (2,6), (3,4), (3,6), (5,6), (6,7)\}$

3. Jika $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{1, 2, 3\}$ maka relasi yang bukan merupakan fungsi dari A ke B adalah pasangan terurut ...

- $\{(a,1), (b,3), (c,2)\}$
- $\{(a,2), (b,3), (b,2)\}$
- $\{(a,3), (b,3), (c,2)\}$
- $\{(a,3), (b,3), (c,3)\}$

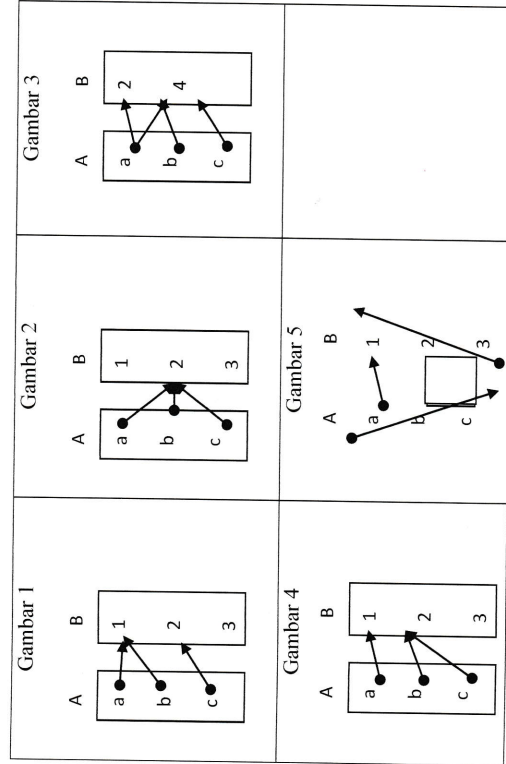
4. Diketahui fungsi $f : A \rightarrow B$ dengan $f(x) = x^2 - 3x + 7$ maka peta dari 2 adalah ...

- 6
- 5
- 4
- 3

5. Jika $f(x) = ax + b$ dengan $f(0) = 4$ dan $f(1) = -4$ adalah

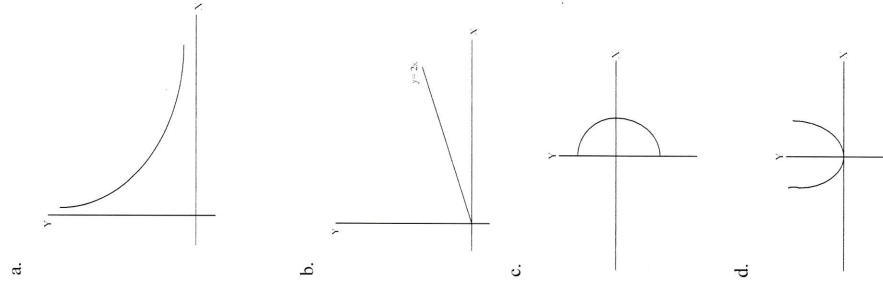
- $a = -8, b = 4$
- $a = 4, b = -4$
- $a = -4, b = 4$
- $a = -4, b = 8$

6. Manakah diantara gambar berikut yang merupakan fungsi dari A ke B yang merupakan fungsi surjektif adalah ...



- I saja
- I, III dan IV
- II dan III
- I, III, V

7. Grafik dibawah ini yang bukan merupakan fungsi



Jika $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan oleh rumus dan maka

- $g \circ f(x) = x^2 - 1$ dan $f \circ g(x) = (x^2 + 1)^2$
- $g \circ f(x) = x^2 - 1$ dan $f \circ g(x) = (x - 1)^2$
- $g \circ f(x) = (x - 1)^2$ dan $f \circ g(x) = (x^2 - 1)$
- $g \circ f(x) = (x + 1)^2$ dan $f \circ g(x) = (x - 1)^2$

9. Jika $M = \{a, b, c, d\}$ dan R adalah sebuah relasi dalam M yang diagram koordinatnya seperti pasangan berurutan di bawah ini maka himpunan adalah ...

$\{(a,a), (a,b), (a,d), (a,b), (b,b), (b,d), (c,d), (d,d)\}$

- $\{a, b, c, d\}$
- $\{a, b, d\}$
- $\{a, a, b, b, c, d, d\}$
- $\{a, b, c, d\}$

10

$P = \{x | -9 \leq x < 1, x \in \text{bilangan bulat}\}$ dan $Q = \{x | -3 \leq x < 6, x \in \text{bilangan bulat}\}$ dan R adalah relasi dari P ke Q dengan aturan "habis dibagi oleh" maka domain dari relasi R adalah ...

- $\{x | -4 < x < 0, x \in \text{bilangan bulat}\}$
- $\{x | -3 < x < 0, x \in \text{bilangan bulat}\}$
- $\{-9, -8, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$
- $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Kunci jawaban penulis.

- A 6. B
- D 7. C
- B 8. C
- B 9. B
- A 10. B

Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 3 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

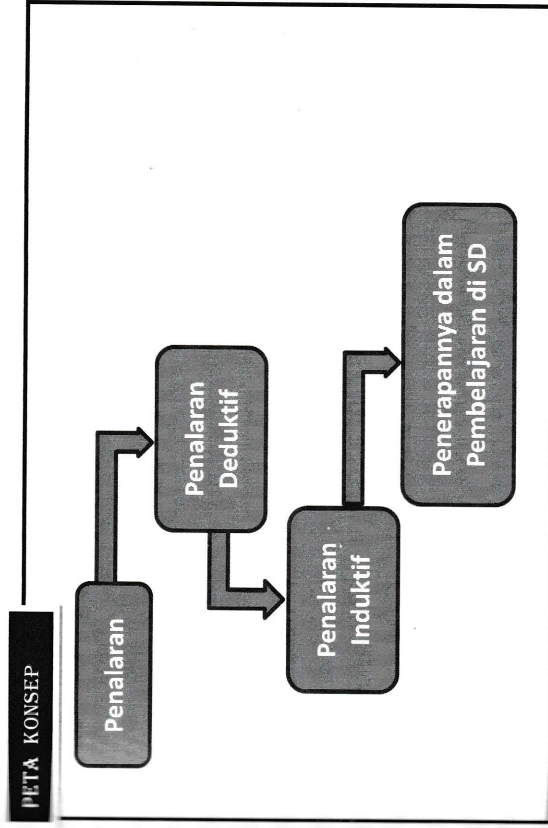
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 4. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 3, terutama bagian yang belum dikuasai.

BAB 4

PENALARAN MATEMATIKA

A. Deskripsi Singkat Bab 4



B. Relevansi

Mahasiswa mampu menganalisis penalaran matematika, dan mempresentasikan hasilnya secara logis dan sistematis (S9, KUI1).

C. Capaian Pembelajaran Mata Kuliah

4.1 Pengertian Penalaran Matematika

Menurut The Third International Mathematics and Science Study (TIMSS, 2003), penalaran matematika adalah suatu kecakapan logis dan berpikir sistematis. Penalaran tersebut meliputi penalaran intuitif dan induktif yang berdasarkan pola-pola dan aturan-aturan yang dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah-masalah matematika yang non rutin. Secara umum penalaran terbagi menjadi dua yaitu *Penalaran Induktif* dan *Deduktif*. Ciri utama penalaran dalam matematika adalah deduktif, atau dengan perkataan lain matematika bersifat deduktif, yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya sehingga kaitan antara konsep atau pernyataan matematika bersifat konsisten. Pada prinsipnya, dalam pembelajaran matematika pola pikir induktif dan deduktif keduanya dapat digunakan untuk mempelajari konsep-konsep matematika. Namun demikian, pembelajaran matematika dengan fokus pada pemahaman konsep, penalaran dan komunikasi. Dalam pemecahan masalah dapat diawali menggunakan pola pikir induktif melalui pengalaman-pengalaman khusus yang dialami siswa. Pertama-tama siswa diajak mengkonstruksi pengetahuan matematika dengan menggunakan pola pikir induktif. Sehingga kegiatan pembelajaran dapat dimulai dengan menyajikan beberapa contoh atau fakta yang teramat, membuat daftar sifat-sifat yang muncul, memperkirakan hasil yang mungkin, dan kemudian siswa dapat diarahkan menyusun generalisasi secara deduktif. Selanjutnya, jika memungkinkan siswa dapat diminta membuktikan generalisasi yang diperolehnya secara deduktif. Secara umum dalam memecahkan masalah siswa menggunakan pola pikir induktif-deduktif. Dalam pemecahan masalah, memecahkannya kadang hanya menggunakan salah satu pola pikir induktif atau deduktif, namun banyak masalah dalam memecahkannya menggunakan keduanya, pola pikir induktif dan deduktif.

Matematika merupakan mata pelajaran di sekolah yang dipandang penting dan dipelajari oleh siswa di semua tingkat pendidikan. Matematika informal diberikan pada anak-anak pra sekolah, misalnya di "kelompok bermain atau *play group*" dan di Taman Kanak-Kanak (TK). Mulai di Sekolah Dasar (SD) atau Madrasah Ibtidaiyah (MI) siswa mendapat pelajaran matematika formal. Di TK misalnya, siswa mulai mengenal klasifikasi secara informal. Anak-anak bermain memilih benda-benda berwarna merah dari sekelompok benda-benda lainnya dapat dikatakan secara informal siswa melakukan pengelompokan, dan bahkan secara informal pada diri siswa mulai tertanam "penalaran matematika", misalnya siswa menggunakan penalaran matematika ketika mengetahui mana benda-benda yang termasuk dalam kelompok benda-benda berwarna merah yang bukan berwarna merah. Dalam setiap pengelompokan tentu ada syarat tertentu, secara informal siswa dapat mengklasifikasikan mana benda-benda yang menjadi anggota kelompoknya, syarat dalam melakukan pengelompokan oleh anak dilakukan sendiri atau dilakukan di bawah bimbingan guru.

4.2 Penalaran Matematika dalam Pembelajaran di Sekolah

Fondasi dari matematika adalah penalaran (reasoning). Ross (dalam Liffhner, 2000) menyatakan bahwa salah satu tujuan terpenting dari pembelajaran matematika adalah mengajarkan kepada siswa penalaran logika (logical reasoning). Bila kemampuan bernalar tidak dikembangkan pada siswa, maka bagi siswa matematika hanya akan menjadi materi yang mengikuti serangkaian prosedur dan meniru contoh-contoh tanpa mengetahui maknanya. Banyak penelitian yang dilakukan para psikolog dan pendidik berkaitan dengan penalaran. Penalaran yang mula-mula dikenalkan oleh Aristotele adalah penalaran silogisme yang idealnya muncul ketika orang ingin mengetahui "apa yang terjadi dibenak" dalam memecahkan masalah yang memuat logika. Lebih dari 2000 tahun yang lalu Aristotele mengenalkan suatu sistem penalaran atau validasi argument yang disebut silogisme. Silogisme membuat tiga urutan argument: sebuah premis utama (a major premise); sebuah premis minor (a minor premise); dan sebuah kesimpulan (a conclusion). Suatu kesimpulan yang dicapai berdasarkan penalaran silogisme

dinilai “benar” atau “valid”, jika premis-premisnya merupakan pernyataan yang benar dan disusun dalam bentuk yang benar.

Dalam belajar matematika memerlukan penalaran induktif dan deduktif. Copeland (1974) mengklasifikasikan penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran induktif digunakan bila dari kebenaran suatu kasus khusus kemudian disimpulkan kebenaran untuk semua kasus. Penalaran deduktif digunakan berdasarkan konsistensi pikiran dan konsistensi logika yang digunakan. Jika premis-premis dalam suatu silogisme benar dan bentuknya (format penyusunannya) benar, maka kesimpulannya benar. Proses penarikan kesimpulan seperti ini dinamakan deduktif atau sering disebut penalaran deduktif. Peressini dan Webb (1999) di samping memandang enalaran matematika sebagai konseptualisasi dinamik dari daya matematika (mathematically powerful) siswa, juga memandang penalaran matematika sebagai aktivitas dinamik yang melibatkan keragaman mode berpikir.

Daya matematika sebagai suatu integrasi dari berikut ini: (a) suatu kecenderungan positif kepada matematika; (b) pengetahuan dan pemahaman terhadap sifat-sifat matematika, meliputi konsep-konsep, prosedur-prosedur dan keterampilan-keterampilan; (c) kecakapan melakukan analisis dan beralasan secara matematis; (d) kecakapan menggunakan bahasa matematika untuk mengkomunikasikan ide-ide; dan (e) kecakapan menerapkan pengetahuan matematika untuk memecahkan masalah-masalah dalam berbagai konteks dan disiplin ilmu (NCTM, 189 dalam Pressini dan Webb, 1999).

Penalaran matematika memiliki peran yang amat penting dalam proses berpikir seseorang. Penalaran matematika meliputi mengumpulkan bukti-bukti, membuat konjektur-konjektur, menetapkan generalisasi-generalisasi, membangun argument-argumen, dan menentukan (validasi) kesimpulan-kesimpulan logis berdasarkan ide-ide dan hubungan-hubungannya. Untuk mencapai daya matematika berbagai mode penalaran matematika dilibatkan misalnya induktif (inductive), deduktif (deductive), bersyarat (conditional), perbandingan (proportional), grafik (graphical), keruangan (spatial), dan penalaran abstrak (abstract reasoning).

4.3 Penalaran dan Pembuktian sebagai Aspek-Aspek Mendasar dari Matematika

Dari pengalaman-pengalaman paling awal antara para siswa dengan matematika, pentinglah kita membantu mereka memahami bahwa pengasan-pengasan mesti selalu mempunyai alasan-alasan. Pertanyaan-pertanyaan seperti “kenapa kamu pikir ini benar?” dan “apakah ada yang berpikir lain, dan kenapa kamu pikir demikian?” membantu para siswa untuk melihat bahwa pertanyaan-pertanyaan mesti didukung atau dibantah oleh bukti. Anak-anak yang masih kecil mungkin saja masih bergantung pada orang-orang lain sebagai sumber untuk alasan mereka (“kakak perempuan saya bilang begitu”) atau bahkan meminta pendapat-pendapat orang lain untuk menentukan penjelasan yang lebih baik, tetapi para siswa perlu mempelajari dan setuju dengan apa yang biasa diterima sebagai suatu argument yang memadai di dalam ruang-ruang kelas matematika. Inilah langkah-langkah pertama menuju kesadaran bahwa penalaran matematis didasarkan pada asumsi asumsi dan aturan-aturan yang khusus

Sebagian dari keindahan matematika yaitu apabila hal-hal yang menarik terjadi, itu karena alasan yang bagus. Para pelajar matematika harus mengerti ini. Penalaran yang sistematis adalah suatu hal yang mendefinisikan matematika. Penalaran tersebut ditemukan didalam semua area muatan dan, dengan syarat-syarat dan ketelitian yang berbeda disemua tingkatan kelas. Sebagai contoh, para siswa kelas satu dapat melihat bahwa bilangan-bilangan genap dan ganjil itu bergantian; para siswa kelas tiga dapat membuat dugaan dan justifikasi secara tidak formal, barangkali dengan lipatan kertas bahwa diagonal-diagonal pada suatu persegi adalah saling tegak lurus. Para siswa di kelas-kelas pertengahan biasa menemukan kemungkinan suatu hasil kali adalah genap ataukah ganjil saat dua kubus angka digelindingkan dan angka-angka yang muncul dikalikan. Dan para siswa sekolah menengah biasa diminta untuk memikirkan apa yang terjadi dengan suatu koefisien korelasi pada transformasi-transformasi linear dan variabel-variabel disana.

4.4 Memilih dan menggunakan jenis-jenis penalaran dan metode-metode pembuktian

Dikelas-kelas yang lebih rendah, penalaran yang dipelajari dan digunakan oleh para siswa adalah informal jika dibandingkan dengan deduksi logis yang dipakai seorang matematikawan. Dari tahun ke tahun persekolahan, seiring para guru membantu siswa mempelajari kaidah-kaidah untuk justifikasi dan pembuktian matematis, perbedaan ragam penalaran yang tersedia bagi siswa, penalaran aljabar dan geometris, penalaran proforsional, penalaran peluang, penalaran statistik dan sebagainya mestilah bertambah luas. Para siswa perlu menjumpai dan membangun keterampilan dalam semua bentuk tersebut dengan sofistikasi yang meningkat seiring perkembangan kurikulum.

Siswa sekolah dasar mesti didorong untuk melakukan penalaran dari apa yang mereka ketahui. Seorang anak yang menyelesaikan soal $6 + 7$ dengan menghitung $6 + 6$ dan kemudian menambahkan 1 adalah sedang menggunakan pengetahuan dirinya tentang menambahkan pasangan-pasangan, menambahkan 1 dan tentang asosiativitas. Para siswa dapat diajari bagaimana menjadikan pengetahuan yang sedang mereka gunakan itu eksplisit saat mereka sedang membuat argument-argument dan justifikasi.

Upaya-upaya awal dalam justifikasi oleh siswa SD akan melibatkan strategi-strategi trial and error atau percobaan yang tidak sistematis pada banyak kasus. Bersama arahan dan banyak kesempatan untuk mengeksplorasi, para siswa mulai tingkat sekolah dasar sampai ketingkat yang lebih tinggi bisa mempelajari bagaimana untuk sistematis didalam eksplorasi-eksplorasi mereka, untuk mengetahui bahwa mereka sudah mencoba semua kasus, dan untuk membuat argumen dengan menggunakan kasus-kasus.

Seorang siswa kelas satu berpendapat berdasarkan pengetahuannya tentang pola-pola bilangan bulat bahwa 0 adalah genap: "jika 0 adalah ganjil, maka 0 dan 1 adalah dua angka ganjil yang berturut-turut. Bilangan ganjil dan genap selalu bergantian. Jadi 0 mestilah genap. Mulai di kelas-kelas elementer, para anak dapat menyangkal dugaan dengan mencari contoh kontra. Disemua tingkatan kelas, para siswa akan bernalar secara induktif dari pola-pola dan kasus spesifik. Seiring makin tingginya kelas, mereka harus juga belajar membuat argumen-argumen deduktif berdasarkan kebenaran-kebenaran matematis yang mereka bangun dikelas.

4.5 Penalaran Induktif

Penalaran induktif adalah suatu kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan baru yang bersifat umum yang berdasar pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui atau dianggap benar. Jadi dengan kata lain dalam penalaran induktif telah terjadi proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta khusus yang sudah diketahui menuju kepada suatu kesimpulan yang bersifat umum. Kesimpulan ditarik dengan jalan mensintesa kasus-kasus yang digunakan sebagai premis-premis. Kesimpulan tidak mungkin mengandung nilai kepastian mutlak dalam hal ini terdapat aspek probabilitas. Penalaran induktif bersifat a posteriori yaitu kasus-kasus yang dijadikan premis merupakan hasil pengamatan inderawi. Berikut ini diberikan contoh penggunaan penalaran induktif.

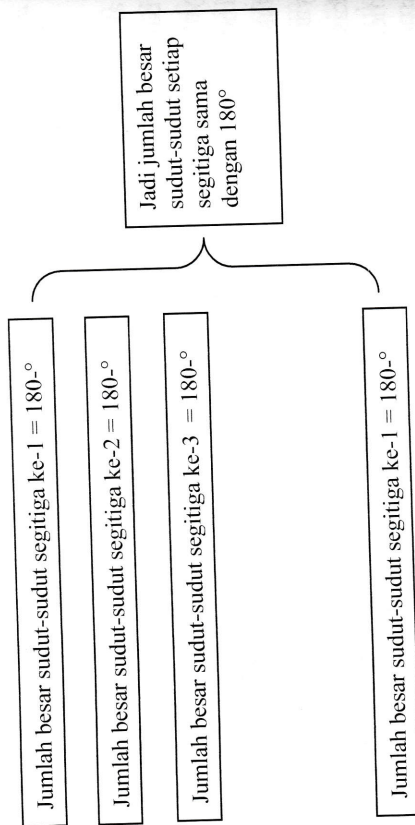
Contoh : diberikan suatu permasalahan mengenai jumlah besar sudut segitiga sebagai berikut.

Tunjukkan bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga sama dengan 180°

Berdasarkan penalaran induktif, kita akan mencoba menyelesaikan permasalahan diatas, sebagai berikut.

Untuk menunjukkan bahwa jumlah besar sudut-sudut sebuah segitiga sama dengan 180° , kita buat model segitiga sebarang dari kertas. Kemudian ketiga sudut segitiga tersebut kita gunting seperti pada gambar.

Contoh diatas menunjukkan tentang adanya segitiga-segitiga yang berbeda atau juga bisa dengan segitiga-segitiga khusus namun mengarah ke hasil yang sama yaitu jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga sama dengan 180° . Jadi dapat kita simpulkan bahwa dari kasus-kasus khusus yang kita ketahui benar, juga benar untuk semua kasus yang serupa dengan kasus-kasus tersebut dalam hal-hal tertentu. Hal ini dapat digambarkan dengan diagram berikut ini.



Pernyataan bahwa jumlah besar sudut-sudut setiap segitiga sama dengan 180° bernilai benar karena sesuai atau cocok dengan keadaan yang sesungguhnya. Artinya tidak ada satupun segitiga yang cocok dengan keadaan yang jumlah besar sudut-sudutnya bukan 180° . Penentuan nilai kebenaran seperti ini berdasarkan teori korespondensi. Apakah anda masih ingat?

Pada kegiatan ini terjadi proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta khusus yang sudah diketahui menuju kepada suatu kesimpulan yang bersifat umum. Jadi penalaran induktif adalah suatu kegiatan, proses atau aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan yang bersifat umum berdasarkan pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar.

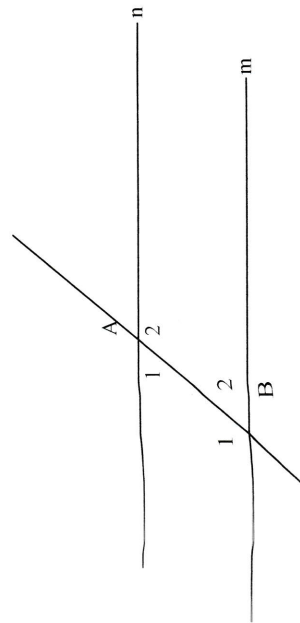
4.6 Penalaran Deduktif

Penalaran deduktif adalah suatu cara penarikan kesimpulan dari pernyataan atau fakta yang dianggap benar dengan menggunakan logika. Penalaran deduktif merupakan cara penarikan kesimpulan yang bersifat khusus dari hal-hal atau kasus-kasus yang bersifat umum. Penalaran deduktif bersifat silogisme yang berdasarkan argumen yang terdiri dari premis-premis dan kesimpulan dimana hubungan antara premis-premis dengan kesimpulan merupakan hubungan yang tidak terpisahkan satu sama lain. Selain itu penalaran deduktif bersifat a priori yaitu premis-premis tidak memerlukan

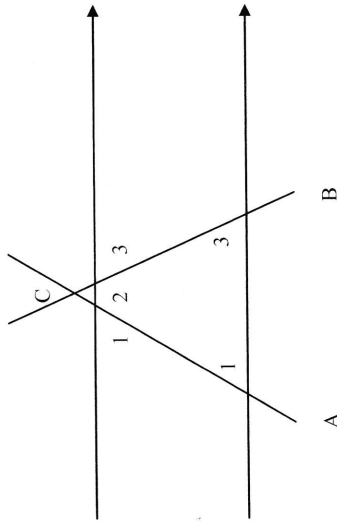
pengamatan inderawi atau empiris. Inti penalaran deduktif adalah pada tepat atau tidaknya hubungan antara premis-premis dan kesimpulan. Kesimpulan ditarik dengan menganalisa premis-premis yang sudah ada. Kesimpulan kesungguhannya telah tersirat dalam premis-premisnya. Oleh karena itu penalaran deduktif bersifat tautologis.

Berikut ini diberikan contoh proses penalaran deduktif.

Contoh : Diberikan permasalahan yang sama seperti contoh pada penalaran induktif, tetapi kita akan tunjukkan dengan menggunakan penalaran deduktif. Dalam penalaran deduktif, proses pembuktian akan melibatkan teori atau rumus matematika lain yang sebelumnya telah dibuktikan kebenarannya. Teori yang digunakan adalah "Jika dua garis sejajar dipotong garis lain, maka sudut-sudut dalam yang bersebrangan sama besar". Untuk lebih jelasnya, teori ini akan dijelaskan dengan gambar dibawah ini.



Pada gambar diatas, sudut A1 sama dengan sudut B2 dan sudut A2 sama dengan sudut B1. Selanjutnya kita akan membuktikan bahwa jumlah sudut-sudut suatu segitiga sama dengan 180° . Perhatikan segitiga ABC dibawah ini, dimana melalui titik C dibuat garis m yang sejajar dengan garis AE.



