

**BAHAN AJAR PEMBUKTIAN GEOMETRI
MENGUNAKAN MODEL GUIDED DISCOVERY LEARNING
DENGAN STRATEGI SELF EXPLANATION**

Oleh:

DR. SAMSUL MAARIF, M.PD.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PROF. DR. HAMKA**

PENDAHULUAN

Model *Guided Discovery Learning* merupakan pengembangan dari model *discovery learning* yang berorientasi pada mahasiswa dengan melakukan penemuan (*discovery*) dan dosen berperan dalam memberikan bimbingan (*guided*) dengan menganalisis kesulitan dalam memecahkan masalah yang dihadapi oleh mahasiswa. Model *guided discovery learning* merupakan salah satu model pembelajaran yang progresif serta menitikberatkan kepada aktivitas mahasiswa dalam proses belajar.

Model *guided discovery learning* memiliki ciri utama dari model *guided discovery learning* dalam kegiatan pembelajaran yaitu motivasi (*motivation*); pengumpulan data (*data collecting*); pemrosesan data (*data processing*); kegiatan penutup (*closure*); dan penilaian (*appraisal*). Kegiatan pembimbingan yang dilakukan oleh dosen dilakukan dengan menggunakan LKMD dalam mengumpulkan data dan pemrosesan data. Adapun LKMD disusun dengan melengkapi *scaffolding* berupa pertanyaan-pertanyaan *Self-Explanation* bantuan yang mengarahkan pada suatu kesimpulan

Pada kegiatan pengumpulan data dengan menggunakan LKMD, mahasiswa mengumpulkan lebih dari satu data untuk merangsang pemikiran mahasiswa tentang satu rangkaian pengamatan. Begitupula pada tahapan pemrosesan data yang melibatkan mahasiswa untuk mencoba menarik kesimpulan dari data-data yang telah dikumpulkan. Dari kedua tahapan tersebut diperlukan suatu rasa ingin tahu dari mahasiswa yang direpresentasikan dalam sebuah pertanyaan-pertanyaan yang ada pada dirinya. Oleh Karena itu, diperlukan suatu strategi untuk membantu mahasiswa mengontrol pikirannya. Salah satu strategi untuk membantu mahasiswa mengontrol pikirannya dalam kegiatan pembelajarann adalah strategi *Self-Explanation*.

Self-Explanation adalah sebuah strategi metakognitif yang efektif untuk menjelaskan dan memahami materi pembelajaran oleh diri sendiri. Terdapat lima tahapan dari *self-explanation*, yaitu: *monitoring comprehension*, *paraphrasing*, *bridging inference*, *prediction* dan *elaborating*

Langkah-langkah Model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* adalah sebagai berikut:

1. Dosen membagi kelompok dengan jumlah kelompok 4-5 mahasiswa.
2. Dosen membagikan LKMD sesuai dengan tiap-tiap pertemuan untuk didiskusikan dan dikerjakan dalam kelompok. Lembar kerja memuat aktivitas eksploratif untuk menemukan pengetahuan baru.
3. Mahasiswa mengeksplorasi masalah-masalah yang disajikan pada LKMD dengan mengumpulkan data-data seperti informasi yang diketahui dalam masalah yang disajikan untuk membentuk konsep dengan jalan diskusi antar kelompok (*Data Collecting*). Tiap-tiap anggota kelompok mengungkapkan gagasan dengan mempraktekan strategi *self explanation* yang meliputi tahapan:
 - a. Mahasiswa mencoba menegetahui kelemahanya dalam pengetahuan yang dimilikinya dengan bertanya kepada diri sendiri seperti pertanyaan (*monitoring comprehension*):
 1. *Saya mengerti konsep yang sedang diajarkan?*
 2. *Saya tidak paham konsep yang sedang diajarkan?*
 3. *Saya dapat membuktikan teorema-teorema yang sedang diajarkan?*
 4. *Saya mengetahui teorema yang sedang diajarkan?*
 5. *Saya tidak mengetahui 5 aksioma Euclid?*
 - b. Jika mahasiswa menemukan informasi dari masalah-masalah yang disajikan yang tidak dipahami, mahasiswa menuliskan masalah yang tidak dipahami dalam bahasa yang mudah dipahaminya. (*Paraphrasing*)
4. Mahasiswa berdiskusi mencari solusi dari masalah-masalah yang disajikan (*Processing Data*). Tiap-tiap mahasiswa memberikan masukan dari dengan strategi *self explanation* yang meliputi tahapan:
 - a. Mahasiswa mencoba menegetahui kelemahannya dalam pengetahuan yang dimilikinya dengan bertanya kepada diri sendiri seperti pertanyaan:
 1. *Bagaimana saya membuktikan teorema yang sedang diajarkan?*
 2. *Adakah keterkaitan antar teorema?*
 3. *Saya dapat menjelaskan bukti teorema yang sedang diajarkan?*

4. *Saya dapat membuat pernyataan yang benar terkait solusi dari masalah yang disajikan?*
 - b. Jika mahasiswa menemukan informasi dari masalah-masalah yang disajikan yang tidak dipahami, mahasiswa menuliskan masalah yang tidak dipahami dalam bahasa yang mudah dipahaminya. (*Paraphrasing*)
 - c. Tiap-tiap mahasiswa memberikan kesimpulan pada hasil pemikiran masing-masing untuk didiskusikan pada kelompoknya (*bridging inference*)
 - d. Tiap-tiap mahasiswa memberikan prediksi dari solusi-solusi masalah yang disajikan (*prediction*)
 - e. Mahasiswa mendiskusikan prediksi solusi dari tiap-tiap anggota kelompok untuk mengembangkan kesimpulan akhir dari solusi masalah yang disajikan (*Elaborating*)
5. Dosen memantau kerja kelompok mahasiswa dan memberikan bantuan apabila ada mahasiswa yang memerlukan. Pemberian bantuan oleh dosen dilakukan secara cermat, agar tidak mengganggu proses *discovery* oleh mahasiswa.
6. Dosen memilih hasil pekerjaan salah satu kelompok untuk dibahas secara klasikal. Pembahasan ditekankan melalui penggunaan komunikasi multi arah (dosen-mahasiswa dan antar mahasiswa dengan dosen sebagai fasilitator).
7. Kegiatan akhir perkuliahan dilakukan dengan dosen bersama-sama dengan mahasiswa merangkum pembelajaran secara klasikal. (*clousure*).
8. Dosen melakukan penilain dengan memberikan tes formatif (*Appraisal*)
9. Kemudian dosen memberikan tugas untuk dikumpulkan pada pertemuan berikutnya.

