BERPIKIR MODELING MATEMATIS SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA

PEMBIMBING

Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si
Dr. I Nengah Parta, M.Si
Dr. Erry Hidayanto, M.Si

Oleh;

KHOERUL UMAM
NIM. 160311901305

UNIVERSITAS NEGERI MALANG
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI S3 PENDIDIKAN MATEMATIKA
2020

BERPIKIR MODELING MATEMATIS SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA

DISERTASI

Diajukan kepada

Universitas Negeri Malang

untuk memenuhi salah satu persyaratan

dalam menyelesaikan Program Doktor

KHOERUL UMAM

NIM 160311901305

UNIVERSITAS NEGERI MALANG

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

PROGRAM STUDI S3 PENDIDIKAN MATEMATIKA

2020

Disertasi oleh **Khoerul Umam** ini telah diperiksa dan disetujui untuk diuji.

Malang,   Juli 2020
Promotor,

Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si
NIP. 196711301991031001

Malang,   Juli 2020
Ko-Promotor I,

Dr. I Nengah Parta, M.Si.
NIP. 19661229 1993021001

Malang,   Juli 2020
Ko-Promotor II,

Dr. Erry Hidayanto, M.Si
NIP. 196609061992031004

LEMBAR PERSETUJUAN DAN PENGESAHAN DISERTASI

Disertasi oleh Khoerul Umam ini telah dipertahankan di depan dewan penguji pada tanggal 22 Juni 2020.

Dewan Penguji

Prof. Dr. Cholis Sa'dijah, M.Pd, M.A	Ketua
Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si	Anggota
Dr. I Nengah Parta, M.Si	Anggota
Dr. Erry Hidayanto, M.Si	Anggota
Prof. Drs. Purwanto, Ph.D	Anggota
Dr. Sisworo, S.Pd, M.Si	Anggota
Prof. Dr. Yus Mochamad Cholily, M.Si	Anggota

Mengesahkan, Dekan FMIPA	Mengetahui, Koordinator Program Studi S2/S3 Pendidikan Matematika
Prof. Dr. Hadi Suwono, M.Si	Prof. Dr. Cholis Sa'dijah, M.Pd, M.A

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini;

Nama Lengkap	: Khoerul Umam
NIM	: 160311901305
Jurusan/Program Studi	: Matematika / S3 Pendidikan Matematika
Fakultas/Program	: FMIPA / Doktoral

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa disertasi yang saya tulis ini benar-benar tulisan saya dan bukan merupakan plagiasi baik sebagian atau seluruhnya. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa disertasi ini hasil plagiasi, baik sebagian atau seluruhnya, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Malang, 6 Juli 2020
Yang membuat pernyataan

Khoerul Umam

RINGKASAN

Khoerul Umam.2020. Berpikir Modeling Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. Disertasi, Program Studi Pendiidkan Matematika, Pascasarjana Universitas Negeri Malang, Pembimbing (1) Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si, (II) Dr. I Nengah Parta, M.SI, (III) Dr. Erry Hidayanto, M.Si.

Kata Kunci: Berpikir, Modeling Matematis, Gambar Situasional, Gambar Matematis, Model Matematika.

Pada saat proses transfer dari masalah matematika ke model matematika, siswa menggunakan gambar situasional dan gambar matematis sebagai bantuan untuk memahami masalah dan membuat model matematika. Gambar situasional dan gambar matematis pada hasil matematika yang telah dikerjakan oleh siswa, tidak cukup untuk melihat bagaimana terjadinya berpikir modeling matematis yang telah dilakukan oleh siswa. Tujuan utama dari penelitian ini adalah mendeskripsikan berpikir modeling matematis siswa yang menggunakan bantuan gambar situasional dan gambar matematis dalam menyelesaikan masalah matematika. Penelitian ini secara garis besar akan mendeskripsikan tujuh tahapan berpikir modeling matematis siswa yaitu membaca masalah, membuat asumsi, menggambar situasional, menggambar matematis, membuat model matematika, mendapatkan hasil matematika, dan membuat solusi real.

Penelitian ini tergolong penelitian eksploratif dengan pendekatan deskriptif kualitatif. Pemilihan subjek dilakukan dengan memberikan tugas masalah matematika. Hasil pekerjaan siswa yang menghasilkan gambar situasional, gambar matematis, dan model matematika dijadikan dasar oleh peneliti untuk memilih calon subjek. Berdasarkan hasil pekerjaan siswa terdapat 35 calon subjek penelitian. Dari 35 calon subjek penelitian, guru merekomendasikan 20 siswa yang komunikatif untuk dijadikan sebagai subjek penelitian. Subjek selanjutnya diwawancarai secara mendalam untuk mengetahui Berpikir Modeling Matematis Siswa Tipe Klarifikatif Visual dan Tipe Klarifikatif Simbolik dalam menyelesaikan masalah matematika.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa Berpikir Modeling Matematis Siswa Tipe Klarifikatif Visual terjadi dalam tujuh tahapan yang dapat dijelaskan sebagai berikut: (1) subjek awalnya membaca masalah matematika secara teliti dengan frekuensi membaca lebih dari tiga kali sehingga subjek dapat memilih informasi-informasi penting dari masalah. (2) subjek membuat asumsi masalah berdasarkan informasi-informasi penting. Subjek tipe ini dapat menghasilkan beragram asumsi masalah matematika karena subjek memiliki pengetahuan non-matematika yang baik. (3) Subjek menghasilkan gambar situasional dengan cara mentransformasi informasi menjadi objek gambar berdasarkan asumsi masalah yang ada. Selanjutnya, subjek mengklarifikasi gambar situasional dengan masalah matematika dengan tujuan meyakinkan gambar situasional yang dihasilkan sesuai dengan masalah. (4) Subjek menghasilkan gambar matematis dengan cara

mereduksi objek pada gambar situasional menjadi representasi matematis seperti segmen garis yang sesuai dengan konsep matematika. (5) Subjek membuat model matematika dengan cara menyesuaikan gambar matematis dengan konsep matematika. (6) Subjek menghitung model matematika agar mendapatkan hasil matematika yang sesuai. (7) Selanjutnya, subjek menginterpretasi hasil matematika berdasarkan masalah matematika. Berpikir Modeling Matematis Siswa Tipe Klarifikatif Visual secara khusus memiliki kecenderungan untuk menggunakan teknik visualisasi sebagai alat utama untuk mengkonstruksi pemahaman masalah matematika sehingga banyak menghabiskan waktunya pada tahapan menghasilkan gambar situasional.

Berpikir Modeling Matematis Subjek Tipe Klarifikatif Simbolis terjadi dalam tujuh tahapan yang dapat dijelaskan sebagai berikut; (1) subjek awalnya membaca masalah secara sepintas, tapi ia merasa tidak paham dengan masalah. Ketika kesulitan dalam memahami masalah, ia memperbaiki cara membaca masalah matematika dengan lebih teliti sehingga subjek dapat memilih informasi-informasi penting. (2) Setelah itu, subjek membuat asumsi terkait dengan masalah berdasarkan informasi-informasi penting. (3) subjek menghasilkan gambar situasional dengan cara mentransformasi informasi-informasi penting menjadi gambar situasional. (4) Selanjutnya, subjek menyederhanakan gambar situasional menjadi gambar matematis dengan cara mereduksi objek gambar menjadi representasi matematis seperti ruas garis yang sesuai dengan konsep matematika. Setelah menghasilkan gambar matematis, subjek mengklarifikasi gambar matematis dengan masalah. Hal ini dilakukan untuk meyakinkan gambar matematis yang dibuat sesuai dengan masalah dan dapat memudahkan dalam menentukan model matematika. (5) Subjek membuat model matematika dengan cara menyesuaikan gambar matematis dengan konsep matematika. Subjek mengalami kesulitan dalam membangun hubungan antara gambar matematis dengan konsep matematika dan mengatasi kesulitannya dengan mengingat rumus matematika. Kesulitan ini ditandai dengan waktu yang dibutuhkan subjek pada tahapan membuat model matematika dibandingkan dengan tahapan lainnya. (6) Subjek mengerjakan perhitungan matematika, lalu mengevaluasi hasil perhitungan matematika dengan gambar matematis. (7) Subjek menginterpretasi hasil matematika berdasarkan pertanyaan pada masalah. Subjek tidak kesulitan untuk menghasilkan gambar situasional, namun kesulitan dalam menentukan model matematika dan gambar matematis. Subjek menghabiskan banyak waktunya dalam menentukan model matematika. Subjek ini cenderung bergantung pada ingatan rumus matematika dalam menentukan setiap langkah penyelesaiannya.

SUMMARY

Khoerul Umam.2020. Mathematical Modeling Thinking Students In Solving Mathematical Problems. Dissertation, Doctoral on Mathematics Education Program, Graduate School, Universitas Negeri Malang, Pembimbing (1) Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si, (II) Dr. I Nengah Parta, M.SI, (III) Dr. Erry Hidayanto, M.Si.

Key word: *Mathematical Modeling Thinking, Situational Drawings, Mathematical Drawings, Mathematical Models*.

During the transfer process from mathematical problems to mathematical models, students use situational drawings and mathematical drawings as a tool to understand problems and make mathematical models. Situational drawings and mathematical drawings on mathematical students' results, were not enough to describe on how students thinking related to mathematical modeling. The main objective of this research is to describe mathematical modeling thinking of students who use the help of situational drawings and mathematical drawings in solving mathematical problems. This research described the seven phases of students' mathematical modeling thinking, namely reading problems, making assumptions, situational drawing, mathematical drawing, making mathematical models, getting mathematical results, and making real solutions.

This research is classified as an exploratory research with a qualitative descriptive approach. The subjects were chosen by giving mathematical problems. The results of student work that produce situational drawings, mathematical drawings, and mathematical models are used as a basis by researchers to select prospective subjects. Based on the results of student work there are 35 prospective research subjects. From 35 prospective research subjects, the teacher recommended 20 communicative students to be used as research subjects. The next subject was interviewed in depth to find out the Mathematical Thinking of Students with Visual Clarification Types and Symbolic Clarification Types in solving mathematical problem.

The results have shown that the Mathematical Modeling Thinking of Visual Clarification Type Students occurs in seven stages which can be explained as follows: (1) the subject initially reads a mathematical problem carefully with the frequency of reading more than three times so that the subject can choose important information from the problem. (2) the subject makes assumptions about the problem based on important information. This type of subject can produce an assumption diagram of a mathematical problem because the subject has good non-mathematical knowledge. (3) Subjects produce situational drawings by transforming information into image objects based on the existing problem assumptions. Next, the subject clarifies situational drawings with mathematical problems with the aim of

convincing the resulting situational drawings according to the problem. (4) Subjects produce mathematical drawings by reducing objects in situational drawings to mathematical representations such as line segments that correspond to mathematical concepts. (5) Subjects make mathematical models by adjusting mathematical drawings with mathematical concepts. (6) Subjects calculate mathematical models in order to get the appropriate mathematical results. (7) Furthermore, the subject interprets the results of mathematics based on mathematical problems. Mathematical Thinking Model Students with Visual Clarification Types specifically have a tendency to use visualization techniques as the main tool for constructing understanding of mathematical problems so that they spend a lot of time on the stage of producing situational drawings.

Mathematical Thinking Symbolic Clarification Type Subjects occur in seven stages which can be explained as follows; (1) the subject initially reads the problem in passing, but he feels he does not understand the problem. When it is difficult to understand a problem, it improves the way of reading mathematical problems more carefully so that the subject can choose important information. (2) After that, the subject makes assumptions related to the problem based on important information. (3) the subject produces situational drawings by transforming important information into situational drawings. (4) Afterward, the subject simplifies the situational picture into a mathematical image by reducing the object image to a mathematical representation such as a line segment in accordance with mathematical concepts. After producing a mathematical image, the subject clarifies the mathematical image with a problem. This is done to make sure mathematical drawings are made according to the problem and can make it easier to determine mathematical models. (5) Subjects make mathematical models by adjusting mathematical drawings with mathematical concepts. Subject face a difficulty in establishing the relationship between mathematical drawing and mathematical concepts and overcoming their difficulties by remembering mathematical formulas. This difficulty is characterized by the time taken by the subject at the stage of making a mathematical model compared to other stages. (6) Subjects do mathematical calculations, then evaluate the results of mathematical calculations with mathematical drawings. (7) Subjects interpret mathematical results based on questions on the problem. The subject had no difficulty in producing situational drawing, but difficulty in determining mathematical models and mathematical drawings. The subject spends a lot of time in determining the mathematical model. This subject tends to depend on the memory of mathematical formulas in determining each step of its completion.

KATA PENGANTAR

Dengan memanjat puji dan syukur kehadirat Allah SWT atas berkat limpahan rahmat, taufiq, hidayah, dan inayah-Nya, sehingga Disertasi ini dapat diselesaikan. Penelitian ini tentang "**BERPIKIR MODELING MATEMATIS SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA**". Penyusunan Disertasi ini tidak lepas dari bantuan, dukungan, dan bimbingan serta arahan dari berbagai pihak. Seiring dengan penelitian Disertasi ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. AH. Rofi'uddin, M.Pd, Rektor Universitas Negeri Malang.
2. Prof. Dr. Hadi Suwono, M.Si, Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Malang.
3. Prof. Dr. Cholis Sa'dijah, M.Pd, M.A, koordinator Program Studi S3 Pendidikan Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Malang.
4. Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si., Pembimbing I yang telah banyak memberikan bimbingan dan pengarahan dalam membantu peneliti dalam menyusun novelty pada disertasi sejak awal proposal Disertasi sampai penulis bisa menyelesaikan Disertasi ini.
5. Dr. I Nengah Parta, M.Si., Pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan dan pengarahan berupa komentar yang sangat konstruktif dan detail baik pada kalimat maupun konsep yang dituliskan dalam disertasi ini sejak awal penyusunan proposal Disertasi sampai dengan penulis menyelesaikan Disertasi ini.
6. Dr. Erry Hidayanto, M.Si., Pembimbing III yang telah banyak memberikan bimbingan dan pengarahan berupa pemikiran, saran, dan komentar yang sangat konstruktif sejak awal penyusunan Disertasi ini sampai penulis bisa menyelesaikan Disertasi ini.
7. Prof. Dr. Suyatno, M.Pd, Rektor UHAMKA Periode 2008-2018 yang telah memberikan rekomendasi kepada peneliti untuk melanjutkan studi lanjut baik studi magister dan doktoral.

8. Prof. Dr. Gunawan Suryoputro, M.Hum, Rektor UHAMKA yang telah memberikan rekomendasi kepada peneliti untuk melanjutkan studi lanjut.
9. Prof. Dr. Suswandari, M.Pd, Ketua Lemlitbang UHAMKA yang terus menerus memberikan dorongan baik moral dan material dalam mensukseskan peneliti untuk menyelesaikan studi lanjut doktoral.
10. Teristimewa untuk Indri Trisno Wibowo, S.Pd, (Istri Tercinta) yang selalu menemaniku dari awal studi doktoral, dan anak-anakku, Mischa Mahreen Nusabha dan Zareen Maryam Khumaira yang selalu menjadi semangat untuk menyelesaikan studi doktor ini.
11. Bapak Junaedi, S.PdI (Bapak Tercinta) dan N. Saeni, S.Pd (Ibu Tercinta) yang terus menerus berdoa untuk kelulusan studi doktor ini serta Bapak Umar Sutrisno (Bapak Mertua) dan Ibu Sumarti (Mertua) yang terus memberikan semangat agar segera menyelesaikan studi ini.

Teriring do’a yang tulus semoga amal kebaikan dari berbagai pihak tersebut mendapat pahala dari oleh Allah SWT, dan semoga Disertasi ini bermanfaat bagi siapa saja yang membacanya. Aamiin.

Malang, 6 Juli 2020
Penulis,

Khoerul Umam

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR DIAGRAM

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Masalah matematika dibagi menjadi tiga macam yaitu masalah *intra-mathematical*, masalah matematika *dressed up word*, dan masalah matematika *modeling*, (Krug & Schukajlow-wasjutinski, 2013; Gloria Stillman, 2008). Masalah *intra-mathematical* merupakan tugas matematika murni dan tidak memiliki hubungan secara langsung terhadap kehidupan nyata sedangkan masalah *dressed up word* merupakan masalah matematika murni yang dituliskan dengan menggunakan konteks *figurative* yang telah dilengkapi dengan model nyata sehingga tidak membutuhkan proses modeling. Masalah matematika *modeling* merupakan masalah matematika yang membutuhkan proses transfer dari dunia nyata ke model matematika. Proses pemecahan masalah modeling dapat dideskripsikan dalam aktivitas yang siklik, dimana aktivitas tersebut dimulai dan diakhiri dengan situasi dunia nyta (Galbraith & Stillman, 2006; Gloria Stillman, 2008). Selanjutnya, masalah matematika yang dimaksud dalam penelitian ini adalah masalah matematika *modeling*.