Dengan menggunakan teori sebelumnya diperoleh bahwa sudut A1 sama dengan sudut C1 dan sudut B3 sama dengan sudut C3. Dengan kata lain diperoleh.

$$\angle A1 = \angle C1$$

$$\angle B3 = \angle C3$$

$$\angle C2 = \angle C2$$

Dari sini diperoleh $\angle A1 + \angle B3 + \angle C2 = \angle C1 + \angle C2 + \angle C3$

Karena $\angle C1 + \angle C2 + \angle C3 = 180^\circ$ maka $\angle A1 + \angle B3 + \angle C2 = 180^\circ$

Jadi terbukti bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga sama dengan 180° . Ternyata dalam pembuktian diatas kita juga menggunakan definisi atau pengertian sudut lurus yang besarnya 180° . Jadi dalam pembuktian dengan menggunakan penalaran deduktif, kita dapat melibatkan lebih atau minimal satu teori atau rumus matematika yang lain dimana kebenaran dari teori atau rumus tersebut juga dibuktikan dengan menggunakan teori atau rumus sebelumnya yang telah dibuktikan sebelumnya. Demikian seterusnya. Untuk contoh di atas, proses pembuktian dapat digambarkan dengan diagram berikut ini.

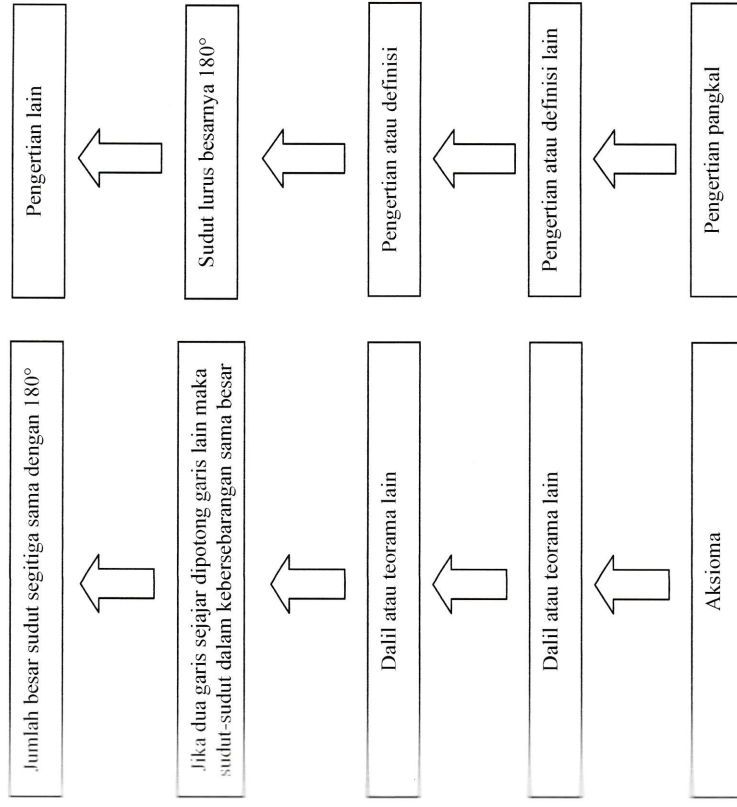


Diagram di atas menunjukkan bahwa dalam matematika kebenaran berarti konsisten. Diagram tersebut juga menunjukkan bahwa matematika disusun dengan landasan berupa kumpulan pengertian pangkal dan sifat pangkal (aksioma). Aksioma adalah semacam dalil yang kebenarannya tidak perlu dibuktikan lagi namun aksioma menjadi dasar pembuktian dalil atau sifat berikutnya. Demikian juga dengan pengertian pangkal akan menjadi dasar untuk pendefinisian pengertian-pengertian atau konsep-konsep lain dalam matematika. Bangunan matematika akan runtuh jika terdapat pengertian, teorema, dalil atau sifat yang bertentangan dengan yang sebelumnya. Jadi nampak bahwa matematika dibangun berdasarkan deduksi sehingga kebenaran dari suatu konsep di dalamnya dilakukan dengan langkah-langkah yang benar secara deduktif. Oleh karena itu matematika dikenal sebagai ilmu yang dikembangkan secara deduktif-aksiomatis atau sistem aksiomatik.

Berikut beberapa contoh dari proses penalaran deduktif

Pada materi perkalian

Aksioma 1. Pada R, berlaku hukum komutatif perkalian

$a^2 = a \times a, \forall a \in R$ Aksioma 2. Pada R, berlaku hukum asosiatif perkalian.

Aksioma 3.

$\forall a, b \in R, (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Buktikan.

Dalam materi logika terdapat penarikan kesimpulan yang didasarkan pada premis-premis sebelumnya pada materi logika matematika.

Premis 1 : Jika lampunya terang, maka Gogon dapat membaca dengan jelas.

Premis 2 : Lampunya terang

Kesimpulannya. Gogon dapat membaca dengan jelas (q)

atau

Premis 1 : Jika hari ini ibu ke pasar, maka ibu beli ikan

Premis 2 : Jika ibu beli ikan, maka ibu memasak ikan.

Premis 3 : Jika ibu memasak ikan, maka ibu tidak membuat kue.

Premis 4 : Ibu membuat kue.

Kesimpulannya. Hari ini ibu tidak ke pasar ($\sim p$)

Dalam materi Induksi matematika, alat berpikir kritis dengan penalaran induktif.

Induksi matematika digunakan untuk pembuktian untuk pernyataan perihai bilangan bulat.

Prinsip Induksi Matematika

a. $P(1)$ benar, dan

b. Jika $p(n)$ benar, maka $p(n+1)$ juga benar, untuk setiap $n \geq 1$,

Misalkan pada

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}, \forall n \in N$$

Buktikan bahwa

Bukti

a. Akan dibuktikan $P(1)$ BENAR untuk $n = 1$ diperoleh

$$n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ maka } 1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$1 = \frac{1(2)}{2}$$

$$1 = 1$$

b. Asumsikan benar untuk $n = k$

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} \text{ (Benar)}$$

maka Akan ditunjukkan Benar untuk $n = k + 1$

$$\underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1)} = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$$

$$= \frac{k^2 + k}{2} + \frac{2(k+1)}{2} = \frac{k^2 + 3k + 2}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(k+1)(k+2)$$

$$= \frac{1}{2}(k+1)((k+1)+1) \text{ (benar)}$$

Jadi terbukti bahwa

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}, \forall n \in N$$

Buktikan bahwa

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1), \forall n \in N$$

Bukti.

a. Akan dibuktikan $P(1)$ BENAR untuk $n = 1$ diperoleh

$$n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \text{ maka } 1^2 = \frac{1}{6}1(1+1)(2 \cdot 1 + 1)$$

$$1 = 1$$

b. Asumsikan benar untuk $n = k$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) \text{ (Benar)}$$

maka Akan ditunjukkan Benar untuk $n = k + 1$

$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 &= \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) + (k+1)^2 \\ &= (k+1) \left\{ \frac{1}{6}k(2k+1) + (k+1) \right\} \\ &= (k+1) \left\{ \frac{2k^2 + k}{6} + \frac{6k+6}{6} \right\} \\ &= \frac{1}{6}(k+1)(2k^2 + 7k + 6) \\ &= \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3) \\ &= \frac{1}{6}(k+1)((k+1)+1)(2(k+1)+1) \end{aligned}$$

Jadi terbukti bahwa

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1), \forall n \in \mathbb{N}$$

Tunjukkan bahwa untuk $n \geq 1$, bahwa $n^3 + 2n$ adalah kelipatan 3 melalui induksi matematika

BUKTI

a. Akan dibuktikan $P(1)$ BENAR untuk $n = 1$ diperoleh

$$P(1) = 1^3 + 2 \cdot 1 = 3 \text{ merupakan kelipatan 3 (benar)}$$

b. Asumsikan benar untuk $n = k$

$$P(k) = k^3 + 2k \text{ merupakan kelipatan 3 (Benar)}$$

maka akan ditunjukkan Benar untuk $n = k + 1$

$$\begin{aligned} P(k+1) &= (k+1)^3 + 2(k+1) = k^3 + 3k^2 + k + 1 + 2k + 2 \\ &= (k^3 + 2k) + (3k^2 + 3k + 3) \\ &= (k^3 + 2k) + 3(k^2 + k + 1) \end{aligned}$$

Terbukti bahwa $n^3 + 2n$ adalah kelipatan 3 untuk $n \geq 1$



RANGKUMAN

Secara umum pembahasan terkait dengan bab 4 dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Hakikat penalaran adalah suatu proses berpikir dalam menarik kesimpulan yang berupa pengetahuan terkait dengan kegiatan berpikir
2. Penalaran Induktif adalah suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan baru yang bersifat umum berdasarkan pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui atau dianggap benar
3. Penalaran Deduktif adalah suatu cara penarikan kesimpulan dari pernyataan atau fakta yang dianggap benar dengan menggunakan logika. Penalaran deduktif merupakan penarikan kesimpulan yang bersifat khusus dari hal-hal yang bersifat umum

Daftar Pustaka

- Bell, F. H. (1978). *teaching and Learning Mathematics (In Secondary Schools)*. USA: Brown Company.
- Ruseffendi. (2006). *Pengantar Kepada Membantu Guru dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.
- Mumudi. (2008). *Landasan Filsafat dan Teori Pembelajaran Matematika*. Bandung: Leuser Cipta Pustaka.
- Wahyudin. (2008). *Pembelajaran dan Model-model Pembelajaran*. Bandung: UPI.

Tes Formatif

1. Buktikan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah genap dengan menggunakan penalaran induktif
2. Buktikan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap dengan menggunakan penalaran deduktif

Kunci Jawaban

Akan dibuktikan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap dengan menggunakan penalaran induktif sebagai berikut. Kita ambil sembarang dua bilangan ganjil berikut

$$1 + 5 = 6$$

$$3 + 7 = 12$$

$$1 + 3 = 4$$

Demikian seterusnya.

Jika kita ambil sembarang dua bilangan ganjil, kemudian kita jumlahkan diperoleh bilangan genap. Dari sini disimpulkan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap

1. Akan dibuktikan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap dengan menggunakan penalaran deduktif sebagai berikut

Misalkan dipunyai dua bilangan ganjil yaitu $2n + 1$ dan $2k + 1$ dengan n dan k bilangan asli. Dua bilangan ganjil tersebut kita jumlahkan sehingga diperoleh

$$(2n + 1) + (2k + 1) = 2n + 2$$

$$= 2(n + k) + 2$$

n dan k bilangan asli maka $n + k = m$ juga merupakan bilangan asli. Selanjutnya diperoleh $(2n + 1) + (2k + 1) = 2m + 2 = 2(m + 1)$. Bilangan m merupakan bilangan asli maka $m + 1$ juga merupakan bilangan asli. Setiap bilangan asli jika dikalikan dengan 2 maka hasil kalinya bilangan genap. Jadi terbukti bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap

Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Cocokkanlah hasil jawaban Anda dengan kunci soal Bab 4 yang ada pada bagian belakang buku ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Bab 1

Arti Tingkat penguasaan: $90\% - 100\% =$ Baik sekali

$80\% - 89\% =$ Baik

$70\% - 79\% =$ Cukup

$< 70\% =$ Kurang

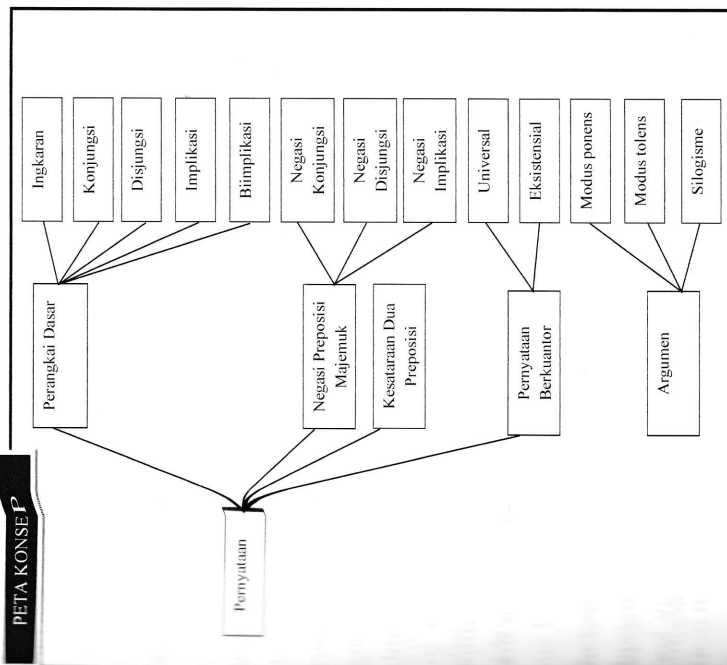
Apabila tingkat penguasaan Anda mencapai 80% ke atas, bagus! Anda cukup memahami Bab 4. Anda dapat meneruskan dengan Bab 5. Tetapi bila tingkat penguasaan Anda masih dibawah 80% , Anda harus mengulangi Bab 1, terutama bagian yang belum anda kuasai.

BAB 5

LOGIKA MATEMATIKA

A. Deskripsi singkat isi BAB 5

PETA KONSEP



[Halaman ini sengaja dikosongkan]

B. Relevansi

Mahasiswa mampu menganalisis masalah logika matematika, dan mempresentasikan hasilnya secara logis dan sistematis (S9, KU1).

C. Capaian Pembelajaran MK

5.1 Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menggunakan logika. Misalnya saja saat dalam mengambil suatu keputusan atau menyampaikan pendapat. Banyak cara yang digunakan untuk menyampaikan dan menyatakan dengan cara yang benar salah satunya dengan logika.

Logika ini merupakan salah satu ilmu yang digunakan oleh manusia sejak dahulu terutama oleh para filsuf dan ahli filsafat. Dengan kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi maka penggunaan logika sangat dibutuhkan.

Kedudukan logika ini sangat penting dalam kehidupan sehari-hari terutama saat menarik menarik kesimpulan bahkan untuk menyelesaikan uraian dengan cara yang paling benar. Dengan logika memiliki urutan uraian yang lebih tepat di dalam menyatakan sesuatu. Urutan tersebut dimulai dari cara menyatakannya, memeriksa kebenaran hingga pernyataan yang paling logis dan valid (sah).

Dengan mempelajari logika kita akan memiliki kemampuan untuk berlogika terutama guru. Guru setiap hari sudah dipastikan menggunakan cara berpikir yang logis didalam menyampaikan materi pembelajaran. Bahkan dalam pembelajaran di Sekolah Dasar masih menuntut perkembangan yang konkret dalam cara berpikir maka kemampuan guru SD/calon guru SD akan sangat baik membantu memahami materi yang akan dipelajarinya.

Bab ini akan membantu guru atau calon guru untuk dapat menguasai ilmu logika. dengan tujuan instruksional umum yang diharapkan yaitu memeriksa suatu pernyataan majemuk termasuk tautology, kontradiksi memeriksa kevalidan suatu pernyataan. Sedangkan tujuan instruksional khusus yaitu diharapkan mahasiswa dapat:

- 1 menentukan suatu pernyataan majemuk merupakan tautologi, kontradiksi, atau kontingensi;
- 2 menjelaskan hubungan antara implikasi, konvers, invers, dan kontraposisi;
- 3 menentukan konvers, invers, kontraposisi dari suatu implikasi;
- 4 menentukan nilai kebenaran konvers, invers, dan kontraposisi;
- 5 menentukan pernyataan berkuantor dengan symbol logika;
- 6 menentukan ingkaran dengan pernyataan berkuantor;
- 7 menentukan nilai kebenaran suatu pernyataan;
- 8 menentukan validitas sebuah argument;
- 9 menentukan konklusi dari argument yang valid;
- 10 membedakan aturan penyimpulan dengan validitas argument;
- 11 memberi contoh bentuk argument;
- 12 aplikasi soal logika dalam pembelajaran di Sekolah Dasar.

5.2 Pernyataan/Proposisi

Dalam mengemukakan sebuah gagasan, seorang perlu memahami bahasa yang digunakan sehingga dapat diterima dengan jelas oleh pendengar. Kalimat dapat terdiri dari kata-kata yang berupa kalimat pernyataan, perintah, kesulitan maupun pernyataan. Misalkan perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 5.1

- 1 Indonesia terletak diantara dua benua dan dua samudra.
- 2 Manakah presiden Brunei Darussalam saat ini?
- 3 Presiden pertama Indonesia adalah Ir. Soekarno.
- 4 Semua bilangan prima adalah bilangan ganjil.
- 5 Mudah mudahan anda lekas sembuh.
- 6 Kerjakan soal berikut ini.
- 7 Bagaimana nilai kebenaran kalimat di atas? Manakah yang bernilai

benar? Manakah yang bernilai salah? Manakah yang merupakan pernyataan? Untuk menjawab kalimat tersebut di atas maka kita perlu mengetahui terlebih dahulu apa itu pernyataan. Dalam matematika kita mengenal kalimat yang dapat ditentukan kebenarannya bisa bernilai benar atau salah tetapi tidak mungkin kedua-duanya. Kalimat yang demikian disebut dengan pernyataan atau proposisi atau kalimat tertutup biasanya dalam bahasa sehari-hari berupa kalimat berita atau pernyataan.

Definisi 5.1

Pernyataan adalah suatu kalimat yang mempunyai dua kemungkinan yaitu benar atau salah tetapi tidak mungkin bernilai kedua-duanya.

Selain itu, ada beberapa kalimat yang tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya atau kalimat yang tidak dapat ditentukan benar atau salah. Kalimat yang demikian disebut dengan kalimat terbuka. Kalimat terbuka adalah kalimat yang tidak ditentukan nilai kebenarannya atau kalimat yang tidak dapat ditentukan nilai benar atau salah, kalimat matematika yang masih memiliki variabel. Misalkan yang termasuk kalimat terbuka adalah merupakan kalimat terbuka, dengan variabel x , belum dapat ditentukan nilai kebenarannya sebelum ditentukan nilai x yang dimaksud. Contoh yang lain yang merupakan kalimat terbuka adalah apakah anda bahagia hari ini?

Berdasarkan teori tersebut, maka contoh 2.1 pernyataan "Indonesia terletak diantara dua benua dan dua samudra" adalah pernyataan yang bernilai benar karena sesuai dengan kondisi geografis Indonesia saat ini. Pernyataan "Presiden pertama Indonesia adalah Ir. Soekarno" bernilai benar karena pernyataan tersebut sesuai dengan fakta yang ada. Dengan demikian untuk kalimat "Siapaakah presiden Brunei Darussalam saat ini?" merupakan kalimat yang tidak dapat ditentukan kebenarannya sehingga disebut dengan kalimat terbuka. Demikian pula untuk kalimat "Mudah-mudahan anda lekas sembuh" dan "Kerjakan soal berikut ini!" merupakan kalimat yang tidak dapat ditentukan kebenarannya sehingga disebut dengan kalimat terbuka. Pada kalimat "semua bilangan prima adalah bilangan ganjil" adalah pernyataan yang salah karena ada 2 yang merupakan bilangan prima tetapi 2 merupakan bilangan genap.

Perhatikan bahwa benar salahnya suatu pernyataan yang dimaksud harus sesuai dengan keadaan sebenarnya.

Contoh 5.2.

Manakah pernyataan di bawah ini yang merupakan pernyataan dan mana yang bukan, jelaskan alasannya!

- 1) Kampus UHAMKA terletak di Jakarta.
- 2) Jakarta terletak di pulau Jawa.
- 3) Ada bilangan positif x yang memenuhi $2x + 3 = 1$.
- 4) Besar sudut suatu segitiga adalah 1800.
- 5) Apakah hari ini anda bahagia?
- 6) Shinta anak yang ceria.
- 7) Apakah Nadya mengikuti perkuliahan hari ini.
- 8) Hari ini cuaca cerah.

Penyelesaian.

- 1) Pernyataan bernilai benar sebab kita dapat menentukan kampus UHAMKA terletak di Jakarta.
- 2) Pernyataan, karena merupakan pernyataan yang bernilai benar.
- 3) Pernyataan, karena merupakan pernyataan yang bernilai salah.
- 4) Pernyataan, karena merupakan pernyataan yang bernilai benar.
- 5) Bukan pernyataan
- 6) Bukan pernyataan karena bisa benar dan bisa salah.
- 7) Bukan pernyataan karena walaupun mempunyai arti tidak dapat dinyatakan benar dan tidak dapat dinyatakan salah.
- 8) Bukan pernyataan karena bisa benar dan bisa salah.

Latihan 5.1

Manakah di antara kalimat berikut yang merupakan pernyataan?

- 1) Kapan ujian Konsep Dasar Matematika diadakan?
- 2) 113 adalah bilangan prima.
- 3) Materi matematika sangat sukar dipahami oleh mahasiswa.

- 4) Hari ini hujan.
- 5) Segitiga sama sisi memiliki sisi-sisi yang sama dan sudut besarnya 60° .
- 6) Jumlah dari dua buah bilangan ganjil menghasilkan bilangan ganjil.
- 7) Hasil kali dua buah bilangan ganjil menghasilkan bilangan ganjil.
- 8) 3 merupakan bilangan ganjil.
- 9) 12 merupakan bilangan komposit.
- 10) $x^2 - 4 = 0$ Kunci Jawaban.
- 1) Bukan pernyataan
- 2) Pernyataan
- 3) Bukan pernyataan
- 4) Pernyataan
- 5) Pernyataan
- 6) Pernyataan
- 7) Pernyataan
- 8) Pernyataan
- 9) Pernyataan
- 10) Bukan pernyataan

5.3 Notasi dan Nilai Kebenaran Pernyataan

Untuk penyederhanaan, dalam logika matematika suatu pernyataan biasa dilambangkan dalam huruf kecil: $p, q, r, s, \dots$ dan seterusnya dan digunakan notasi: “untuk menyatakan apa yang dimaksud dengan lambang-lambang tersebut”. Kebenaran suatu pernyataan dapat dibedakan menjadi dua, yaitu sebagai berikut.

- 1 Kebenaran faktual, yaitu kesesuaian antara isi pernyataan dan fakta sesungguhnya.

Misalnya p : Hari ini hari Kamis dan cuaca cerah

q : Saya mengikuti perkuliahan hari ini.

Nilai kebenarannya sangat tentatif, tergantung pada keadaan di saat pernyataan diungkapkan.

- 2 Kebenaran logis yaitu kesesuaian dengan aturan logika. Misalnya 2 adalah bilangan genap dan prima. Preposisi ini bernilai benar.

Benar atau salah suatu pernyataan disebut dengan nilai kebenarannya pernyataan tersebut. Dua merupakan bilangan genap bernilai benar dan dua juga merupakan bilangan prima bernilai benar. Jadi, pernyataan 2 merupakan bilangan genap dan prima merupakan preposisi yang bernilai benar.

4.4 Perangkai Dasar dan Tabel Kebenaran

Misalkan kita mempunyai dua buah pernyataan p dan q membentuk preposisi baru dengan menggunakan kata penghubung atau perangkai. Perangkai ini sering disebut dengan operasi. Pernyataan baru yang dibentuk sering disebut dengan pernyataan majemuk. Pernyataan majemuk terdiri dari ingkaran (negasi), konjungsi (dan), disjungsi (atau), implikasi (jika ... maka ...), dan biimplikasi (jika dan hanya jika).

Nilai kebenaran suatu pernyataan ditentukan oleh nilai kebenaran dari masing-masing pernyataan tunggal dan kata penghubung yang digunakan. Masing-masing pernyataan tunggal bisa bernilai benar atau salah dan kata penghubung yang digunakan dalam pernyataan bisa digunakan dalam penyelesaian nilai kebenaran suatu pernyataan, nilai kebenaran suatu pernyataan disajikan dalam bentuk tabel kebenaran.

1. Ingkaran (Negasi)

Negasi dari suatu preposisi p dinotasikan dengan $\sim p$. Nilai kebalikan dari $\sim p$ berkebalikan dengan nilai kebenaran dari p . Misalkan p : Bilangan 5 habis dibagi dengan 3, maka negasi atau ingkaran dari pernyataan tersebut adalah “Bilangan 5 habis dibagi dengan 3” atau “Tidak benar bilangan 5 habis dibagi 3”. Contoh lainnya adalah pernyataan q : Chris John adalah seorang petinju kelas dunia, maka negasi atau ingkaran dari pernyataan tersebut adalah “Tidak benar Chris John adalah seorang petinju kelas dunia” atau “Chris John bukan seorang petinju kelas dunia.”

Dari contoh di atas pernyataan p salah karena bilangan 5 tidak habis dibagi dengan 3 sehingga $\sim p$ akan bernilai benar. Sedangkan pernyataan q bernilai benar karena Chris John adalah petinju kelas dunia, maka $\sim q$ bernilai salah. Dengan demikian maka,

Definisi 5.2

Misalkan p adalah suatu pernyataan, maka ingkaran p dilambangkan dengan $\sim p$ (dibaca tidak p , adalah suatu pernyataan yang salah jika p benar dan pernyataan yang benar jika p salah).