Bahan ajar ini terdiri dari 7 bab (materi perkuliahan) dengan mengaplikasikan Model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation*. Pada tiap-tiap bab yang pada tiap-tiap bab dilengkapi dengan rencana proses perkuliahan,

lembar kerja dan materi diskusi (LKMD) mahasiswa serta instrumen evaluasi, tugas rumah pada tiap pertemuan.

BAB I GARIS DAN SUDUT

I. Rencana Proses Perkuliahan

RENCANA PROSES PERKULIAHAN PERTEMUAN KE-1

Fakultas	: FKIP
Program Studi	: Pendidikan Matematika
Matakuliah	: Geometri Dasar
Kode Matakuliah	:
SKS	: 2

CAPAIAN PEMBELAJARAN MATA KULIAH

Mahasiswa mampu memahami dan membuktikan konsep dan teorema-teorema dalam geometri datar, serta mampu menyelesaikan masalah yang terkait dengan geometri datar.

SUB CAPAIAN PEMBELAJARAN MATA KULIAH

Mahasiswa memahami pengertian titik garis, dan sudut serta dapat membuktikan teorema terkait kedudukan garis, hubungan antar sudut.

INDIKATOR PENCAPAIAN

1. Memahami pengertian titik, garis dan sudut.
2. Memahami konsep kedudukan garis
3. Memahami konsep hubungan antar sudut
4. Membuktikan teorema terkait kedudukan garis
5. Membuktikan teorema yang terkait hubungan antar sudut meliputi sudut bersisian, berpelurus dan berpenyiku

MATERI

Garis dan sudut

METODE PEMBELAJARAN

Guided Discovery Learning dengan Strategi *Self Explanation*

PETUNJUK BAGI DOSEN DALAM MENGELOLA PEMBELAJARAN

Model pembelajaran yang diterapkan adalah *guided discovery learning* dengan strategi *self explanation*. Proses *discovery* oleh mahasiswa, dipandu melalui Lembar Kerja dan Materi Diskusi (LKMD) yang sebagian di dalamnya memuat tugas eksplorasi teorema dan soal-soal pemecahan masalah yang dilengkapi dengan

pertanyaan-pertanyaan yang mengacu pada strategi *self explanation*. Langkah-langkah yang perlu ditempuh dalam pembelajaran ini adalah

1. Dosen memilah mahasiswa ke dalam kelompok diskusi beranggotakan 3 sampai dengan 4 orang. Pembentukan kelompok mempertimbangkan heterogenitas kemampuan.
2. Dosen memberikan informasi pada mahasiswa bahwa pembelajaran juga akan dilakukan dengan strategi *self explanation* yang didalamnya terdapat kegiatan:
 - a. Mahasiswa mencoba menegetahui kelemahannya dalam pengetahuan yang dimilikinya dengan bertanya kepada diri sendiri seperti pertanyaan:
 1. *Bagaimana saya membuktikan teorema yang berkaitan dengan garis dan sudut?*
 2. *Adakah keterkaitan antara 5 aksioma Euclid dengan teorema-teorema yang terkait dengan garis dan sudut?*
 3. *Saya dapat menjelaskan bukti teorema sudut bertolak belakang?*
 4. *Saya dapat membuat pernyataan yang benar terkait solusi dari masalah yang disajikan?*
 - b. Jika mahasiswa menemukan informasi dari masalah-masalah yang disajikan yang tidak dipahami, mahasiswa menuliskan masalah yang tidak dipahami dalam bahasa yang mudah dipahaminya. (*Paraphrasing*)
 - c. Tiap-tiap mahasiswa memberikan kesimpulan pada hasil pemikiran masing-masing untuk didiskusikan pada kelompoknya (*bridging inference*)
 - d. Tiap-tiap mahasiswa memberikan prediksi dari solusi-solusi masalah yang disajikan (*prediction*)
 - e. Mahasiswa mendiskusikan prediksi solusi dari tiap-tiap anggota kelompok untuk mengembangkan kesimpulan akhir dari solusi masalah yang disajikan
3. Dosen membagikan lembar kerja untuk didiskusikan dan dikerjakan dalam kelompok. Lembar kerja memuat aktivitas eksploratif untuk menemukan pengetahuan baru.
4. Dosen memberikan bimbingan kepada kelompok yang memerlukan,
5. Dosen bersama-sama dengan mahasiswa melakukan pembahasan secara klasikal.

LANGKAH-LANGKAH PEMBELAJARAN

Kegiatan Awal

Dosen mengawali perkuliahan memberikan motivasi kepada mahasiswa terkait materi yang akan diajarkan (*motivation*).