Masalah matematika merupakan suatu topik penting dalam proses pembelajaran matematika karena memiliki relevansi yang sangat erat dengan kehidupan sosial dan professional (Dreyfus dkk., 2015; Rellensmann dkk., 2017). Dalam pembelajaran matematika, masalah dunia nyata selalu menjadi topik yang sangat menarik dengan berbagai tantangan yang harus dihadapai oleh siswa(Frejd & Bergsten, 2016; Leiss dkk., 2010). Hal ini juga diperkuat oleh pendapat Umam & Supiat (2019) yang menjelaskan bahwa pembelajaran matematika yang efektif diawali dengan mendekatkan matematika pada kehidupan keseharian siswa. Hal ini karena masalah matematika yang berkaitan dengan dunia nyata tidak hanya dituntut untuk membaca dan memahami masalah matematika dengan baik, tetapi juga perlu melakukan berbagai tahapan penyelesaian di antaranya; proses penyeleksian berbagai informasi yang bermanfaat, pemahaman situasi dari masalah, kemampuan visualisasi masalah, pemahaman konsep matematika, dan kemampuan membuat model dari masalah yang diberikan. Untuk berikutnya masalah yang disebut masalah matematika.

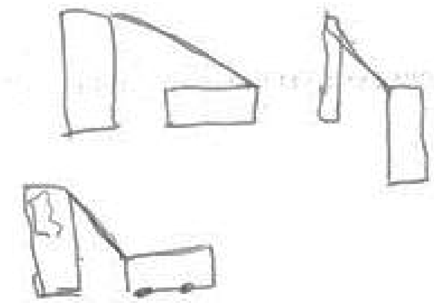
Proses transfer dari masalah ke model matematika yang membutuhkan berbagai atribut-atribut mental yang sangat kompleks disebut dengan istilah *modeling* (Anhalt & Cortez, 2015; Rellensmann dkk., 2017). *Modeling* merupakan suatu kegiatan yang membutuhkan stuktur-struktur berpikir yang sangat kompleks dengan melibatkan berbagai aktivitas mental yang membutuhkan konektivitas yang kuat diantara pemahaman, imajinasi, logika, penalaran, pengalaman, kemampuan kognitif, kemampuan representasi pictorial siswa, dan pemahaman konsep matematika. Modeling diawali dengan siswa membaca teks dan membentuk representasi *verbal*-internal terhadap makna dari masalah yang diberikan sebelum memilih dan mengorganisasikan informasi-informasi yang berguna. Pada saat siswa membaca dan memahami masalah, siswa perlu mengaktivasi langsung pengalaman dan konsep matematika yang telah tersimpan dalam memori siswa sehingga dapat memfasilitasi pemahaman dan mengaktifkan kembali pengetahuan yang telah ada untuk mendukung proses menyimpulkan berbagai informasi yang berguna (Graesser & Goodman,1985).

Kemampuan siswa dalam menghasilkan gambar situasional yang proposional tidak hanya membutuhkan penyeleksian informasi-informasi yang bermanfaat tetapi juga memerlukan pemahaman situasi yang aplikatif dengan menggunakan imajinasi, logika, dan penalaran yang saling terkoneksi dengan baik. Proses konstruksi gambar situasional menjadi tahapan awal dalam menyelesaikan masalah matematika karena berperan dalam menentukan apakah siswa dapat berhasil ataupun gagal dalam menyelesaikan masalah modeling(Leiss dkk., 2010). Siswa yang dapat membuat gambar situasional yang sesuai dengan masalah memiliki potensi keberhasilan yang tinggi dalam menyelesaikan masalah modeling (Reuben Selase Asempapa, 2015; Stender & Kaiser, 2015). Hal ini menunjukkan bahwa gambar situasional memiliki peranan yang sangat fundamental terhadap tahapan penyelesain masalah matematika. Semakin baik gambar situasional yang dihasilkan oleh siswa, akan mendukung keberhasilan siswa dalam menghasilkan gambar matematis dari masalah matematika (Rellensmann dkk., 2017).

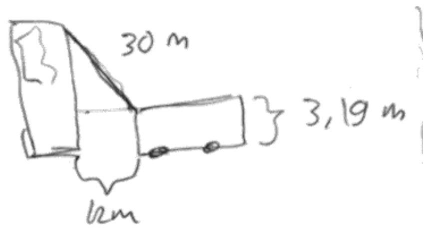
Gambar matematis merupakan gambar yang berfokus untuk menyederhanakan struktur masalah matematika yang memiliki tingkat abstraksi yang tinggi (Rellensmann dkk., 2017; Stillman & Galbraith, 1998). Kemampuan siswa dalam menghasilkan gambar matematis tidak hanya membutuhkan pemahaman situasi yang aplikatif terhadap masalah tetapi juga memerlukan pemahaman konsep matematika yang terstruktur dengan baik. Hal ini akan mengakselerasi kemampuan siswa dalam membuat model matematika yang sesuai dengan masalah matematika. Beberapa hasil penelitian menunjukkan bahwa keberhasilan siswa dalam mentransfer dari masalah ke model matematika memiliki signifikansi terhadap penyelesaian masalah (Anhalt & Cortez, 2015; Leiss dkk., 2010; Van Meter & Garner, 2005). Hal ini menandakan bahwa kemampuan membuat model matematika dari masalah merupakan suatu hal yang fundamental dalam menyelesaikan masalah matematika. Hal ini diperkuat oleh hasil studi yang juga telah menunjukkan pentingnya membuat model matematika (Csíkos dkk., 2012; Leiss dkk., 2010; Van Meter & Garner, 2005)

Peranan yang sangat fundamental terkait dengan gambar situasional dan gambar matematis yang dihasilkan oleh siswa pada saat menyelesaikan masalah matematika ternyata belum mendapatkan perhatian yang banyak dari berbagai kalangan Pendidikan matematika. Hal ini dapat dilihat dari penelitian yang telah dilakukan cenderung memfokuskan pada bagaimana siswa menyelesaikan masalah modeling secara umum (Frejd & Bergsten, 2016; Rellensmann dkk., 2017; Van Meter & Garner, 2005) dan masih belum terfokus pada berpikir siswa pada saat melakukan modeling.

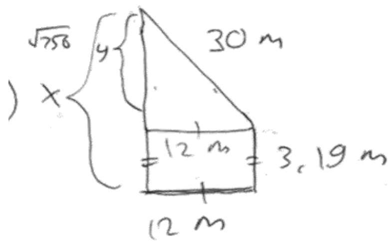
Berpikir modeling matematis berperan bagaimana siswa dalam membuat model dari masalah dunia nyata yang memiliki peranan fundamental ternyata belum banyak dieksplorasi. Eksplorasi berpikir siswa dalam membuat model dari masalah matematika memiliki urgensi yang sangat penting. Hal ini dikarenakan berpikir berkaitan erat terhadap tahapan yang dilakukan oleh siswa dalam menghasilkan model matematika dari masalah matematika. Untuk menguatkan hasil hipotesa, pada tanggal 5 Maret 2018 peneliti melakukan studi pendahuluan terkait dengan berpikir modeling matematis siswa dalam membuat model matematika. Hasil studi empiris menunjukkan bahwa terdapat dua tipe berpikir siswa dalam memodelkan masalah matematika yaitu siswa yang mampu berpikir untuk mongkonstruksikan masalah dengan cara berimajinasi (Gambar 1.1) dan siswa yang mengawali konstruksi gambarnya melalui gambar dan teks yang terdapat dalam soal.



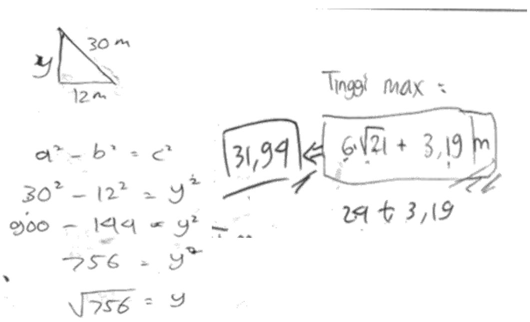
(a) Gambar yang siswa hasilkan secara Mental



(b) Gambar situasional yang siswa hasilkan



(c) Gambar Matematis yang dihasilkan siswa



(d) Penyelesaian yang dikerjakan siswa

Gambar 1.1 Tahapan Berpikir Modeling Matematis Siswa

Temuan studi pendahuluan menunjukkan bahwa setelah memahami masalah dengan baik, siswa memulai melakukan imajinasi untuk menghasilkan *mental images* untuk masalah matematika. Imajinasi tersebut dilakukan dengan membuat berbagai kemungkinan kejadian yang terjadi tanpa memberikan tanda ataupun simbol dari gambar situasional yang dihasilkan Gambar 1.1 (a). Hasil Gambar 1.1 (a) menunjukkan bahwa siswa dapat menghasilkan berbagai gambar situasional dari imajinasinya. Hasil tersebut menjadi landasan untuk siswa memilih gambar situasional yang sesuai dengan pertanyaan yang dimaksud. Pada Gambar 1.1 (b) memperlihatkan bahwa siswa memililh satu ilustrasi yang dijadikan sebagai dasar untuk mengkonstruksi gambar situasional berdasarkan informasi-informasi pilihan yang ada dalam masalah matematika. Selanjutnya, Ketika siswa menyederhanakan Gambar 1.1 (b) ke Gambar 1.1 (c) dilakukan dengan cara mereduksi objek pada gambar situasional menjadi bentuk representasi matematis seperti segmen garis dan bentuk bangun datar yang sesuai dengan konteks masalah. Penguasaan konsep matematika dan tingkat kemampuan analisis siswa sangat berpengaruh terhadap hasil Gambar 1.1 (c). Setelah menghasilkan Gambar 1.1 (c), siswa tidak langsung menuliskan model matematika yang sesuai dengan masalah, tapi siswa perlu berusaha untuk menentukan konsep matematika yang sesuai dengan Gambar 1.1 (c). Hal ini terlihat pada saat wawancara pada studi pendahuluan, bahwa pemahaman konsep matematika yang baik mempengaruhi model matematika yang akan dihasilkan lilhat Gambar 1.1 (d). Dari hasil studi pendahuluan, terlihat bahwa gambar situasional dan gambar matematis mendukung terjadinya proses berpikir modeling matematis. Hal ini terlihat bahwa siswa menggunakan bantuan gambar situasional untuk memahami masalah, dan bantuan gambar matematis untuk menentukan konsep matematika yang sesuai, dan akhirnya siswa dapat menuliskan model matematika yang sesuai dengan masalah. Hasil studi pendahuluan ini sangat menarik karena proses berpikir modeling matematis siswa belum dikaji secara mendetail pada penelitian-penelitian sebelumnya.

Hal ini terlihat pada beberapa penelitian terdahulu yang mengkaji tentang masalah matematika modeling antara lain Csíkos et al., (2012), Frejd & Bergsten (2016), Rellensmann dkk., (2017), dan Supianto dkk., (2016). Penelitian Csíkos et al., (2012) menyimpulkan bahwa terdapat penggunaan gambar berpengaruh secara positif untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematika modeling siswa sekolah menengah pertama. Penelitian Rellensmann dkk. (2017) memfokuskan bagaimana hubungan antara akurasi gambar yang dihasilkan oleh siswa baik gambar situasional dan gambar matematis dengan strategi menggambar terhadap penyelesaian masalah matematika. Penelitian Frejd & Bergsten (2016) memfokuskan pada pentingnya peranan gambar dalam menyelesaikan masalah matematika bagi siswa sekolah dasar dan siswa sekolah menengah pertama. Hal ini menunjukkan bahwa penelitian-penelitian terkait dengan masalah matematika saat ini belum ada yang memfokuskan pada berpikir modeling matematis.

Berdasarkan hasil studi literatur, beberapa penelitian terdahulu yang meneliti modeling matematis terbatas pada pendefinisian modeling matematis, peranan penting gambar dalam menyelesaikan masalah matematika bagi siswa sekolah dasar dan siswa sekolah menengah pertama, dan hubungan positif antara gambar situasional dan gambar matematis. Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini mengangkat tema terkait dengan **Berpikir Modeling Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, rumusan masalah dalam penelitian adalah “Bagaimana proses berpikir modeling matematis siswa yang menggunakan bantuan gambar situasional dan gambar matematis dalam menyelesaikan masalah matematika?”

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian utama dari penelitian yang dilakukan ini adalah peneliti mendeskripsikan proses berpikir modeling matematis siswa yang menggunakan bantuan gambar situasional dan gambar matematis dalam menyelesaikan masalah matematika.

1.4 Definisi Operasional

Peneliti berpendapat perlu memberikan definisi operasional yang terkait dengan istilah-istilah yang ada dalam penelitian ini, dianataranya;

1. Masalah matematika adalah masalah tentang penggunaan Teorema Pythagoras dalam penentuan ketinggian maksimal yang dapat dicapai oleh petugas damkar jika menggunakan tangga belokan pada truk/mobil pemadam kebakaran.
2. Modeling Matematis adalah proses tranformasi masalah matematika ke model matematika melalui dua gambar yaitu gambar situasional dan gambar matematis.
3. Gambar situasional adalah gambar yang mengilustrasikan visual empirik objek dari masalah matematika.
4. Gambar matematis adalah gambar yang mendeskripsikan situasi masalah dalam bentuk simbol-simbol, tanda, atau relasi matematika.
5. Berpikir Modeling Matematis adalah aktivitas mental siswa untuk melakukan proses transformasi informasi-informasi masalah matematika ke model matematika yang menggunakan gambar situasional dan gambar

matematis sebagai bantuan untuk memahami masalah dan membuat model matematika.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian yang dilakukan ini akan memiliki beberapa manfaat di antaranya adalah;

1. Kepentingan Teoritis: penelitian ini memberikan suatu sumbangan teori mengenai berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Sumbangan teori ini berupa berpikir modeling matematis yang terjadi, pada saat siswa melakukan proses transformasi dari masalah matematika ke model matematika dengan bantuan gambar situational dan gambar matematis.
2. Kepentingan Praktis: penelitian ini memberikan infomasi terkait dengan berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika modeling yang dapat digunakan oleh guru sekolah menengah pertama untuk merancang pembelajaran matematika yang lebih efektif. Ketika guru mengetahui bagaimana berpikir modeling matematis siswa, maka guru dapat dengan mudah merencanakan, melaksanakan, mengevaluasi, dan merefleksikan proses belajar mengajar matematika yang lebih efektif.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Modeling Matematis

Dalam pembelajaran matematika, masalah dunia nyata selalu menjadi topik yang sangat menarik dengan berbagai tantangan yang harus dihadapai oleh siswa (Frejd & Bergsten, 2016; Radford, 2008). Kemampuan untuk menggunakan matematika untuk memodelkan fenomena dunia nyata dan membuat prediksi adalah kemampuan penting dalam kehidupan professional Geiger dkk., (2018). Siswa tidak hanya dituntut untuk membaca, menyeleksi informasi, dan memahami dengan baik, tetapi juga perlu melakukan proses transfer dari masalah ke model matematika yang melibatkan atribut-atribut mental yang disebut dengan istilah modeling (Rellensmann dkk., 2017).

Modeling merupakan suatu kegiatan yang melibatkan stuktur-struktur berpikir yang sangat kompleks dengan melibatkan berbagai aktivitas mental yang membutuhkan konektivitas yang kuat diantara pemahaman, imajinasi, logika, penalaran, pengalaman, kemampuan representasi *pictorial* siswa, dan pemahaman konsep matematika. Ferri (2006) menyatakan bahwa aktivitas modeling dimulai dengan mengolah informasi-informasi untuk diidentifikasi kesesuaian, kemiripan, dan perbedaan dari masalah matematika. Pengolahan informasi-informasi yang baik dapat membantu siswa dalam mengkonstruksi model matematika, mengambil keputusan, dan membuat asumsi-asumsi terkait dengan masalah. Informasi yang dipilih selanjutnya akan dirumuskan untuk jadikan asumsi siswa terkait dengan masalah. Anhalt & Cortez (2015) menyatakan bahwa pembuatan asumsi sangat penting karena mengharuskan siswa untuk mengambil tindakan yang yakin bahwa keputusan mereka akan membantu mereka mengembangkan model matematika yang rasional.