Selain itu, terdapat negasi rangkap p dinotasikan dengan $\sim(\sim p)$. Nilai kebenaran dari $\sim(\sim p)$ sama dengan nilai kebenaran dari p .

Tabel 5.1

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
B	S	B
S	B	S

Contoh 5.3

p : segitiga lancip sudutnya kurang dari 90° .

Negasi atau ingkaran dari kalimat p adalah $\sim p$

$\sim p$: segitiga lancip sudutnya lebih dari 90° .

Latihan 5.2

Buatlah ingkaran (negasi) dari pernyataan-pernyataan berikut.

- 1) 0 merupakan bilangan cacah.
- 2) $15 + 4 = 19$.
- 3) Segitiga tumpul memiliki sudutnya lebih dari 90° .
- 4) Hari ini hujan.
- 5) Segitiga sama sisi memiliki sisi-sisi yang sama dan sudut besarnya 60° .

Kunci jawaban.

- 1) 0 bukan merupakan bilangan cacah
- 2) $15 + 4$ bukan hasilnya 19.
- 3) Segitiga tumpul tidak memiliki sudutnya lebih dari 90° .
- 4) Hari ini tidak hujan
- 5) Segitiga sama sisi tidak memiliki sisi-sisi yang tidak sama dan sudut besarnya tidak 60° .

2. Konjungsi

Konjungsi ialah tanda hubung dalam kalimat majemuk yang di tandai dengan kata "dan" atau di lambangkan dengan " $\wedge$ ".

Contoh 5.4

Pernyataan pertama saya lambangkan dengan " p " dan pernyataan yang kedua saya lambangkan dengan " q ".

p : Sapi makan rumput

q : Singa makan daging

Maka Konjungsi dari dua pernyataan di atas adalah :

$p \wedge q$: sapi makan rumput dan singa makan daging

Jika sapi makan rumput dan singa makan daging, maka pernyataan tersebut benar. Akan tetapi jika sapi tidak makan rumput dan singa makan daging atau sapi makan rumput dan singa tidak makan daging atau sapi tidak makan rumput dan singa tidak makan daging maka pernyataan tersebut di atas salah.

Definisi 5.3

Misalkan p dan q adalah dua pernyataan. Pernyataan p dan q (konjungsi p dan q) dilambangkan dengan $p \wedge q$ bernilai benar jika dan hanya jika kedua pernyataan p dan q bernilai benar.

Kalimat majemuk konjungsi ini pun memiliki nilai kebenaran yaitu jika salah satu atau dua dari kedua pernyataan tersebut bernilai salah, maka nilai kebenaran dari kalimat majemuk tersebut bernilai salah. Tabel kebenaran konjungsi adalah sebagai berikut.

Tabel 5.2

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Latihan 5.3

Manakah diantaranya pernyataan yang berikut benar dan yang bernilai salah.

- 1) 15 adalah bilangan genap dan habis dibagi tiga.
- 2) $15 + 4 = 19$ dan Semarang ibu kota Jawa tengah.
- 3) Jumlah segitiga dalam segitiga adalah 180° dan segitiga sama sisi memiliki sudut sebesar 60° .
- 4) Harimau memakan daging dan ikan paus bukan termasuk mamalia.
- 5) Indonesia adalah negara Republik Indonesia dan berpenduduk lebih dari 200 juta jiwa.

Kunci jawaban.

- 1) p : 15 adalah bilangan genap (salah)
q : 15 habis dibagi tiga (benar)
Maka Konjungsi dari dua pernyataan di atas adalah :
 $p \wedge q$: 15 adalah bilangan genap dan habis dibagi tiga (pernyataan bernilai salah)
- 2) p : $15 + 4 = 19$ (benar)
q : Semarang ibu kota Jawa tengah (benar)
Maka Konjungsi dari dua pernyataan di atas adalah :
 $p \wedge q$: $15 + 4 = 19$ dan Semarang ibu kota Jawa tengah (pernyataan bernilai benar)

- 3) p : Jumlah segitiga dalam segitiga adalah 180° (benar)
q : segitiga sama sisi memiliki sudut sebesar 60° (benar)
Maka Konjungsi dari dua pernyataan di atas adalah :
 $p \wedge q$: Jumlah segitiga dalam segitiga adalah 180° dan segitiga sama sisi memiliki sudut sebesar 60° . (pernyataan bernilai benar)
- 4) p : Harimau memakan daging (benar)
q : ikan paus bukan termasuk mamalia (salah)
Maka Konjungsi dari dua pernyataan di atas adalah :
 $p \wedge q$: Harimau memakan daging dan ikan paus bukan termasuk mamalia (pernyataan bernilai salah)
- 5) p : Indonesia adalah negara Republik Indonesia (benar)
q : Indonesia berpenduduk lebih dari 200 juta jiwa (benar)
Maka Konjungsi dari dua pernyataan di atas adalah :
 $p \wedge q$: Indonesia adalah negara Republik Indonesia dan berpenduduk lebih dari 200 juta jiwa (pernyataan bernilai benar).

3. Disjungsi

Disjungsi ialah tanda hubung dalam kalimat majemuk yang ditandai dengan kata "atau" atau dilambangkan dengan "v".

Contoh 5.5

p : Rania makan roti

q : Rania minum susu

Maka disjungsi dari dua pernyataan di atas adalah :

$p \vee q$: Rania makan roti atau sedang minum susu

Jika Rania makan roti atau sedang minum susu, maka pernyataan tersebut benar. Jika Rania tidak makan roti atau sedang minum susu, maka pernyataan tersebut benar. Jika Rania makan roti atau tidak sedang minum susu, maka pernyataan tersebut benar. Akan tetapi jika Rania tidak makan roti atau tidak minum susu, maka pernyataan tersebut salah. Berdasarkan penjelasan di atas maka definisi disjungsi

Definisi 5.4

Misalkan p atau q adalah dua pernyataan. Pernyataan p atau q (disjungsi p atau q) dilambangkan dengan $p \vee q$ bernilai benar jika dan hanya jika sekurang-kurangnya satu pernyataan penyusunnya bernilai benar.

Kalimat majemuk disjungsi ini pun memiliki nilai kebenaran yaitu nilai kebenaran bernilai salah apa hanya jika kedua pernyataan tersebut bernilai salah. Disjungsi di atas dikenal dengan disjungsi inklusif.

Contoh 5.6

“Rania ada di Jakarta atau berada di Bandung”

Pernyataan ini hanya benar jika salah satu saja terjadi, yaitu Rania ada di Jakarta atau ada di Bandung, tidak mungkin terjadi jika Rania berada di Jakarta sekaligus di Bandung. Kalau tidak ada ketentuan yang lain, maka dalam matematika disjungsi yang terkenal biasanya disjungsi inklusif. Tabel kebenaran disjungsi adalah sebagai berikut.

Tabel 5.3

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Latihan 5.4

Manakah diantaranya pernyataan yang berikut benar dan yang bernilai salah.

- 1) Persegi merupakan belah ketupat atau jajargenjang
- 2) 15 merupakan bilangan genap atau bilangan prima.
- 3) Anissa pergi ke pasar atau ke mall.
- 4) Kamera adalah alat visual atau audio.
- 5) 17 merupakan bilangan prima atau ganjil.

Kunci jawaban.

- 1) p : Persegi merupakan belah ketupat (salah)

q : Persegi merupakan jajargenjang (benar)

Maka disjungsi dari dua pernyataan di atas adalah :

$p \vee q$: Persegi merupakan belah ketupat atau jajargenjang (pernyataan bernilai salah)

- 2) p : 15 merupakan bilangan genap (salah)

q : 15 merupakan bilangan prima (benar)

Maka disjungsi dari dua pernyataan di atas adalah :

$p \vee q$: 15 merupakan bilangan genap atau bilangan prima (pernyataan bernilai benar)

- 3) Anissa pergi ke pasar atau ke mall.

Tergantung pada keadaan yang sesungguhnya, apabila Anissa pergi ke salah satunya maka pernyataan tersebut bernilai benar, jika tidak keduanya maka pernyataan tersebut bernilai salah.

- 4) p : Kamera adalah alat visual (benar)

q : Kamera adalah alat audio (salah)

Maka disjungsi dari dua pernyataan *di* atas adalah :

$p \vee q$: Kamera adalah alat visual atau *audio* (pernyataan bernilai benar)

Keterangan disjungsi pada soal nomor 4 ini adalah disjungsi eksklusif karena kamera termasuk alat visual tetapi tidak termasuk alat *audio*. Jadi yang benar hanyalah satu dari kedua pernyataan pembentuknya dan tidak keduanya.

5) p : 17 merupakan bilangan prima (benar)

q : 17 merupakan bilangan ganjil (benar)

Maka disjungsi dari dua pernyataan *di* atas adalah :

$p \vee q$: 17 merupakan bilangan *prima* atau ganjil (pernyataan bernilai benar).

4. Implikasi

Implikasi adalah tanda hubung dalam kalimat majemuk yang ditandai dengan kata “maka” dan dilambangkan dengan “ $\Rightarrow$ ”. Dalam kehidupan sehari-hari kita memakai implikasi dalam bermacam-macam arti misalnya untuk menyatakan suatu syarat “Jika kamu tidak membeli karcis maka kamu tidak diperbolehkan masuk” atau sebab akibat “jika rajin belajar maka akan lulus ujian”

Contoh 5.7

“Jika Rania lulus ujian SBMPTN maka Rania akan membeli mobil”

Fakta 1 : Rania lulus ujian SBMPTN maka Rania tidak membeli mobil

Fakta 2 : Rania lulus ujian SBMPTN, tetapi Rania tidak membeli mobil

Fakta 3 : Rania tidak lulus ujian SBMPTN, tetapi Rania membeli mobil

Fakta 4 : Rania tidak lulus ujian SBMPTN dan Rania tidak membeli mobil

Jika fakta 1 terjadi maka pernyataan *di atas* bernilai benar sedangkan jika fakta 2 terjadi maka pernyataan *di atas* menjadi salah karena keadaan Rania yang lulus SBMPTN menjadi syarat untuk terjadinya membeli mobil. Jika fakta 3 dan 4 terjadi maka pernyataan *di atas* bernilai benar karena keadaan Budi membeli mobil tidak menjadi akibat karena tidak lulus SBMPTN. Berdasarkan penjelasan *di atas* maka definisi implikasi

Definisi 5.5

Pernyataan majemuk jika p maka q disebut pernyataan bersyarat, dilambangkan dengan $p \Rightarrow q$ bernilai salah jika dan hanya jika p bernilai benar dan q bernilai salah.

Pada pernyataan bersyarat $p \Rightarrow q$, p disebut premis, hipotesis atau *anteseden*, sedangkan q disebut kesimpulan atau *konsekuen*. Notasi

$p \Rightarrow q$ dibaca:

1. Jika p maka q

2. q jika p

3. p adalah syarat cukup untuk q

4. q adalah syarat cukup untuk p

Dalam kehidupan sehari-hari pernyataan “jika ... maka ...” sering dinyatakan untuk menyatakan hubungan sebab akibat antara *anteseden* dan *konsekuen*. Tetapi dalam matematika pernyataan bersyarat hanya ditentukan oleh kebenaran-kebenaran pernyataan penyusunnya dengan tidak melihat hubungan sebab akibat antara *anteseden* dan *konsekuen*. Tabel kebenaran implikasi adalah sebagai berikut.

Tabel 5.5

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Latihan 5.5

Manakah diantaranya pernyataan yang berikut benar dan yang bernilai salah.

- 1) Jika persegi panjang adalah belah ketupat maka $3 + 4 = 7$.
- 2) Jika Surabaya adalah ibu kota Jawa Timur maka $2 + 2 = 4$.
- 3) Jika 15 adalah bilangan komposit maka 15 adalah bilangan prima.
- 4) Jika $2 \times 3 = 5$ maka 15 tidak habis dibagi 3.

- 5) Jika ABCD adalah persegi maka diagonal ABCD saling berpotongan dan tegak lurus.

Kunci jawaban.

- 1) p : persegi panjang adalah belah ketupat (salah)

$$q : 3 + 4 = 7 \text{ (benar)}$$

Maka implikasi dari dua pernyataan di atas adalah :

$$p \Rightarrow q : \text{Jika persegi panjang adalah belah ketupat maka } 3 + 4 = 7 \text{ (pernyataan bernilai benar sebab anteseden salah dan konsekuen bernilai benar).}$$

- 2) p : Surabaya adalah ibu kota Jawa Timur (benar)

$$q : 2 + 2 = 4 \text{ (benar)}$$

Maka implikasi dari dua pernyataan di atas adalah :

$$p \Rightarrow q : \text{Jika Surabaya adalah ibu kota Jawa Timur maka } 2 + 2 = 4. \text{ (pernyataan bernilai benar sebab anteseden benar dan konsekuen bernilai benar).}$$

- 3) p : 15 adalah bilangan komposit (benar)

$$q : 15 \text{ adalah bilangan prima (salah)}$$

Maka implikasi dari dua pernyataan di atas adalah :

$$p \Rightarrow q : \text{Jika } 15 \text{ adalah bilangan komposit maka } 15 \text{ adalah bilangan prima.}$$

(pernyataan bernilai salah sebab anteseden benar dan konsekuen bernilai salah).

- 4) $p : 2 \times 3 = 5$ (salah)

$$q : 15 \text{ tidak habis dibagi } 3 \text{ (salah)}$$

Maka implikasi dari dua pernyataan di atas adalah :

$$p \Rightarrow q : \text{Jika } 2 \times 3 = 5 \text{ maka } 15 \text{ tidak habis dibagi } 3 \text{ (pernyataan bernilai benar sebab anteseden salah dan konsekuen bernilai salah).}$$

- 5) p : ABCD adalah persegi (benar)

$$q : \text{diagonal ABCD saling berpotongan dan tegak lurus (benar)}$$

Maka implikasi dari dua pernyataan di atas adalah :

$$p \Rightarrow q : \text{Jika ABCD adalah persegi maka diagonal ABCD saling berpotongan dan tegak lurus (pernyataan bernilai benar sebab anteseden benar dan konsekuen bernilai benar).}$$

5. Biimplikasi

Biimplikasi adalah tanda hubung dalam kalimat majemuk yang ditandai dengan kata "... jika dan hanya jika ..." dan dilambangkan dengan " $\Leftrightarrow$ " Contoh 5.8

$$p : \text{Dito mahasiswa UI}$$

$$q : \text{Dito lulus tes masuk}$$

Maka biimplikasi dari dua pernyataan di atas adalah :

$$p \Leftrightarrow q : \text{Dito mahasiswa UI jika dan hanya jika Dito lulus tes masuk.}$$

Pernyataan ini bernilai benar jika ternyata Dito mahasiswa UI maka Dito lulus tes masuk dan jika Dito lulus tes masuk maka Dito mahasiswa UI.

Definisi 5.6

Misalkan p dan q adalah dua pernyataan. Pernyataan p jika dan hanya jika q , disebut dengan pernyataan dwisyarat dilambangkan dengan $p \Leftrightarrow q$ bernilai benar jika dan hanya jika p dan q mempunyai kebenaran yang sama.

Kalimat majemuk biimplikasi ini pun memiliki nilai kebenaran yaitu nilai kebenaran bernilai salah hanya jika salah satu pernyataan bernilai salah.

Pernyataan dwisyarat jarang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, namun banyak pernyataan dibidang ilmu dinyatakan dalam pernyataan ini. Nama pernyataan dwisyarat diperoleh dari $p \Rightarrow q$ bernilai benar dan $q \Rightarrow p$ bernilai benar.

Untuk lebih jelasnya perhatikan tabel berikut :

Tabel 5.5

p	q	$p \Leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Latihan 5.6

Manakah diantaranya pernyataan yang berikut benar dan yang bernilai salah.

- 1) 8 habis dibagi 2 jika dan hanya jika 4 bilangan prima.
- 2) 16 bilangan komposit jika dan hanya jika 3 bilangan ganjil.
- 3) 1 bilangan prima jika dan hanya jika 13 bukan bilangan prima.
- 4) ABCD adalah persegi jika dan hanya jika diagonal ABCD saling berpotongan dan tegak lurus.
- 5) ABC segitiga sama kaki jika dan hanya jika ketiga sisi ABC sama panjang.

Kunci jawaban.

- 1) $p : 8$ habis dibagi 2 (benar)
 $q : 4$ bilangan prima (salah)
Maka biimplikasi dari dua pernyataan di atas adalah:
 $p \Leftrightarrow q : 8$ habis dibagi 2 jika dan hanya jika 4 bilangan prima (pernyataan bernilai salah).
- 2) $p : 16$ bilangan komposit (benar)
 $q : 3$ bilangan ganjil (benar)
Maka biimplikasi dari dua pernyataan di atas adalah:
 $p \Leftrightarrow q : 16$ bilangan komposit jika dan hanya jika 3 bilangan ganjil (pernyataan bernilai benar).

- 3) $p : 1$ bilangan prima (salah)
 $q : 13$ bukan bilangan prima (salah)
Maka biimplikasi dari dua pernyataan di atas adalah:
 $p \Leftrightarrow q : 1$ bilangan prima jika dan hanya jika 13 bukan bilangan prima (pernyataan bernilai benar).
- 4) $p : ABCD$ adalah persegi (benar)
 $q : \text{diagonal } ABCD \text{ saling berpotongan dan tegak lurus}$ (benar)
Maka biimplikasi dari dua pernyataan di atas adalah:
 $p \Leftrightarrow q : ABCD$ adalah persegi jika dan hanya jika diagonal ABCD saling berpotongan dan tegak lurus (pernyataan bernilai benar).
- 5) $p : ABC$ segitiga sama kaki (benar)
 $q : \text{Ketiga sisi } ABC \text{ sama panjang}$ (salah)
Maka biimplikasi dari dua pernyataan di atas adalah:
 $p \Leftrightarrow q : ABC$ segitiga sama kaki jika dan hanya jika ketiga sisi ABC sama panjang (pernyataan bernilai salah).

6. Ekuivalensi Pernyataan Majemuk

Ekuivalensi ialah sesuatu yang memiliki nilai atau secara visual berbeda namun memiliki makna yang sama. Maka dalam ekuivalensi dalam pernyataan majemuk ini berarti sebagai sifat dalam logika matematika yang satu sama lain saling berkaitan.

Hukum-hukum ekuivalen

a) Hukum Komutatif

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

b) Hukum Distributif

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

c) Hukum Asosiatif

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

d) Hukum Identitas

$$p \wedge B \equiv p$$

$$p \vee S \equiv p$$

e) Hukum Dominasi / Ikatan

$$p \vee B \equiv B$$

$$p \wedge S \equiv S$$

f) Hukum Negasi

$$p \vee \sim p \equiv T$$

$$p \wedge \sim p \equiv F$$

g) Hukum Involusi / Negasi Ganda

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

h) Hukum Idempoten

$$p \wedge p \equiv p$$

$$p \vee p \equiv p$$

i) Hukum De Morgan

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

j) Hukum Absorpsi / Penyerapan

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

k) Hukum True dan False

$$\sim T \equiv F$$

$$\sim F \equiv T$$

l) Hukum Perubahan Implikasi menjadi Disjungsi atau Konjungsi.

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Untuk lebih jelasnya perhatikan ekuivalensi di bawah ini :

a. $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

p	q	$(p \wedge q)$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
B	B	B	S	S	S	S
B	S	S	B	S	B	B
S	B	S	B	B	S	B
S	S	S	B	B	B	B

b. $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

p	q	$(p \vee q)$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
B	B	B	S	S	S	S
B	S	B	S	S	B	S
S	B	B	S	B	S	S
S	S	S	B	B	B	B

c. $p \wedge (p \vee q) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	$(q \vee r)$	$p \wedge (p \vee q)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
B	B	B	B	B	B	B	B
B	B	S	B	B	B	S	B
B	S	B	B	B	S	B	B
B	S	S	S	S	S	S	S
S	B	B	B	S	S	S	S
S	B	S	S	S	S	S	S
S	S	B	B	S	S	S	S
S	S	S	S	S	S	S	S

d. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

p	q	r	$(q \wedge r)$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
B	B	B	B	B	B	B
B	B	S	S	B	B	B
B	S	B	S	B	B	B
B	S	S	S	B	B	B
S	B	B	B	B	B	B
S	B	S	S	B	B	B
S	S	B	S	B	S	S
S	S	S	S	S	S	S

e. $p \rightarrow q \equiv p \vee \sim q$

p	q	$(p \rightarrow q)$	$\sim q$	$p \vee \sim q$
B	B	B	S	B
B	S	S	B	B
S	B	B	S	S
S	S	B	B	B

f. $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

p	q	$(p \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
B	B	B	S	S	S
B	S	S	B	B	B
S	B	B	S	S	S
S	S	B	S	B	S

g. $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$

p	q	$(p \Leftrightarrow q)$	$(p \Rightarrow q)$	$(q \Rightarrow p)$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
B	B	B	B	B	B
B	S	S	S	B	S
S	B	S	B	S	S
S	S	B	B	B	B

atau

p	q	$(p \Leftrightarrow q)$	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p \vee q)$	$(\sim q \vee p)$	$(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$
B	B	B	S	S	B	B	B
B	S	S	S	B	S	B	S
S	B	S	B	S	B	S	S
S	S	B	B	B	B	B	B

h. $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

p	q	$(p \Leftrightarrow q)$	$\sim(p \Leftrightarrow q)$
B	B	B	S
B	S	S	B
S	B	S	B
S	S	B	S

atau

$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p \vee q)$	$(\sim q \vee p)$	$(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$
S	S	B	B	B
S	B	S	B	S
B	S	B	S	S
B	B	B	B	B

5.5 Negasi suatu Pernyataan Majemuk

1. Negasi suatu Konjungsi

Jika diketahui pernyataan p dan q , maka konjungsinya adalah $(p \wedge q)$. Ingkaran konjungsinya adalah $\sim(p \wedge q)$ dengan ketentuan Hukum De Morgan:

$$\sim(p \wedge q) \cong \sim p \vee \sim q$$

Contoh 5.9

Tentukan ingkaran dari pernyataan berikut.

- 1 2 adalah bilangan genap dan prima

Jawab.

$p = 2$ adalah bilangan genap

$q = 2$ adalah bilangan prima

Ingkaran dari konjungsi p dan q adalah

$\sim p = 2$ bukan bilangan genap

$\sim q = 2$ bukan bilangan prima

Maka negasi dari "2 adalah bilangan genap dan prima" adalah "2 bukan bilangan genap atau 2 bukan bilangan prima"

- 2 Husni sedang belajar matematika dan mendengarkan musik

Jawab.

$p =$ Husni sedang belajar matematika

$q =$ Husni sedang mendengarkan musik

Ingkaran dari konjungsi p dan q adalah

$\sim p =$ Husni tidak belajar matematika

$\sim q =$ Husni tidak mendengarkan musik

Maka negasi dari "Husni sedang belajar matematika dan mendengarkan musik" adalah "Husni tidak belajar matematika atau tidak mendengarkan musik"

2. Negasi suatu disjungsi

Jika diketahui pernyataan p atau q , maka disjungsinya adalah $(p \vee q)$. Ingkaran konjungsinya adalah $\sim p \vee \sim q$ dengan ketentuan Hukum De Morgan:

$$\sim(p \vee q) \cong \sim p \wedge \sim q$$

Contoh 5.10

Tentukan ingkaran dari pernyataan berikut.

- 1 2 adalah bilangan genap atau prima

Jawab.

$v = 2$ adalah bilangan genap

$q = 2$ adalah bilangan prima

Ingkaran dari konjungsi p dan q adalah

$\sim p = 2$ bukan bilangan genap

$\sim q = 2$ bukan bilangan prima

Maka negasi dari "2 adalah bilangan genap atau prima" adalah "2 bukan bilangan genap dan 2 bukan bilangan prima"

- 2 Husni sedang belajar matematika atau bermain game

Jawab.

$p =$ Husni sedang belajar matematika

$q =$ Husni sedang bermain game

Ingkaran dari konjungsi p dan q adalah

$\sim p =$ Husni tidak belajar matematika

$\sim q =$ Husni tidak bermain game

Maka negasi dari "Husni sedang belajar matematika atau bermain game" adalah "Husni tidak belajar matematika dan tidak bermain game"

3. Negasi dari Implikasi

Jika diketahui pernyataan jika p maka q , maka disjungsinya adalah $(p \Rightarrow q)$. Ingkaran konjungsinya adalah $\sim(p \Rightarrow q)$ dengan ketentuan Hukum De Morgan:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \vee \sim q$$

Contoh 5.11

Tentukan ingkaran dari pernyataan berikut.