Kegiatan Inti

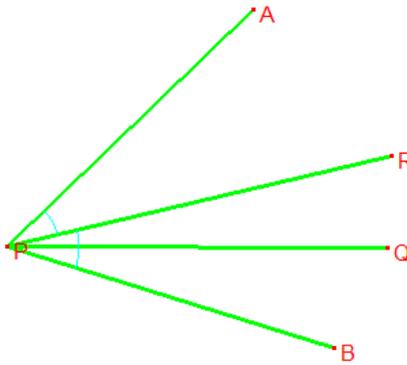
10. Dosen meminta mahasiswa duduk berkelompok sesuai dengan daftar kelompok.
11. Dosen membagikan LKMD (01) untuk didiskusikan dan dikerjakan dalam kelompok. Lembar kerja memuat aktivitas eksploratif untuk menemukan pengetahuan baru.

12. Mahasiswa mengeksplorasi masalah-masalah yang disajikan pada LKMD (01) dengan mengumpulkan data-data seperti informasi yang diketahui dalam masalah yang disajikan untuk membentuk konsep dengan jalan diskusi antar kelompok (*Data Collecting*). Tiap-tiap anggota kelompok mengungkapkan gagasannya dengan mempraktekan strategi *self explanation* yang meliputi tahapan:
- c. Mahasiswa mencoba menegetahui kelemahannya dalam pengetahuan yang dimilikinya dengan bertanya kepada diri sendiri seperti pertanyaan (*monitoring comprehension*):
 6. *Saya mengerti konsep garis, sudut?*
 7. *Saya tidak paham konsep garis, sudut?*
 8. *Saya dapat membuktikan teorema yang terkait dengan hubungan dua buah sudut?*
 9. *Saya mengetahui teorema sudut bertolak belakang?*
 10. *Saya tidak mengetahui 5 aksioma Euclid?*
 - d. Jika mahasiswa menemukan informasi dari masalah-masalah yang disajikan yang tidak dipahami, mahasiswa menuliskan masalah yang tidak dipahami dalam bahasa yang mudah dipahaminya. (*Paraphrasing*)
13. Mahasiswa berdiskusi mencari solusi dari masalah-masalah yang disajikan. Tiap-tiap mahasiswa memberikan masukan dari dengan strategi *self explanation* yang meliputi tahapan:
- a. Mahasiswa mencoba menegetahui kelemahannya dalam pengetahuan yang dimilikinya dengan bertanya kepada diri sendiri seperti pertanyaan:
 5. *Bagaimana saya membuktikan teorema yang berkaitan dengan garis dan sudut?*
 6. *Adakah keterkaitan antara 5 aksioma Euclid dengan teorema-teorema yang terkait dengan garis dan sudut?*
 7. *Saya dapat menjelaskan bukti teorema sudut bertolak belakang?*
 8. *Saya dapat membuat pernyataan yang benar terkait solusi dari masalah yang disajikan?*
 - b. Jika mahasiswa menemukan informasi dari masalah-masalah yang disajikan yang tidak dipahami, mahasiswa menuliskan masalah yang tidak dipahami dalam bahasa yang mudah dipahaminya. (*Paraphrasing*)
 - c. Tiap-tiap mahaiswa memberikan kesimpulan pada hasil pemikiran masing-masing untuk didiskusikan pada kelompoknya (*bridging inference*)
 - d. Tiap-tiap mahaiswa memberikan prediksi dari solusi-solusi masalah yang disajikan (*prediction*)
 - e. Mahasiswa mendiskusikan prediksi solusi dari tiap-tiap anggota kelompok untuk mengembangkan kesimpulan akhir dari solusi masalah yang disajikan
14. Dosen memantau kerja kelompok mahasiswa dan memberikan bantuan apabila ada mahasiswa yang memerlukan. Pemberian bantuan oleh dosen dilakukan secara cermat dan hati-hati, agar tidak mengganggu proses *discovery* oleh mahasiswa.

15. Dosen memilih hasil pekerjaan salah satu kelompok untuk dibahas secara klasikal. Pembahasan ditekankan melalui penggunaan komunikasi multi arah (dosen-mahasiswa dan antar mahasiswa dengan dosen sebagai fasilitator).

Kegiatan Akhir

1. Dosen bersama-sama dengan mahasiswa merangkum pembelajaran. Hal-hal yang perlu muncul dalam rangkuman antara lain tentang pengertian garis, sudut, hubungan-hubungan sudut, serta langkah-langkah untuk membuktikan teorema-teorema terkait garis, sudut, hubungan antar sudut (*closure*).
2. Pemberian tes akhir perkuliahan secara individual dengan soal sebagai berikut.
 - 1) Penyiku dan pelurus sebuah sudut berbanding seperti 1: 3. Berapa besar sudut itu?
 - 2) Pelurus dari setengah penyiku $\angle A$ adalah 160° . Berapakah besar $2\angle A +$ pelurus $\angle A +$ penyiku $\angle A$?
 - 3) Perhatikan gambar berikut.



Buktikan bahwa: Jika $\angle APB$ dibagi dua sama besar oleh segmen garis PR, maka $m\angle QPR = \frac{m\angle APQ - m\angle QPB}{2}$.

Alternatif jawaban tes akhir:

- 1) Diketahui:
 Misalkan: sudut yang akan dicari tersebut adalah $\angle A$
 $\angle B$: Penyiku $\angle A$
 $\angle C$: Pelurus $\angle A$
 $m\angle B : m\angle C = 1 : 3$
 Ditanya: $m\angle A$?
 Jawab:

$$\frac{m\angle B}{m\angle C} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{90^\circ - m\angle A}{180^\circ - m\angle A} = \frac{1}{3}$$

$$270^\circ - 3m\angle A = 180^\circ - m\angle A$$

$$2m\angle A = 90^\circ$$

$$m\angle A = 45^\circ$$

2) Diketahui:

Misalkan: $\angle B$: penyiku $\angle A$

$$\angle C = \text{Pelurus } \frac{1}{2}m\angle B = 160^\circ$$

$\angle D$: Pelurus $\angle A$

Ditanya: $2m\angle A + m\angle D + \angle B$?