Pengembangan model matematika yang rasional dapat dibantu dengan penggunaan gambar matematis dan gambar situasional (Rellensmann dkk., 2017). Dalam penelitian ini, proses transfer dari masalah matematika ke model matematika akan melalui tahapan gambar situasional dan gambar matematis. Gambar situasional adalah gambar yang mengilustrasikan situasi masalah dengan cara menggambarkan objek-objek yang relevan dengan penampilan visual objek tersebut (Csíkos dkk., 2012; Ero-Tolliver, Lucas, & Schauble, 2013; Van Meter & Garner, 2005) sedangkan gambar matematis adalah gambar yang dihasilkan siswa dengan mengaplikasikan konsep-konsep matematika yang sesuai untuk mendeskripsikan situasi dari masalah matematika dengan cara mereduksi objek-objek yang tidak relevan dengan proses penyelesaikan masalah(Arcavi, 2003; Garderen, 2006; Radford, 2008).

2.2 Gambar Situasional

Rellensmann dkk., (2017) menjelaskan kemampuan siswa dalam mengilustrasikan masalah dalam bentuk gambar situasional memiliki peran sangat penting. Gambar situasional adalah gambar yang mengilustrasikan visual objek dari masalah matematika. Gambar situasional dan matematis memiliki peranan penting sebagai jembatan antara masalah matematika dan pemodelan matematika (Guerrero-Ortiz dkk., 2017). Hal ini disebabkan karena kemampuan siswa dalam membuat model matematika banyak dipengaruhi oleh berbagai aspek. Aspek pemahaman terhadap situasi masalah memfasilitasi siswa untuk mengkonstruksi gambar situasional yang sesuai dengan masalah yang ditanyakan. Gambar situasional yang dihasilkan oleh siswa dapat merepresentasikan pemahaman siswa terkait masalah.

Kemampuan siswa dalam menghasilkan gambar situasional yang proposional tidak hanya membutuhkan penyeleksian informasi-informasi yang bermanfaat tetapi juga memerlukan pemahaman situasi yang aplikatif dengan menggunakan imajinasi, logika, dan penalaran yang saling terkoneksi dengan baik. Proses konstruksi gambar situasional menjadi tahapan awal dalam menyelesaikan masalah matematika karena berperan dalam menentukan apakah siswa dapat berhasil ataupun gagal dalam menyelesaikan masalah matematika (Leiss dkk., 2010). Gambar situasional yang menunjukkan details permasalahan dapat diinterpretasikan bahwa kemampuan siswa dalam menghasilkan gambar sangat baik.

Siswa yang dapat membuat gambar situasional yang sesuai dengan masalah memiliki potensi keberhasilan yang tinggi dalam menyelesaikan masalah modeling(Reuben Selase Asempapa, 2015). Hal ini menunjukkan bahwa gambar situasional memiliki peranan yang sangat fundamental terhadap tahapan penyelesain masalah matematika. Semakin baik gambar situasional yang dihasilkan oleh siswa, akan mendukung keberhasilan siswa dalam menghasilkan gambar matematis dari masalah matematika (Rellensmann dkk., 2017). Gambar situasional yang dihasilkan oleh siswa pada masalah matematika, menjelaskan proses bagaimana siswa berusaha untuk mengkomunikasikan informasi-informasi melalui objek yang saling terhubung untuk membangun pemahaman yang komprehensif terkait dengan situasi yang sesuai dengan masalah. Beberapa penjelasan yang mirip terkait bagaimana siswa menghasilkan gambar situasional dalam matematika dan mata pelajaran yang lainnya(Arcavi, 2003; Meter dkk., 2006; Rellensmann dkk., 2017)

Dalam usaha menghasilkan gambar situasional yang sesuai, subjek melakukan beberapa langkah diantaranya; (1) berusaha memahami dengan cara membaca masalah matematika secara details, (2) memberikan tanda garis bawah atau lingkaran pada informasi-informasi penting, (3) berusaha menghubungkan antara informasi-informasi penting, (4) membuat asumsi terkait dengan masalah, (5) mentransformasi informasi menjadi gambar situasional, dan (6) mengkonfirmasi gambar situasional yang dihasilkan dengan masalah. Langkah yang dilakukan oleh subjek sesuai dengan hasil penelitian (Van Meter & Garner, 2005) yang melaporkan bahwa siswa memulai masalah matematika dengan cara membaca kemudian memilih informasi-informasi penting dalam rangka mengkonstruksi representasi internal yang sesuai dengan masalah.

2.3 Gambar Matematis

Umam, dkk., (2018) yang menjelaskan bahwa saat menyelesaikan masalah matematika siswa melalui berbagai tahapan penyelesaian masalah sehingga siswa membutuhkan berbagai kemampuan seperti memamahi masalah, mengkonstruksi gambar situasional, dan gambar matematis. Gambar matematis adalah gambar yang mendeskripsikan situasi masalah dalam bentuk simbol-simbol, tanda, atau relasi matematika. Gambar matematis merupakan gambar yang berfokus pada struktur masalah matematika yang memiliki tingkat abstraksi yang tinggi (Rellensmann dkk., 2017). Gambar matematis mengharuskan siswa mentransformasi suatu objek menjadi simbol/tanda/ relasi matematika yang sesuai dengan masalah. Setiap objek matematika yang siswa hasilkan memiliki makna yang penting dalam tahapan penyelesain masalah. Objek-objek matematika yang dihasilkan oleh siswa memiliki makna yang sangat penting untuk diteliti (Godino & Batanero, 1997).

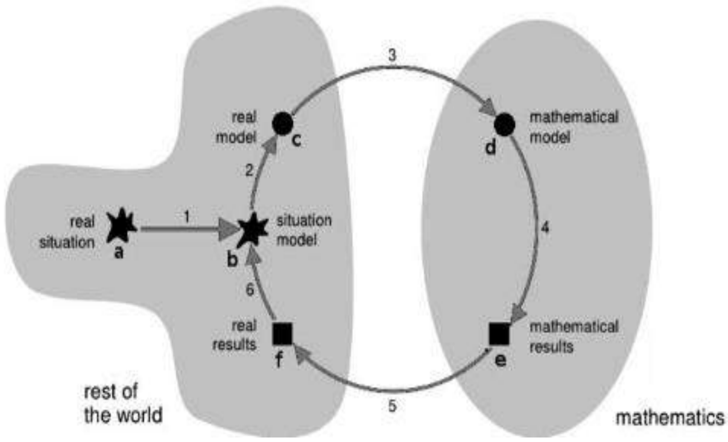
Kemampuan siswa dalam menghasilkan gambar matematis tidak hanya membutuhkan pemahaman situasi yang aplikatif terhadap masalah tetapi juga memerlukan pemahaman konsep matematika yang terstruktur dengan baik. Hal ini akan mengakselerasi kemampuan siswa dalam membuat model matematika yang sesuai dengan masalah matematika. Beberapa hasil penelitian menunjukkan bahwa keberhasilan siswa dalam mentransfer dari masalah ke model matematika memiliki signifikansi terhadap penyelesaian masalah (Hembree, 1992; Van Metter dkk., 2005).

2.4 Berpikir Modeling Matematis Siswa

Slavin (2006) menyatakan bahwa informasi-informasi yang diterima oleh manusia diolah dalam pikiran merupakan proses yang dimulai pada saat menerima rangsangan eksternal sampai dihasilkan suatu respon yang dilakukan dengan berbagai tahapan pengolahan informasi. Informasi-informasi dari rangsangan eksternal masuk melalui indra pendengaran dan penglihatan yang selanjutnya diproses dengan melakukan pemilihan informasi. Pada tahapan penyeleksian, ada informasi yang diabaikan dan ada informasi yang diteruskan ke memori jangka pendek. Penyeleksian infomasi pada memori jangka pendek dilakukan dengan memberikan kode-kode tertentu pada informasi yang dibutuhkan. Setelah itu informasi pada memori jangka pendek akan diteruskan ke memori jangka panjang untuk disimpan. Ketika infomasi dibutuhkan pada memori jangka pendek, maka dilakukan pemanggilan infomasi dari memori jangka panjang.

Solso (2005) menyatakan berpikir dapat didefinisikan sebagai proses menghasilkan representasi mental baru melalui transformasi informasi yang melibatkan interaksi antar atribut-atribut mental. Atribut mental yang dimaksud adalah abstraksi, logika, imajinasi, dan pemecahan masalah. Proses transformasi dimulai dengan adanya stimulus eksternal yang datang ke dalam otak manusia. Stimulus eksternal tersebut selanjutnya memberikan trigger pada atribut-atribut mental secara aktif berinteraksi satu dengan yang lainnya. Dalam proses interaksi antar atribut-atribut mental ini terjadi suatu penerimaan dan penolakan dengan atas dasar kekuatan atribut yang mempengaruhi otak manusia. Tahapan akhir pada proses ini yaitu menghasilkan representasi mental yang baru. Definisi berpikir yang digunakan dalam penelitian ini adalah definisi berpikir yang mengacu pada pendapat (Solso, 2005). Berpikir modeling matematis dapat didefinisikan sebagai aktivitas mental siswa untuk melakukan proses transformasi informasi-informasi masalah matematika ke model matematika dengan bantuan gambar matematis dan gambar situasional. Pada saat siswa menghasilkan gambar matematis dan gambar situasional, siswa mengalami aktivitas mental yang sangat kompleks.

Kaiser dkk (2006) telah mengkaji bahwa tidak ada pemahaman dan kajian epistimologi yang sama terkait modeling matematis pada diskusi yang dilakukan oleh peneliti di tingkat international. Literatur pertama yang membahas siklus modeling matematis adalah hasil penelitian Pollak (1974). Hasil penelitian menyimpulkan bahwa siklus matematika modeling terjadi menjadi dua dunia yang berbeda yaitu dunia matematika dan dunia non-matematika. Hasil penelitian Pollak (1974) dilanjutkan oleh Blum & Leilj (2007) yang mencoba mengembangkan aspek pada dunia matematika dan dunia non-matematika. Blum (2007) menjelaskan bahwa *real situasion, situasion model*, *real model*, dan *real result* termasuk bagian dari rest of the world sedangkan *mathematical model*, dan *mathematical result* termasuk matematika. Jika digambarkan dalam kerangka Pollak, maka kemungkinan siklus modeling matematis Blum dapat digambarkan sebagai berikut.



Keterangan
1 : Understanding
2 : Simplifying
3 : Calculating
5 : Interpretasi
6 : Validating

Gambar 2.1 Siklus Modeling Matematis (Blum, 2007)

Dalam menghasilkan gambar situasional, fakta di lapangan menunjukkan siswa banyak menghabiskan waktu untuk membaca dan membuat asumi masalah. Hal ini terjadi karena berpikir modeling membutuhkan analisis masalah sebelum menghasilkan gambar situasional. Fakta ini menarik bahwa siswa menjadikan kegiatan membaca masalah dan membuat asumsi sebagai dasar untuk menghasilkan gambar situasional. Hal ini juga dilakukan oleh penelitian Ärlebäck (2009) & Czocher, (2016) terkait modeling yang menempatkan mem(baca masalah sebagai tahapan awal dalam kegiatan modeling. Penelitian (Pollak, 2003) memiliki kesamaan terkait memasukkan membuat asumi sebagai tahapan menyelesaikan masalah matematika. Hal ini disebabkan pentingnya membuat asumsi sebelum menghasilkan gambar situaisonal (King & Turnitsa, 2008; Seino, 2005). Mempertimbangkan hal tersebut, peneliti menambahkan tahapan membaca masalah dan membuat asumi sebelum menghasilkan gambar situational.

Setelah menghasilkan model matematika dari masalah, ternyata terjadi proses hasil perhitungan, dan solusi real sebagaian bagian penting yang tidak dapat dipisahkan dari kegiatan menuliskan model matematika. Penelitian yang dilakukan oleh Czocher, (2016), Bergman & Bergsten, (2010), & Blum & Leilj, (2007) menjelaskan bahwa hasil perhitungan dan menentukan solusi real menjadi suatu hal yang sangat menantang pada saat melakukan tahapan modeling. Siswa harus menghitung model matematika dengan menggunakan pengetahuan matematika. Sedangkan dalam mendapatkan solusi real, siswa harus dapat menginterpretasi hasil perhitungan sesuai dengan masalah.

Dari penjelasan di atas, terlihat bahwa berpikir modeling matematis siswa dengan menggunakan bantuan gambar situasional dan gambar matematis dalam menyelesaikan masalah matematika terjadi dalam 7 tahapan yaitu membaca masalah, membuat asumsi, menghasilkan gambar situasional, menghasilkan gambar matematis, hasil matematika, dan solusi real. Tahapan-tahapan ini mendeskripsikan bagaimana proses berpikir modeling matematis siswa yang menggunakan bantuan gambar situasional dan gambar matematis itu terjadi saat menyelesaikan masalah matematika. Untuk lebih jelas terkait dengan tahapan-tahapan berpikir modeling matematis siswa dapat dilihat Tabel 2.1 sebagai berikut.

Tabel 2.1 Tahapan Berpikir Modeling Matematis Siswa

No	Tahapan	Definisi
1	Membaca Masalah (Ärlebäck, 2009)	Mencari informasi – informasi penting untuk menemukan ide awal dalam memahami masalah matematika.
2	Membuat Asumsi Masalah (Pollak, 2003)	Mengilustrasi masalah yang dilakukan secara mental untuk menterjemahkan masalah.
3	Menggambar Situasional (Rellensmann dkk., 2017)	Menggambar yang mengilustrasikan visual objek dari masalah matematika.
4	Menggambar Matematis(Meter dkk., 2006; Rellensmann dkk., 2017)	Menggambar yang mendeskripsikan situasi masalah dalam bentuk simbol-simbol, tanda, atau relasi matematika.
5.	Model Matematika (Czocher, 2016; M 2006b; Rellensmann dkk., 2017)	Membuat model yang menggunakan simbol/notasi/huruf untuk merepresentasikan situasi masalah dalam bentuk matematika.
6.	Hasil Matematika (Czocher, 2016)	Menjawab masalah matematika dengan menghitung model matematika.
7.	Membuat Solusi real (Maaß, 2006)	Menjawab masalah matematika dalam konteks masalah

Pada tahapan gambar situasional terjadi aktivitas mental siswa seperti memilih informasi penting dari masalah, menghubungkan antar informasi pilihan, dan membuat asumsi terkait dengan masalah. Sedangkan pada tahapan gambar matematis terjadi aktivitas mental siswa seperti mencocokkan gambar situasional dengan bangun datar, dan menemukan konsep yang sesuai untuk gambar matematis. Aktivitas mental yang terjadi sangat kompleks pada tahapan berpikir modeling matematis ini sangat menarik untuk dikaji lebih lanjut. Hal ini diperkuat oleh penelitian yang dilakukan oleh (Galbraith, Stillman, & Brown, 2006; Rellensmann dkk., 2017) menyarankan bahwa kajian lebih lanjut mengenai berpikir modeling matematis siswa dapat berkontribusi pada pemahaman apa yang dipikirkan oleh siswa secara individual pada saat menyelesaikan masalah matematika. Berdasarkan kajian literatur tersebut, penelitian ini mengeksplorasi terkait berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Pembahasan berpikir modeling matematis siswa secara garis besar mengeksplorasi tiga tahapan yaitu menggambar situasional, menggambar matematis, dan membuat model matematika.

Pertama, tahap menghasilkan gambar situasional, siswa mengawali dengan membaca masalah matematika. Kegiatan membaca menjadi tahapan awal bagaimana siswa berpikir mengenai masalah matematika (Ferri, 2006). Siswa mulai kegiatan modeling dengan memilih informasi-informasi penting dari masalah. Pada saat memilih, siswa memberikan tanda pada informasi yang dianggap penting. Pemberian tanda pada informasi-informasi tersebut menandakan siswa tidak hanya berusaha untuk memilih informasi-informasi yang penting (Van Meter, 2001) tetapi juga menghubungkan informasi-informasi pada masalah (Berger, 2019). kemudian menghubungkan antar informasi yang dijadikan dasar untuk membuat asumsi terkait dengan masalah.