- 1 Jika Semarang berada di Jawa Timur maka Surabaya di Jawa Tengah
Jawab.

p = Semarang berada di Jawa Timur (salah)

q = Surabaya di Jawa Tengah (salah)

Ingkaran dari implikasi jika p maka q adalah

$\sim p$ = Semarang tidak berada di Jawa Timur (benar)

$\sim q$ = Surabaya tidak berada di Jawa Tengah (benar)

Maka negasi dari "Jika Semarang berada di Jawa Timur maka Surabaya di Jawa Tengah (bernilai benar)" adalah "Semarang berada di Jawa Timur dan Surabaya tidak berada di Jawa Tengah (bernilai salah)"

- 2 Jika BBM naik maka harga kebutuhan pokok naik

Jawab.

p = BBM naik

q = harga kebutuhan pokok naik

Ingkaran implikasi jika p maka q adalah

$\sim q$ = harga kebutuhan pokok tidak naik

Maka negasi dari "Jika BBM naik maka harga kebutuhan pokok naik" adalah "BBM naik dan harga kebutuhan pokok tidak naik"

4. Negasi dari Biimplikasi

Jika diketahui pernyataan p jika dan hanya jika q , maka biimplikasinya adalah $(p \Leftrightarrow q)$. Ingkaran konjungsinya adalah $\sim(p \Leftrightarrow q)$ dengan ketentuan Hukum De Morgan:

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

Contoh 5.12

Tentukan ingkaran dari pernyataan berikut.

- 1 Segitiga ABC sama sisi jika dan hanya jika ketiga sisinya sama panjang

Jawab.

p = Segitiga ABC sama sisi

q = Ketiga sisinya sama panjang

Ingkaran dari implikasi jika p maka q adalah

$\sim p$ = Segitiga ABC tidak sama sisi

$\sim q$ = Ketiga sisinya tidak sama panjang

Maka negasi dari "Segitiga ABC sama sisi jika dan hanya jika ketiga sisinya sama panjang" adalah "Segitiga ABC sama sisi dan ketiga sisinya tidak sama panjang atau segitiga ABC tidak sama sisi dan ketiga sisinya sama panjang"

$$2 + 14 = 16 \text{ jika dan hanya jika } 8 - 4 = 4$$

Jawab.

$$p = 2 + 14 \quad 16$$

$$q = 8 - 4 \quad 4$$

Ingkaran implikasi jika p maka q adalah

$$\sim p = 2 + 14 \quad 16$$

$$\sim q = 8 - 4 \quad 4$$

Maka negasi dari "2 + 14 = 16 jika dan hanya jika 8 - 4 = 4" adalah "2 + 14 = 16 dan 8 - 4 = 4 atau 8 - 4 = 4 dan 2 + 14 = 16"

5.6 Pengolahan Pernyataan Majemuk

1. Tautologi

Tautologi adalah suatu pernyataan yang selalu bernilai benar untuk setiap pernyataan atau kalimat penyusunnya. Tautologi dalam arti selalu bernilai benar. Tautologi dapat dibuktikan dengan dua cara dengan tabel kebenaran dan dengan implikasi yang logis dari kalimat penyusunnya. Misalnya pada contoh 5.13 berikut.

- 1) Tunjukkan bahwa pernyataan "Cindy lulus ujian atau tidak lulus ujian adalah tautologi"

Jika p : Cindy lulus ujian, maka negasinya adalah

$\sim p$: Cindy tidak lulus ujian

Maka pernyataan $p \vee \sim p$: Cindy lulus ujian atau tidak lulus ujian.

Kalimat di atas mempunyai 2 kemungkinan yaitu lulus atau tidak lulus. Nilai kebenarannya dapat dilihat dari tabel sebagai berikut.

p	$\sim p$	$(p \vee \sim p)$
B	S	B
S	B	B

- 2) Tunjukkan dengan tabel kebenaran $q \Rightarrow (p \vee q)$

p	q	$(p \vee q)$	$q \Rightarrow (p \vee q)$
B	B	B	B
B	S	B	B
S	B	B	B
S	S	S	B

- 3) Tunjukkan dengan tabel kebenaran $(p \wedge q) \Rightarrow (q \vee r)$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$(q \vee r)$	$(p \wedge q) \Rightarrow (q \vee r)$
B	B	B	B	B	B
B	B	S	B	B	B
B	S	B	S	B	B
B	S	S	S	S	B
S	B	B	S	B	B
S	B	S	S	B	B
S	S	B	S	B	B
S	S	S	S	S	B

Karena pada kolom terakhir nilai kebenarannya benar semua maka pernyataan majemuk $(p \wedge q) \Rightarrow (q \vee r)$ merupakan tautologi.

2. Kontradiksi

Kontradiksi adalah suatu pernyataan yang selalu bernilai salah untuk setiap pernyataan atau kalimat penyusunnya. Kontradiksi dalam arti selalu bernilai salah untuk kolom terakhirnya dari tabel kebenaran. Misalnya pada contoh 5.14 berikut.

- 1) Tunjukkan bahwa pernyataan "Cindy lulus ujian dan tidak lulus ujian adalah kontradiksi"

Jika p : Cindy lulus ujian, maka negasinya adalah

$\sim p$: Cindy tidak lulus ujian

Maka pernyataan $p \wedge \sim p$: Cindy lulus ujian dan tidak lulus ujian tidak mungkin terjadi karena pasti ada dua kemungkinan yaitu lulus atau tidak lulus, jadi tidak mungkin sekaligus keadaan keduanya lulus tapi tidak lulus. Nilai kebenaran pernyataan tersebut pasti salah. Nilai kebenarannya dapat dilihat dari tabel sebagai berikut.

p	$\sim p$	$(p \wedge \sim p)$
B	S	S
S	B	S

3. Kontigensi

Kontigensi adalah suatu pernyataan yang hasil akhirnya dapat bernilai banar dan dapat bernilai salah untuk setiap penggantian peubahnya yang sembarang pernyataan. Kontigensi dalam arti untuk kolom terakhirnya dari tabel kebenaran bisa bernilai benar atau salah. Misalnya pada contoh 5.14 berikut.

- 1) Tunjukkan bahwa pernyataan "Jika Dito rajin belajar maka nilai akan baik berarti nilai Dito baik maka Dito belajar"

Jika p : Dito belajar

q : Nilai akan baik

Maka pernyataan $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$

Tabel kebenarannya

p	q	$(p \rightarrow q)$	$(q \rightarrow p)$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$
B	B	B	B	B
B	S	S	B	B
S	B	B	B	S
S	S	S	B	B

- 2) $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
B	B	B	B	B	B
B	B	S	B	S	B
B	S	B	S	B	B
B	S	S	S	S	S

S	B	B	S	S	S
S	B	S	S	S	S
S	S	B	S	S	S
S	S	S	S	S	S

- 3) $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

p	q	r	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
B	B	B	B	B	B
B	B	S	B	B	B
B	S	B	B	B	B
B	S	S	B	B	B
S	B	B	B	B	B
S	B	S	B	S	S
S	S	B	S	B	S
S	S	S	S	S	S

5.7 Konvers, Invers, dan Kontra Posisi Implikasi

Konvers, invers, dan kontra posisi ialah merupakan sifat yang hanya dimiliki oleh implikasi.

Jika diketahui $p \rightarrow q$, maka :

Konvers : $q \rightarrow p$

Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$

Kontra posisi : $\sim q \rightarrow \sim p$

Tabel kebenarannya untuk mengetahui hubungan diantara implikasinya adalah sebagai berikut.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(p \rightarrow q)$ Implikasi	$(q \rightarrow p)$ Konvers	$(\sim p \rightarrow \sim q)$ Invers	$(\sim q \rightarrow \sim p)$ Kontraposisi
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	S	B	B	B

Pada tabel di atas terlihat bahwa implikasi $(p \rightarrow q)$ mempunyai nilai kebenaran yang sama (persis) dengan $(\sim q \rightarrow \sim p)$ kontraposisi dan $(q \rightarrow p)$ konvers mempunyai kebenaran yang setara dengan invers $(\sim p \rightarrow \sim q)$. Jadi implikasi ekuivalen yang logis dengan invers yaitu $(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow \sim p)$ (dibaca: implikasi ekuivalen logis kontraposisif) dan $(q \rightarrow p) \equiv (\sim p \rightarrow \sim q)$ (dibaca: konvers ekuivalen logis dengan invers). Dikatakan ekuivalen logis karena mempunyai kebenaran yang sama. Dalam hal ini berarti implikasi selalu ekuivalen dengan kontraposisinya. Akan tetapi tidak untuk konvers dan invers. Suatu implikasi tidak ekuivalen dengan invers maupun konversnya. Hubungan nilai konvers, invers dan kontraposisi digambarkan sebagai berikut.

Contoh 5.15.
 $p \rightarrow q$: jika hari ini panas, maka hari ini musim kemarau
 Konversnya $q \rightarrow p$: Jika hari ini musim kemarau maka hari ini panas
 Inversnya $\sim p \rightarrow \sim q$: Jika hari ini tidak panas, maka hari ini bukan musim kemarau
 Kontra posisinya $\sim q \rightarrow \sim p$: Jika hari ini bukan musim kemarau, maka hari ini tidak panas.

5.8 Pernyataan Berkuantor

Pernyataan berkuantor merupakan pernyataan yang mengandung ukuran kuantitas. Ada 2 macam pernyataan berkuantor yaitu sebagai berikut.

1. Kuantor Universal

Dalam pernyataan kuantor universal terdapat ungkapan yang menyatakan semua, setiap. Kuantor universal dilambangkan dengan $\forall$ (dibaca untuk semua atau untuk setiap).

Contoh 5.16

$\forall x \in R, x > 0$ dibaca untuk setiap x anggota bilangan riil maka berlaku $x > 0$.

2. Kuantor Eksistensial

Dalam pernyataan kuantor eksistensial terdapat ungkapan yang menyatakan ada, beberapa, sebagian, terdapat. Kuantor eksistensial dilambangkan dengan $\exists$ (dibaca ada, beberapa, terdapat, sebagian).

Contoh 5.17

$\exists x \in R, x + 5 > 1$ dibaca terdapat x anggota bilangan riil dimana $x + 5 > 1$.

3. Ingkaran dari pernyataan berkuantor

Ingkaran dari pernyataan berkuantor universal adalah pernyataan berkuantor eksistensial, begitu juga sebaliknya ingkaran dari pernyataan berkuantor eksistensial adalah pernyataan berkuantor universal.

Contoh 5.18

p : beberapa mahasiswa memakai kacamata

$\sim p$: semua mahasiswa tidak memakai kacamata

5.9 Penarikan Kesimpulan

Penarikan kesimpulan dilakukan dari beberapa pernyataan yang sudah diketahui nilai kebenarannya yang disebut premis. Kemudian dengan menggunakan prinsip yang ada diperoleh pernyataan yang baru yang disebut kesimpulan/konklusi yang diturunkan dari premis yang ada. Penarikan kesimpulan disebut dengan argumentasi. Suatu argumentasi dikatakan sah jika premis-premisnya benar maka konklusinya juga benar. Terdapat 3 metode dalam penarikan kesimpulan, yaitu :

1 Modus ponens

premis 1 : $p \rightarrow q$

premis 2 : p (modus ponens)

Kesimpulan: q

Arti Modus Ponens adalah "jika diketahui $p \rightarrow q$ dan p , maka bisa ditarik kesimpulan q ". Misalnya pada contoh 2.19

premis 1 : Jika Dino rajin belajar maka akan lulus ujian

premis 2 : Dino rajin belajar

Kesimpulan: Dito akan lulus ujian

2 Modus Tollens

premis 1 : $p \rightarrow q$

premis 2 : $\sim q$ (modus tollens)

Kesimpulan: $\sim p$

Modus Tollens berarti "jika diketahui $p \rightarrow q$ dan $\sim q$, maka bisa ditarik kesimpulan $\sim p$ ". Misalnya pada contoh 2.20.

Premis 1 : Jika hari hujan, maka adik memakai payung

Premis 2 : Adik tidak memakai payung

Kesimpulan : Hari tidak hujan

3 Silogisme

premis 1 : $p \rightarrow q$

premis 2 : $q \rightarrow r$ (silogisme)

Kesimpulan: $p \rightarrow r$

Silogisme berarti "jika diketahui $p \rightarrow q$ dan $q \rightarrow r$, maka bisa ditarik kesimpulan $p \rightarrow r$ ". Misalnya pada contoh 2.21

Premis 1 : Jika harga BBM naik, maka harga bahan pokok naik.

Premis 2 : Jika harga bahan pokok naik maka semua orang tidak senang.

Kesimpulan: Jika harga BBM naik, maka semua orang tidak senang.



RANGKUMAN

Secara umum pembahasan terkait dengan bab 1 dapat disimpulkan sebagai berikut.

- 1 Logika matematika disebut juga logika dengan menggunakan symbol matematika (Afidah Kae-runissa, 2015). Logika mempelajari penalaran matematika dengan penalaran tersebut dapat digunakan untuk mempelajari kalimat-kalimat yang menggunakan penalaran matematika.
- 2 Pernyataan adalah kalimat yang mempunyai kebenaran (dapat ditentukan kebenarannya). Pernyataan yang benar mempunyai nilai kebenaran yang benar jika salah mempunyai nilai kebenaran yang salah.
- 3 Ingkaran atau negasi suatu pernyataan diperoleh dengan menambahkan kata tidak pada ingkaran suatu p disajikan dalam bentuk lambang $\sim p$ "dibaca bukan p ". Bila pernyataan p bernilai benar maka ingkarannya salah dan jika salah maka ingkarannya benar.
- 4 Pernyataan majemuk adalah pernyataan yang menggunakan dengan beberapa pernyataan tunggal yang dihubungkan dengan kata hubung. Dalam logika ada empat macam kata hubung yaitu konjungsi (... dan ...), disjungsi (... atau ...), implikasi (jika... maka...), biimplikasi (...jika dan hanya jika...).
- 5 Nilai kebenaran suatu pernyataan majemuk ditentukan oleh nilai kebenaran suatu pernyataan tunggal.

6 Ada tiga macam hubungan implikasi dari kalimat majemuk lainnya yaitu konvers, invers, kontraposisi.

Implikasi $p \rightarrow q$, maka:

Konvers : $q \rightarrow p$

Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$

Kontra posisi : $\sim q \rightarrow \sim p$

7 Ada 2 macam pernyataan berkuantor beserta ingkarannya yaitu sebagai berikut.

a. Kuantor Universal dilambangkan dengan $\forall$ (dibaca untuk semua atau untuk setiap).

b. Kuantor eksistensial dilambangkan dengan $\exists$ (dibaca ada, beberapa, terdapat, sebagian).

c. Ingkaran dari pernyataan berkuantor adalah pernyataan berkuantor eksistensial, begitu juga sebaliknya ingkaran dari pernyataan berkuantor eksistensial adalah pernyataan berkuantor universal.

8 Penarikan Kesimpulan

Penarikan kesimpulan disebut dengan argumentasi. Suatu argumentasi dikatakan sah jika premis-premisnya benar maka konklusinya juga benar. Terdapat 3 metode dalam penarikan kesimpulan, yaitu :

a. Modus ponens

premis 1 : $p \rightarrow q$

premis 2 : p (modus ponens)

Kesimpulan: q

b. Modus Tollens

premis 1 : $p \rightarrow q$

premis 2 : $\sim q$ (modus tollens)

Kesimpulan: $\sim p$

c. Silogisme

premis 1 : $p \rightarrow q$

premis 2 : $q \downarrow r$ (silogisme)

Kesimpulan: $p \rightarrow r$

Pustaka

Afidah & Khairunissa. (2015). Matematika Dasar: Raja Grafindo.

Nugraha, N & Dwiyan, S. D. (2008). Landasan Matematika. Jakarta: UT.

Susilo, F. (2012). Landasan Matematika. Yogyakarta: Graha Ilmu

Tes Formatif

Pilihilah salah satu jawaban yang paling tepat

1	Ingkaran dari pernyataan "semua mahluk hidup perlu makan dan minum" adalah...
a.	semua mahluk hidup tidak perlu makan dan minum
b.	ada mahluk hidup yang tidak perlu makan atau minum
c.	ada mahluk hidup yang tidak perlu makan dan minum
d.	semua mahluk hidup perlu makan tetapi tidak perlu minum
2	Negasi dari pernyataan bahwa "jika hari ini hujan maka sungai akan meluap" adalah ...
a.	Hari hujan dan sungai meluap
b.	Hari ini hujan dan sungai tidak meluap
c.	Jika sungai meluap maka hari hujan
d.	Jika sungai tidak meluap maka hari ini hujan
3	Ingkaran dari pernyataan "Semua anak pandai berlogika "
a.	Semua anak tidak pandai bertlogika
b.	Semua anak pandai berlogika
c.	Terdapat anak yang pandai berlogika
d.	Beberapa anak tidak pandai berlogika
4	Negasi dari pernyataan "Tiada bilangan prima yang lebih dari 2 yang genap "
a.	Semua bilangan prima yang lebih dari 2 adalah ganjil..
b.	Beberapa bilangan prima yang lebih dari 2 genap
c.	Semua bilangan prima yang lebih dari 2 adalah genap.
d.	Beberapa bilangan bukan prima lebih dari 2 adalah ganjil
5	Diberikan argumentasi : Premis 1 Jika suatu sudut lancip , maka pelurusnya tumpul. Premis 2 Pelurusnya sudut A tidak tumpul. Jadi sudut A tidak lancip.

	Pola argumentasi di atas berdasarkan prinsip...
	a. modus ponens
	b. modus tollens
	c. silogisme
	d. kontradiksi
6	Kontraposisi dari pernyataan " Jika penyakit AIDS berbahaya maka semua orang takut terhadap penyakit AIDS " a. Jika ada orang yang tidak takut terhadap penyakit AIDS maka penyakit AIDS tidak berbahaya. b. Jika penyakit AIDS tidak berbahaya maka semua orang tidak takut terhadap penyakit AIDS. c. Jika penyakit AIDS berbahaya maka semua orang tidak takut terhadap penyakit AIDS d. Jika semua orang takut terhadap penyakit AIDS maka penyakit AIDS berbahaya
7	Konvers dari iners pernyataan " Jika saya puasa maka saya lapar " adalah... a. Jika saya lapar maka saya puasa. b. Jika saya tidak puasa maka saya tidak lapar . c. Jika saya lapar maka saya tidak puasa. d. Jika saya tidak lapar maka saya tidak puasa
8	Kontraposisi dri pernyataan "Jika lampu mati, maka kegiatan belajar berhenti " adalah... a. Jika lampu tidak mati, maka kegiatan belajar berhenti b. Jika lampu mati, maka kegiatan belajar tidak berhenti c. Jika lampu tidak mati, maka kegiatan belajar tidak berhenti d. Jika kegiatan belajar tidak berhenti maka lampu tidak mati
9	Kontraposisi dari pernyataan "Jika matahari terbit maka semua ayam jantan berkokok " adalah... a. Jika beberapa ayam jantan tidak berkokok , maka matahari tidak terbit. b. Jika beberapa ayam jantan berkokok , maka matahari tidak terbit c. Jika beberapa ayam jantan berkokok , maka matahari terbit d. Jika matahari tidak terbit maka beberapa ayam jantan tidak berkokok
10	Pernyataan yang ekuivalen dengan pernyataan " jika ia berusaha maka ia berhasil " adalah... a. Jika ia tidak berhasil, maka ia tidak berusaha . b. Jika ia tidak berusaha, maka ia tidak berhasil. c. Jika ia berhasil, maka ia berusaha. d. ia tidak berusaha, tetapi ia berhasil

Kunci Jawaban Tes Formatif

1	B	6	A
2	B	7	A
3	D	8	D
4	A	9	A
5	B	10	A

Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 5 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 5

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 5. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 4, terutama bagian yang belum dikuasai.

BAB 6

PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA SD

A. Deskripsi Singkat isi BAB 6

1.1.1 KONSEP

PEMECAHAN MASALAH

- Masalah
- Pengertian pemecahan masalah
- Jenis-jenis pemecahan masalah
- Langkah pemecahan masalah
- Strategi pemecahan masalah

B. Relevansi

Mahasiswa mampu menganalisis masalah, pemecahan masalah matematika, strategi pemecahan masalah dan mempresentasikannya (KK, KU2, KU9)

C. Capaian Pembelajaran Mata Kuliah

Mahasiswa dapat :

- Menjelaskan pengertian masalah (C2,A3)
- Menyebutkan jenis-jenis masalah (C5, A5)
- Menjelaskan pengertian pemecahan masalah matematika
- Menyebutkan Strategi-strategi pemecahan masalah matematika
- Membuktikan langkah-langkah pemecahan masalah Polya dalam memecahkan masalah matematika dalam kehidupan sehari-hari (C6, A5).

6.1 Pendahuluan

Pemecahan masalah merupakan salah satu topik yang penting dalam mempelajari matematika. Banyak ahli matematika mengatakan bahwa matematika searti dengan pemecahan masalah yaitu mengerjakan soal cerita, membuat pola, menafsirkan gambar, membuktikan teorema dan lain sebagainya. Pemecahan masalah sebagai proses yang muncul sebagai suatu kegiatan yang dinamis, misalnya menggunakan suatu pengetahuan kedalam suatu keadaan baru.

6.2 Pengertian Masalah

Setiap masalah selalu berkenaan dengan suatu pernyataan, tetapi tidak setiap pernyataan merupakan masalah. Menurut Antonius Cahya Prihandoko, (2007: 201) menyatakan bahwa pertanyaan merupakan masalah apabila pertanyaan tersebut tidak dapat dijawab atau diselesaikan secara langsung melalui prosedur rutin. Pertanyaan yang akan diberikan kepada siswa akan menentukan terkatagorikan tidaknya suatu pertanyaan menjadi 'masalah' atau hanyalah 'pertanyaan' biasa. Karenanya, dapat terjadi bahwa suatu pertanyaan merupakan suatu masalah bergantung kepada individu dan waktu.

Masalah dalam matematika menurut Holmes (Sri Wardani, 2010: 16) ada dua macam yaitu masalah rutin dan masalah nonrutin. Masalah rutin adalah masalah yang dapat diselesaikan dengan prosedur yang dipelajari di kelas atau metode yang sudah ada. Masalah rutin sering disebut sebagai masalah

penerjemahan karena deskripsi situasi dapat diterjemahkan dari kata-kata menjadi simbol-simbol. Jenis masalah ini banyak terdapat dalam buku ajar dan dimaksudkan untuk melatih siswa menggunakan prosedur yang dipelajari di kelas. Masalah Nonrutin adalah masalah yang dalam menyelesaikannya diperlukan pemikiran lebih lanjut karena prosedurnya tidak sejelas atau tidak sama dengan prosedur yang dipelajari di kelas. Dengan kata lain masalah nonrutin ini menyajikan situasi baru yang belum pernah dijumpai oleh siswa sebelumnya. Dalam situasi baru itu, ada tujuan yang jelas yang ingin dicapai, tetapi cara mencapainya tidak segera muncul dalam benak siswa.

Polya juga membagi masalah menjadi dua macam yaitu: (1). Masalah untuk menemukan, dapat teoris atau praktis, abstrak atau konkret, termasuk teka-teki; (2) Masalah untuk membuktikan adalah untuk menunjukkan bahwa suatu pernyataan itu benar atau salah atau bahkan tidak kedua-duanya.

6.3 Pengertian Pemecahan Masalah

Kegiatan memecahkan masalah adalah bagian penting dalam belajar matematika. Salah satu tujuan pembelajaran matematika adalah agar siswa mampu memecahkan masalah matematika yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh. Sehingga guru harus melatih keterampilan dalam membantu siswa dalam memecahkan masalah matematika.

Menurut Lenchner (Sri Wardani, dkk, 2010, 15) memecahkan masalah adalah proses menerapkan pengetahuan yang diperoleh sebelumnya ke dalam strategi baru yang belum dikenal.

Menurut (Made Wena, 2010, 52) menyatakan bahwa pemecahan masalah dipandang sebagai proses untuk menemukan kombinasi dari sejumlah aturan yang dapat diterapkan dalam upaya mengatasi situasi baru. Pemecahan masalah tidak sekedar sebagai bentuk kemampuan menerapkan aturan-aturan yang telah dikuasai melalui kegiatan-kegiatan belajar terdahulu, melainkan lebih dari itu, melainkan proses untuk mendapatkan seperangkat aturan pada tingkat yang lebih tinggi.

Hal senada tentang pemecahan masalah menurut (Sumarmo, 1994: 8) menyatakan bahwa pemecahan masalah dapat berupa menciptakan ide baru, atau menemukan teknik atau produk baru.

Menurut Branca (Sumarmo, 1994: 8) pemecahan masalah dapat diartikan dengan menggunakan interpretasi umum yaitu: pemecahan masalah sebagai tujuan, pemecahan masalah sebagai proses dan pemecahan masalah sebagai keterampilan proses. Sumarmo menjelaskan juga tentang karakteristik soal-soal pemecahan masalah: (1) Memiliki lebih dari satu cara penyelesaian; (2) Memiliki lebih dari satu jawaban; (3) Melibatkan logika, penalaran, dan uji coba; (4) Sesuai dengan situasi nyata dan minat siswa.