Jawab:

$$\Rightarrow \text{Pelurus } \frac{1}{2}m\angle B = 160^\circ$$

$$180^\circ - \frac{1}{2}m\angle B = 160^\circ$$

$$\frac{1}{2}m\angle B = 20^\circ$$

$$m\angle B = 40^\circ$$

$$\Rightarrow m\angle B = 90^\circ - m\angle A$$

$$40^\circ = 90^\circ - m\angle A$$

$$m\angle A = 50^\circ$$

$$\Rightarrow m\angle D = 180^\circ - m\angle A$$

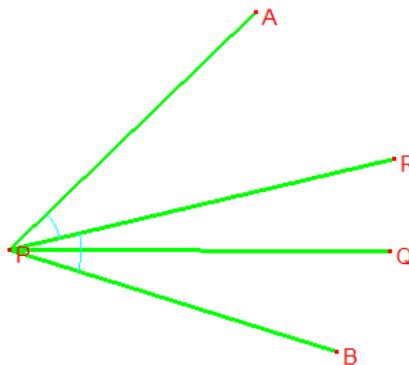
$$m\angle D = 180^\circ - 50^\circ$$

$$m\angle D = 130^\circ$$

Sehingga,

$$2m\angle A + m\angle D + \angle B = 2 \cdot 50^\circ + 130^\circ + 40^\circ = 270^\circ$$

3) Perhatikan gambar berikut ini.



$$\text{Diketahui: } m\angle APR = m\angle BPR = \frac{1}{2}m\angle APB$$

$$\text{Buktikan bahwa: } m\angle QPR = \frac{m\angle APQ - m\angle QPB}{2}.$$

Jawab:

$$m\angle APR = m\angle BPR = m\angle QPR + m\angle QPB \dots\dots (i)$$

$$m\angle APQ = m\angle QPR + m\angle APR$$

$$\angle APR = m\angle APQ - m\angle QPR \dots\dots (ii)$$

dari pernyataan (i) dan (ii) didapatkan,

$$m\angle QPR + m\angle QPB = m\angle APQ - m\angle QPR$$

$$2m\angle QPR = m\angle APQ - m\angle QPB$$

$$m\angle QPR = \frac{m\angle APQ - m\angle QPB}{2}$$

3. Pemberian tugas rumah (TR-02)

ALAT BANTU DAN SUMBER BELAJAR

Alat Bantu:

1. Satuan Acara Perkuliahan
2. Lembar Kerja dan Materi Diskusi (LKMD).
3. Alat tulis
4. Penggaris dan busur derajat

Sumber Belajar:

1. Baan, M.A. De & Bos, J.C. (1992). *Ilmu Ukur untuk Sekolah Lanjutan tingkat Pertama Jilid I*. Jakarta: Pradnya Paramita.
2. Baan, M.A. De & Bos, J.C. (1992). *Ilmu Ukur untuk Sekolah Lanjutan tingkat Pertama Jilid II A*. Jakarta: Pradnya Paramita.
3. Baan, M.A. De & Bos, J.C. (1992). *Ilmu Ukur untuk Sekolah Lanjutan tingkat Pertama Jilid II B*. Jakarta: Pradnya Paramita.
4. Greenberg, M.J. (1993). *Euclidean and Non-Euclidean Geometry (Development and History)*. New York: W. H. Freeman and Company.

Dosen Pengampu,

Samsul Maarif

II. Lembar Kerja dan Bahan Diskusi

LEMBAR KERJA DAN MATERI DISKUSI PERTEMUAN PERTAMA (KODE: LKMD-01)

Kelompok:

Mata Kuliah : Geometri Dasar
 Pokok Materi : Konsep Kesejajaran
 Alokasi Waktu : 100 menit
 Kelompok : _____
 Nama anggota kelompok :
 1. _____
 2. _____
 3. _____
 4. _____
 5. _____

Petunjuk:

1. Diskusikan dengan teman satu kelompok.
 2. Lengkapi dan jawablah pertanyaan di tempat yang disediakan di naskah LKMD ini.
 3. Setiap kelompok wajib menuliskan jawaban pada LKMD
 4. Mahasiswa mengumpulkan LKMD yang telah didiskusikan dan diisi jawabannya
 5. Apabila merasa perlu, silakan bertanya kepada Dosen.
-

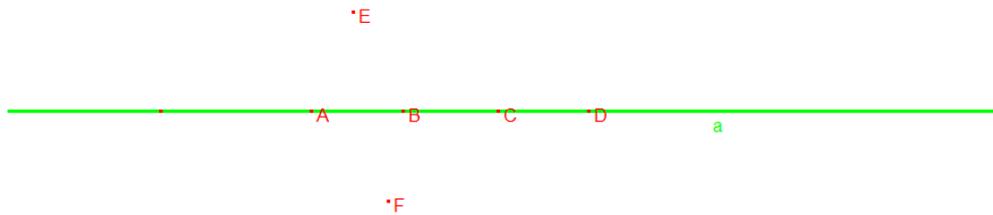
A. Pengertian Garis dan Sudut

Pengertian Garis

Garis adalah bangun geometri yang memiliki panjang tapi tidak memiliki lebar. Suatu garis adalah batas dari suatu bidang. Garis disimbolkan dengan huruf kecil seperti k , l , m seterusnya. Contoh:

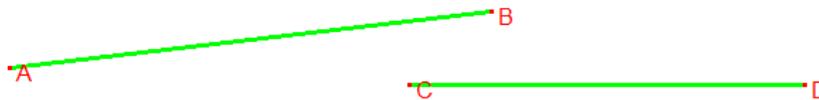


Dalam suatu garis terdapat banyak titik, sehingga titik yang terletak pada suatu garis disebut *colinear*. Sebagai contoh:



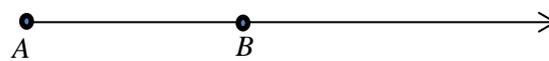
Titik A, B, C, dan D *colinear* terhadap garis a , sedangkan titik E dan F *noncolinear* terhadap garis a .