Proses pembuatan asusmi masalah diawali dengan menghubungkan seluruh informasi-informasi penting. Setelah informasi saling terhubung, siswa mulai memikirkan asumsi yang mengilustrasikan masalah. Proses kontruksi asumi terkait dengan masalah dibantu oleh pengatahuan non-matematika siswa(Seino, 2005). Siswa berkomunikasi mengenai asumsi baik secara lisan ataupun menghasilkan gambar. Setelah siswa mendapatkan asumsi yang sesuai, ia mulai mentranformasi informasi menjadi objek gambar. Siswa dapat menghasilkan objek gambar dengan bantuan pengetahuan non-matematika yang ia miliki sebelumnya. Siswa mulai mentransformasi informasi menjadi objek gambar berdasarkan tingkat kepentingan informasi tersebut (Van Meter, 2001). Objek-objek gambar tersebut selanjutnya disatukan agar dapat mengilustrasikan situasi masalah dalam bentuk gambar situasional. Semakin baik pemahaman siswa terkait dengan masalah, maka semakin detail gambar situasional yang dihasilkan(Rellensmann dkk., 2017; Van Meter & Garner, 2005). Setelah gambar situasional selesai, ia memberikan informasi pada objek gambar menyesuaikan dengan informasi.

Pada tahap menghasilkan gambar situasional, peneliti merasa perlu adanya dikaji lebih dalam sehingga perlu menambahkan 2 sub tahapan yaitu membaca masalah, dan membuat asumsi. Pertama, kegiatan membaca masalah matematika telah menjadi suatu hal yang penting dalam konstruksi gambar situasional (Faruq dkk., 2016). Beberapa literatur juga menyatakan bahwa membaca masalah matematika merupakan satu tahapan penting dalam berpikir modeling matematis (Berger, 2019; Bergman & Bergsten, 2010). Hal ini karena membaca masalah matematika tidak hanya berfungsi untuk mengetahui informasi-informasi penting tetapi juga menghubungkan antar informasi untuk memahami masalah (Van Meter, 2001). Perbedaan cara siswa membaca akan mempengaruhi pemahaman yang akan dibangun oleh siswa. Penelitian (Berger, 2019) menjelaskan terdapat perbedaan cara membaca masalah matematika pada siswa yaitu gaya membaca masalah matematika secara keseluruhan atau secara sepintas. Perbedaan tersebut tidak hanya terletak pada gaya membaca masalah tetapi juga bagaimana siswa menghabiskan waktunya untuk kegiatan membaca masalah pada tahapan awal membangun pemahaman terhadap teks.

Kegiatan membaca dalam kegiatan modeling diperkuat oleh penelitian yang dilakukan oleh (Ärlebäck, 2009) melaporkan bahwa kegiatan membaca menjadi bagian penting yang perlu dieksplorasi khususnya pada saat proses penyelesaian masalah matematika sehingga kegiatan membaca perlu dikaji lebih lanjut. Pada sub tahapan membuat asumsi terkait masalah matematika juga diperlukan untuk membantu analisis data penelitian ini. Hal ini karena siswa menggunakan informasi-informasi penting, dan menghubungkan informasi-informasi sebagai dasar untuk mengilustrasikan masalah sebelum menghasilkan gambar situasi yang sesuai masalah matematika (Zubi, Peled, & Yarden, 2018). Penelitian yang dilakukan oleh (Seino, 2005) menjelaskan bagaimana siswa mengutarakan hasil pemikirannya melalui lisan untuk menggambarkan peranan penting terkait asumsi yang dibuat membantunya untuk menghasilkan gambar situasional dan memahami masalah matematika. Dalam menyelesaikan masalah matematika, siswa dapat membuat beberapa asumsi terkait dengan masalah (Djepaxhija dkk., 2016). Hal ini menunjukkan bahwa jumlah asumi yang dibuat oleh siswa memberikan kesempatan pada siswa untuk memilih ilustrasi yang sesuai dengan masalah. King & Turnitsa (2008) menjelasakan bahwa asumsi terkait masalah matematika memiliki 3 tujuan utama yaitu 1) asumsi membuat masalah matematika jauh lebih sederhana dan lebih mudah untuk diorganisasikan, 2) asumsi membantu siswa untuk memberikan batasan-batasan terkait dengan masalah sehingga mempermudah dalam proses penyelesaian, dan 3) asumsi merepresentasikan suatu nilai yang perlu dipertahankan untuk menjelaskan masalah. Sebagai konsekuensinya, peneliti mempertimbangkan kegiatan membaca dan membuat asumsi terkait dengan masalah matematika menjadi tahapan dari berpikir modeling matematis yang digunakan pada analisis data penelitian ini.

Pada tahap menghasilkan gambar matematis, siswa mengawalinya dengan memperhatikan kemiripan antara gambar situasional dengan bangun datar yang sudah diperlajari. Siswa harus memilih notasi matematika yang tepat untuk merepresentasikan masalah (Zubi dkk., 2018). Untuk mengubah gambar situasional menjadi gambar matematis, siswa membutuhkan kemampuan dasar mengenai bangun datar. Kemampuan siswa melihat kemiripan bangun datar sangat bergantung pada gambar situasional yang siswa fokuskan(Czocher, 2016). Hal ini disebabkan ada siswa yang hanya memfokuskan pada sebagian gambar situasional, namun ada juga siswa yang memfokuskan pada keseluruhan gambar situasional yang dibuat. Kemampuan siswa dalam mencocokkan gambar situasional dengan bangun datar sangat bergantung pada pemahaman siswa terkait dengan bangun datar dan pemamahan terkait pertanyaan yang diminta dari masalah matematika (Maaß, 2006). Siswa mengurangi tingkat abstraksi gambar situasinal dengan mengubah objek gambar menjadi ruas garis. Hal ini akan membantu siswa untuk menemukan konsep matematika yang sesuai. Setelah gambar matematis selesai, siswa memberikan informasi dengan menggunakan notasi matematika yang merepresentasikan masalah. Gambar matematis siswa gunakan untuk menemukan konsep matematika yang sesuai.

Pada tahap membuat model matematika, siswa mengawalinya dengan mengingat kembali pengetahuan matematika yang sudah dipelajari untuk menghubungkan dengan gambar matematis yang telah dihasilkan. Ketika siswa sudah dapat menentukan konsep matematika yang sesuai, selanjutnya ia memilih notasi matematika untuk mermbuat model matematika yang sesuai dengan masalah (Zubi dkk., 2018). Siswa memilih huruf atau notasi matematika untuk membuat model matematika(Rellensmann dkk., 2017). Pemilihan huruf untuk membuat model matematika sangat bergantung pada kebiasaan yang dimiliki oleh siswa. Pembuatan model matematika bertujuan untuk mencari solusi penyelesaian dari masalah matematika.

Setelah membuat model matematika dari masalah, siswa juga perlu menghitung model matematika. Hal ini dikarenakan pembuatan model matematika tanpa melakukan perhitungan tidak bisa memastikan apakah hasil akhir yang didapatkan akan sesuai. Kegiatan menghitung matematika dapat terlihat dari beberapa indikasi yaitu siswa dapat memanipulasi aljabar secara eksplisit dari model matematika yang sudah dihasilkan dan mampu mengkomunikasikan manipulasi aljabar (Czocher, 2016). Pada perhitungan matematikas, siswa juga diindikasikan dengan siswa dapat mengubah representasi matematika dari satu representasi ke representasi lainnya. Kemampuan siswa untuk mengkomunikasikan konsep matematika baik secara aljabar ataupun Simbolis menandakan bahwa ia dapat mengubah satu representasi ke representasi lainnya(Anhalt & Cortez, 2015; Geiger dkk., 2018). Setelah melakukan perhitungan, siswa juga dapat menarik kesimpulan hasil perhitungan matematika sebagai bentuk pemahaman atas hasil pekerjaan yang sedang dikerjakan (Frejd & Bergsten, 2016).

Setelah mendapatkan hasil perhitungan, siswa juga diharapkan mampu untuk menginterpretasi hasil sesuai dengan masalah matematika. Proses modeling tidak hanya menuntut siswa untuk mendapatkan hasil perhitungan matematika, tetapi juga mendorong siswa untuk mengkomunikasikan hasil perhitungan berdasarkan interpretasi pemahaman siswa terkait dengan masalah (Anhalt & Cortez, 2015; Bergman & Bergsten, 2010). Siswa yang mengerjakan masalah matematika juga didorong untuk berkomunikasi baik secara tertulis ataupun lisan. Kemampuan siswa untuk menjelaskan apa yang ada dipikirannya menunjukkan tingkat pemahaman yang siswa terkait dengan masalah (Dooren dkk., 2017; Gloria Stillman & Brown, 2014). Berpikir modeling matematis ternyata juga perlu mempertimbangkan bagaimana kegiatan menghitung matematika, dan juga menginterpreasi hasil perhitungan. Dengan mempertimbangkan atas kajian literatur di atas, peneliti juga mempertimbangkan untuk memasukkan kegiatan menghitung matematika dan menginterpresasi hasil perhitungan dengan masalah matematika menjadi tahapan akan digunakan pada analisis data penelitian ini. Berdasarkan penjelasan di atas, berpikir modeling matematis secara garis besar yang dikaji yaitu membaca masalah, membuat asumsi, gambar situasional, gambar matematis, membuat model matematika, menghitung matematika, dan menentukan solusi masalah matematika dengan indikator-indikator yang dapat dijelaskan pada Tabel 2.2 sebagai berikut.

Tabel 2.2 Indikator Berpikir Modeling Matematis siswa

No	**Tahapan**	Indikator
1	Membaca Masalah (Ärlebäck, 2009)	1. Membaca masalah secara keseluruhan atau sepintas (Berger, 2019; Bergman & Bergsten, 2010; Österholm, 2015). 2. Mengidentifikasi informasi kunci dalam masalah(Van Meter, 2001). 3. Memberikan tanda (garis/kotak) pada informasi-informasi penting. 4. Membuat hubungan antar informasi-informasi penting(Berger, 2019). 5. Mengeliminasi informasi-informasi yang tidak relevan untuk membantu penyelesain masalah.
2	Asumsi(Pollak, 2003)	1. Menggunakan informasi pilihan untuk membuat asumi terkait dengan masalah (Seino, 2005). 2. Membuat beragam asumi terkait dengan masalah(Czocher, 2016; Djepaxhija dkk., 2016; King & Turnitsa, 2008; Seino, 2005). 3. Menggunakan pengetahuan non-matematika untuk melengkapi asumsi yang sesuai dengan masalah. 4. Mengkomunikasikan asumsi masalah secara lisan.
3	Gambar Situasional	1. Menghasilkan gambar situational berdasarkan asumsi yang telah dibuat dan dipilih(King & Turnitsa, 2008; Nutaro, Pullum, & Ramanathan, 2016; Seino, 2005). 2. Mentransformasi informasi-informasi penting menjadi objek gambar. 3. Menghubungkan antar objek-objek gambar menjadi gambar yang mengilustrasikan situasi yang sesuai dengan masalah(Csíkos dkk., 2012; Rellensmann dkk., 2017; Van Meter, 2001). 4. Memberikan informasi-informasi yang sesuai dari objek gambar yang dihasilkan.
4	Gambar Matematis	1. Menyederhanakan gambar situasional dengan cara mereduksi objek gambar menjadi representasi matematis seperti ruas garis(Rellensmann dkk., 2017). 2. Menghubungkan gambar-gambar matematis yang telah dihasilkan untuk mengurangi tingkat abstraksi masalah(Rellensmann dkk., 2017). 3. Memberikan keterangan pada gambar-gambar dengan menggunakan notasi matematika yang

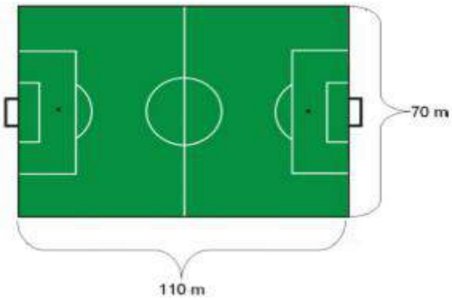
		sesuai dan untuk mewakili situasi masalah(Van Meter, 2001).
5.	Model Matematika	1. Menuliskan model matematika yang sesuai dengan masalah matematika(Czocher, 2016; Rellensmann dkk., 2017). 2. Memilih notasi matematika yang sesuai untuk mewakili situasi masalah. 3. Menarik kesimpulan dengan menggunakan pengetahuan sebelumnya dan konsep matematika untuk membuat model matematika yang sesuai dengan masalah(Anhalt & Cortez, 2015; Czocher, 2016)
6.	Hasil Matematika	1. Memanipulasi aljabar secara eksplisit(Czocher, 2016). 2. Mengkomunikasikan manipulasi aljabar. 3. Mengubah representasi matematika. 4. Menarik kesimpulan hasil perhitungan matematika(Czocher, 2016). 5. Menggunakan operasi matematika secara eksplisit yang tidak digunakan pada aritmatika/aljabar (seperti; pembulatan, dan membandingkan)(Czocher, 2016).
7.	Solusi Real	1. Menginterpretasikan hasil perhitungan matematika sesuai dengan konteks masalah matematika(Dym, 2004; Lesh, Galbraith, Haines, & Hurford, 2010). 2. Mengkomunikasikan baik secara tertulis ataupun lisan terhadap hasil perhitungan matematika yang menyesuaikan dengan konteks masalah matematika yang sedang dikerjakan.

2.5 Karakteristik Masalah Matematika

Krawitz & Schukajlow (2017) membedakan masalah matematika menjadi tiga yaitu masalah *intra-mathematical*, masalah matematika *dressed-up word*, dan masalah matematika modeling. Masalah intra-mathematical merupakan tugas matematika murni dan tidak memiliki hubungan secara langsung terhadap kehidupan nyata. Masalah intra matematika membutuhkan pemahaman konsep matematika dan prosedur penyelesain masalah matematika. Semakin baik konsep matematika yang dipahami oleh siswa, semakin baik siswa dalam menyelesaikan masalah. Jika siswa tidak memiliki pemahaman yang baik terhadap konsep matematika, maka sulit bagi siswa untuk menyelesaikan masalah intra matematika ini. Siswa dituntut untuk mengetahui konsep matematika yang sesuai sehingga siswa dapat dengan mudah menyelesaikan masalah ini.

Masalah *dresse-up word* merupakan masalah matematika murni yang dituliskan dengan menggunakan konteks figurative yang telah dilengkapi dengan model sehingga tidak membutuhkan proses modeling. Masalah *dressed-up-word* pada dasarnya memiliki kecenderungan untuk mengkombinasikan antara masalah intra dengan masalah kehidupan. Contoh dari masalah dressed-up word;

Pelatih Manfred ingin menunjukkan diagonal lapangan sepak bola kepada timnya. Untuk mengetahui berapa panjang diagonal lapangan sepak bola, bisakah kamu membantu dia untuk menghitungnya?



Masalah matematika modeling merupakan masalah matematika yang membutuhkan proses transfer dari dunia nyata ke model matematika. Proses pemecahan masalah matematika modeling dapat dideskripsikan dalam aktivitas yang siklik, dimana aktivitas tersebut dimulai dan diakhiri dengan situasi dunia nyata (Galbraith & Stillman, 2006; Gloria Stillman, 2008). Masalah matematika modeling lebih banyak menuntut siswa untuk membangun pemahaman yang tidak hanya mengandalkan konsep matematika. Masalah matematika modeling mengharuskan siswa untuk membangun dan menyesuaikan skema baru yang terbentuk. Masalah modeling berperan dalam menjembatani antar konsep matematika dan kehidupan nyata (García & Bosch, 2006). Masalah matematika modeling pada penelitian ini adalah masalah tentang penggunaan Teorema Pythagoras dalam penentuan ketinggian maksimal yang dapat dicapai oleh petugas damkar jika menggunakan tangga belokan pada truk/mobil pemadam kebakaran. Masalah matematika modeling selanjutnya akan disebut sebagai masalah matematika.