Dari beberapa pendapat di atas dapat disintesis bahwa pemecahan masalah adalah suatu proses untuk mengatasi kesulitan yang ditemui untuk mencapai suatu tujuan yang diinginkan berupa menciptakan ide baru, atau menemukan teknik atau produk baru.

6.4 Jenis-jenis Pemecahan Masalah Matematika

Troutman (1982) menyatakan bahwa ada dua jenis pemecahan masalah rutin dan pemecahan masalah nonrutin. Pemecahan masalah rutin adalah pemecahan masalah yang menggunakan prosedur standar yang diketahui dalam matematika. Contoh: Tentukan luas persegi dengan sisinya sama dengan 100 meter. Pemecahan masalah nonrutin adalah pemecahan masalah yang memerlukan prosedur yang harus diciptakan sendiri karena masalah yang diberikan merupakan situasi masalah yang tidak biasa dan tidak ada standar yang pasti untuk menyelesaikannya.

Tabel 6.1 Tahap pemecahan masalah rutin dan non rutin

Masalah Rutin	Masalah Non rutin
- Memahami masalah dan pilih prosedur yang memenuhi - Melaksanakan prosedur dan mencari solusi - Mengevaluasi solusi	- Membuat masalah menjadi familiar - Mengumpulkan informasi yang relevan dengan masalah - Temukan beberapa strategi untuk memecahkan masalah dan evaluasi strategi-strategi tersebut - Pilih strategi dan melaksanakannya untuk mencari solusi serta evaluasi solusi tersebut

6.5 Langkah-langkah Pemecahan Masalah Matematika

Dalam memecahkan masalah matematika, diperlukan langkah-langkah kongkrit yang benar sehingga jawaban yang diperoleh dapat menjadi benar. Gagne dalam Ruseffendi mengemukakan bahwa dalam pemecahan masalah ada lima langkah yang harus dilakukan, yaitu:

1. Menyajikan masalah dalam bentuk yang lebih jelas
2. Menyatakan masalah dalam bentuk yang operasional atau dapat dipecahkan
3. Menyusun hipotesis-hipotesis alternatif dan prosedur kerja yang diperkirakan baik untuk digunakan dalam memecahkan masalah itu
4. Mengetes hipotesis dan melakukan kerja untuk memperoleh hasilnya yaitu dengan mengumpulkan data, pengolahan data
5. memeriksa kembali apakah hasil yang diperoleh itu benar, mungkin memilih pula pemecahan yang paling baik.

Polya (Marcel B. Finan, 2006: 4-5) mengatakan bahwa dalam proses pemecahan masalah terdapat empat langkah yaitu: (1) pemahaman soal; (2) pemikiran suatu rencana; (3) pelaksanaan rencana; (4) peninjauan kembali.

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa langkah-langkah yang digunakan dalam menyelesaikan masalah sebagai berikut.

1. Memahami masalah atau soal yang akan diselesaikan

Langkah ini dimulai dengan aktivitas siswa untuk membaca soal sampai akhirnya dapat menyebutkan apa yang diketahui dan apa yang akan dicari, diranyakan ataupun yang akan diselesaikan dalam soal tersebut. Jadi dalam mempelajari matematika diperlukan juga kemampuan bahasa sehingga siswa dapat mengerti akan maksud soal yang akan diselesaikan, dapat menggunakan logika, imajinasi dan kreativitas dalam mencari solusinya.

2. Merumuskan penyelesaian masalah

Langkah ini berkaitan dengan bagaimana siswa dapat mentransfer hasil yang telah diperoleh dari langkah pertama ke dalam model

matematika yang sesuai serta mengaitkannya dengan materi yang telah dipelajari untuk menentukan langkah penyelesaian yang benar. Kesalahan dalam pemodelan ataupun dalam memilih langkah penyelesaian, secara beruntun akan menyebabkan kesalahan dalam menyelesaikan soal tersebut.

3. Melakukan langkah penyelesaian masalah

Langkah penyelesaian masalah dilakukan dengan menguraikan proses penyelesaian masalah yang telah dirumuskan dalam langkah dua. Ketepatan serta ketelitian algoritma sangat berperan dalam langkah ini.

4. Evaluasi/memeriksa kembali hasil pengerjaan soal

Langkah terakhir yang berupa evaluasi, berhubungan dengan bagaimana siswa dapat menerjemahkan hasil penyelesaian yang berupa model ataupun kalimat matematika ke dalam permasalahan yang pertama dicari dalam soal yang diselesaikan. Ada kecenderungan beberapa siswa yang melewati langkah ini dan lupa untuk menyimpulkan hasil penyelesaian soal serta mengaitkannya dengan permasalahan yang ditanyakan di awal.

Tabel 6. 1 Pedoman Penskoran Rubrik Tes Kemampuan Pemecahan

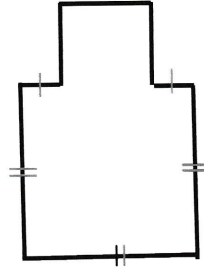
Aspek yang dinilai	Reaksi Terhadap Soal/Masalah	Skor
Memahami Masalah	Tidak memahami soal/tidak ada jawaban	0
	Tidak memperhatikan syarat syarat soal/cara interpretasi soal kurang tepat	1
	Memahami soal dengan baik	2
Merencanakan Penyelesaian	Tidak ada rencana strategi penyelesaian	0
	Strategi yang direncanakan kurang tepat	1
	Menggunakan satu strategi tertentu tetapi tidak dapat dilanjutkan	2
	Menggunakan satu strategi tertentu tetapi kurang mengarah pada penyelesaian masalah	3
	Menggunakan beberapa strategi yang benar dan mengarah pada jawaban yang benar	4

Menyelesaikan Masalah	Tidak ada penyelesaian	0
	Ada penyelesaian, tetapi prosedur tidak jelas	1
	Menggunakan satu prosedur tertentu dan mengarah pada jawaban yang benar	2
	Menggunakan satu prosedur tertentu yang benar tetapi salah dalam menghitung	3
Memeriksa Jawaban	Menggunakan prosedur tertentu yang benar dan hasil benar	4
	Tidak ada pemeriksaan jawaban	0
	Pemeriksaan hanya pada jawaban dengan menjawab kesimpulan tetapi kurang tepat	1
	Menafsirkan hasil yang diperoleh dengan membuat kesimpulan secara tepat	2

Adapun cara perhitungan nilai akhir adalah sebagai berikut.

Berikut diberikan contoh soal pemecahan masalah di SD

1. Diketahui ada dua buah persegi seperti pada gambar di bawah ini. Jika jumlah luas ke dua buah persegi tersebut adalah 74 cm^2 . Tentukanlah keliling pada gambar di bawah ini !

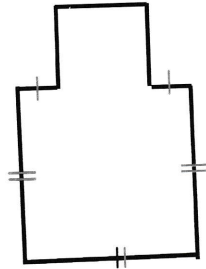


Jawab:

- a. Memahami masalah

Diketahui. Dua buah persegi seperti gambar di bawah ini. Jika jumlah luas ke dua buah persegi tersebut adalah 74 cm^2 .

Tentukanlah keliling pada gambar di bawah ini.



- b. Merencanakan Penyelesaian masalah
Luas persegi kecil < Luas persegi besar

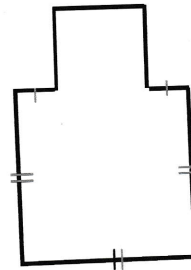
Sisi persegi	Luas persegi kecil	Luas persegi besar
2	4	4
3	9	9
4	16	16
5	25	25
6	36	36
7	49	49
8	64	64
9	81	81

- c. Menyelesaikan masalah

$$3 \cdot 21^2 + 9 \cdot 21^2 = 4 \cdot 21^2$$

$$\text{Sisi persegi kecil} = \sqrt{L} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Sisi persegi besar} = \sqrt{L} = \sqrt{49} = 7 \text{ cm}$$



- d. Memeriksa masalah

$$\begin{aligned} \text{Keliling} &= 7 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} \\ &= 38 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jadi, kelilingnya = 38

6.6 Strategi pemecahan masalah matematika

Strategi pemecahan masalah matematika adalah suatu teknik penyelesaian soal-soal pemecahan masalah matematika yang bersifat praktis. Strategi ini memuat komponen materi matematika sebagai komponen yang paling penting.

Menurut Marcel B. Finan (2006:4-5) ada 11 strategi dalam pemecahan masalah yakni: (1) Beraksi: Strategi menuntut kita melihat apa yang ada dalam masalah dan membuat hubungan antar komponen dalam masalah menjadi jelas melalui serangkaian aksi fisik atau manipulasi objek; (2) Membuat gambar atau diagram: digunakan untuk menyederhanakan masalah dan memperjelas hubungan yang ada; (3) Mencari pola: untuk memudahkan memahami permasalahan; (4) Membuat tabel: membantu mempermudah siswa untuk melihat pola dan memperjelas informasi yang hilang; (5) Menghitung semua kemungkinan secara sistematis: mengecek atau menghitung semua kemungkinan jawaban yang ada; (6) Menebak dan Menguji: Strategi menebak yang "terdidik" ini didasarkan pada aspek-tepek yang relevan dengan permasalahan yang ada, ditambah pengetahuan dari pengalaman sebelumnya; (7) Bekerja mundur: cocok untuk menjawab permasalahan yang menyajikan kondisi (hasil) akhir dan akan menanyakan sesuatu yang terjadi sebelumnya; (8) Mengidentifikasi informasi yang diberikan, diberikan dan diperlukan: strategi ini membantu kita menyortir informasi dan member mereka informasi dan member mereka pengalaman dalam merumuskan pertanyaan; (9) Menulis kalimat terbuka: membantu kita melihat hubungan antara informasi yang diberikan dan yang dicari; (10) Menyelesaikan masalah yang lebih sederhana atau serupa: Suatu masalah yang rumit dapat diselesaikan dengan cara menyelesaikan masalah yang serupa tetapi lebih sederhana; (11) Mengubah pandangan: digunakan setelah kita lupa strategi lain telah dicoba tanpa hasil.

Berikut strategi pemecahan masalah matematika yang sering digunakan menurut Polya (1973) dan Pasmien (1989) diantaranya dapat dilihat dibawah ini:

1. Mencoba-coba

Strategi ini biasanya digunakan untuk mendapatkan gambaran umum pemecahan masalah dengan mencoba coba (*trial and error*). Proses mencoba-coba dengan menggunakan suatu analisis yang tajam yang sangat dibutuhkan pada penggunaan strategi ini.

2. Membuat diagram,

Strategi ini berkaitan dengan pembuatan sket atau gambaran untuk mempermudah memahami masalah dan mempermudah mendapatkan gambaran umum penyelesaiannya.

Contoh.

- Jika ada 5 orang di sebuah ruangan dan mereka semua berjabat tangan dengan satu sama lain, berapa banyak jabat tangan yang ada sama sekali?

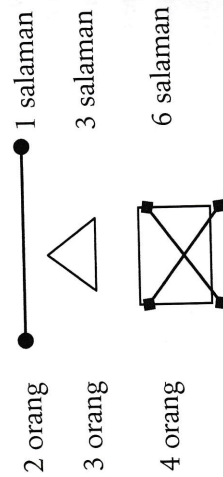
Jawab.

Strategi Problem solving dari Polya

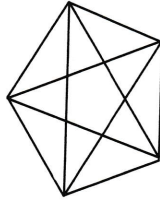
i. Memahami masalah-Apa masalahnya?

Dalam suatu ruangan ada 5 orang, mereka saling berjabat tangan satu dengan lainnya. Berapa banyak cara mereka berjabat tangan?

ii. Perencanaan pemecahan



- i. Melaksanakan rencana
Membuat sebuah gambar



3. Mencobakan pada soal yang lebih sederhana

strategi ini berkaitan dengan penggunaan contoh-contoh khusus yang lebih mudah dan lebih sederhana, sehingga gambaran umum penyelesaian masalah akan mudah dianalisis dan ditemukan.

Contoh

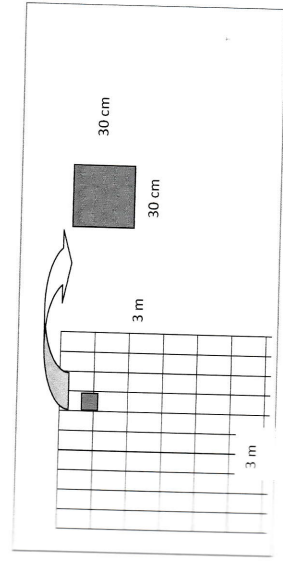
- Lantai gudang sekolah SMP Negeri 15 Semarang berbentuk persegi berukuran $3\text{ m} \times 3\text{ m}$, yang telah ditutupi sejumlah ubin dengan panjang sisi 30 cm . Berapa jumlah ubin yang diperlukan untuk menutupi seluruh lantai gudang sekolah.

Jawab.

Problem solving dengan strategi Polya

Memahami masalah-Apa masalahnya?

- Lantai gudang SMP Negeri 15 Semarang berbentuk persegi $3\text{ m} \times 3\text{ m}$
- Akan ditutupi ubin panjang sisinya 30 cm . Banyaknya ubin untuk menutupi seluruh lantai.
- Membuat perencanaan



iii. Melaksanakan rencana

$$\begin{aligned}
 \text{Luas gudang sekolah} &= s \times s \\
 &= 3 \text{ m} \times 3 \text{ m} \\
 &= 9 \text{ m}^2 \\
 &= 90000 \text{ cm}^2 \\
 \\
 \text{Luas ubin} &= s \times s \\
 &= 30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \\
 &= 900 \text{ cm}^2 \\
 \\
 \text{Banyaknya ubin yang dibutuhkan} &= \frac{90000}{900} = 100 \text{ ubin.}
 \end{aligned}$$

4. Membuat tabel

Strategi ini berkaitan dengan pencarian keteraturan-keteraturan yang sudah didapatkan tersebut lebih memudahkan kita untuk menemukan penyelesaian masalah.

Contoh

- Seorang tukang kayu konstruksi meja dengan 4 kaki dan bangku dengan 3 kaki. Setelah selesai bekerja hari itu dia telah menggunakan 43 kaki. Berapa banyak meja dan bangku telah dibuat?

Jawab.

Strategi Problem solving Polya

ii. Memahami masalah-Apa masalahnya?

Terdapat 43 kaki akan dibuat $\sqrt{\quad}$ Meja ? dengan @ meja : 4 kaki
Bangku? Dengan @ bangku : 3 kaki

ii. Membuat Perencanaan

Misal tukang kayu membuat 1 meja maka $43-4 = 39$ kaki. Dari 39 kaki akan dibuat bangku maka bangku. Ada 13 bangku yang dibuat

iii. Melaksanakan perencanaan

Dengan tabel

Jumlah meja	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Jumlah kaki	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
Sisa kaki	$43-4 = 39$									
Jumlah bangku	$\frac{9}{3} = 3$	$\frac{3}{3} = 1$	$\frac{3}{3} = 1$	$\frac{7}{3} = 2$	$\frac{3}{3} = 1$	$\frac{9}{3} = 3$	$\frac{5}{3} = 1$	$\frac{1}{3} = 0$	$\frac{7}{3} = 2$	$\frac{3}{3} = 1$

v. Melihat kembali, merefleksi, solusi yang diperoleh

Berdasarkan tabel pelaksanaan rencana maka diperoleh banyaknya kemungkinan yaitu:

Banyaknya meja	1 meja	4 meja	7 meja	10 meja
Banyaknya bangku	13 bangku	9 bangku	5 bangku	1 bangku

B. Menemukan Pola

Strategi ini berkaitan dengan pencarian keteraturan-keteraturan yang sudah didapatkan tersebut lebih memudahkan kita untuk menemukan penyelesaian masalah.

Contoh.

- Nomor persegi yang disebut demikian karena pola yang mereka bentuk sebagai persegi 'tumbuh'. Berapa banyak persegi sana ketika memiliki sisi 5, atau 10? Berapa panjang sisi menjadi ketika ada 81 persegi?

Jawab.

Strategi Problem solving dari Polya

Memahami masalah-Apa masalahnya?

- Persegi ke1, sisinya 1 cm. Luasnya 1 cm²
- Persegi ke2, sisinya 2 cm. Luasnya 2 cm²
- Persegi ke3, sisinya 3 cm. Luasnya 9 cm².
- Persegi memiliki sisi 5 dan ke 10? Panjang sisi ketika ada 81 persegi?

ii Membuat perencanaan

Persegi ke-	1	2	3	4	5	...
Sisinya	1	2	3	4	5	
Banyaknya persegi (Luas)	1	4	9	16	25	

iii Melaksanakan rencana

Membuat pola

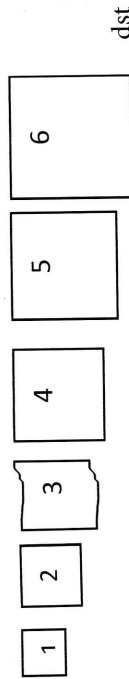
- ◆ Persegi ke 1, $s = 1$ cm. $L = s^2 = 1^2 = 1$ cm²
- ◆ Persegi ke 2, $s = 2$ cm. $L = s^2 = 2^2 = 4$ cm²
- ◆ Persegi ke 3, $s = 3$ cm. $L = s^2 = 3^2 = 9$ cm²
- ◆ Persegi ke 5, $s = 5$ cm. $L = s^2 = 5^2 = 25$ cm²
- ◆ Persegi ke 10, $s = 10$ cm. $L = s^2 = 10^2 = 100$ cm²

Jika banyaknya persegi ada 81 maka ada $s = \sqrt{L} = \sqrt{81} = 9$

iv Melihat kembali, merenungkan solusi yang diperoleh

- ◆ Banyak persegi saat ketika memiliki sisi 5, atau 10 adalah 25 cm² atau 100 cm².
 - ◆ Panjang sisi menjadi 9 ketika ada 81 persegi adalah 9 sisi
- Contoh lain.

➤ Diketahui: Persegi gambar di bawah ini!



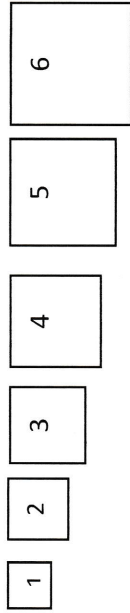
Luas persegi ke-1 = 1 cm², luas persegi ke-2 = 4 cm², luas persegi ke-3 = 9 cm².

Tentukan keliling persegi ke-6!

Jawab.

Strategi pemecahan masalah dari polya.

i. Memahami masalah-Apa masalahnya?



Luas persegi ke-1 = 1 cm²

Luas persegi ke-2 = 4 cm²

Luas persegi ke-3 = 9 cm² dst.

Tentukan keliling persegi ke-6

ii. Membuat Perencanaan.

Persegi ke-	1	2	3
Luas Persegi	1 cm ²	4 cm ²	9 cm ²
Sisi Persegi = $\sqrt{L}$	$\sqrt{1} = 1$ cm	$\sqrt{4} = 2$ cm	$\sqrt{9} = 3$ cm
+2 +2 +2 +2 +2 +2			
Keliling Persegi = 4 x s			
4 x 1 = 4 cm			
4 x 2 = 8 cm			
4 x 3 = 12 cm			
4 x 4 = 16 cm			
4 x 5 = 20 cm			
4 x 6 = 24 cm			

iii. Melaksanakan perencanaan

Menemukan pola

L-1 = 16

$\Leftrightarrow s^2 = 16 \Leftrightarrow s = 4$

L-2 = 36

$\Leftrightarrow s^2 = 36 \Leftrightarrow s = 6$

L-3 = 64

$\Leftrightarrow s^2 = 64 \Leftrightarrow s = 8$

Jadi, $s_2 = s_1 + 2, s_3 = s_2 + 2, s_4 = s_3 + 2, s_5 = s_4 + 2$

Sehingga sisi ke-6, $s_6 = s_5 + 2 = (s_4 + 2) + 2 = (s_3 + 2) + 2 + 2 = 14$ cm

Jadi, kelilingnya $= 4 \times s_6 = 4 \times 14 = 56$ cm.

iv. Melihat kembali, merefleksi solusi yang diperoleh

Pada persegi ke-6 sisi persegi adalah 14 cm.

Jadi, keliling persegi adalah $4 \times s = 4 \times 14 = 56$ cm.

6. Memperhitungkan setiap kemungkinan

Strategi ini berkaitan dengan penggunaan aturan-aturan yang dibuat sendiri oleh para pelaku selama proses pemecahan masalah berlangsung sehingga dapat dipastikan tidak akan ada satupun alternatif yang diabaikan

Contoh.

➤ Monyet perlu mendapatkan ke pisang-berapa banyak cara yang bisa bisa ada disana? Apakah rute terpendek ke pisang?

Monyet

O	O	O	O	O
O	O	O	O	O
O	O	O	O	O
O	O	O	O	O
O	O	O	O	O

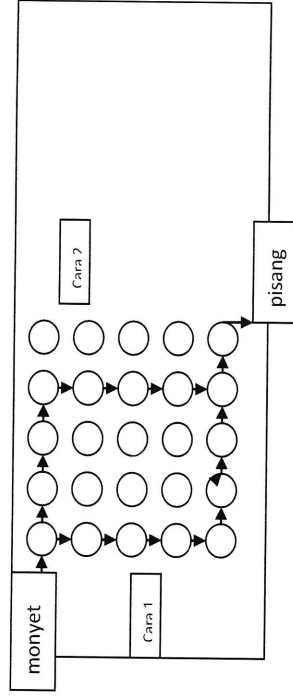
Pisang

Jawab.

Problem solving dengan strategi Polya

- i. Memahami masalah-Apa masalahnya?
 - ♦ Banyaknya cara monyet dapat menuju ke pisang.
 - ♦ Apa rute terpendek ke pisang.

ii. Membuat perencanaan



vi. Melaksanakan rencana

Banyaknya cara monyet dapat menuju pisang ada 125 cara.

Rute terpendeknya adalah yang bergaris merah

iv. Melihat kembali, merenungkan solusi yang diperoleh

7. Berpikir logis

strategi ini berkaitan dengan penggunaan penalaran ataupun penarikan kesimpulan yang sah atau valid dari berbagai informasi atau data yang ada

8. Bergerak dari belakang

Strategi ini dimulai dengan proses pemecahan masalahnya dari yang diinginkan atau yang ditanyakan lalu menyesuaikan dengan yang diketahui.

Contoh.

➤ Panjang tali dipotong setengah untuk berbagi antara dua pemilik tanah. Satu pemilik membutuhkan $\frac{2}{3}$ untuk mengikat anjingnya di gudang. Bagian yang tersisa adalah panjangnya 1 meter; berapa panjang tali asli?

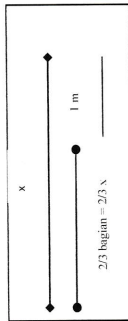
Jawab.

Problem solving dengan strategi Polya

v. Memahami masalah-Apa masalahnya?

- ♦ Panjang tali dipotong setengah untuk berbagi dua pemilik tanah
- ♦ Satu pemilik membutuhkan $\frac{2}{3}$ untuk mengikat anjingnya
- ♦ Bagian yang tersisa 1 meter. Panjang tali asli

vi. Membuat perencanaan



vii. Melaksanakan rencana

Bekerja dari belakang

	Total tali	2 meter	3 meter
Panjang tali 1		$\frac{2}{3}$ bagian = $\frac{2}{3} \times$ $\frac{2}{3} = \frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$ bagian = $\frac{2}{3} \times 3 = 2$
Panjang tali ke 2		1 m	1 m
Jumlah panjang tali 1 dan 2		$\frac{7}{3}$	3 m
Total tali sama dengan jumlah panjang tali 1 dan 2		$2 \neq \frac{7}{3}$	$3 = 3$

viii. Melihat kembali, merenungkan solusi yang diperoleh

Jadi total tali adalah 3 meter.

Strategi bekerja mundur mendorong siswa untuk melihat apa jawabannya dan kemudian bentuk sistematis yang mengarah ke jumlah sebelumnya.

9. Menyederhanakan masalah

Masalah dengan bilangan yang besar atau pecahan seringkali terlihat sulit. Menyubstitusikan bilangan bulat yang kecil biasanya akan memudahkan pemecah masalah dengan struktur masalah. Pecahkan masalah dengan bilangan yang disubstitusikan tersebut, dan kemudian kembalikan ke masalah aslinya.