Garis yang dibatasi oleh dua buah titik disebut segmen garis. Sebagai contoh



Segmen garis diatas dituliskan dengan simbol " \overline{AB} " dan " \overline{CD} " atau dengan menuliskan "segmen AB" dan "segmen CD".

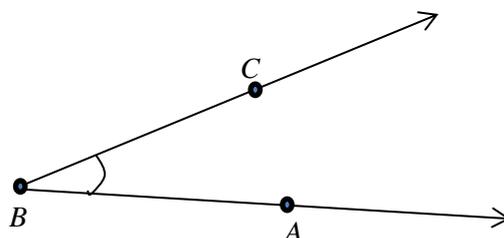
Sebuah sinar adalah garis dibatasi oleh sebuah titik dan arah. Sebagai contoh



Sinar di atas disimbolkan dengan " \overrightarrow{AB} ".

Pengertian Sudut

Perhatikan gambar berikut.



Dari gambar di atas yang dimaksud $\angle B = \overrightarrow{BA} \cup \overrightarrow{BC}$, sedangkan besar sudut B disimbolkan dengan " $m\angle B$ ". Misalkan kita dapat menuliskannya $m\angle B = 30^\circ$.

Lima Aksioma Euclid

Lima aksioma atau postulat atau aksioma Euclid yang merupakan bagian fundamental dalam geometri, yaitu:

1. Dari dua buah titik hanya dapat ditarik sebuah garis lurus
 2. Sebuah garis lurus tidak terbatas
 3. Sebuah lingkaran dikonstruksi dari titik pusat dan jarak (diameter)
 4. Semua sudut siku-siku besarnya sama satu sama lain
 5. Jika terdapat dua buah garis dipotong transversal oleh garis yang lain sehingga sudut dalam sepihaknya kurang dari dua kali sudut siku-siku maka dua buah garis tersebut akan berpotongan pada sudut dalam sepihak tersebut.
1. Dari 5 aksioma Euclid di atas, buatlah sketsa gambar yang menggambar 5 aksioma tersebut.

Jawab:

2. Perhatikan aksioma 1 Euclid yaitu “Dari dua buah titik, hanya dapat ditarik sebuah garis lurus”. Ada berapa garis yang terbentuk dari tiga buah titik yang *noncoliner* (tidak segaris)? Jelaskan.

Jawab:

6. Perhatikan aksioma 1 Euclid yaitu “Dari dua buah titik hanya dapat ditarik sebuah garis lurus”. Ada berapa garis yang terbentuk dari empat buah titik yang *noncoliner*? Jelaskan.

Jawab:

7. Perhatikan aksioma 1 Euclid yaitu “Menarik sebuah garis lurus dari dua buah titik”. Ada berapa garis yang terbentuk dari lima buah titik yang *noncoliner*? Jelaskan.

Jawab:

3. Selanjutnya jika ada n buah titik yang semuanya *noncolinear* untuk $n > 1$, ada berapa garis yang terbentuk? Jelaskan.

Jawab:

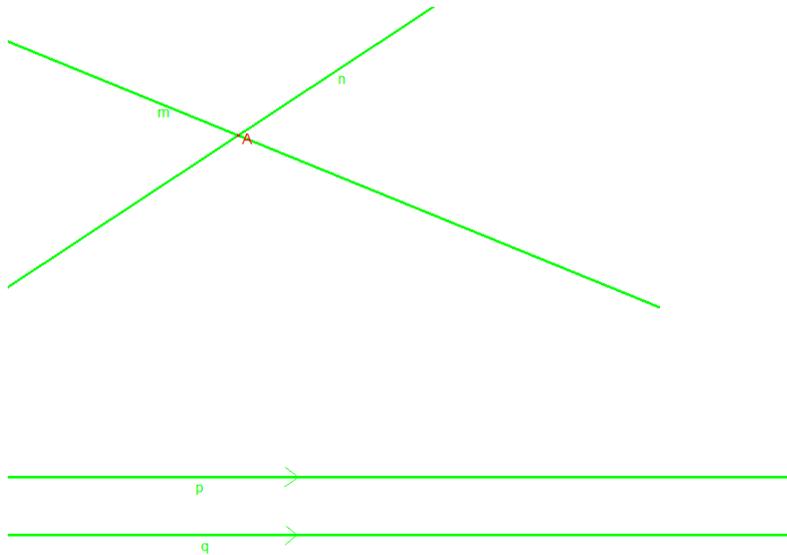
Untuk menjawab pertanyaan itu anda dapat mengeksplorasi dengan table berikut:

Banyaknya Titik	Banyaknya Garis
2	1
3	3
4
5
....
....
....
....
....
....
dan seterusnya	Dan seterusnya

B. Kedudukan Garis

Perhatikan gambar berikut.

Gambar berikut adalah gambar garis m dan n yang saling berpotongan dan garis p dan q yang saling sejajar



1. Bagaimana hubungan antara garis m dan n ? Ada berapa titik sekutu anatar garis m dan n ? jelaskan.

Jawab:

2. Ambil sebuah titik C pada garis m , selanjutnya dibuat sebuah garis l ? Bagaimana hubungan antara garis l dan n ? Ada berapa titik sekutu anatar garis l dan n ? jelaskan.

Jawab:

3. Buatlah sebuah garis r yang memotong garis p , jika garis r , p dan q terletak pada satu bidang, apakah garis r memotong garis q pula? jelaskan.