Proses transfer dari masalah kehidupan nyata ke dalam model matematika merupakan kegiatan inti dari aktivitas matematika modeling (Niss dkk., 2007). Beberapa pendekatan yang telah menganalisis proses koginitif dalam kegiatan modeling (Galbraith & Stillman, 2006; Verschaffel dkk., 2000). Para peneliti menyetujui bahwa langkah pertama yang perlu siswa lakukan dalam mengkonstruksi gambar/model situasi dari masalah untuk memahami masalah yang diberikan. Sebelum menghasilkan gambar situasional, siswa perlu memilih informasi-informasi penting, dan menghubungkan informasi-informasi penting yang digunakan sebagai dasar untuk mengilustrasikan masalah (Zubi dkk., 2018). Langkah berikutnya, siswa perlu mentransformasi gambar situasional menjadi gambar matematis melalui aktivitas matematisasi. Gambar matematis yang dihasilkan akan membantu siswa dalam menyelesaikan masalah. Langkah terakhir, hasil jawaban siswa perlu diinterpretasi dan divalidasi sesuai dengan masalah nyata yang diberikan.

Berpikir modeling matematis diawali dengan respons eksternal yang didapatkan dari masalah matematika. Respons eksternal dari masalah matematika yang mengharuskan siswa untuk berpikir bagaimana cara menyelesaikan masalah matematika. Mental merespons masalah dengan cara membuat suatu skema terkait dengan masalah. Skema-skema yang datang dari eksternal memberikan suatu rangsangan untuk terbentuknya skema baru dalam mental. Skema baru akan berusaha untuk mengkoneksikan dengan skema-skema lama dalam mental siswa. Skema baru yang sesuai akan memperkuat skema lama yang telah terbentuk, namun skema baru yang tidak sesuai dengan skema yang telah terbentuk akan menimbulkan kontrak. Terjadinya kontra antara skema baru dan skema lama sangat tergantung dengan input yang masuk dan meyakinkan.

Rangsangan untuk membentuk skema baru dalam mental siswa dipengaruhi oleh skema-skema yang ada dan berbagai atirbut-atribut mental. Jika skema yang ada sesuai dengan rangsangan eksternal, maka respons eksternal akan memperkuat skema-skema yang ada. Namun, jika siswa belum memiliki skema yang sesuai dengan rangsangan eksternal, maka respons eksternal berusaha untuk membentuk skema baru melalui akomodasi.

Berpikir modeling matematis dimulai dengan pembentukan skema siswa terkait dengan masalah. Informasi-infomasi yang diseleksi oleh siswa akan membentuk skema-skema masalah matematika secara komprehensif. Skema yang terbentuk akan berusaha mengklasifikasikan skema sesuai dengan tahapan-tahapan. Tahapan-tahapan yang terbentuk akan mengarahkan mental siswa untuk membangun pemahaman. Tahapan yang sesuai dengan pemahaman siswa tidak hanya akan memperkuat keputusan siswa dalam menyelesaikan masalah, tetapi juga akan membentuk suatu pengetahuan dan keyakinan siswa terhadap langkah penyelesaian yang diambil. Penelitian kognitif menjelaskan bahwa pengatahuan adalah suatu jaringan konsep dan berbagai atribut hirarkis, yang dihubungkan oleh proposisi relasional yang diorganisasikan dari konsep sederhana ke kompleks (Pillay dkk., 1998). Struktur Kognitif yang muncul pada saat siswa berusaha untuk memahami dan menyelesaikan masalah modeling disebut sebagai *functional representation* (Guerrero-Ortiz dkk., 2017; Hitt, 2006). Representasi fungsional.

Skema masalah yang ada akan membantu secara bertahap dalam pembentukan gambar situasional. Semakin kuat dan terstruktur pemahaman siswa terkait dengan masalah, akan semakin baik skema yang terbentuk dalam membantu siswa dalam menghasilkan gambar situasional (Van Meter, 2001). Skema siswa untuk menghasilkan gambar situastional dibangun atas dasar tahapan-tahapan yang sesuai dari berbagai macam sumber baik itu pengalaman, masalah matematika, imajinasi. Kekuatan skema yang terkoneksi akan menghasilkan gambar situasional yang jelas sehingga dapat merepresentasikan masalah matematika yang sesuai.

2.6 Penelitian yang Relevan

Penelitian Sánchez, V., & García, M. (2012) bertujuan untuk mengidentifikasi "gambaran dalam pikiran" siswa terkait dengan pendefinisian, pembuktian dan pemodelan. Subjek penelitian ini adalah siswa umur 12-18 Tahun. Instrumen penelitian adalah kuesioner. Pengambilan data penelitian dilakukan dengan pengisian kuesioner dan wawancara tidak terstruktur. Data penelitian ini berupa transkip wawancara dan hasil kuesioner. Hasil penelitian menunjukkan bahwa 3 kategori gambaran yang pikiran siswa terkait dengan pembuktian, pendefinisian, dan pemodelan yaitu kategori *superficial*, *utilitarian*, dan *intrinsic*. Kelompok siswa dengan kategori *superficial* hanya berfokus pada menggambarkan pendefinisian, pembuktian, dan pemodelan tanpa mempertimbangkan aspek *instrinsic* dan memberikan gagasan umum yang sama, yang hanya melibatkan hal-hal yang paling jelas. Kelompok siswa dengan kategori *utilitarian* menggambarkan pendefinisian sebagai sesuatu yang digunakan untuk mendefinisikan sesuatu, pembuktian digunakan untuk memverifikasi pertanyaan yang membutuhkan jawaban, dan pemodelan untuk menemukan sesuatu atau hasil yang valid untuk situasi kehidupan nyata. Kelompok siswa dengan kategori *intrinsic* menggambarkan pendefinisian sebagai sesuatu yang menunjukkan pemahaman akan makna (dalam sudut *intrinsic)* yeng memungkinkan mereka untuk mengekspresikan ide atau konsep matematika. Pembuktian dianggap sebagai cara memverifikasi definisi atau ekspresi matematika, dan pemodelan dianggap sebagai cara yang memungkinan siswa untuk menjelaskan situasi dunia nyata.

Penelitian Zeytun (2017) bertujuan untuk mengetahui tahapan proses pemodelan matematika calon guru matematika. Subjek penelitian terdiri dari 6 Calon Guru Matematika. Subjek selanjutnya diminta untuk menyelesaikan masalah matematika. Setelah selesai subjek diminta untuk berkelompok untuk mendiskusikan hasil pekerjaannya. Data penelitian ini berupa transkip wawancara subjek, hasil pekerjaan subjek. Hasil penelitian menunjukkan terdapat 5 tahapan proses pemodelan matematika yang dilakukan oleh calon guru matematika; (1) memahami tugas, (2) menyusun rencana, (3) mengerjakan rencana, (4)menginterpretasikan dan memverifikasi model, dan (5)mempresentasikan model.

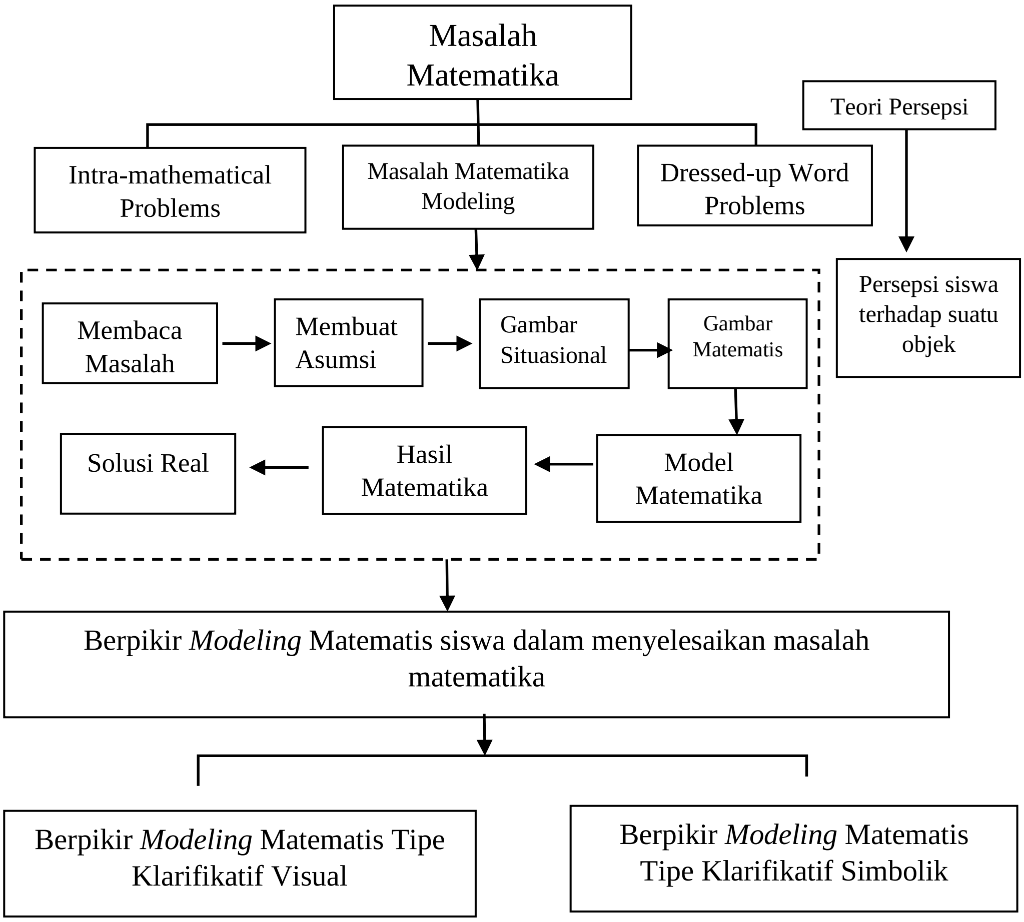
Penelitian Galbraith & Stillman (2006) bertujuan untuk mengidentifikasi hal-hal yang mempengaruhi terjadinya hambatan-hambatan yang siswa alami selama transisi dalam proses pemodelan. Subjek penelitian ini adalah Siswa berusia 14-15 tahun yang memiliki pengalaman pertama terkait pemodelan matematika di sekolah tingkat menengah. Data penelitian ini berupa transkip wawancara subjek dan hasil pekerjaan subjek. Hasil penelitian menunjukkan bahwa hambatan-hambatan yang siswa alami pada saat proses transisi pemodelan matematika yaitu; (1) siswa kesulitan untuk mengklarifikasi konteks masalah, (2) siswa kesulitan untuk membuat asumsi yang sesuai dengan masalah, (3) siswa tidak mengetahui apa yang diperlukan secara matematis untuk mendapatkan hasil matematika, dan (4) siswa memiliki kesulitan menginterpretasi hasil matematika dalam konteks situasi dunia nyata. Dalam melihat perbedaan penelitian-penelitian di atas, peneliti menyajikan Tabel 3.3 sebagai berikut

Tabel 2.3 Penelitian-penelitian yang relevan dengan penelitian ini

Aspek	Sánchez, V., & García, M. (2012)	(Zeytun, 2017)	(Galbraith & Stillman, 2006)	**Penelitian ini**
Jenis Penelitian	Kualitatif	Kualitatif	Kualitatif	Kualitatif
Subjek	Siswa Umur 12-18 Tahun.	6 Calon Guru Matematika	Siswa berusia 14-15 tahun yang memiliki pengalaman pertama terkait pemodelan matematika di sekolah tingkat menengah.	Siswa SMP Kelas VIII
Tujuan Penelitian	Mengidentifikasi gambaran dalam pikiran yang dimiliki siswa terkait dengan pendefinisian, pembuktian dan pemodelan	Mengetahui Tahapan proses pemodelan matematika calon guru matematika.	Mengidentifikasi hal-hal yang mempengaruhi terjadinya hambatan-hambatan yang siswa alami selama Transisi dalam Proses Pemodelan.	Menghasilkan teori terkait Berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.
Instrumen	Kuesioner	Tugas matematika yang terdiri dari 5 masalah.	Tugas matematika yang terdiri dari 3 soal.	Masalah Pemodelan Matematika
Data Penelitian	Transkip Wawancara Semi terstruktur, Hasil Questioner.	Transkip Video dan Audio Transkip Wawancara, lembar Kerja siswa	Transkip wawancara, Hasil pekerjaan siswa	Hasil pekerjaan siswa, transkip wawancara
Teknik Analisis Data	Analisis Data Individual subjek, dan Analisis Data Akhir.	Analisis Data Individual subjek, dan Analisis Data Kelompok.	Analisis Data Individual subjek	Menganalisis Transkip wawancara, hasil pekerjaan siswa.
Hasil	Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat 3 kategori gambaran yang pikiran siswa terkait dengan pembuktian, pendefinisian, dan pemodelan yaitu kategori *superficial*, *utilitarian*, dan *intrinsic*.	Calon guru matematika melakukan 5 tahapan proses pemodelan matematika; (1) memahami tugas, (2) menyusun rencana, (3) mengerjakan rencana, (4) menginterpretasikan dan memverifikasi model, (5) mempresentasikan model.	Hambatan-hambatan yang siswa alami pada saat proses transisi pemodelan matematika yaitu; (1) siswa kesulitan untuk mengklarifikasi konteks masalah, (2) siswa kesulitan untuk membuat asumsi yang sesuai dengan masalah, (3) siswa tidak mengetahui apa yang diperlukan secara matematis untuk mendapatkan hasil matematika, dan (4) siswa memiliki kesulitan menginterpretasi hasil matematika dalam konteks situasi dunia nyata.	Penelitian ini menghasilkan 2 teori berpikir modeling matematis yaitu berpikir modeling *Klarifikatif Visual*, dan berpikir modeling *klarifikatif Numerik.*

2.7 Kerangka Teori

Dalam memahami kerangka pemikiran dari penelitian ini, peneliti telah menyiapkan gambaran secara teoritis bagaimana berpikir modeling matematis dalam penelitian ini dikembangkan dapat dijelaskan secara lengkap pada Gambar 3.3 sebagai berikut.



Gambar 3.3 Kerangka Teori terkait Berpikir Matemais Siswa dalam menyelesaikan masalah matematika

Kerangka teori penelitian ini berawal dari masalah matematika modeling yang banyak dibahas pada jurnal international oleh para peneliti (Czocher, 2016; Frejd & Bergsten, 2016; Meter dkk., 2006; Rellensmann dkk., 2017). Penelitian mengenai modeling sangat menarik untuk dikaji karena dalam proses penyelesaian masalah matematika, siswa tidak hanya menghitung kalkulasi angka, tetapi juga membutuhkan berbagai tahapan yang harus dilakukan seperti menghasilkan gambar situasional, gambar matematis, dan model matematika. Penelitian yang membahas tahapan kegiatan penyelesain masalah matematika modeling sudah sangat banyak seperti (Ainley & Ainley, 2011; Anhalt & Cortez, 2016; Bergman & Bergsten, 2010; Csíkos dkk., 2012; Meter dkk., 2006; Rellensmann dkk., 2017; Van Meter & Garner, 2005). Menariknya dari penelitian yang ada, tidak ada yang penelitian yang membahas secara spesisik mengenai berpikir modeling matematis yang dilakukan oleh siswa. Padahal proses transfer dari masalah matematika ke model matematika tidak dapat dilakukan jika tidak menggunakan tahapan berpikir. Penelitian ini akan mengeksplorasi berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

Dalam menyelesaikan masalah matematika pada penelitian ini akan memfokuskan pada 6 aspek utama yaitu membaca masalah, membuat asusmi, menggambar situasional, menggambar matematis, membuat model matematika, dan mendapatkan hasil penyelesaian masalah matematika. Kajian penelitian ini membahas berpikir modeling matematis yang merupakan bagian penting dalam menyelesaikan masalah matematika sehingga menjadikan penelitian ini memiliki tingkat urgensi yang tinggi. Mempertimbangkan nilai kebaruan yang akan diperoleh, maka peneliti mengkaji “Bagaimana terjadinya berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika”.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian yang dilakukan ini memiliki tujuan mengungkap bagaimana terjadinya berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Berpikir Modeling Matematis dalam penelitian ini meliputi bagaimana siswa memahami masalah matematika, bagaimana siswa menghasilkan gambar situasional, bagaimana siswa menghasilkan gambar matematis, dan bagaimana siswa membuat model matematika dari masalah. Calon subjek dalam penelitian ini adalah siswa sekolah menengah pertama kelas VIII yang telah mempelajari materi Teorema Pythagoras dan bersedia untuk dijadikan sebagai subjek penelitian. Penetapan persyaratan calon subjek ini dengan mempertimbangkan dengan alasan bahwa seluruh komponen berpikir modeling matematis yang diinvestigasi dan dianalsis secara lebih komprehensif dapat diungkapkan dan dijelaskan pada saat calon subjek diwawancarai secara mendalam oleh peneliti.