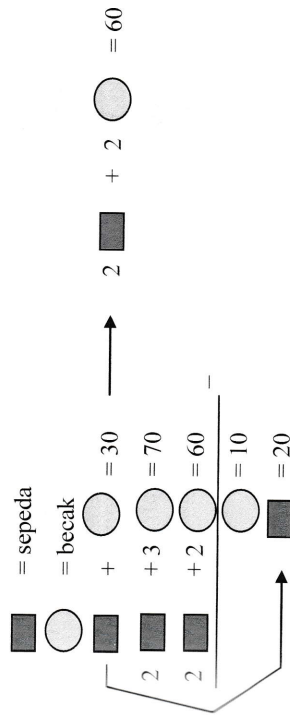
Tidak setiap strategi pemecahan masalah dapat digunakan untuk memecahkan setiap masalah, artinya masalah dengan karakteristik tertentu memerlukan strategi pemecahan masalah tertentu pula. Sebagai contoh, strategi menyederhanakan masalah digunakan untuk memecahkan masalah yang memuat bilangan yang besar atau pecahan. Strategi bekerja mundur atau ke belakang digunakan untuk memecahkan masalah yang bilangan terakhir dari masalah sudah diketahui namun bilangan awalnya belum diketahui

Contoh Soal Nonrutin

1. Ditaman terdapat becak dan sepeda. Jika terdapat 30 tempat duduk dan 70 roda. Tentukan berapa banyak jumlah becak?

Jawab:

Cara 1:



Cara 2:

Misal sepeda = x

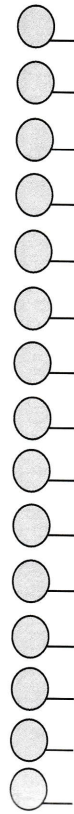
Becak = y

$$\begin{array}{rcl} x + y = 30 & \times 3 & 3x + 3y = 90 \\ 2x + 3y = 70 & \times 1 & 2x + 3y = 70 \\ \hline & & x = 20 \\ & & y = 10 \end{array}$$

Cara 3:

= sepeda

= becak



2. Perhatikan tabel harga barang berikut ini:

No	Daftar Harga Barang	
1.	Buku tulis	Rp2.000,00
2.	Pensil	Rp1.500,00
3.	Penggaris	Rp1.000,00
4.	Pensil warna	Rp5.000,00
5.	Buku gambar	Rp3.000,00

Zahra memiliki uang Rp.. 20.000,00. Ia ingin membeli beberapa alat tulis yang ada dalam daftar di atas. Berapa jumlah barang-barang yang dapat Zahra beli dari uang yang ada?

Jawab:

4 buah pensil warna :

$$4 \times \text{Rp } 5.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

3 buah pensil warna + 1 buku gambar + 1 buku tulis :

$$3 \times \text{Rp } 5.000,00 + \text{Rp } 3.000,00 + \text{Rp } 2.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

3 buah pensil warna + 1 buku gambar + 2 penggaris :

$$3 \times \text{Rp } 5.000,00 + \text{Rp } 3.000,00 + 2 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

3 buah pensil warna + 2 pensil + 2 penggaris :

$$3 \times \text{Rp } 5.000,00 + 2 \times \text{Rp } 1.500,00 + 2 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

3 buah pensil warna + 2 pensil + 1 buku tulis :

$$3 \times \text{Rp } 5.000,00 + 2 \times \text{Rp } 1.500,00 + \text{Rp } 2.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

3 buah pensil warna + 1 penggaris + 2 buku tulis :

$$3 \times \text{Rp } 5.000,00 + \text{Rp } 1.000,00 + 2 \times \text{Rp } 2.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 2 buku gambar + 2 buku Tulis :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 2 \times \text{Rp } 3.000,00 + 2 \times \text{Rp } 2.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 2 buku gambar + 4 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 2 \times \text{Rp } 3.000,00 + 4 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 4 pensil + 4 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 4 \times \text{Rp } 1.500,00 + 4 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 4 pensil + 2 buku tulis :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 4 \times \text{Rp } 1.500,00 + 2 \times \text{Rp } 2.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 2 penggaris + 4 buku tulis :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 2 \times \text{Rp } 1.000,00 + 4 \times \text{Rp } 2.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 4 pensil + 1 buku tulis :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 2 \times \text{Rp } 1.500,00 + \text{Rp } 2.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 3 buku gambar + 1 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 3 \times \text{Rp } 3.000,00 + \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 5 buku tulis :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 5 \times \text{Rp } 2.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 4 buku tulis + 2 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 4 \times \text{Rp } 2.000,00 + 2 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 3 buku tulis + 4 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 3 \times \text{Rp } 2.000,00 + 4 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 2 buku tulis + 6 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 2 \times \text{Rp } 2.000,00 + 6 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 1 buku tulis + 8 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + \text{Rp } 2.000,00 + 8 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 10 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 10 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 4 buku tulis + 2 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 4 \times \text{Rp } 2.000,00 + 2 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 2 pensil + 7 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 2 \times \text{Rp } 1.500,00 + 7 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 4 pensil + 4 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 4 \times \text{Rp } 1.500,00 + 4 \times \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

2 buah pensil warna + 6 pensil + 1 penggaris :

$$2 \times \text{Rp } 5.000,00 + 6 \times \text{Rp } 1.500,00 + \text{Rp } 1.000,00 = \text{Rp } 20.000,00$$

RANGKUMAN

Secara umum pembahasan terkait dengan bab 6 dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Masalah dibagi menjadi dua yaitu masalah rutin dan nonrutin
2. Pemecahan masalah matematika adalah suatu proses dimana seseorang dihadapkan pada konsep, keterampilan dan proses matematika untuk memecahkan masalah matematika.
3. Tahapan Pemecahan masalah menurut Polya
 - a. Memahami masalah
 - b. Merencanakan penyelesaian
 - c. Penyelesaian masalah
 - d. Memeriksa kembali
4. Strategi dalam Pemecahan Masalah

- a. Mencoba-coba
- b. Membuat diagram
- c. Mencobakan pada soal yang lebih sederhana
- d. Membuat table
- e. Menemukan pola
- f. Memecahkan tujuan
- g. Memperhitungkan setiap kemungkinan
- h. Berpikir logis
- i. Bergerak dari belakang
- j. Menyederhanakan masalah

Daftar Pustaka

A, J. D. (2009). *Methods for Teaching (Metode Pengajaran Meningkatkan Belajar Siswa TK-SMA*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Antonius Cahya Prihandoko, M. A. (2006). *Pemahaman dan Penyajian Konsep Matematika Secara Benar dan Menarik*. Jakarta: Depdiknas.

Finan, M. B. (2006). *First Course in Mathematics Concepts For Elementary School Teachers Teory Problems and Solutions*. USA: Arkansas Tech University.

Kowiyah. (2006). Improving Critical Thinking Ability in Mathematic Problem Solving By Using Open Ended Approach. *Inovasi Pendidikan Dasar*, 67-74.

Polya, G. (1988). *How to Selve it*. Ney Jersey: Princeton University Press.

Ruseffendi, E. (1991). *Pengantar Kepada enbuat Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.

Wardani, S. (2010). *Pembelajaran Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika*. Jakarta: PPPTK Matematika KemenDikNas.

Wena, M. (2010). *Strategi Pembelajaran Inovatif Kontemporer Sebuah Tinjauan Konseptual Operasional*. Jakarta: Bumi Aksara.

Tes Formatif

- A. Pilihlah salah satu jawaban yang benar
 1. Salah satu ciri suatu pertanyaan menjadi masalah adalah
 - a. Kesulitan
 - b. Kemudahan
 - c. Tantangan
 - d. Menarik
 2. Suatu pertanyaan menjadi masalah bergantung pada
 - a. jenis masalah
 - b. pengetahuan yang dimiliki
 - c. prosedur yang dipakai
 - d. rencana yang dibuat
 3. Biasanya untuk siswa sekolah dasar, masalah matematika yang diberikan berbentuk soal cerita. Pemberian masalah ini menurut Polya mempunyai tujuan untuk

- a. Menyelesaikan masalah
 - b. Menemukan suatu konsep atau teori
 - c. Membuktikan konsep atau teori
 - d. Berlatih soal
4. Masalah matematika yang penyelesaiannya tidak dapat menggunakan standar prosedur yang telah diketahui disebut masalah
- a. rutin
 - b. nonrutin
 - c. teoritis
 - d. praktis
5. Usaha untuk mencari dan menemukan cara atau jalan untuk mencapai tujuan yang berupa solusi dari suatu masalah merupakan definisi dari
- a. pemecahan masalah
 - b. prosedur pemecahan masalah
 - c. strategi pemecahan masalah
 - d. validasi masalah
6. Berikut ini pernyataan yang benar adalah
- a. Menentukan hasil dari 2345×3 bukan masalah
 - b. Pertanyaan dalam matematika otomatis merupakan masalah
 - c. Menyelesaikan persamaan linier bukan masalah bagi semua guru
 - d. Menyelesaikan persamaan linier merupakan masalah bagi siswa SD
7. Dalam pemecahan masalah, melihat kembali hasil yang diperoleh merupakan tahap yang paling sulit dan penting. Berikut ini adalah cara yang dapat digunakan untuk melihat kembali hasil pemecahan masalah yaitu
- a. mulai dari akhir
 - b. menemukan hasil lain
 - c. menggunakan analogi
 - d. mengetahui yang ditanyakan

8. Diberikan masalah sebagai berikut:
- Pak Andi menggunakan mobil dengan daya angkut 750 kg barang untuk keperluan belanja. Suatu hari ia membeli 3 kwintal gula dan 7 karung beras yang masing-masing berisi 50 kg. Sisa daya angkut mobil akan diisi dengan terigu. Berapa kg terigu yang dapat dibeli oleh Pak Andi? Dalam memecahkan masalah tersebut, seorang siswa menuliskan seperti berikut ini.
- Diketahui : daya angkut mobil 750 kg
- 3 kwintal gula sama dengan 300 kg
- 7 karung beras masing-masing 50 kg sama dengan 750 kg
- Ditanyakan : berapa kg terigu sehingga jumlah kg barang sama dengan 750 kg.
- Proses yang dilakukan siswa tersebut merupakan tahap pemecahan masalah yaitu tahap
- a. Memahami masalah
 - b. Merencanakan cara penyelesaian
 - c. Melaksanakan rencana
 - d. Melihat kembali
- Diberikan suatu masalah berikut ini
- Diberikan himpunan bilangan $\{2, 4, 6, 8, 10, 5, 0, 9\}$. Buatlah susunan bilangan dari yang terbesar sampai terkecil
- Masalah diatas merupakan masalah
- a. Rutin
 - b. Non rutin
 - c. Peluang
 - d. Aljabar
9. Berikut ini merupakan bagian dari proses pemecahan masalah, kecuali
- a. Penggunaan algoritma
 - b. Pembentukan algoritma
 - c. Generalisasi algoritma

d. Penggunaan strategi heuristik

B. Kerjakanlah soal dibawah ini

1. Seekor ayam betina milik Pak Hasan bertelur dengan memiliki telur aneh dan khas. Setiap telur ketiga tidak mempunyai kuning telur. Jika ayam betina tersebut bertelur 2 butir setiap harinya. Berapa banyak telur ayam yang tidak memiliki kuning telur dalam waktu 5 hari?
2. Perhatikan tabel bilangan bulat berikut!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
-11	-12	-13	-14	-15	-16	-17	-18	-19	-20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
-21	-22	-23	-24	-25	-26	-27	-28	-29	-30

Berdasarkan tabel di atas, terdapat beberapa bilangan yang jika dikurangkan hasilnya adalah 25. Coba diskusikan penjumlahan bilangan tersebut! (Bilangan yang dipilih dalam setiap pengurangan tidak boleh sama)

3. Perpustakaan keliling mendapatkan sumbangan buku dari seorang donator. Sebanyak 45% dari buku yang disumbangkan adalah buku cerita, 0,25 bagian adalah buku non fiksi dan sisanya adalah buku pelajaran. Tentukanlah bagian buku pelajaran dari semua buku yang dibagikan!

KUNCI JAWABAN

SOAL A

1	C	6	D
2	B	7	B
3	C	8	A
4	B	9	A
5	A	10	B

SOAL B

1. a. Sajikan dengan menggunakan gambar!

- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 
- 5) 

- b. Sajikan dengan tabel!

Hari	Jenis Telur	Jenis Telur
1	Kuning	Kuning
2	Tanpa Kuning	Kuning
3	Kuning	Tanpa Kuning
4	Kuning	Kuning
5	Tanpa Kuning	Kuning

- a. Telur yang dihasilkan dari ternak Pak Hasan ada 3 jenis telur tanpa kuning dan ada 7 jenis telur yang ada kuningnya.
- b. Syarat munculnya sebuah telur dengan kuning telur adalah bila telur itu keluar pada keluaran pertama dan kedua.
- Syarat munculnya sebuah telur tanpa kuning adalah bila telur keluar pada keluaran ketiga.

Ada beberapa kemungkinan jawaban

✓	30 - 5	11 - (-14)	17 - (-8)	23 - (-2)
✓	29 - 4	12 - (-13)	18 - (-7)	24 - (-1)
✓	28 - 3	13 - (-12)	19 - (-6)	6 - (-19)
✓	27 - 2	14 - (-11)	20 - (-5)	7 - (-18)
✓	26 - 1	15 - (-10)	21 - (-4)	8 - (-17)
✓	10 - (-15)	16 - (-9)	22 - (-3)	9 - (-16)

Diketahui. Sebanyak 45% dari buku yang disumbangkan adalah buku

cerita, 0,25 bagian adalah buku non fiksi dan sisanya adalah buku pelajaran. Ditanya. Tentukanlah bagian buku pelajaran dari semua buku yang dibagikan?

Jawab.

Misalkan X = total buku yang disumbangkan

Buku cerita = $45\%X = 0,45X$

Buku non fiksi = $0,25X$

buku pelajaran = $X - 0,45X - 0,25X = 0,30X$

Jadi, banyak buku pelajaran = $0,30 = \frac{3}{10}$

Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Cocokkanlah hasil jawaban Anda dengan kunci soal Bab 1 yang ada pada bagian belakang buku ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Bab 6

Arti Tingkat penguasaan: $90\% - 100\% =$ Baik sekali

$80\% - 89\% =$ Baik

$70\% - 79\% =$ Cukup

$< 70\% =$ Kurang

Apabila tingkat penguasaan Anda mencapai 80% ke atas, berarti Anda cukup memahami Bab 6. Anda dapat meneruskan dengan Bab 7. Tetapi bila tingkat penguasaan Anda masih dibawah 80% , Anda harus mengulangi Bab 6, terutama bagian yang belum anda kuasai.

BAB 7

PELUANG

A. Deskripsi singkat isi Bab 7

PETA KONSEP

PELUANG

- Pengertian Peluang
- Percobaan dan Hasil dari suatu percobaan
- Ruang Sampel
- Kejadian
- Peluang Suatu Kejadian
 - Makna Peluang Suatu Kejadian
 - Sifat-sifat Peluang
 - Frekuensi Harapan
 - Peluang Kejadian Majemuk
 - Peluang Kejadian Saling Bebas
 - Peluang Kejadian Bersyarat

B. Relevansi

Mahasiswa dapat menjelaskan makna peluang, sifat-sifat peluang dan menyelesaikan soal cerita yang berkenaan dengan peluang

C. Capaian Pembelajaran MK

Penguasaan konsep materi peluang sangat penting untuk semua cabang matematika yang bertumpu pada konsep dan teori peluang. Penguasaan konsep peluang bermanfaat bagi seorang guru atau calon guru, khususnya pendidikan sekolah dasar, karena peluang yang akan disampaikan kepada peserta didik sebagai dasar pemahaman matematika anak. Selain itu, materi peluang erat kaitannya dengan statistika.

Bab ini diharapkan mahasiswa dapat memahami dan menguasai semua materi peluang, yaitu menerapkan konsep peluang dalam menyelesaikan masalah sehari-hari. Sedangkan tujuan instruksional khusus diharapkan agar mahasiswa dapat.

- 1 Menjelaskan makna peluang
- 2 Menjelaskan sifat-sifat peluang
- 3 Menentukan sifat-sifat peluang
- 4 Menyelesaikan soal cerita yang berkenaan dengan peluang
- 5 Menjelaskan aplikasi soal peluang dalam matematika di SD

7.1 Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering dihadapkan pada suatu pernyataan yang tidak pasti atau bahkan belum diketahui jawabannya, tetapi harus menjawab dengan mungkin atau tidak mungkin. Misalnya, dalam pertandingan sepak bola piala dunia antara dua negara, maka akan muncul pertanyaan, "Negara manakah yang akan menjuarai Piala Dunia tahun ini?" dalam pemilihan presiden, "Siapakah yang mempunyai peluang besar sebagai presiden untuk periode ini?". Pertanyaan-pertanyaan tersebut merupakan suatu ketidakpastian, namun untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan tersebut dibutuhkan keterampilan dan ilmu. Pertanyaan-pertanyaan tersebut muncul

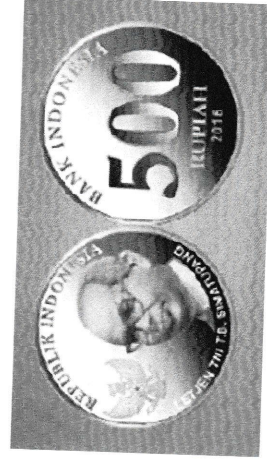
unsur peluang yang akan dibahas lebih lanjut pada buku ini. Asal mula teori peluang berawal pada abad 17, pada tahun 1654 Antoine Gombaud, Chevalier de Mere, tertarik mengenai hal-hal yang berhubungan dengan perjudian dan dadu jika dilemparkan maka kemungkinan mata-mata dadu yang keluar. Hal ini kemudian mencuri perhatian matematikawan terkenal Blaise Pascal untuk membahas pertanyaan tersebut. Pascal bekerjasama dengan Pierre de Fermat untuk mencari solusi mengatasi permasalahan ini. Hal ini menjadi awal bukti bahwa pentingnya teori peluang.

7.1.1 Percobaan dan Hasil Dari Suatu Percobaan

Peluang merupakan bagian dari ilmu matematika yang membahas mengenai kemungkinan suatu peristiwa, mengukur seberapa besar kemungkinan suatu peristiwa terjadi. Dalam proses mengukur kejadian tersebut, dimulai dari suatu pengamatan atau dalam ilmu peluang dikenal dengan suatu percobaan. Percobaan dalam konteks ini didefinisikan sebagai pengamatan terhadap beberapa aktivitas atau proses yang memungkinkan timbulnya paling sedikit dua peristiwa tanpa memperhatikan peristiwa mana yang akan terjadi. Jadi didalam suatu percobaan akan menghasilkan sesuatu yang tidak pasti. Artinya bahwa percobaan dapat dilakukan berkali-kali dalam kondisi yang sama dan memungkinkan hasil yang berbeda-beda. Hasil dari suatu percobaan jika dihimpun dalam suatu himpunan maka himpunan tersebut dinamakan ruang sampel dan anggota dari ruang sampel dinamakan titik sampel.

Contoh 7.1

Percobaan melempar dua mata uang logam (Rp 500, 00)



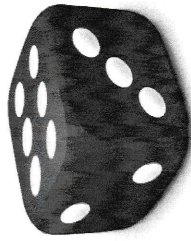
Gambar 7.1

Hasil yang mungkin :

- Tampak sisi depan yaitu angka atau nilai Rp 500,00 (A)
- Tampak sisi belakang yaitu gambar/logo (G) mata uang rp 500,00

Contoh 7.2

Percobaan satu buah mata dadu maka hasil yang mungkin adalah sisi-sisi mata dadu menunjukkan angka 1,2,3,4,5 atau 6.



Gambar 7.2

Contoh 7.3

Dalam kehidupan sehari-hari banyak sekali peristiwa yang berkaitan dengan suatu percobaan yang hasilnya memiliki beberapa kemungkinan. Seorang dokter kandungan melakukan pengamatan kepada ibu hamil, apakah bayi yang akan lahir laki-laki atau perempuan.

Contoh 7.4

Suatu percobaan pengukuran tinggi badan seseorang yang tingginya antara 165 cm dan 170 cm. Dari percobaan tersebut tentukan:

- Himpunan A jika A merupakan tinggi seseorang 167 cm dan 169 cm
- Himpunan B jika B merupakan kejadian tinggi seseorang yang sama dengan 190 cm

Penyelesaian :

- Kejadian A jika disajikan dalam bentuk himpunan yaitu $A = \{167, 169\}$
- Kejadian B dapat disajikan dalam bentuk himpunan yaitu $B = \{ \}$

7.1.2 Ruang Sampel

Suatu percobaan akan menghasilkan suatu hasil atau titik sampel.

Untuk lebih memahami konsep mengenai ruang sampel, akan diberikan sebuah kasus.

Kasus

Dalam kaleng disamping, terdapat 1 bola berwarna kuning (K), 1 berwarna merah (M), dan 1 bola berwarna hijau (H). Bagaimana peluangnya, kalau kita ingin mengambil 1 bola secara acak dari kaleng tersebut?

Pembahasan

Jika diambil 1 bola dari dalam kaleng itu secara acak, maka kemungkinan bola yang terambil adalah bola yang berwarna kuning, merah, atau hijau.

Apabila $S = \{ \text{semua kemungkinan hasil} \}$ maka,

$$S = \{ \dots, \dots, \dots \} \text{ dan } n(S) = 3$$

Jadi, kumpulan dari semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan disebut ruang sampel. Ruang sampel biasanya dinotasikan dengan S.

Ruang sampel dapat dibedakan menjadi dua jenis jika dilihat dari banyaknya anggota ruang sampel, yaitu :

- Ruang sampel diskrit yaitu ruang sampel yang mempunyai banyak anggota berhingga
- Ruang sampel kontinu yaitu ruang sampel yang mempunyai banyak anggota tak berhingga

Contoh 7.5

Suatu percobaan pelemparan sebuah dadu dengan tujuan mengamati sisi yang muncul, maka ruang sampelnya adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Contoh 7.6

Suatu percobaan melempar uang logam sebanyak dua kali dengan tujuan mengamati sisi apa saja yang muncul (Angka, A atau Gambar, G). Ruang sampelnya adalah $S = \{(G,G), (G,A), (A,G), (A,A)\}$. Ruang sampel tersebut memiliki 6 titik sampel dengan huruf pertama adalah hasil dari pelemparan pertama dan huruf kedua adalah hasil pelemparan kedua.

7.1.3 Kejadian

Suatu kejadian K adalah kumpulan hasil, atau dengan kata lain, subset dari suatu ruang sampel. Setelah percobaan eksperimen acak, kita mengatakan bahwa kejadian K terjadi jika hasil percobaan adalah anggota K (Kerns, 2010). Berdasarkan definisi kejadian tersebut, ruang sampel dan himpunan kosong juga termasuk kejadian. Misalnya dalam percobaan sebuah dadu dengan ruang sampel $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, maka kejadian memperoleh angka genap adalah $\{2, 4, 6\}$ yang merupakan himpunan bagian dari ruang sampel tersebut.

Contoh 7.7

Suatu percobaan dalam pelemparan satu mata uang logam sebanyak dua kali berurutan. Ruang sampel $S = \{(G,G), (G,A), (A,G), (A,A)\}$. Kejadian munculnya paling sedikit satu sisi angka/depan (A) adalah $\{GA, AG, AA\}$.

Contoh 7.8

Suatu percobaan pelemparan satu buah dadu dengan ruang sampel $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

- Kejadian munculnya paling sedikit angka lebih dari 3 adalah $\{4, 5, 6\}$
- Kejadian munculnya angka ganjil adalah $\{1, 3, 5\}$
- Kejadian munculnya angka genap adalah $\{2, 4, 6\}$
- Kejadian munculnya angka kurang dari 6 adalah $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

Contoh 7.9

Suatu himpunan bilangan asli yang kurang dari 100 yang dinotasikan $A = \{x \mid x < 100, x \in A\}$.

- Kejadian bilangan asli genap adalah $\{x \mid x < 100, x \in \text{bilangan genap}\}$
- Kejadian bilangan asli ganjil yang habis dibagi 3 adalah $\{x \mid x < 100, x \in \text{bilangan ganjil}\}$
- Kejadian bilangan asli yang habis dibagi 10 adalah $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$

Karena kejadian merupakan suatu himpunan maka himpunan kosong ($\emptyset$) merupakan kejadian yang tidak mungkin terjadi (kemustahilan). Contoh kejadian kemustahilan adalah terambilnya dadu nomor 7 dari percobaan pelemparan sebuah dadu. Dengan demikian, banyaknya hasil yang mungkin dari suatu kejadian adalah nol. Jika banyaknya hasil yang mungkin dari suatu kejadian sama dengan banyaknya hasil dari ruang sampel maka kejadian tersebut disebut kejadian pasti. Misalnya, percobaan pelemparan satu buah dadu, munculnya angka dadu yang bernomor kurang dari 7 merupakan kejadian yang pasti. Berikut contoh lain kemustahilan dan kepastian dari suatu percobaan.

Contoh 7.10

Suatu percobaan pelemparan sebuah uang logam Rp 500,00

- Kejadian munculnya paling sedikit satu angka (A)
- Kejadian munculnya paling sedikit satu gambar/logo (G)

Kejadian diatas merupakan kejadian mustahil karena percobaan hanya dilakukan satu kali pada satu uang logam, maka kejadian yang mungkin hanya angka (A) atau gambar/logo (G).