Jawab:

4. Buatlah sebuah garis k yang sejajar dengan garis p , jika garis k , p dan q terletak pada satu bidang, apakah garis r sejajar q pula? jelaskan.

Jawab:

5. Kesimpulan
 Kedudukan garis dengan garis pada satu bidang yaitu : dua buah garis saling berpotongan dan dua buah garis saling sejajar.

.....

Teorema Playfair

LATIHAN

1. Tentukan ada berapa garis yang terbentuk dari sebuah titik A.
 a. Untuk membantu menjawab pertanyaan tersebut, sketsakan informasi yang diketahui.

Jawab:

- b. Aksioma atau teorema apa yang akan anda gunakan untuk menjawab pertanyaan tersebut? Jelaskan.

Jawab:

- c. Dapatkah anda menghitung berapa banyak garis yang dapat dibentuk? Jelaskan.

Jawab:

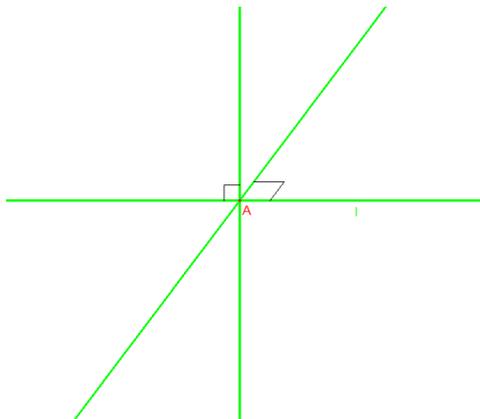
d. Kesimpulan jawaban

Jawab:

2. Buktikan: Jika terdapat sebuah garis dan sebuah titik yang *colinear*, maka hanya ada satu garis yang tegak lurus melalui titik tersebut.

Bukti kontradiksi:

Misalkan terdapat dua buah garis yaitu garis m dan n dimana tiap-tiap garis $\perp l$ dan melalui titik A, seperti tampak pada gambar berikut.



a. Tuliskan informasi yang diketahui?

Jawab:

b. Tentukan sebuah titik B pada garis m dan *noncolinear* dengan garis l . Buatlah garis $p \parallel l$ melalui titik B, Apakah garis tersebut memotong garis n ?sketsakan.

Jawab:

- c. Apakah garis $p \perp m$ dan $p \perp n$? jelaskan

Jawab:

- d. Adakah bangun segitiga dari sketsa gambar yang telah dibuat? Jika ada tuliskan segitiga tersebut?

Jawab:

- e. Dengan menggunakan informasi yang telah anda nyatakan pada pertanyaan bagian "c". Berapa jumlah sudut dalam segitiga? jelaskan.

Jawab:

- f. Adakah pernyataan yang bertentangan dengan konsep geometri yang anda ketahui dari pernyataan yang telah anda tuliskan pada pernyataan bagian "d"? Jika ada jelaskan.

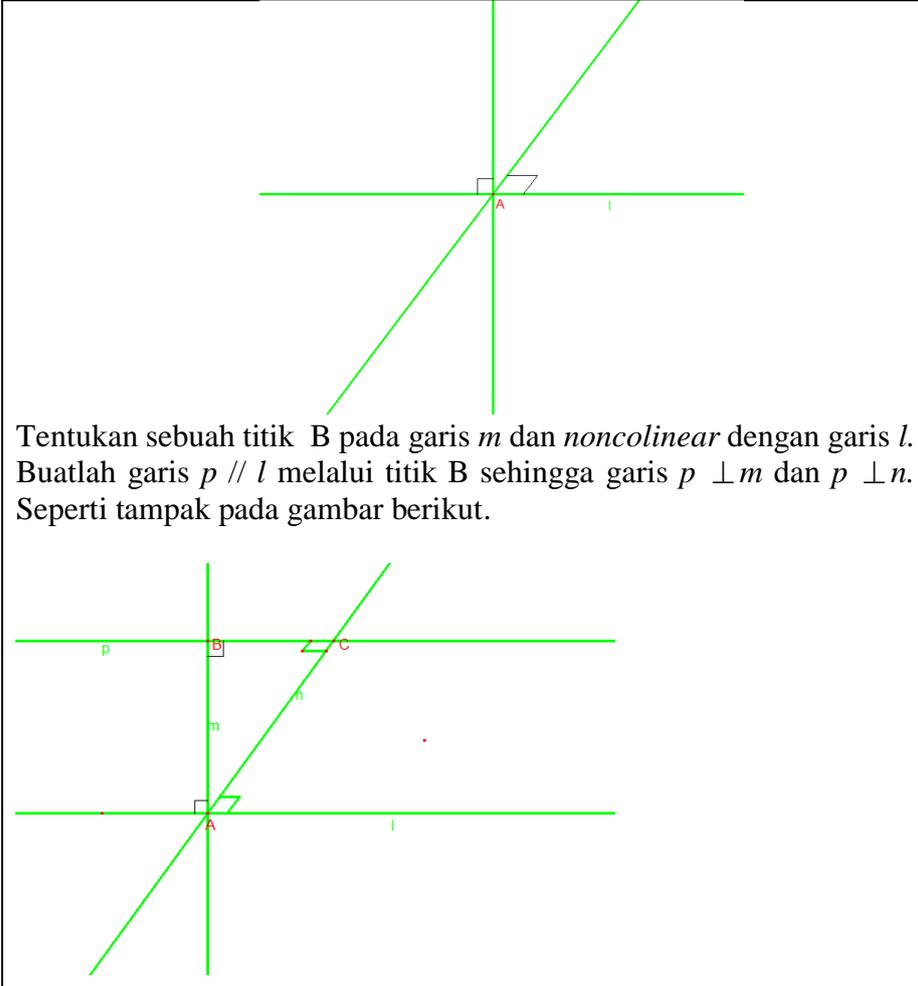
Jawab:

- g. Tuliskan bukti formal:

Jawab:

Bukti kontradiksi:

Misalkan terdapat dua buah garis yaitu garis m dan n dimana tiap-tiap garis $\perp l$ dan melalui titik A, seperti tampak pada gambar berikut.