Berdasarkan penjelasan di atas, penelitian ini tergolong penelitian kualitatif dengan pendekan deskriptirf eksploratif. Dalam mencapai tujuan utama dari penelitian menjalankan sejumlah prosedur yang sistematis yang berlandaskan pada kode-kode yang didapatkan dari data hasil rekaman pada saat melakukan wawancara dengan siswa terkait dengan bagaimana seorang siswa melakukan proses transfer dari masalah matematika ke model matematika dan hasil pekerjaan yang siswa lakukan pada saat menyelesaikan masalah matematika. Data hasil pekerjaan tertulis siswa dan data hasil wawancara dikelompokkan berdasarkan pada kategori-kategori dan kode-kode yang selanjutnya dihubungkan satu sama lainnya untuk dikaji lebih mendalam sebagai dasar peneliti dalam menghasilkan teori berpikir siswa dalam memodelkan masalah nyata ke model matematika pada materi Teorema Pythagoras.

3.2 Pemilihan Subjek Penelitian

Penelitian ini memilih subjek penelitian pada sekolah menengah pertama pada siswa semester ganjil tahun ajaran 2018/2019. Pemilihan subjek penelitian mempertimbangkan apakah siswa tersebut telah mempelajari Teorema Pythagoras dan aplikasi Teorema Pythagoras. Siswa yang telah mempelajari Teorema Pythagoras selanjutnya diberikan masalah matematika yang mendorong siswa untuk menghasilkan gambar situasional dan gambar matematis. Selanjutnya, hasil pekerjaan siswa yang memiliki gambar situasional, gambar matematis dijadikan dasar peneliti untuk memilih calon subjek penelitian. Dari calon subjek penelitian yang telah ada, peneliti berkomunikasi dengan guru untuk mengetahui kemampuan komunikasi verbal calon subjek. Calon subjek yang memliki kemampuan komunikasi yang baik dijadikan subjek penelitian. dengan tujuan agar dapat membantu peneliti dalam mengungkapkan berpikir siswa dalam memodelkan masalah matematika. Alur pemilihan subjek penelitian digambarkan lebih terarah pada Diagram 3.1 berikut ini;

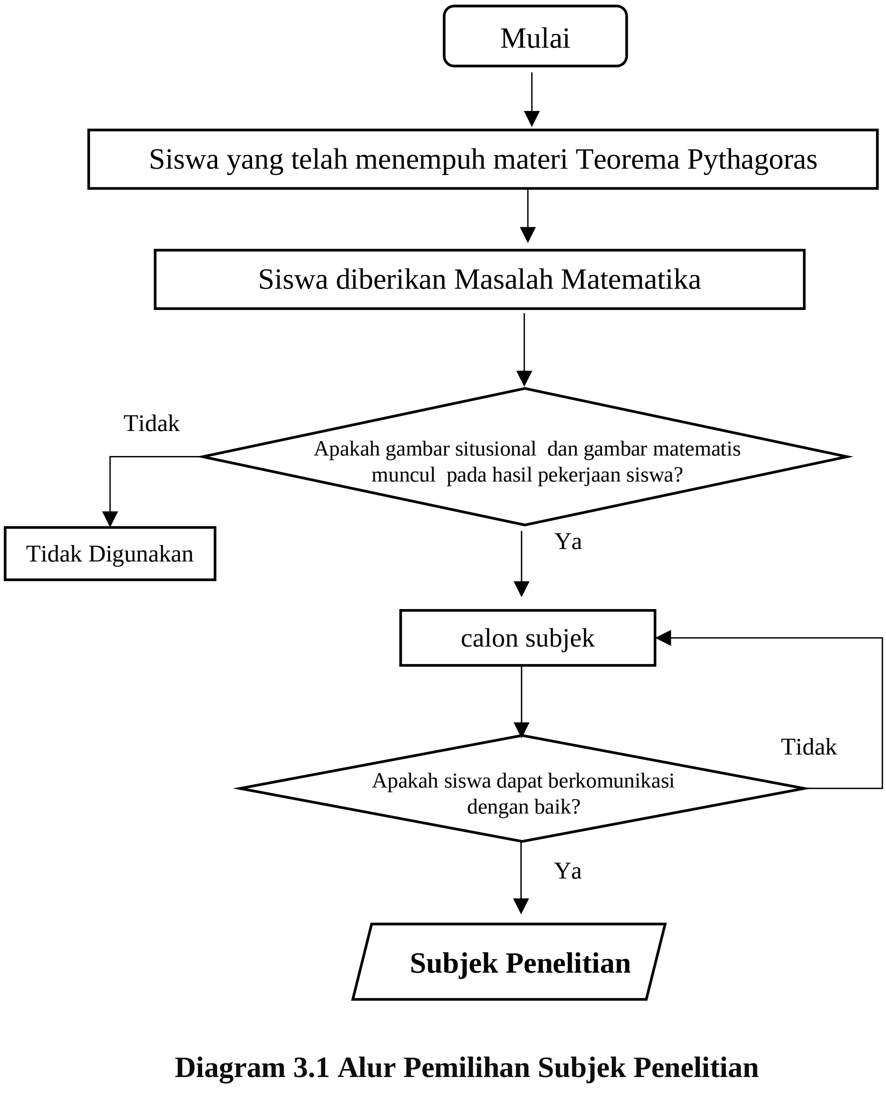
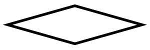
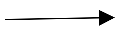


Diagram 3.1 Alur Pemilihan Subjek Penelitian

Keterangan

	:	Mulai		:	Proses
	:	Pertanyaan		:	Hasil
	:	Urutan Kegiatan			

3.3 Instrumen Penelitian

Dalam mengeksplorasi berpikir modeling matematis siswa dalam memodelkan masalah matematika diperlukan suatu instrumen penelitian. Penelitian ini memiliki beberapa instrumen dimana instrumen utamanya yaitu peneliti sendiri yang dipandu dengan instrumen masalah matematika, dan instrumen panduan wawancara siswa. Instrumen-instrumen yang digunakan dalam penelitian ini, akan dijelaskan lebih rinci sebagai berikut;

3.3.1 Instrumen Utama

Instrumen utama dalam penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif eksploratif adalah peneliti (Creswell, 2002). Peneliti memiliki peranan yang sangat fundamental dalam keberhasilan penelitian kualitatif. Hal ini disebabkan peneliti memiliki beberapa pekerjaan penting di antaranya perencanaan, pelaksanaan, pengumpulan data, penafsiran data, dan pelaporan hasil data penelitian.

3.3.2 Instrumen Pendukung

Instrumen-instrumen pendukung memiliki peranan penting dalam membantu peneliti sebagai instrumen utama dalam mengungkapkan berpikir modeling matematis siswa dalam masalah matematika. Instrumen pendukung penelitian terdiri dari 2 instrumen yaitu instrumen masalah matematika, dan pedoman wanwancara.

3.3.2.1 Instrumen Masalah Matematika

Instrumen masalah matematika mencakup kegiatan yang menuntut siswa untuk menghasilkan 2 jenis gambar, yaitu gambar situasional dan gambar matematis, dalam membantu siswa membuat model matematika dari masalah. Masalah modeling matematis yang diberikan kepada siswa adalah sebagai berikut

“Pada tahun 2017, pemadam kebakaran Kota Malang mendapat mobil pemadam kebakaran baru dengan tangga belokan. Penggunaan sangkar di ujung tangga, memungkinkan seorang Pemadam Kebakaran untuk menyelamatkan orang-orang dari tempat-tempat yang tinggi. Menurut peraturan resmi, saat menyelamatkan orang, Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar. Data teknis Mesin Mobil Pemadam Kebakaran adalah sebagai berikut;

Model Mesin	:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Diesel;
Tahun Produksi	:	2017;
Kekuatan	:	205 kw (279 HP);
Kapasitas Air Kubik	:	6374 cm^3;
Dimensi Mobil	:	panjang 10 meter,lebar2.5 meter tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga	:	panjang 30 meter;
Berat Mesin	:	15540 kg
Berat Total	:	18000 kg

Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak dalam Gedung yang terbakar dapat diselamatkan oleh tim pemadam kebakaran Kota Malang. Selesaikan dan tuliskan bagaimana anda menemukan solusinya?

Pada instrumen penelitian ini terjadi kesalahan penulisan pada kapasitas air Kubik mobil pemadam kebakaran yang tertulis “6374 cm^3” seharusnya ditulis “6374 dm^3”. Kesalahan penulisan ini tidak mempengaruhi tujuan utama dari masalah matematika. Masalah matematika ini dibuat dalam bentuk cerita yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari. Terdapat dua tahapan yaitu penyeleksaian informasi, dan penyusunan struktur gambar situasional. Dalam tahap pertama, susunan masalah ini dibuat dengan memberikan informasi awal, dimana tim pemadam diberikan fasilitas baru berupa mobil pemadam kebakaran. Dari istilah yang terkait data mobil pemadam kebakaran yang terbaru ini, banyak informasi yang tidak diperlukan untuk menyelesaikan masalah. Hal dimaksudkan agar siswa melakukan seleksi informasi sehingga dapat mengorganisasikan berbagai informasi-informasi yang diperlukan. Kemampuan siswa dalam menyeleksi informasi menjadi landasan yang penting dalam tahapan proses menghasilkan gambar situational yang sesuai dengan masalah.

Gambar yang diberikan sengaja tidak mengilustrasikan kejadian yang terkait dengan masalah. Tujuan utamanya adalah agar siswa berusaha untuk menghasilkan gambar yang mengilustrasikan kejadian yang sesuai dengan masalah. Hal penting yangMasalah yang diberikan dan gambar yang tersedia menuntut siswa untuk berusaha menentukan posisi antara mobil dan gedung yang terbakar sehingga siswa mendapatkan gambar situasional yang sesuai. Gambar situasional yang dihasilkan oleh siswa, menunjukkan pemahaman siswa terkait dengan masalah yang diberikan.

Dalam menentukan ketinggian maksimal dari masalah ini. Siswa tidak dapat dengan mudah langsung menebak secara langsung. Hal ini dikarenakan terdapat dua tingkat kesulitan yaitu gambar yang sesuai dan angka-angka yang ada dalam masalah tidak seperti angka yang digunakan pada umumnya dalam masalah Teorema Pythagoras. Pertama, gambar matematis yang siswa hasilkan tidak hanya segitiga siku-siku tetapi juga harus mempertimbangkan dimensi mobil pemadam kebakaran. Kedua, siswa tidak hanya membutuhkan pemahaman terkait dengan Pythagoras tetapi juga membutuhkan pemahaman terkait dengan penerapan akar kuadrat. Kemampuan siswa dalam menerapkan kedua konsep matematika, Teorema Pythagoras dan konsep akar kuadrat, menentukan keberhasilan dalam menyelesaikan masalah ini. Dari penjelasan di atas, dapat disimpulkan bahwa dalam membuat model matematika yang sesuai dengan masalah ini terdapat tahapan-tahapan yang perlu dilakukan oleh siswa diantaranya menghasilkan gambar situasional dan gambar matematis yang sesuai dengan konteks masalah.

Penyusunan instrumen masalah matematika dimulai dengan menyusun draft instrumen yang dilakukan oleh peneliti dengan mengadopsi masalah penelitian yang dilakukan oleh Rellensmann dkk., (2017). Draft instrument masalah matematika yang telah disusun oleh peneliti, selanjutnya dikonsultasikan kepada

Promotor, Ko-Promotor 1, dan Ko-Promotor 2. Jika Promotor dan Ko-promotor memberikan saran, maka peneliti merevisi draft instrumen sesuai dengan arahan. Dalam penelitian ini, instrumen dikatakan sudah siap untuk divalidasi oleh validator ketika Promotor, Ko-Promotor 1, dan Ko-Promotor 2 telah menyetujui bahwa draft instrumen yang sudah disusun telah memenuhi indikator-indikator berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Penyusunan Instrumen penelitian ini akan digambarkan pada Diagram 3.2 berikut;

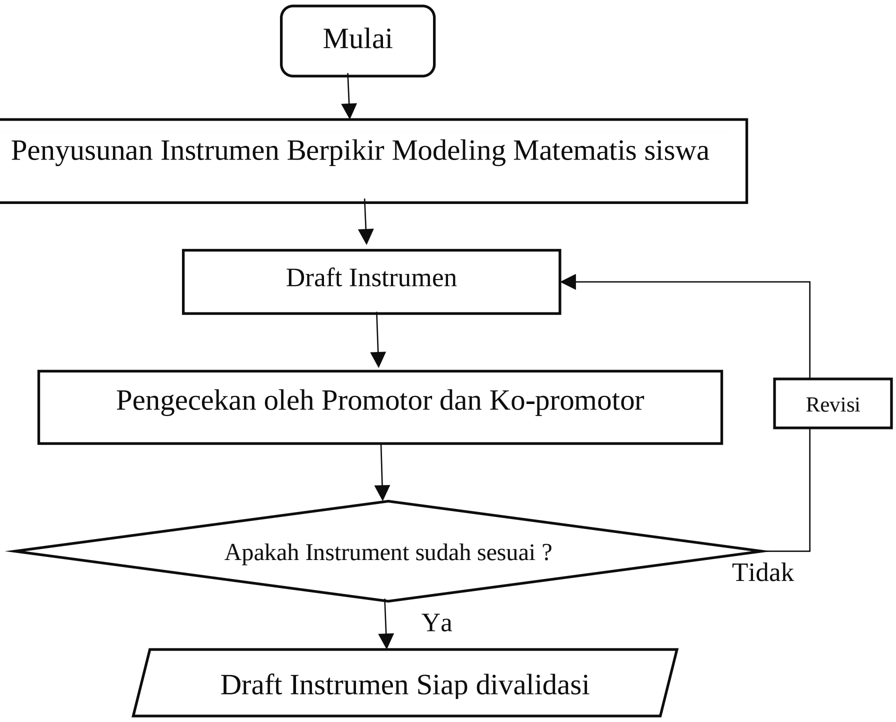
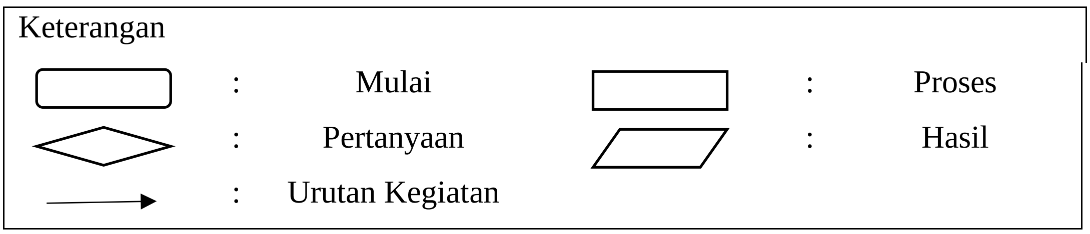


Diagram 3.2 Alur Penyusunan Instrumen Penelitian



3.3.2.2 Pedoman Wawancara

Pedoman wawancara ini dibuat dengan tujuan untuk mengeksplorasi berpikir modeling matematis siswa setelah mengerjakan masalah. Pedoman wawancara ini merupakan suatu petunjuk yang sengaja dibuat agar menjadi landasan peneliti untuk melakukan wawancara agar pertanyaan yang diajukan tidak menyimpang dari tujuan penelitian. Kegiatan wawancara dalam penelitian ini dilakukan setelah siswa menyelesaikan masalah. Wawancara dilakukan dengan merekam video siswa dalam merekonstruksi jawaban. Wawancara ini dilakukan dengan tujuan untuk mengklarifikasi dan mengetahui sejauhmana subjek di dalam mendeskripsikan penyajian materi baik secara tertulis maupun secara lisan. Tujuan lainnya adalah untuk memperoleh gambaran dan informasi mengenai berpikir modeling matematis secara lebih jelas.