Contoh 7.11 (Kejadian mustahil)

Himpunan bilangan genap yang kurang dari 50

- Kejadian bilangan ganjil
- Kejadian bilangan genap yang tidak habis dibagi 3

Contoh 7.12 (kejadian mustahil)

Himpunan bilangan prima antara 10 sampai 100

Kejadian bilangan prima yang habis dibagi 2

Contoh 7.13 (Kejadian pasti)

Himpunan bilangan prima kurang dari 100

Kejadian bilangan prima yang kurang dari 100 dan lebih dari 1

Kejadian tersebut merupakan kejadian pasti karena kejadian yang mungkin sama dengan ruang sampel percobaan tersebut.

7.1.4 Peluang Suatu Kejadian

Peluang dimaksudkan sebagai nilai kemungkinan munculnya sebuah kejadian sebagai hasil dari suatu percobaan. Untuk memahami lebih lanjut mengenai konsep peluang, berikut ini diberikan kegiatan dalam proses memahami dan menemukan mengenai peluang.

Siswa diminta melakukan pengetosan koin (Rp 500,00) secara berulang-ulang, misalnya sebanyak 200 kali. Percobaan ini dilakukan oleh seluruh siswa dikelas, yang berjumlah 40 siswa. Seluruh siswa secara serentak mengetos sebuah koin dan pada setiap tahap pelemparan siswa diminta mencatat hasilnya, sisi angka (A) dan sisi gambar/logo koin (G).

Dari setiap pengetosan koin, siswa akan mendapatkan 40 data. Dengan demikian, untuk mengetos sebuah koin sebanyak 200 kali, cukup dilakukan 5 tahap. Selanjutnya, mintalah siswa mencatat hasil percobaan pada table berikut

Tahap	Total muncul gambar (G)	Total pengetosan
1		40
2		80
3		120
4		160
5		200

Perhatikan hasil pada kolom ke-4, apa yang diperoleh? Jika total pengetosan ditingkatkan sangat besar, bagaimanakah dengan nilai dari :

Nilai inilah yang dinamakan frekuensi relative munculnya logo/gambar (G). Jika total pengetosan ditingkatkan lagi, frekuensi relative munculnya gambar (G) akan mendekati suatu bilangan tertentu, yaitu . Mengapa? Diskusikan!

.....
.....
.....

Sekarang muncul pertanyaan, berapa harapan muncul gambar (G) jika pengetosan dilakukan sebanyak 200 kali? Jawaban dari masalah ini adalah diharapkan bahwa munculnya gambar (G) sebanyak kali, ini yang disebut frekuensi harapan. Mengapa? Diskusikan!

.....
.....
.....

Pada pengetosan sebuah koin, hasil yang mungkin adalah muncul gambar (G) atau angka (A). Peluang munculnya gambar atau angka adalah sama. Secara matematis, peluang munculnya gambar adalah satu dari 2 kemungkinan atau . Hal ini memberi gambaran tentang definisi peluang.

7.2 Definisi Peluang

Misalnya, S mewakili suatu ruang sampel dengan $n(s)$ banyaknya hasil yang mungkin yang mempunyai kesempatan sama untuk muncul (equally likely), dan misal K suatu kejadian pada ruang sampel S yang berisi $n(K)$ hasil, peluang suatu kejadian K didefinisikan dengan perbandingan antara banyaknya anggota kejadian dengan banyaknya anggota himpunan ruang sampel atau dituliskan :

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)}$$

Dari definisi peluang tersebut, dapat diuraikan menjadi :

Karena $K \subseteq S$ dan $\emptyset \subseteq K$ maka dapat ditulis $\emptyset \subseteq K \subseteq S$

Jika $n(\emptyset)$ adalah banyaknya hasil dari kejadian yang mustahil = 0

$n(K)$ adalah banyaknya hasil dari kejadian K

$n(S)$ adalah banyaknya hasil dari ruang sampel

maka $n(\emptyset) \leq n(K) \leq n(S)$

$$\Leftrightarrow 0 \leq n(K) \leq n(S)$$

Jika semuanya dibagi dengan $n(S)$ maka

$$\begin{aligned} 0 \leq \frac{n(K)}{n(S)} &\leq \frac{n(S)}{n(S)} \\ \Leftrightarrow 0 \leq \frac{n(K)}{n(S)} &\leq 1 \end{aligned}$$

Menurut definisi peluang, yaitu $\frac{n(K)}{n(S)} = p(K)$, maka $0 \leq p(K) \leq 1$

Jika kita akan menghitung peluang kejadian, ada tiga hal yang harus diperhatikan :

- Jika suatu percobaan dilakukan tanpa suatu keterangan tertentu, maka dianggap bahwa setiap hasil percobaan yang mungkin mempunyai peluang yang sama
- Jika suatu percobaan dengan hasil yang mungkin cukup banyak maka akan lebih mudah jika banyaknya hasil yang mungkin dari percobaan tersebut dihitung terlebih dahulu. Hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan kaidah pencacahan baik dengan teknik membilang, permutasi atau kombinasi
- $0 \leq n(A) \leq n$ dan $0 \leq P(A) \leq 1$

Contoh 7.14

Suatu percobaan pelemparan sebuah mata uang logam sebanyak dua kali dengan ruang sampel $S = \{GG, GA, AG, AA\}$, maka kejadian memperoleh paling sedikit satu gambar adalah $\{GG, GA, AG\}$. Jadi, peluang munculnya paling sedikit satu gambar adalah .

Untuk menghitung/menentukan peluang dari suatu kejadian, dapat ditempuh langkah-langkah berikut:

- Daftar ruang sampel dari percobaan, kemudian tentukan $n(S)$
- Daftarkan himpunan yang berkaitan dengan kejadian K, kemudian tentukan $n(K)$
- Hitung peluang kejadian K dengan $P(K) = \frac{n(K)}{n(S)}$

7.3 Makna Peluang Sebuah Kejadian

Untuk memahami makna dari peluang sebuah kejadian, misalkan suatu percobaan melemparkan sebuah dadu berbentuk kubus sebanyak satu kali. Jika tujuan percobaan adalah mengamati muka yang muncul, maka ruang sampelnya adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Ruang sampel ini merupakan ruang sampel seragam karena setiap elemennya memiliki peluang yang sama untuk muncul, yakni . Untuk memahami makna ini, ambil suatu kejadian munculnya muka 4. Sama seperti peluang munculnya muka yang lainnya, maka peluang kejadian munculnya muka 4 adalah . Hal ini menunjukkan bahwa semakin banyak percobaan pelemparan dadu tersebut, maka banyaknya kemunculan muka 4 akan semakin mendekati kali seluruh percobaan yang dilakukan. Misalkan jika percobaan tersebut dilakukan sebanyak 1000 kali maka kemunculan angka 4 akan semakin mendekati 166 kali. Dengan demikian makna tersebut dalam satu kali percobaan adalah bahwa keenam muka dadu akan “bersaing” dan memiliki kesempatan yang sama untuk menduduki satu tempat kemunculan sebagai hasil dari percobaan.

7.4 Sifat-sifat Peluang

Seberapa besar kemungkinan munculnya sebuah kejadian dalam suatu percobaan? Peluang sebuah kejadian K dalam ruang sampel S, dinotasikan $p(K)$, memenuhi sifat :

Misal, S suatu ruang sampel dan K suatu kejadian pada ruang sampel S.

- Jika maka $p(K) = 0$
- Nilai peluang kejadian K, yaitu $p(K)$ antara 0 sampai 1
- Jumlah nilai peluang semua hasil dari suatu percobaan sama dengan 1 ($p(S) = 1$).

Contoh 7.15

Delapan bola yang diberi nomor 1 sampai 6 ditempatkan dalam kotak. Suatu percobaan mengambil satu buah bola dari kotak tersebut. Tentukan

- Ruang sampelnya
- Peluang kejadian :
 - Terambilnya bola bernomor 6
 - Terambilnya bola bernomor bilangan prima

Penyelesaian:

- Ruang sampel $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Misal $A =$ kejadian terambilnya bola bernomor 6
 $B =$ kejadian terambilnya bola bernomor bilangan prima
 $n(A) =$ banyak hasil yang mungkin dari kejadian A
 $n(B) =$ banyak hasil yang mungkin dari kejadian B

Diperoleh: $A = \{6\}$

$$B = \{2, 3, 5\}$$

$$n(S) = 6$$

$$n(A) = 1$$

$$n(B) = 3$$

Jadi,

- Peluang $A = p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$
- Peluang $B = p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Contoh 7.16

Sebuah kartu diambil dari seperangkat kartu bridge (52 kartu) dengan empat macam kartu, yaitu bergambar hati dan wajik berwarna merah, sekop dan keriting berwarna hitam. Berapa peluang yang terambil kartu AS?

Penyelesaian:

Karena ada 52 kartu, maka $n(S) = 52$

Dari seperangkat kartu bridge tersebut hanya ada 4 kartu AS maka $n(As) = 4$

$$\text{Jadi, } p(As) = \frac{n(As)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

7.5 Frekuensi Harapan Suatu Kejadian

Frekuensi harapan dari sejumlah kejadian merupakan banyaknya kejadian dikalikan dengan peluang kejadian itu. Misalnya pada percobaan K dilakukan n kali, maka frekuensi harapannya ditulis sebagai berikut.

$$F_k = n \times P(A)$$

Contoh 7.17

Pada percobaan pelemparan 3 mata uang logam sekaligus sebanyak 240 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya dua gambar dan satu angka

Penyelesaian

$$S = \{AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG\} \Rightarrow n(S) = 8$$

$$A = \{AGG, GAG, GGA\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$F_k(A) = n \times P(A) = 240 \times \frac{n(A)}{n(S)} = 240 \times \frac{3}{8} = 90 \text{ kali}$$

7.6 Peluang Kejadian Majemuk

Dua kejadian dapat dikenalkan operasi komplemen, gabungan dan irisan seperti pada himpunan. Jadi dua kejadian tersebut dapat dirangkai menjadi satu kejadian dengan menggunakan kata perangkat gabungan atau irisan. Berikut ini akan dibahas peluang gabungan dua kejadian.

Contoh 7.18

Suatu percobaan pelemparan sebuah dadu satu kali.

Penyelesaian

Dari percobaan tersebut, kejadian munculnya mata dadu genap atau prima dinyatakan oleh himpunan $BUC = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ dimana banyaknya anggota adalah. $n(BUC) = 5$ Dengan menggunakan definisi peluang, peluang kejadian tersebut adalah. $P(BUC) = \frac{n(BUC)}{n(S)} = \frac{5}{6}$ Secara umum untuk menghitung peluang kejadian maemuk seperti tersebut dapat dijelaskan dengan memanfaatkan teori himpunan. Rumus menghitung peluang gabungan dua kejadian adalah sebagai berikut.

Misal A dan B adalah sebarang dua kejadian yang terdapat padarang sampel, maka peluang kejadian adalah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh 7.19

Dari hasil penelitian yang dilakukan pada suatu wilayah terhadap kepemilikan TV dan radio, diperoleh data sebagai berikut

20% penduduk memiliki TV

40% penduduk memiliki radio

15% penduduk memiliki TV dan radio

Jika di wilayah tersebut dipilih satu orang secara acak, berapa peluang ia memiliki TV atau radio?

Penyelesaian

Misalkan A kejadian penduduk yang terpilih memiliki TV maka $P(A) = \frac{20}{100}$ B kejadian penduduk yang terpilih memiliki radio maka $P(B) = \frac{40}{100}$ dan C kejadian penduduk yang terpilih memiliki TV dan radio maka $P(A \cap B) = \frac{15}{100}$ Peluang penduduk yang terpilih memiliki TV atau radio dapat ditentukan sebagai berikut

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{20}{100} + \frac{40}{100} - \frac{15}{100} \end{aligned}$$

Jadi peluang penduduk yang terpilih memiliki TV atau radio adalah 45%

7.7 Peluang Kejadian Saling Bebas

Jika kejadian A tidak mempengaruhi terjadinya kejadian B dan sebaliknya atau terjadi atau tidaknya kejadian A tidak tergantung pada terjadi atau tidaknya kejadian B. Hal ini seperti digambarkan pada pelemparan dua buah dadu sekaligus.

Misalkan A adalah kejadian keluarnya dadu pertama angka 3 dan B adalah kejadian keluarnya dadu kedua angka 5 maka kejadian A dan kejadian B merupakan dua kejadian yang saling bebas, dan peluang kejadian ini dapat dirumuskan

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Contoh 7.20

Pada pelemparan sebuah dadu sekaligus. A adalah kejadian keluarnya dadu pertama angka 3 dan B adalah kejadian keluarnya dadu kedua angka 5. Berapakah peluang terjadinya A, B dan .

Penyelesaian

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), \dots, (6,6)\} \rightarrow n(S) = 36$$

$$A = \{(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)\} \rightarrow n(A) = 6$$

$$B = \{(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5)\} \rightarrow n(B) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

7.8 Peluang Kejadian Bersyarat

Dua kejadian disebut kejadian bersyarat atau kejadian yang saling bergantung apabila terjadi atau tidak terjadinya kejadian A akan mempengaruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian B. Peluang terjadinya kejadian A dengan syarat kejadian B telah muncul adalah :

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ dengan syarat } P(B) \neq 0$$

Ata peluang terjadinya kejadian B dengan syarat kejadian A telah muncul adalah :

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ dengan syarat } P(A) \neq 0$$

Contoh 7.21

Dalam sebuah kotak terdapat 6 bola merah dan 4 bola putih. Jika sebuah bola diambil dalam kotak itu berturut-turut sebanyak dua kali tanpa pengembalian. Tentukan peluang yang terambil kedu-duanya bola merah. Penyelesaian

Jadi, peluang terambil kedua-duanya bola merah tanpa pengembalian adalah.



RANGKUMAN

Secara umum pembahasan terkait dengan bab 7 dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Percobaan adalah suatu proses pengamatan yang merupakan awal untuk membicarakan masalah peluang
2. Hasil dari suatu percobaan dinamakan hasil atau titik sampel
3. Ruang sampel adalah himpunan yang memuat semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan
4. Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel
Misalnya, $n(S)$ = banyaknya hasil yang mungkin dari suatu ruang sampel, dan $n(K)$ = banyaknya hasil dari kejadian K. Peluang kejadian K didefinisikan

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)}$$

5. Sifat-sifat peluang yaitu :

Misal, S suatu ruang sampel dan K suatu kejadian pada ruang sampel S

- a. Jika maka $p(K) = 0$
- b. Nilai peluang kejadian K, yaitu $p(K)$ antara 0 sampai 1

$$(0 \leq p(K) \leq 1)$$

- c. Jumlah nilai peluang semua hasil dari suatu percobaan sama dengan 1 ($p(S) = 1$).
6. Frekuensi harapan dari sejumlah kejadian merupakan banyaknya kejadian dikalikan dengan peluang kejadian itu. Frekuensi harapan dinyatakan dengan :

$$F_k = n \times P(A)$$

7. Peluang kejadian majemuk jika dua kejadian tersebut dapat dirangkai menjadi satu kejadian dengan menggunakan kata perangkat gabungan atau irisan. Peluang kejadian majemuk dinyatakan dengan :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

8. Peluang kejadian saling bebas jika kejadian A tidak mempengaruhi terjadinya kejadian B dan sebaliknya atau terjadi atau tidaknya kejadian A tidak tergantung pada terjadi atau tidaknya kejadian B. Peluang kejadian saling bebas dirumuskan $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
9. Peluang kejadian bersyarat dibagi menjadi dua yaitu
 - a. Peluang terjadinya kejadian A dengan syarat kejadian B telah muncul adalah :

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ dengan syarat } P(B) \neq 0$$

- b. Atau peluang terjadinya kejadian B dengan syarat kejadian A telah muncul adalah :

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ dengan syarat } P(A) \neq 0$$

Pustaka

- <http://jpkc.fudan.edu.cn/picture/article/205/98/bc/db5c906944e5908b3adf119983d0/f9df7eae-1ef1-4709-8721-d67822ee163b.pdf>
- http://dinus.ac.id/repository/docs/ajar/file_2013-06-21_15:15:25_Mukhamad_Taufik_Hidayat_SE.,_M.Si,_Akt__pembahasancontohsoalpeluang-130311073453-phpapp02.pdf
- Kerns, Jay G. 2010. *Introduction to Probability and Statistics Using R* (1st Edition). Copyright G. Jay Kerns.
- <http://euclid.colorado.edu/~ersh6364/2300/doc/factorials.pdf>
- <https://ikhwansmaga.files.wordpress.com/2009/10/peluang.pdf>

Tes Formatif/Kunci Jawab Soal latihan

1. Untuk memeriahkan acara ulang tahun kemerdekaan RI, maka dibentuk panitia yang terdiri dari ketua, sekretaris dan bendahara. Terdapat 7 orang yang bersedia dipilih menjadi panitia itu. Banyaknya cara yang dapat ditempuh untuk membentuk panitia tersebut adalah ...
 - a. $7!$
 - b. $\frac{7!}{3!}$
 - c. $7 \times 6 \times 5$
 - d. $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$
 - e. $5!$
2. Banyaknya cara 6 orang remaja dapat berfoto secara berjejer adalah ...
 - a. 12
 - b. 36
 - c. 120
 - d. 720
 - e. 420

3. Jumlah kata yang dapat dibentuk dengan menggunakan semua huruf dalam kata "SUSUNAN" adalah ...
 - a. 5040
 - b. 2520
 - c. 1260
 - d. 630
 - e. 3020
4. Dalam ruang terdapat 10 orang dan saling berjabat tangan. Banyak jabat tangan yang terjadi seluruhnya adalah ...
 - a. 20
 - b. 45
 - c. 90
 - d. 100
 - e. 50
5. Dari 10 peserta olimpiade matematika yang masuk nominasi akan dipilih 3 nominasi terbaik secara acak. Banyak pilihan yang dapat dilakukan adalah ...
 - a. 10
 - b. 20
 - c. 40
 - d. 120
 - e. 720

6. Sebuah kantong berisi 6 bola merah, 4 bola putih, dan 8 bola biru. Apabila 3 bola diambil sekaligus secara acak, peluang tera, bil 2 bola putih dan 1 bola merah adalah ...

- $\frac{55}{204}$
- $\frac{5}{204}$
- $\frac{7}{102}$
- $\frac{3}{68}$
- $\frac{6}{17}$

7. , maka $n = \dots$

- 8
- 28
- 10
- 80
- 20

8. Kotak pertama berisi 5 bola merah dan 3 bola kuning. Kotak kedua berisi 2 bola merah dan 6 bola kuning. Dari masing-masing kotak diambil sebuah bola secara acak. Peluang terambilnya kedua bola berwarna sama adalah ...

- $\frac{1}{8}$
- $\frac{5}{16}$
- $\frac{7}{16}$
- $\frac{9}{16}$
- $\frac{7}{8}$

9. Di dalam suatu kelas terdapat 8 orang siswa laki-laki dan 10 orang

siswa perempuan. Dari 18 siswa tersebut akan dipilih 10 orang akan mengikuti penataran pertolongan pertama pada kecelakaan (PPPK). Peluang yang terpilih 5 orang perempuan dan 5 orang laki-laki adalah ...

- 0,67
- 0,53
- 0,42
- 0,32
- 0,40

10. Pada percobaan pelemparan sebuah dadu sebanyak 600 kali, frekuensi harapan munculnya bilangan prima adalah ...

- 250
- 300
- 325
- 450
- 500

Umpan Balik&Tindak Lanjut

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 8 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 8.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 8. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 7, terutama bagian yang belum dikuasai.

BAB 8

PERMUTASI DAN KOMBINASI

A. Deskripsi singkat isi Bab 8

PETA KONSEP

FAKTORIAL

PERMUTASI

- Prinsip Dasar Menghitung
- Permutasi
- Permutasi n unsur dengan ada unsur yang sama
- Permutasi Siklis

KOMBINASI

B. Relevansi

Mahasiswa dapat menentukan nilai suatu permutasi dan kombinasi serta mampu menyelesaikan soal cerita yang berkaitan dengan permutasi dan kombinasi

C. Capaian Pembelajaran Mata Kuliah

Penguasaan konsep materi permutasi dan kombinasi sangat penting untuk semua cabang matematika yang bertumpu pada konsep dan teori permutasi dan kombinasi. Penguasaan konsep permutasi dan kombinasi bermanfaat bagi seorang guru atau calon guru, khususnya pendidikan sekolah dasar, karena materi ini yang akan disampaikan kepada peserta didik sebagai dasar pemahaman matematika anak. Selain itu, materi permutasi dan kombinasi erat kaitannya dengan peluang dan operasi hitung aljabar.

Bab ini diharapkan mahasiswa dapat memahami dan menguasai semua materi permutasi dan kombinasi, yaitu menerapkan konsep permutasi dan kombinasi dalam menyelesaikan masalah sehari-hari. Sedangkan tujuan instruksional khusus diharapkan agar mahasiswa dapat.

- 1 Menjelaskan makna permutasi dan kombinasi
- 2 Menentukan nilai-nilai permutasi dan kombinasi
- 3 Menyelesaikan permasalahan sehari-hari dengan permutasi dan kombinasi
- 4 Menjelaskan aplikasi soal permutasi dan kombinasi dalam matematika di SD

8.1 Prinsip Dasar Menghitung

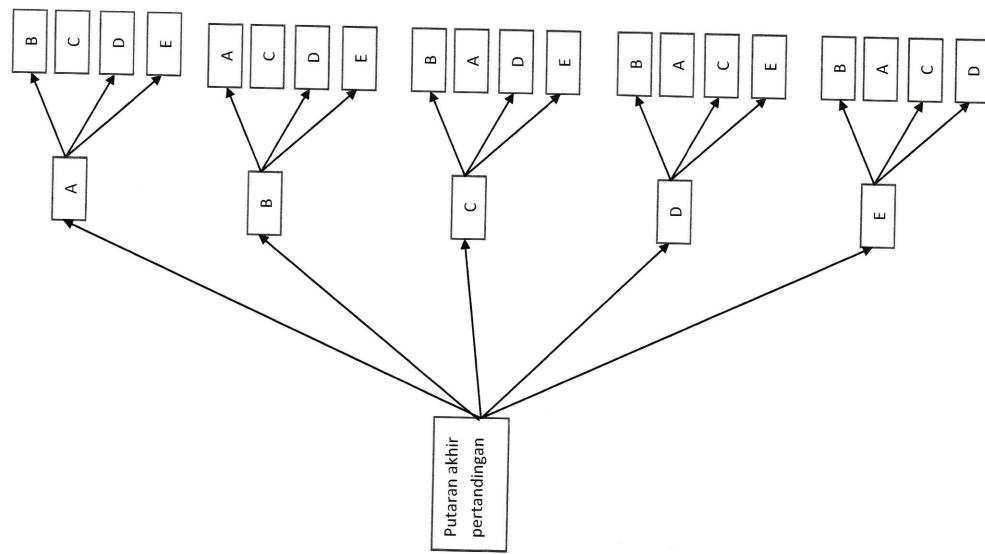
Kebanyakan persoalan dalam peluang membutuhkan perhitungan khusus. Sering kali kita mendaftar tentang banyaknya hasil yang mungkin terjadi yakni anggota-anggota dari ruang sampel, namun apabila hasil yang mungkin tersebut cukup banyak, maka diperlukan aturan khusus untuk mengetahui banyaknya anggota didalam suatu ruang sampel. Perhatikan contoh-contoh berikut.

Contoh 8.1

Pada lomba lari 200 meter, lima orang lolos ke putaran terakhir, yaitu Ali (A), Bagus (B), Chairul (C), Doni (D) dan Emi (E). Pada pertandingan itu tersedia dua hadiah. Berapa banyak susunan pemenang yang mungkin pada akhir pertandingan?

Penyelesaian :

Pada putaran akhir pertandingan ada 5 kemungkinan pengisian pemenang pertama yaitu A,B,C,D atau E. Setelah salah satu dari mereka mencapai garis *finish*, pelari berikutnya adalah salah satu dari empat pelari yang tidak berhasil menjadi juara pertama. Apa saja susunan pemenang dan kedua yang mungkin, untuk lebih jelasnya dapat disusun dalam diagram pohon



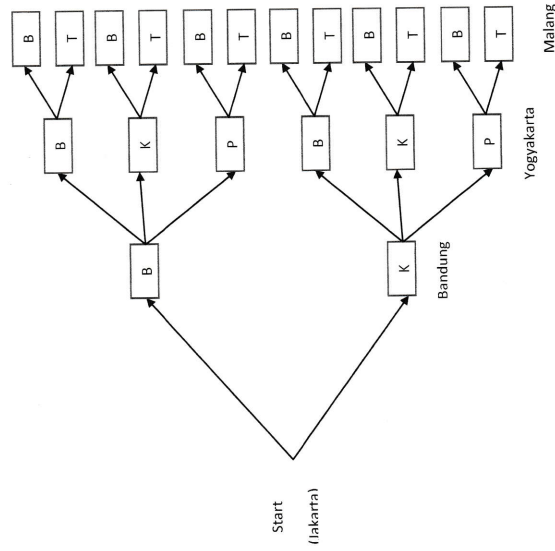
Gambar 8.1

Dari diagram pohon diatas terlihat hasilnya adalah $5 \times (5 - 1) = 20$ susunan pemenang yang mungkin, yaitu

$\{AE, AB, AC, AD, BA, BC, BD, BE, CA, CB, CD, CE, DA, DB, DC, DE, EA, EB, EC, ED\}$. Huruf pertama adalah peserta yang menempati juara pertama dan huruf kedua adalah yang menempati juara kedua.