Tentukan sebuah titik B pada garis m dan *noncolinear* dengan garis l .
 Buatlah garis $p \parallel l$ melalui titik B sehingga garis $p \perp m$ dan $p \perp n$.
 Seperti tampak pada gambar berikut.

=>Perhatikan segitiga ABC

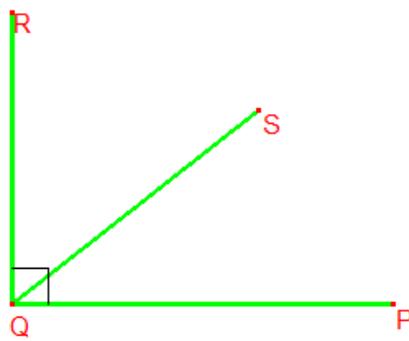
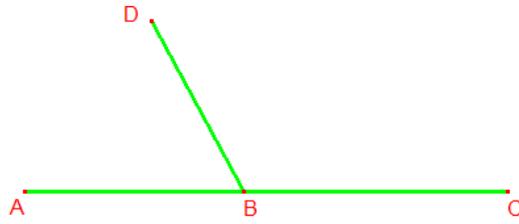
$m\angle BAC + m\angle ABC + m\angle ACB = \dots\dots\dots > \dots\dots^{\circ}$

Hal tersebut dengan teorema jumlah sudut dalam segitiga yaitu $\dots\dots^{\circ}$.
 Sehingga asumsi bahwa terdapat dua buah garis yaitu garis m dan n dimana tiap-tiap garis $\perp l$ dan melalui titik A dalah salah. Artinya benar bahwa hanya ada satu garis $\perp l$ dan melalui titik A.

C. Sudut Berpelurus dan Sudut Berpenyiku

Perhatikan gambar berikut.

Gambar berikut menyajikan $\angle ABD$ dan $\angle CBD$ yang saling bersisian membentuk $\angle ABC$. Selanjutnya $\angle PQR$ adalah sudut siku-siku dengan QS membagi $\angle PQR$ menjadi dua bagian yaitu $\angle PQS$ dan $\angle RQS$.



1. Apa nama $\angle ABC$? Berapa besar $\angle ABC$? jelaskan.

Jawab:

2. Perhatikan $\angle ABD$ dan $\angle CBD$, diantara dua sudut tersebut sudut manakah yang memiliki besar sudut lebih besar? Mengapa? Jelaskan.

Jawab:

3. Berapa jumlah besar $\angle ABD$ dan $\angle CBD$?

Jawab:

4. Apakah $\angle ABD$ dan $\angle CBD$ saling berpelurus? Jelaskan.

Jawab:

5. Tuliskan pelurus dari $\angle ABD$ dan $\angle CBD$. Jelaskan.

Jawab:

6. Berapa besar $\angle PQR$? jelaskan.

Jawab:

7. Berapa jumlah besar $\angle PQS$ dan $\angle RQS$?

Jawab:

8. Apakah $\angle PQS$ dan $\angle RQS$ saling berpenyiku? Jelaskan.

Jawab:

9. Tuliskan penyiku dari $\angle PQS$ dan $\angle RQS$?

Jawab:

10. Kesimpulan:

Sudut saling berpelurus adalah dua buah sudut yang membentuk sudut lurus dan jumlahnya 180°

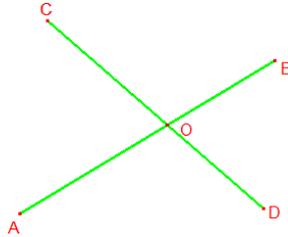
.....

Sudut saling berpenyiku adalah dua buah sudut yang membentuk sudut siku-siku dan jumlahnya 90°

.....

Perhatikan gambar berikut.

Gambar berikut adalah segmen AB dan segmen CD yang saling berpotongan di titik O.



1. Ada berapa sudut yang terbentuk? Tuliskan sudut-sudut tersebut? jelaskan.

Jawab:

2. Tuliskanlah pelurus dari $\angle AOC$ dan $\angle BOD$?

Jawab:

3. Apakah $\angle AOC$ dan $\angle BOD$ besarnya sama? jelaskan

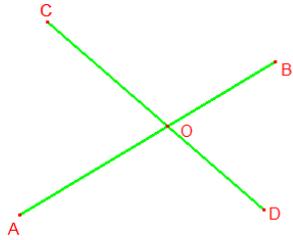
Jawab:

4. Dari sudut-sudut yang terbentuk, adakah sudut-sudut yang lain yang besarnya sama? Jika ada tuliskan dan jelaskan.

Jawab:

5. Tuliskan bukti formal dari pernyataan "4".

Jawab:



Perhatikan bahwa $\angle AOC$ adalah pelurus $\angle AOD$, sehingga $m\angle AOD = 180^\circ - m\angle AOC \dots \dots \dots (i)$

Perhatikan pula bahwa $\angle AOC$ adalah pelurus $\angle BOC$, sehingga $m\angle BOC = \dots \dots \dots (ii)$

Dari pernyataan (i) dan (ii) dapat disimpulkan bahwa,

$$m\angle AOD = \dots \dots = m\angle \dots \dots$$

$$m\angle AOD = m\angle \dots \dots$$

6. Kesimpulan

Sifat dari sudut yang bertolak belakang adalah besarnya sama

.....

.....