3.3.3 Validasi Instrumen Penelitian

Instrumen pendukung ini disusun oleh peneliti dengan mengadopsi dari (Rellensmann dkk., 2017) . Instrumen penelitian ini juga mendapatkan masukkan yang sangat kontrukstif dari para pembimbing (Promotor, Ko-promotor 1 dan 2) dan selanjutnya instrument tersebut divalidasi oleh ahli matematika dan Pendidikan matematika yang selanjutnya disebut sebagai validator. Proses pemilihan validator ditentukan oleh ketua program studi S3 Pendidikan matematika dengan mempertimbangkan saran dan masukkan dari pembimbing. Proses validasi instrumen penelitian ini dikatakan valid jika kedua validator telah menyetujui dengan seluruh kriteria yang ditetapkan sehingga instrumen ini sudah layak digunakan untuk pengambilan data penelitian. Berikut alur penyusunan instrumen penelitian;

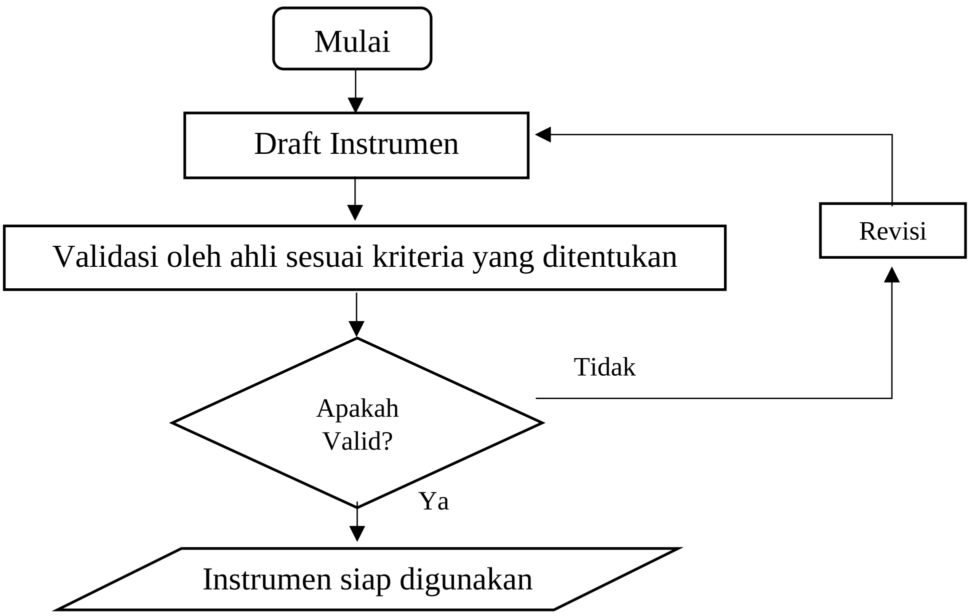
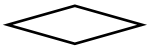
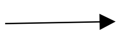


Diagram 3.3 Alur Pengembangan Instrumen Penelitian

Keterangan

	:	Mulai		:	Proses
	:	Pertanyaan		:	Hasil
	:	Urutan Kegiatan			

Validator yang ditunjuk untuk memvalidasi instrumen penelitian ini adalah Prof. Purwanto, Ph. D dan Dr. Susiswo, M. Si. Penetapan validator didasarkan atas pertimbangan keahlian masing-masing baik matematika dan pendidikan matematika. Kedua validator merupakan dosen tetap Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Malang.

3.4 Prosedur Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan oleh peneliti dalam mengungkapkan data terkait dengan berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika memiliki beberapa tahapan kegiatan yang meliputi; tahapan persiapan, studi pendahuluan, pengumpulan data, analisis data, penyusunan laporan penelitian.

1. Tahapan persiapan penelitian

   Dalam tahapan persiapan penelitian, peneliti melakukan kajian pustaka serta studi literatur dari berbagai hasil penelitian, dan publikasi ilmiah baik itu jurnal internasional, jurnal nasional terakreditasi, dan jurnal interasional berreputasi. Dalam melakukan tahapan persiapan, peneliti mendokumentasikan dan melakukan review yang secara mendalam terkait kegiatan penelitian yang dilakukan oleh para peneliti sebelumnya. Setelah melakukan hasil studi literatur dijadikan bahan dasar peneliti untuk melakukan penelitian yang lebih lanjut dengan mempersiapkan proposal penelitian dan instrumen yang dilakukan dalam pengumpulan data penelitian.
2. Studi Pendahuluan

   Dalam tahapan studi pendahuluan, peneliti melakukan eksplorasi terkait dengan data berpikir siswa dalam membuat model matematika dari masalah matematika. Peneliti melakukan banyak percobaan untuk mendapatkan data hasil studi pendahuluan yang konvergen. Data berdasarkan hasil studi pendahuluan menunjukkan terdapat konvergensi dari data yang didapatkan di lapangan terkait dengan berpikir siswa dalam memodelkan masalah nyata.

3. Penyusunan Instrumen Penelitian

Untuk menghasilkan instrumen penelitian yang baik, peneliti menguji keabsahan instrumen terkait dengan berpikir siswa dalam membuat model matematika dari masalah matematika dengan melibatkan para ahli Pendidikan matematika dan para praktisi yang mendalami ilmu Pendidikan matematika.

4. Pengumpulan Data

Pengumpulan data hasil penelitian dimulai dengan cara memberikan instrumen data terkait dengan berpikir siswa kepada siswa sekolah menengah pertama kelas VIII. Subjek yang memenuhi kriteria syarat yang telah ditetapkan dijadikan subjek penelitian. Selanjutnya, subjek diminta untuk menjelaskan apa yang telah ia kerjakan dengan mengeraskan ide pemikirannya pada saat ia mengerjakan ulang hasil pekerjaannya. Setelah itu, subjek diwawancarai secara mendalam untuk mengeksplorasi terkait dengan berpikir modeling matematis yang subjek telah lakukan.

5. Analisis Data

Analisis data penelitian dilakukan setelah peneliti yakin bahwa data hasil penelitian ini telah valid. Setelah itu dilakukan penghapusan terkait dengan data yang tidak diperlukan untuk mengungkapkan terkait dengan berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

6. Laporan Penelitian

Laporan penelitian dimulai dengan menyusun kembali proposal penelitian dengan menambahkan dan melengkapi berbagai kekurangan yang mempertimbangkan masukan dari para ahli Pendidikan matematika. Hasil analisis data penelitian disajikan dengan menggabungkan teori Pendidikan matematika yang telah ada agar mendapatkan hasil penelitian yang maksimal. Hasil penelitian yang terdahulu diungkapkan perlu dikaitkan agar dapat menempatkan hasil penelitian ini memiliki sumbangan kontribusi/novelty dalam bentuk teori berpikir siswa dalam membuat model matematika dari masalah matematika.

3.5 Prosedur Pengumpulan Data

Prosedur pengumpulan data penelitian ini dilakukan dengan tahapan-tahapan yang sesuai dengan metode penelitian kualitatif. Prosedur pengumpulan data yang tepat dapat menunjang tercapainya tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mengungkap berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah. Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini meliputi data subjek penelitian, pengambilan data, dan perolehan data.

1. Data subjek penelitian
   a. Melakukan tes untuk mengetahui berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah.
   b. Berdasarkan hasil karakteristik tersebut dipilih minimal 2 subjek untuk mendeskripsikan berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah.
2. Pengambilan data
   a. Tes menggunakan Instrumen Masalah Matematika (IMM).
   b. Melakukan wawancara secara mendalam setelah mengerjakan IMM secara individu dengan tujuan untuk mengetahui berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.
   c. Merekam aktivitas siswa pada saat menyelesaikan IMM dengan alat perekam audio visual *(handycam)*, perekam suara dan dokumentasi penelitian.
3. Perolehan data.

Perolehan data yang maksud adalah hasil pekerjaan IMM siswa baik dengan wawancara, dan hasil pengamatan.

Alur Teknik pengumpulan data disajikan dalam Gambar 3.4 berikut:

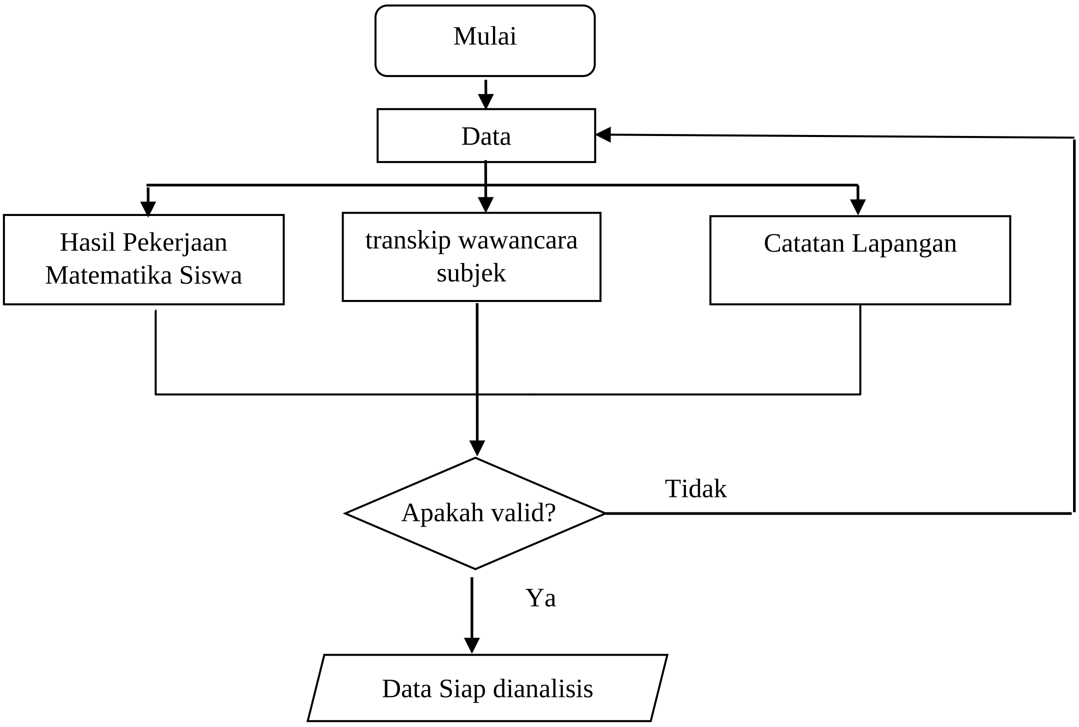
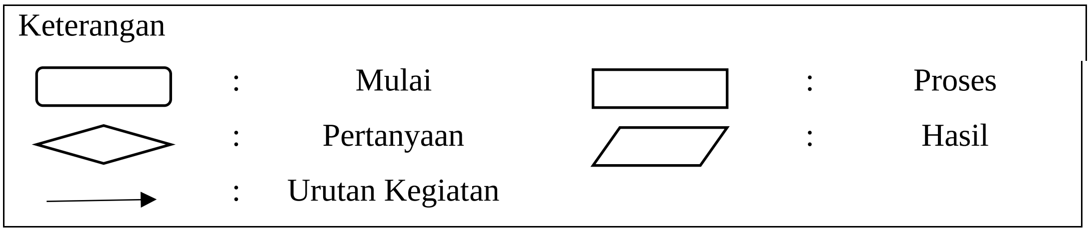


Diagram 3.4 Alur Pengumpulan Data Penelitian



3.6 Teknik Analisis Data

Data penelitian yang telah teruji konsistensinya dianalisis untuk mengungkapkan terjadinya berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Tahapan-tahapan melakukan teknis analisis data penelitian menurut (Creswell, 2002);

a. Mentranskripsikan data hasil wawancara, data rekaman video subjek saat menyelesaian Instrumen Masalah Matematika.
b. Menelaah data-data yang telah terkumpul dari hasil rekaman video, hasil rekaman wawancara, hasil pekerjaan siswa, dan catatan lapangan. Dalam

tahapan ini, peneliti membuat catatan-catatan khusus terkait data-data yang diperoleh.

c. Mereduksi data.

Data penelitian yang telah terkumpul selanjutnya akan direduksi. Reduksi data penelitian merupakan tahapan proses pemilihan dan identifikasi satuan-satuan data penelitian yang memiliki makna yang sama. Satuan-satuan yang telah terbentuk selanjutnya diberikan kode-kode agar memberikan kemudahan dalam proses analisis data. Satuan-satuan data penelitian ini dikonstruksi berdasarkan kajian yang terkait dengan berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah dapat dilihat di Tabel 3.1 sebagai berikut.

Tabel 3.1 Pengkodingan satuan Berpikir Modeling Matematis Siswa

Satuan	Definisi	Kode
Membaca Masalah	Situasi yang terjadi pada saat subjek mulai mengidentifikasi informasi-informasi penting pada masalah matematika dan membangun hubungan antar informasi.	b
Membuat Asumsi	Situasi yang terjadi pada saat subjek mengilustrasikan masalah secara mental berdasarkan informasi pilihan dan mengkomunikasikan ilustrasi masalah baik secara lisan ataupun gambar.	As
Menggambar Situasional	Situasi yang terjadi pada saat subjek mentransformasi informasi menjadi objek gambar dan menghubungkan objek-objek gambar menjadi gambar situasioanal yang mengilustrasikan masalah matematika.	GS
Menggambar Matematis	Situasi yang terjadi pada saat subjek menyederhanakan gambar situasinoal ke dalam bentuk simbol-simbol, tanda, bangun goemetri atau relasi matematika	GM
Membuat Model Masalah	Situasi yang terjadi pada saat subjek menuliskan model matematika yang sesuai untuk masalah matematika.	MM
Hasil Matematika	Situasi yang terjadi pada saat subjek mengkalkulasi perhitungan matematika sesuai dengan model matematika yang telah dipilih.	HM
Solusi Real	Proses menginterpretasi hasil perhitungan matematika dengan menyesuaikan dengan pertanyaan pada masalah matematika	SR

d. Membuat Kategorisasi

Kategorisasi dalam penelitian ini dilakukan berkaitan dengan komponen berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika yang meliputi membaca masalah matematika, membuat asumsi masalah, menggambar situasional, menggambar matematis, membuat model matematika, menghitung kalkulusi, mengintepretasi hasil perhitungan menjadi solusi real, dan transisi antar tahapan berpikir modeling matematis. Kategorisasi dilakukan untuk mempermudah penafsiran data, menyederhanakan permasalahan dan mempermudah proses analisis data dari paparan data subjek penelitian. Adapun secara lengkap kategorisasi komponen berpikir modeling matematis dijelaskan lebih detail pada Tabel 3.2 sebagai berikut.

Tabel 3.2 Pengkodingan Komponen Berpikir Modeling Matematis

Kode	Deskripsi	Kode	Deskripsi
M	Masalah Matematika	c	Memilih informasi
a	Membaca masalah	I-ai	Informasi yang diabaikan
b	Mengamati gambar	I-ty	Informasi yang ditanyakan
I-p	Informasi Penting		
i-1	Gedung yang terbakar	i-3	Panjang tangga mobil pemadam 30 meter
i-2	Jarak minimal mobil pemadam kebakaran dengan gedung yang terbakar yaitu 12 meter	i-4	Panjang mobil pemadam kebakaran 10 meter
As	Membuat Asusmi Masalah	i-5	Tinggi mobil pemadam kebakaran 3,19 meter
As-2	Asumsi cara menyelamatkan orang yang terjebak dengan tangga	As-1	Asumsi cara menyelamatkan orang yang terjebak dengan tangga
HAs	Menentukan Asumsi masalah yang sesuai	As-nt	Menentukan Asumsi masalah yang sesuai
o-1	Objek gambar gedung yang terbakar	o-4	Objek gambar tangga mobil pemadam kebakaran
o-2	Memberikan jarak antar 2 objek gambar	o-5	Objek gambar orang yang terjebak pada gedung yang terbakar
o-3	Objek gambar mobil pemadam kebakaran	GS	Gambar Situasional

s-1	Segmen garis sebagai tinggi segitiga siku-siku	s-4	Segmen garis sebagai alas segitiga siku-siku
s-2	Segmen garis sebagai alas segitiga siku-siku	s-5	Segmen garis sebagai..
GM	Gambar Matematis	KM-GM	Konsep matematika dan gambar situasional
MM	Model matematika dari masalah	HM	Hasil Perhitungan Matematika
SR	Solusi Real		
Un(Ip)	Memahami dengan menyeleksi informasi-informasi.	$Img(i_{1-3})$	Membayangkan Gedung yang terbakar
Un(G-Ip)	Memahami dengan menggabungkan informasi penting	$Img(i_{1-3})$	Membayangkan Jarak Minimal antara gedung yang terbakar
A1	Mengilustrasikan secara mental gambar situasional yang sesuai dengan masalah	$Img(i_{1-3})$	Membayangkan bagaimana menyelamatkan orang yang terjebak kebakaran dengan menggunakan mobil pemadam
Trn(Hub(I,o)	Transformasi informasi menjadi objek gambar	*Trn(Hub(I,o)*	Transformasi informasi seluruh objek gambar menjadi gambar situasional
Pgc	Proses Pengecekan	Pyh(Hub (o,s)	penyederhanaan objek gambar menjadi ruas garis
Pyh(Hub (GS,GM)	Penyederhanaan gambar situsional menjadi gambar matematis		
Pgc(Hub (GS,M)	Proses pengecekan Gambar Situasional dengan Masalah	Kls	Kalkuluasi perhitungan Matematika
Pgc(Hub (GM,M)	Proses pengecekan Gambar Matematis dengan Masalah	Vld	Validasi
	Ide / gagasan		Pertanyaan?