Contoh 8.2

Siswa kelas 12 SMA mengadakan perpisahan ke luar kota, yaitu Jakarta ke Bandung, lalu ke Yogyakarta, Solo, dan terakhir ke Malang. Dari Jakarta ke Bandung ada 2 macam kendaraan yang dapat kita gunakan, yaitu bus (B) atau kereta api (K). Dari Bandung ke Yogyakarta ada 3 macam kendaraan yang dapat digunakan yaitu bus (B), kereta api (K) atau pesawat (P), sedangkan dari Yogyakarta ke Malang ada 2 macam kendaraan yang dapat digunakan yaitu bus (B) atau taxi (T). Siswa diminta memutuskan kendaraan mana yang akan digunakan untuk tiap-tiap perjalanan. Diagram pohon berikut menunjukkan pilihan untuk melakukan perjalanan tersebut



Gambar 8.2

Perjalanan pertama dapat menggunakan 2 cara, perjalanan kedua dengan 3 cara dan perjalanan ketiga dengan 2 cara. Perhatikan bahwa banyaknya cara perjalanan yang dapat dipilih adalah $2 \times 3 \times 2 = 12$ cara.

Contoh 8.3

Misalkan dipasaran tersedia 5 merek mobil. Masing-masing merek menyediakan 3 jenis kapasitas silinder dan 3 macam warna. Jika seseorang ingin membeli mobil baru untuk kegiatan transportasi sehari-hari, berapa macam pilihan yang tersedia?

Penyelesaian :

Ada beberapa langkah yang dapat dilalui si pembeli yaitu:

- a. Pertama, calon pembeli menentukan merek mobil karena merek yang dipilih menentukan harga yang ada hubungannya dengan daya beli. Calon pembeli akan memilih satu dari 5 pilihan merek mobil
 - b. Setelah itu, calon pembeli akan memutuskan kapasitas silinder karena itu pun menentukan harga dan memilih 1 dari 3 jenis kapasitas silinder
 - c. Terakhir, calon pembeli akan memilih salah satu dari 3 warna
- Dalam memilih merek, calon pembeli mempertimbangkan empat hal, pada saat memilih kapasitas silinder ada 3 hal dan pilihan warna ada 3 hal. Artinya, calon pembeli memiliki $5 \times 3 \times 3 = 45$ pilihan sebelum membeli mobil.

Contoh-contoh tersebut mengarah pada suatu prinsip yang disebut prinsip dasar menghitung, yaitu :

- Jika dua percobaan yang dilakukan secara berurutan dengan hasil yang mungkin dari percobaan pertama dan hasil yang mungkin dari percobaan kedua, maka ada kombinasi hasil dari percobaan pertama dan kedua
- Secara sama, jika k percobaan dilakukan berurutan, dengan banyaknya hasil yang mungkin dari tiap-tiap percobaan berturut-turut adalah maka ada (hasil yang mungkin dari percobaan-percobaan yang dilakukan tersebut.

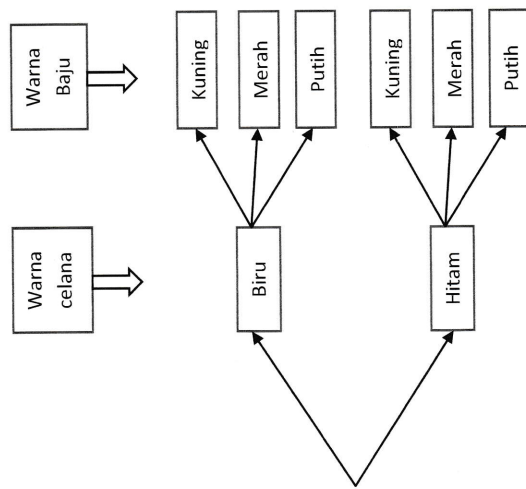
Dalam menyelesaikan permasalahan, pada tahap pertama suatu pekerjaan dapat diselesaikan dengan m cara, tahap kedua dengan n cara, dan seterusnya sampai pada tahap terakhir dengan z cara. Prinsip dasar menghitung ini sangat membantu dalam penyelesaian soal-soal peluang.

Untuk menyatakan banyaknya pasangan yang dapat dibentuk oleh suatu unsur, dapat ditentukan dengan beberapa cara seperti berikut.

a. Dengan menggunakan diagram pohon

Diagram pohon adalah suatu diagram yang berbentuk pohon dalam hal ini digunakan untuk mempermudah dalam menghitung banyaknya kemungkinan susunan

Misalkan, untuk mengetahui banyaknya pasangan warna celana dan baju yang dapat dibentuk



Gambar 8.3

Dari diagram pohon diatas, tampak bahwa terdapat 6 pasangan warna yang dapat dibentuk dari 2 warna celana dan 3 warna biru, yaitu {(Biru,Kuning), (Biru,Merah), (Biru,Putih), (Hitam,Kuning), (Hitam,Merah), (Hitam,Putih)}. Jadi 6 pasangan tersebut diperoleh dengan cara mengalikan bilangan yang

menyatakan kemungkinan warna celana dengan bilangan yang menyatakan kemungkinan warna baju. Dengan kata lain $2 \times 3 = 6$

b. Dengan tabel silang

Tabel 8.1 Tabel silang

Warna baju Warna celana	Kuning (K)	Merah (M)	Putih (P)
Biru (B)	(B,K)	(B,M)	(B,P)
Hijau (H)	(H,K)	(H,M)	(H,P)

Tabel diatas menunjukkan banyaknya pasangan warna yang terjadi yaitu 6 pasang yang dapat diperoleh dari 2×3

c. Dengan pasangan terurut

Misalkan himpunan warna celana $C = \{B, H\}$ dan himpunan warna baju $J = \{K, M, P\}$. Himpunan pasangan terurut merupakan anggota himpunan $C \times J = \{(B,K), (B,M), (B,P), (H,K), (H,M), (H,P)\}$.

Banyaknya anggota himpunan tersebut adalah 6 pasangan terurut.

Contoh 8.4

Ada 6 buah bola diberi nomor 1,2,3,4,5,6 dalam suatu kotak. Bola tersebut diambil secara acak dan akan dibentuk suatu bilangan yang terdiri dari tiga angka. Percobaan pertama, bola yang yang diambil pertama ditempatkan dalam suatu tempat yang diberi nama satuan, percobaan kedua mengambil bola kedua lalu ditempatkan pada kotak puluhan dan percobaan ketiga diambil bola ketiga lalu ditempatkan pada kotak ratusan. Dari percobaan tersebut, berapa peluang bilangan yang terbentuk adalah bilangan ganjil?

Penyelesaian :

Dengan prinsip menghitung, ada 6 cara pengambilan bola pertama, 5 cara pengambilan bola kedua dan 4 cara pengambilan bola ketiga. Jadi banyak bilangan seluruhnya yang terbentuk adalah $6 \times 5 \times 4 = 120$. 120 merupakan banyaknya ruang sampel atau $n(S) = 120$. Angka-angka yang memenuhi syarat itu adalah 1,3 dan 5. Sehingga, untuk mendapatkan bilangan ganjil, ada 3 cara pengambilan bola pertama, 5 cara pengambilan bola kedua dan 4 cara

pengambilan bola ketiga. Jadi, banyak bilangan ganjil yang dapat dibentuk $3 \times 5 \times 4 = 60$ atau $n(\text{Ganjil}) = 60$. Dengan demikian, peluang bilangan yang terbentuk adalah bilangan ganjil $= p(\text{Ganjil}) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$

8.2 Permutasi

Prinsip dasar menghitung sangat berperan dalam permutasi dan kombinasi. Permutasi dan kombinasi digunakan dalam penyelesaian permasalahan peluang yang kompleks dan dapat diaplikasikan dalam bidang yang lain.

8.2.1 Faktorial

Faktorial didefinisikan untuk bilangan bulat positif dengan

$0!$ dan $n! = 1.2.3.4. \dots n$ untuk $n \geq 1$.

Perhitungan untuk faktorial adalah

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1.2 = 2$$

$$3! = 1.2.3 = 6$$

$$4! = 1.2.3.4 = 24$$

$$5! = 1.2.3.4.5 = 1204$$

Contoh 8.6

Tentukan nilai dari:

a. $5!$

b. $4!$

c. $\frac{5!}{4!}$

d. $\frac{15!}{12!}$

Penyelesaian

a. $5! = 5.4.3.2.1 = 120$

b. $4! = 4.3.2.1 = 24$

c. $\frac{5!}{4!} = \frac{5.4.3.2.1}{4.3.2.1} = 5$

c. $\frac{15!}{13!} = 15.14 = 210$

Contoh 8.7

Ubahlah ke dalam bentuk factorial

a. $6.5.4$

b. 8.7

Penyelesaian

a. $6.5.4 = \frac{6.5.4.3.2.1}{3.2.1} = \frac{6!}{3!}$

b. $8.7 = \frac{8.7.6.5.4.3.2.1}{6.5.4.3.2.1} = \frac{8!}{6!}$

Contoh 8.8

Sederhanakanlah bentuk $\frac{(n+2)!}{n!}$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \frac{(n+2)!}{n!} &= \frac{(n+2)(n+1)(n-1) \dots 3.2.1}{n.(n-1) \dots 3.2.1} \\ &= (n+2)(n+1) \end{aligned}$$

8.2.2 Permutasi

Misalkan dari tiga huruf $\{A,B,C\}$ akan dibentuk pasangan berurutan yang terdiri dari dua huruf yang berbeda. Himpunan pasangan berurut yang diperoleh adalah $\{(A,B), (A,C), (B,A), (B,C), (C,A), (C,B)\}$. Pasangan berurut (A,B) berbeda dengan (B,A) , sama halnya juga (B,C) dengan (C,B) . Dalam permasalahan ini urutan sangat diperhatikan. Jika suatu susunan memperhatikan urutan, maka susunan tersebut dinamakan permutasi.

Definisi 1

Permutasi dari n unsur yang berbeda $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah sebuah pengurutan dari n unsur $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Definisi 2

Sebuah permutasi- r unsur (berbeda) $x_1, x_2, \dots, x_n$ merupakan sebuah pengurutan dari sub-himpunan r -unsur dari $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Banyaknya permutasi- r dari sebuah himpunan n unsur yang berbeda dinyatakan $P(n,r)$.

Banyaknya permutasi dari sebuah himpunan n objek yang berbeda adalah

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}, r \leq n$$

Contoh 8.9

Buatlah daftar pasangan terurut yang terdiri dari 3 anggota yang berbeda diambil dari himpunan $\{P,Q,R\}$

Penyelesaian

Pasangan terurut yang terdiri dari 3 anggota yang dibentuk adalah $(P,Q,R), (P,R,Q), (Q,P,R), (Q,R,P), (R,P,Q), (R,Q,P)$. Permutasi pada permasalahan ini adalah permutasi 3 unsur yang berbeda atau dapat dituliskan : $P(3,3) = \frac{3!}{(3-3)!} = 3.2.1 = 6$

Contoh 8.10

Terdapat 5 angka yang berbeda yaitu 1,2,3,4 dan 5. Angka-angka tersebut akan dibentuk bilangan yang terdiri dari susunan tiga angka, berapa banyak bilangan yang dibentuk?

Penyelesaian

Permutasi yang terjadi pada permasalahan ini adalah permutasi 3 unsur dari 5 unsur atau dapat dituliskan dengan . Artinya terdapat susunan tiga angka yang berbeda sebanyak 60 variasi susunan tiga angka.

Contoh 8.11

Ada berapa cara untuk menyusun 7 orang pada suatu barisan?

Penyelesaian

Banyaknya susunan adalah $P(7,7) = \frac{7!}{(7-7)!} = 7.6.5.4.3.2.1 = 5040$

Berarti ada 5040 cara untuk menyusun 7 orang dalam suatu barisan

Contoh 8.12

Dari 5 orang kandidat (misalkan, A,B,C,D,E) dalam pemilihan OSIS di sekolah dipilih untuk menjabat sebagai ketua, wakil ketua, sekretaris dan bendahara OSIS. Ada berapa cara pemilihan yang dapat dibentuk?

Penyelesaian

Susunan jabatan adalah ketua, wakil ketua, sekretaris dan bendahara, maka susunan yang diperoleh :

Ketua : A

Wakil Ketua : B

Bendahara : C

Sekretaris : D

Karena permutasi memperhatikan urutan, maka susunan diatas akan berbeda dengan

Ketua : B

Wakil Ketua : A

Bendahara : D

Sekretaris : C

Permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan permutasi sehingga dapat dituliskan sebagai $P(5,4) = \frac{5!}{(5-4)!} = 5 \cdot 4 = 20$ cara untuk susunan organisasi tersebut.

Permasalahan ini juga dapat diselesaikan dengan menggunakan prinsip dasar menghitung, yaitu ;

- Posisi ketua dapat ditentukan dengan 5 cara
 - Posisi wakil ketua dapat ditentukan dengan 4 cara
 - Posisi bendahara dapat ditentukan dengan 3 cara
 - Posisi sekretaris dapat ditentukan dengan 2 cara
- Jadi, banyaknya cara dalam susunan menempati posisi jabatan tersebut adalah $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ cara.

Contoh 8.13

Berapa banyak bilangan yang dapat dibentuk untuk susunan tiga angka berbeda yang disusun dari 1,2,3,4,5,6

Penyelesaian

Banyaknya susunan bilangan yang dapat dibentuk adalah $P(6,3) = \frac{6!}{(6-3)!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ cara

Atau permasalahan ini dapat diselesaikan dengan prinsip dasar menghitung, yaitu :

- Posisi ketua dapat ditentukan dengan 6 cara
 - Posisi wakil ketua dapat ditentukan dengan 5 cara
 - Posisi bendahara dapat ditentukan dengan 4 cara
- Banyak susunannya adalah 240 susunan angka yang berbeda.

8.2.3 Permutasi n unsur dengan ada unsur yang sama

Banyaknya permutasi dari n unsur dengan ada unsur yang sama, misalnya dalam suatu himpunan terdapat n unsur yang terdiri dari :

n_1 unsur pertama

n_1 unsur kedua

n_1 unsur ke-k

Maka banyaknya permutasi dari n unsur diatas adalah

$$P = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k}$$

Contoh 8.14

Ada berapa carakah 6 buku IPA, 4 buku Bahasa Inggris dan 3 buku science dapat dibagikan kepada 12 siswa, jika setiap siswa mendapatkan satu buku?

Penyelesaian

cara

$$P = \frac{12!}{6! \cdot 4! \cdot 3!} = 4620 \text{ cara}$$

8.2.4 Permutasi siklis

Permutasi siklis adalah permutasi yang cara menyusunnya melingkar, sehingga banyaknya menyusun n unsur yang berlainan dalam lingkaran adalah

$$\frac{n!}{n} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}{n} = (n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = (n-1)!$$

atau

$$P_{(siklis)} = (n-1)!$$

Contoh 8.15

Pada rapat pengurus OSI SMA X dihadiri oleh 6 orang yang duduk mengelilingi sebuah meja bundar. Berapakah susunan yang dapat terjadi?

Penyelesaian

$$P_{(siklis)} = (6-1)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

8.3 Kombinasi

Berbeda dengan permutasi, kombinasi merupakan susunan unsur-unsur namun tidak memperhatikan urutan. Misalkan, himpunan yang terdiri dari 4 angka $\{1,2,3,4\}$ yang mempunyai himpunan bagian yang terdiri dari tiga anggota. Himpunan bagian yang diperoleh adalah $\{1,2,3\}$, $\{1,2,4\}$. Himpunan bagian tersebut merupakan kombinasi 3 unsur dari 4 unsur.

Definisi

Suatu susunan yang terdiri dari r unsur yang dipilih dari n unsur tanpa memperhatikandisebut kombinasi r unsur dari n unsur, dapat ditulis K_r^n dan $1 \leq r \leq n$

Contoh 8.16

Terdapat 3 buah bola dengan warna yang berbeda, yaitu merah (M), biru (B) dan putih (P) dalam sebuah kotak. Bola tersebut diambil 2 buah secara acak, berapa banyak cara pengambilan bola tersebut?

Penyelesaian

Soal ini merupakan soal kombinasi 2 unsur dari 7 unsur atau dapat dituliskan dengan K_2^7 untuk menentukan berapa nilai K_2^7 akan dibuat perbandingan nilai permutasi 2 unsur dari 3 unsur pada himpunan $\{M,B,P\}$. MB, MP, BP, BM, PM, PB

Pada permutasi, susunan diatas dianggap berbeda namun pada kombinasi, susunan variasi huruf diatas dianggap sama.

Agar lebih mudah dalam membedakan permutasi dan kombinasi, maka disajikan table berikut ini

Table 8.2

Permutasi	Kombinasi
MB, BM	BM
BP, PB	BP
MP, PM	MP

Sehingga diperoleh :

$$P(3,2)=6$$

$$K_3^2=3$$

Sehingga, pada soal ini kombinasi yang terjadi dalam pengambilan 2 bola dari 3 bola yang adalah ada 3 cara

Contoh 8.17

Dari 10 soal ujian, seorang siswa harus menjawab 7 soal. Berapa banyak cara siswa tersebut dapat memilih 7 soal dalam ujian tersebut?

Penyelesaian

$$K_7^{10} = \frac{10!}{7!(10-7)!} = 120$$

Jadi, ada 120 cara untuk memilih 7 soal dalam menyelesaikan soal ujian tersebut.



RANGKUMAN

Secara umum pembahasan terkait dengan bab 8 dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Faktorial adalah hasil kali bilangan bulat positif yang dinotasikan $n!$ dimana n adalah bilangan bulat positif
2. Permutasi adalah susunan himpunan yang memperhatikan urutan. Permutasi dinotasikan dengan $P(n,k)$
3. Permutasi siklis adalah permutasi yang cara menyusunnya melingkar, sehingga banyaknya menyusun n unsur yang berlainan dalam lingkaran adalah
4. Kombinasi ialah suatu susunan yang terdiri dari r unsur yang dipilih dari n unsur tanpa memperhatikandisebut kombinasi r unsur dari n unsur, dapat ditulis

Pustaka

- <http://jpkc.fudan.edu.cn/picture/article/205/98/bc/db5c906944e5908b3adf119983d0/f9df7eae-1ef1-4709-8721-d67822ee163b.pdf>
- http://dinus.ac.id/repository/docs/ajar/file_2013-06-21_15:15:25_Mukhamad_Taufik_Hidayat_SE.,_M.Si.,_Akt_pembahasancontoalpeluang-130311073453-phpapp02.pdf
- Kerns, Jay G. 2010. *Introduction to Probability and Statistics Using R (1st Edition)*. Copyright G. Jay Kerns.
- <http://euclid.colorado.edu/~ersh6364/2300/doc/factorials.pdf>
- <https://ikhwanmaga.files.wordpress.com/2009/10/peluang.pdf>

Tes Formatif/Kunci Jawab Soal latihan

1. Untuk memeriahkan acara ulang tahun kemerdekaan RI, maka dibentuk panitia yang terdiri dari ketua, sekretaris dan bendahara. Terdapat 7 orang yang bersedia dipilih menjadi panitia itu. Banyaknya cara yang dapat ditempuh untuk membentuk panitia tersebut adalah ...
 - a. $7!$
 - b.
 - c.
 - d. $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$
 - e. $5!$
2. Banyaknya cara 6 orang remaja dapat berfoto secara berjejer adalah ...
 - a. 12
 - b. 36
 - c. 120
 - d. 720
 - e. 420

3. Jumlah kata yang dapat dibentuk dengan menggunakan semua huruf dalam kata "SUSUNAN" adalah ...
 - a. 5040
 - b. 2520
 - c. 1260
 - d. 630
 - e. 3020
4. Dalam ruang terdapat 10 orang dan saling berjabat tangan. Banyak jabat tangan yang terjadi seluruhnya adalah ...
 - a. 20
 - b. 45
 - c. 90
 - d. 100
 - e. 50
5. Dari 10 peserta olimpiade matematika yang masuk nominasi akan dipilih 3 nominasi terbaik secara acak. Banyak pilihan yang dapat dilakukan adalah ...
 - a. 10
 - b. 20
 - c. 40
 - d. 120
 - e. 720

6. Sebuah kantong berisi 6 bola merah, 4 bola putih, dan 8 bola biru. Apabila 3 bola diambil sekaligus secara acak, peluang tera, bil 2 bola putih dan 1 bola merah adalah ...

- $\frac{55}{204}$
- $\frac{5}{204}$
- $\frac{7}{102}$
- $\frac{3}{68}$
- $\frac{6}{17}$

7. , maka $n = \dots$

- 8
- 28
- 10
- 80
- 20

8. Kotak pertama berisi 5 bola merah dan 3 bola kuning. Kotak kedua berisi 2 bola merah dan 6 bola kuning. Dari masing-masing kotak diambil sebuah bola secara acak. Peluang terambilnya kedua bola berwarna sama adalah ...

- $\frac{1}{8}$
- $\frac{5}{16}$
- $\frac{7}{16}$
- $\frac{9}{16}$
- $\frac{7}{8}$

9. Di dalam suatu kelas terdapat 8 orang siswa laki-laki dan 10 orang siswa perempuan. Dari 18 siswa tersebut akan dipilih 10 orang akan mengikuti penataran pertolongan pertama pada kecelakaan (PPPK). Peluang yang terpilih 5 orang perempuan dan 5 orang laki-laki adalah ...

- 0,67
- 0,53
- 0,42
- 0,32
- 0,40

10. Pada percobaan pelemparan sebuah dadu sebanyak 600 kali, frekuensi harapan munculnya bilangan prima adalah ...

- 250
- 300
- 325
- 450
- 500

Umpan Balik & Tindak Lanjut

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 8 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 8.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 8. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 7, terutama bagian yang belum dikuasai.

Konsep Dasar Matematika SD

Bahan Ajar

Pendidikan Guru Sekolah Dasar



Kowiyah adalah dosen Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar Universitas Muhammadiyah Prof. Dr. Hamka. Pengampu mata kuliah Pendidikan matematika dan Media Pembelajaran Sejak tahun 2009. diawali menjadi asisten dosen dan tahun 2013 hingga kini menjadi dosen tetap UHAMKA. Mengawali karirnya menjadi guru Sekolah Dasar Islam Jakarta (2006-2009). Ia mendapatkan gelar sarjana pendidikan matematika UHAMKA tahun 2005 dan melanjutkan studi Magisternya dibidang Pendidikan Dasar lulus tahun 2012.



Ima Mulyawati, lahir di Semarang pada tahun 1988. Menempuh jenjang SD, SMP, SMS di daerah asalnya tersebut. Menamatkan S-1 di Pendidikan Matematika UNNES (2009); S-2 di Pendidikan Matematika UNNES (2013). Pengalaman mengajar diawali dengan guru matematika di SMA-SMK Mataram Semarang (2009-2013), dosen di Unisda Lamongan (2014), dan saat ini mengajar di Universitas Muhammadiyah Prof. Dr. Hamka.



Fitri Alyani adalah seorang dosen matematika di Universitas Muhammadiyah Prof. Dr. Hamka (UHAMKA) Jakarta. Fitri mengajar di UHAMKA sejak tahun 2011 diawali menjadi asisten dosen dan tahun 2015 hingga kini menjadi dosen tetap di UHAMKA. Ia menyelesaikan pendidikan S1 nya tahun 2011 di UHAMKA dalam bidang Pendidikan Matematika. Pada tahun 2012, Fitri melanjutkan studi Magisternya di bidang Matematika Universitas program Graduate Certificate di bidang Educational Assessment di The University of Adelaide, Australia.

Buku Konsep Dasar Matematika di SD sangat penting dan sangat ditunggu-tunggu kehadirannya untuk menambah khasanah keilmuan dan wawasan bagi Dosen dan mahasiswa.
(Dr. SigidEdyPurwanto, M.Pd)

Buku Konsep Dasar Matematika di SD, Mantap cetar dan Membahana, ditulis oleh dosen berpengalaman dan berdedikasi. Selamat Membaca

(Dr. YoppyWahyuPurnomo, M. Pd)



Jl. Raya Leuwisunggang No. 112
Kel. Leuwisunggang, Kec. Tapos, Kota Depok 16956
Telp 021-84311162 Fax 021-84311163
Email: rajapers@rajagrafindo.co.id
www.rajagrafindo.co.id

RAJAWALI PERS

DIVISI BUKU PERGURUAN TINGGI

ISBN 978-602-425-294-6



9 786024 252946