LATIHAN

1. Jika ditentukan bahwa $m\angle A = a^\circ, m\angle B = b^\circ, m\angle C = c^\circ$ dan,

(i) Jika $a^\circ + b^\circ + c^\circ$ adalah sebuah sudut lurus berapakah jumlah penyikupenyiku $\angle A, \angle B$, dan $\angle C$;

(ii) Jika $a^\circ + b^\circ + c^\circ$ adalah sebuah sudut lurus berapakah, berapakah jumlah pelurus-pelurus $\angle A, \angle B$, dan $\angle C$.

a. Tuliskan penyikunya dan pelurus dari $\angle A$?

Jawab:

b. Tuliskan penyikunya dan pelurus dari $\angle B$?

Jawab:

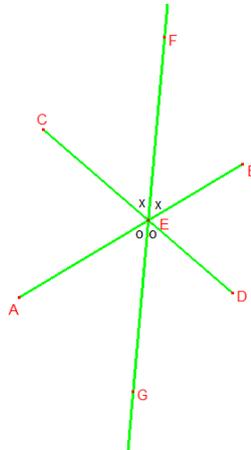
- c. Tuliskan penyikunya dan pelurus dari $\angle C$?

Jawab:

- d. Kesimpulan jawaban

Jawab:

2. Buktikan: Jika dua sudut bertolak belakang dibagi dua sama besar, maka garis-garis bagi itu merupakan sudut lurus
- a. Perhatikan gambar berikut



- b. Tuliskan informasi yang diketahui dan yang akan dibuktikan dari gambar pada bagian “a”?

Jawab:

- c. Apakah besar $\angle AEG$ dan $\angle CEF$ besarnya sama? jelaskan

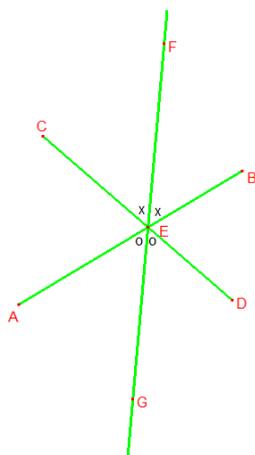
Jawab:

- d. Konsep manakah yang akan anda gunakan untuk mengkonstruksi bukti pernyataan no.2: konsep sudut saling berpelurus atau konsep sudut saling bertolak belakang? jelaskan alasannya.

Jawab:

- e. Tuliskan bukti formal yang berbeda dari bukti pada bagian “d”.

Jawab:



Diketahui:

Segmen AB berpotongan dengan segmen CD di titik E

EG:

EF:

Yang akan dibuktikan:

Bukti:

=> Perhatikan bahwa $\angle CED$ adalah sudut lurus, sehingga

$$m\angle CED = 180^0$$

$$m\angle AED + m\angle AEC = 180^0$$

$$m\angle AEG + m\angle \dots + m\angle \dots = 180^0 \dots (i)$$

=> $m\angle AED = m\angle BEC$ (saling bertolak belakang), sehingga

$$\frac{1}{2} m\angle AED = \frac{1}{2} m\angle \dots \dots \dots (ii)$$

=> Kerena EG: garis bagi $\angle AED$, maka

$$m\angle AEG = m\angle DEG = \frac{1}{2} \angle \dots \dots \dots (iii)$$

=> Karena EF: garis bagi $\angle BCD$, maka

$$m\angle BEF = m\angle \dots = \frac{1}{2} \angle \dots \dots \dots (iv)$$

Dari pernyataan (ii), (iii) dan (iv) maka dapat disimpulkan

$$m\angle AEG = m\angle \dots = m\angle \dots \dots \dots (v)$$

Berdasarkan pernyataan (i) dan (v), maka didapat

$$m\angle AEG + m\angle DEG + m\angle AEC = 180^0$$

$$m\angle AEG + m\angle \dots + m\angle \dots \dots \dots = 180^0$$

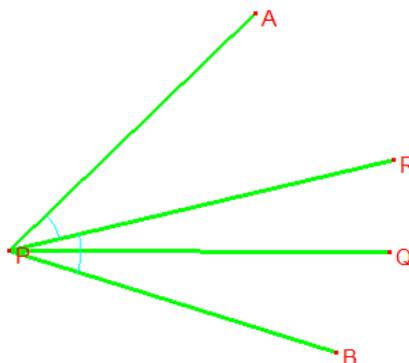
$$m\angle GEF = 180^0$$

Terbukti bahwa adalah $\angle GEF$ sudut lurus

D. Tes Akhir Perkuliahan

Kerjakan secara individu pada lembar jawaban yang telah disediakan.

1. Penyiku dan pelurus sebuah sudut berbanding seperti 1: 3. Berapa besar sudut itu?
2. Pelurus dari setengah penyiku $\angle A$ adalah 160^0 . Berapakah besar $\angle B +$ pelurus $\angle A +$ penyiku $\angle A$?
3. Perhatikan gambar berikut.



Buktikan bahwa: Jika $\angle APB$ dibagi dua sama besar oleh segmen garis PR, maka $m\angle QPR = \frac{m\angle APQ - m\angle QPB}{2}$.

III. Tugas Rumah

TUGAS RUMAH
PERTEMUAN KE-2
(TR-02)

Kerjakan soal berikut ini dan lembar jawaban dikumpulkan ke Dosen pada pertemuan kedua.

1. Sebuah sudut besarnya dua kali penyikunya, berapa besar sudut tersebut?
2. Buktikan bahwa: Jika sebuah sudut siku-siku dibagi oleh sebuah garis menjadi dua bagian yang tidak sama dan kedua bagian itu dibagi sama besar, maka sudut yang terbentuk oleh kedua garis bagi itu merupakan sudut 45° .
3. Buktikan bahwa: Jika dari sebuah titik P dibuat tiga garis yang arahnya berlainan PA, PB dan PC, maka jumlah ketiga sudut itu adalah 180° .