→	Urutan berpikir	↔	Berpikir yang reversibel
⇠⇢	Proses Pengecekan		Membaca Masalah
	Membuat Asumsi		Menggambar Situasional
	Menggambar Matematis		Membuat Model Matematika
	Hasil Matematika		Solusi Real

e. Menyajikan data

Satuan-satuan data yang telah tersusun selanjutnya diklasifikasi dan diidentifikasi melalui prosedur perbandingan tetap (Creswell, 2002). Perbandingan tetap adalah suatu prosedur analisis data induktif dalam menghasilkan dan menghubungkan kategori-kategori dengan membandingkan kategori dengan kategori yang lainnya. Tujuan utama dari analisis perbandingan tetap ini yaitu untuk menghasilkan kategori yang jenuh pada data penelitian yang telah terkumpul.

f. Menganalisis seluruh data hasil temuan. Peneliti menganalisis temuan dari hasil pekerjaan siswa, pengamatan, dan hasil wawancara yang terkait dengan berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah. Analisis data penelitian ini dilakukan dengan cara menghubungkan, mengaitkan, dan menguatkan berdasarkan satuan-satuan yang telah diklasifikasikan dari data hasil penelitian.

g. Penarikan kesimpulan dilakukan atas dasar hasil analisis data, yang terdiri dari hasil rekaman video, hasil rekaman wawancara, hasil pekerjaan siswa, dan catatan lapangan. Penarikan kesimpulan dalam penelitian ini bertujuan untuk merumuskan teori yang dihasilkan.

Untuk lebih jelas mengenai Teknik Analisis data, peneliti memberikan alur pada gambar 3.4 berikut.

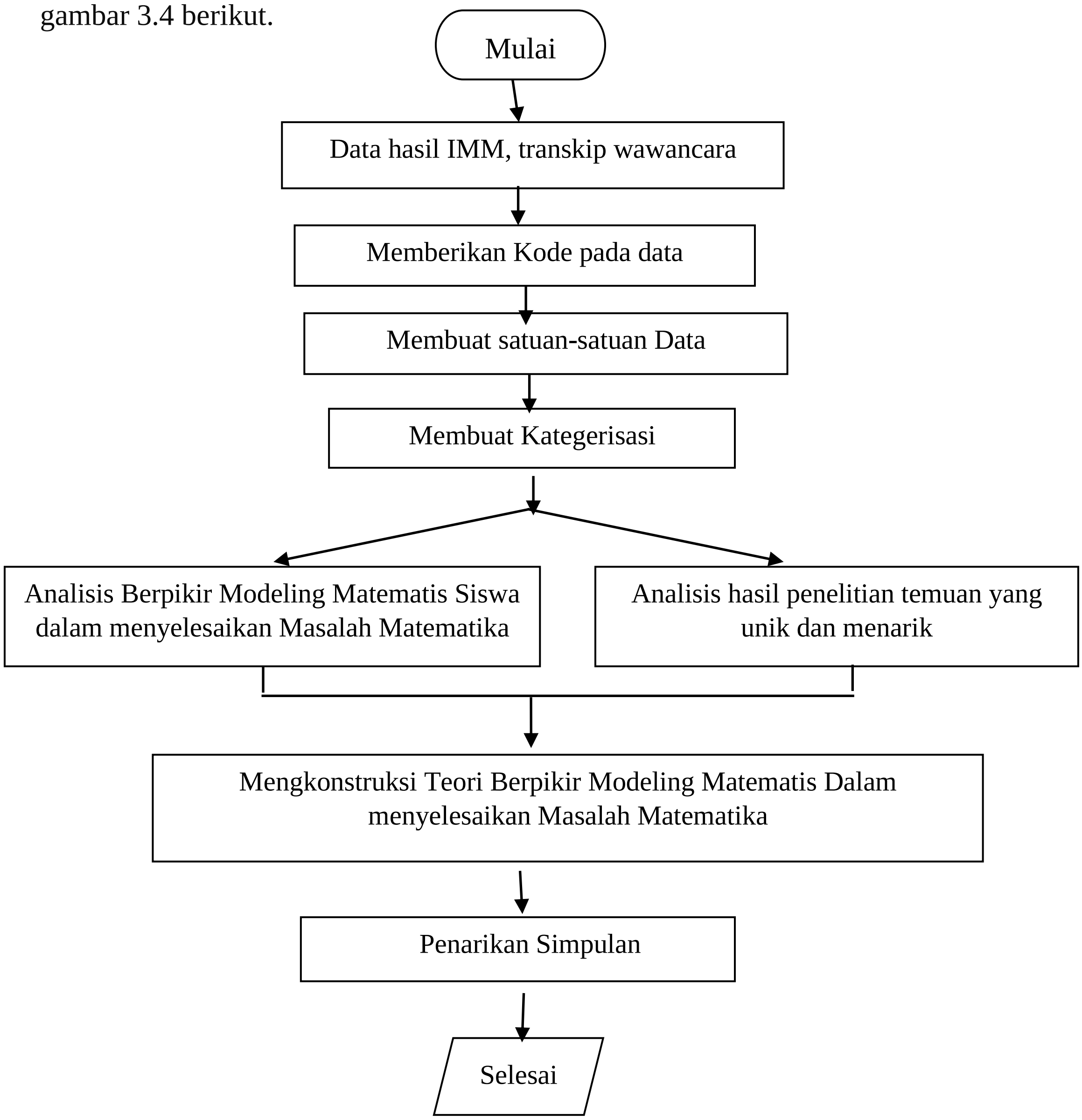
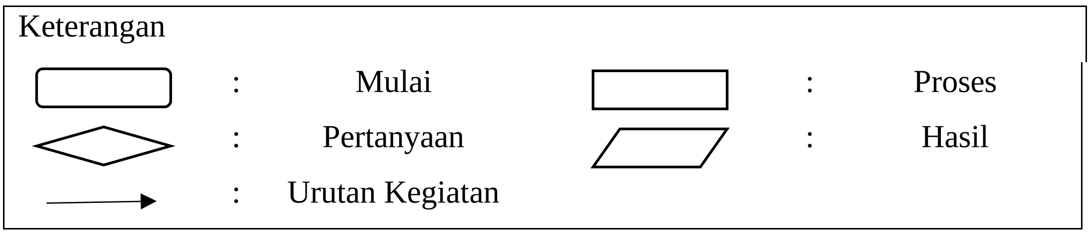


Diagram 3.5 Alur Analisis Data



3.7 Triangulasi Data

Langkah-langkah yang dilakukan oleh peneliti dalam melakukan triangualasi data penelitian terkait dengan berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika memiliki beberapa tahapan kegiatan yang meliputi; membandingkan data penelitian (hasil pekerjaan subjek, transkrip wawancara, dan catatan lapangan) yang sudah diperoleh, dan membandingkan data yang valid antar subjek penelitian.

1. Membandingkan data penelitian yang sudah diperoleh,

   Peneliti membandingkan konsistensi antara hasil pekerjaan subjek, transkrip wawancara, dan catatan lapangan untuk mengetahui apakah data dari subjek penelitian itu valid atau tidak. Perbandingan konsistensi data ini dilakukan secara berulang sesuai dengan jumlah subjek penelitian yang telah dilaporkan.

2. Membandingkan antar data valid antar subjek penelitian.

   Setelah mendapatkan data valid pada masing-masing subjek penelitian. Peneliti mengkelompokkan data valid yang memiliki karakteristik yang sama. Setelah didapatkan kelompok data penelitian yang memiliki karakteristik yang sama, peneliti membandingkan data valid antar subjek penelitian pada masing-masing kelompok sehingga lebih mudah untuk mengecek tingkat kepercayaan data.

BAB IV
PAPARAN DATA DAN HASIL ANALISIS

Pada bab IV ini disajikan subbab sebagai berikut; pertama, menjelaskan bagaimana proses pemilihan subjek penelitian yang didasarkan pada tiga aspek yaitu gambar situasional, gambar matematis, dan model matematika dalam menyelesaikan masalah matematika. Kedua, deskripsi berpikir modeling matematis, yang didalamnya terdapat analisis berpikir modeling matematis. Ketiga, temuan penelitian menunjukkan konvergensi yang terjadi pada berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

4.1 Proses Pemilihan Subjek Penelitian

Proses pemilihan subjek penelitian dilakukan pada siswa kelas VIII yang sudah mempelajari materi Teorema Pythagoras di SMP Negeri 4 dan 11 Kota Malang, Jawa Timur. Pelaksanaan pemilihan subjek diawali dengan memberikan masalah matematika. Setelah siswa mengerjakan masalah matematika, peneliti hanya memilih siswa menjadi calon subjek jika hasil pekerjaan siswa menghasilkan gambar situasional, gambar matematis dan model matematika. Akibatnya, siswa yang tidak menghasilkan gambar situasional, gambar matematis, dan model matematika tidak akan dipertimbangkan sebagai calon subjek dalam penelitian ini. Dari 60 hasil pekerjaan yang diperoleh, terdapat 35 jawaban yang masuk pada kriteria calon subjek peneiltian. Sebelum melakukan wawancara secara mendalam, peneliti berkoordinasi dengan guru untuk memilih calon subjek yang memiliki kemampuan komunikasi yang baik. Dari 35 calon subjek penelitian, guru merekomendasikan 20 siswa yang akan dijadikan sebagai subjek penelitian. Atas dasar tersebut, peneliti telah mewawancarai 20 siswa sebagai subjek penelitian dimana subjek penelitian berjumlah 10 siswa yang berasal dari SMP Negeri 11 Kota Malang, dan 10 siswa berasal dari SMP Negeri 4 Kota Malang.

Berdasarkan data penelitian yang telah dikumpulkan, peneliti menemukan dua tipe yang terjadi pada saat Berpikir Modeling Matematis siswa yang menggunakan bantuan gambar situasional dan gambar matematis dalam menyelesaikan masalah matematika. Pertama, Berpikir Modeling Matematis yang membentuk lintasan berpikir reversibel pada tahapan membaca masalah, membuat asumsi, dan gambar situasional. Proses reversibel pada gambar situasional ini dipengaruhi oleh kecenderungan subjek untuk menggunakan teknik visualisasi sebagai alat utama untuk menganalisis masalah matematika. Subjek dengan karaktersitik ini, peneliti namakan siswa dengan Tipe Klarifikatif Visual. Sedangkan kedua, berpikir modeling matematis yang membentuk lintasan berpikir reversibel pada tahapan gambar matematis, membuat model matematika, dan perhitungan matematika. Proses reversibel ini dipengaruhi oleh kecenderungan subjek untuk menghafal rumus matematika. Akibatnya, ketika subjek menghadapi masalah matematika, maka subjek mencari rumus matematika dari buku. Sehingga ketika subjek tidak menemukan rumus untuk masalah matematika, maka subjek berulang kali mengevaluasi gambar matematis dengan masalah dan terjadinya berpikir reversibel pada tahap menggambar matematis, membuat model matematika, dan menghitung model matematika. Subjek dengan karakteristik ini, peneliti namakan siswa dengan Tipe Klarifikatif Simbolis.

Berdasarkan data penelitian, peneliti mengklasifikasi data Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual cenderung konvergen pada dua karakteristik yaitu karakteristik yang menggunakan asumsi masalah sebagai alat utama untuk memvisualisasikan masalah, dan karakteristik yang menggunakan kegiatan membaca sebagai alat utama untuk menggambar situasional. Sedangkan data penelitian juga menunjukkan bahwa data Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis juga cenderung konvergen pada dua karakteristik yaitu karakteristik siswa yang melakukan *trial and eror* pada tahapan menggambar matematis, membuat model matematika, dan perhitungan matematika. Kedua, karakterisktik subjek yang cenderung selalu mengaitkan masalah pada rumus matematika yang dihafalnya. Berdasarkan pertimbangan penjelasan di atas, peneliti hanya memaparkan 2 subjek pada masing-masing Tahapan dimana 2 subjek yaitu S1 dan S2 yang mewakili 9 subjek yang pada Tipe Klarifikatif Visual dan 2 subjek yaitu S3 dan S4 yang mewakili 11 subjek yang termasuk Tipe Klarifikatif Simbolis. Untuk melihat lebih jelas bagaimana berpikir modeling matematis itu terjadi, paparan data yang merepresentasikan dua ketegori tersebut akan dijelaskan sebagai berikut;

4.2 Berpikir Modeling Matematis siswa Tipe Klarifikatif Visual

Penelitian ini akan memaparkan 2 subjek dalam Tahapan siswa tipe Klarifikatif Visual. Subjek penelitian yang termasuk tipe Klarifikatif Visual diantaranya subjek 1 (S1) dan subjek (S2). Berikut uraian secara lebih rinci terkait berpikir modeling matematis siswa Tipe Klarifikatif Visual pada setiap tahapan berpikir modeling matematis yaitu membaca masalah, membuat asumsi, gambar situasional, gambar matematis, membuat model matematika, hasil matematika, dan menghasilkan solusi real.

4.2.1. Berpikir Modeling Matematis S1

4.2.1.1 Membaca Masalah

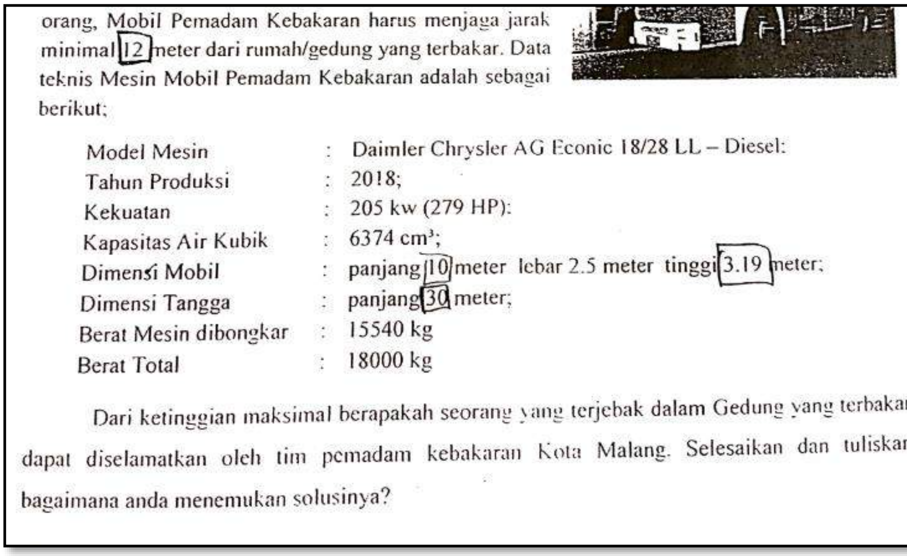
Awalnya S1 membaca masalah secara keseluruhan, dan memperhatikan gambar mobil pemadam kebakaran. S1 awalnya menghadapi kesulitan untuk memahami cerita dari masalah. Hal ini ditandai dengan S1 yang menolehkan mukanya ke kanan dan ke kiri. Ia juga sesekali terlihat memainkan pulpennya dan mengetuk-ngetuk pulpen ke meja. S1 merasa kesulitan karena baru pertama kali mengerjakan masalah matematika seperti ini. S1 mengatasinya dengan cara membaca masalah secara berulang-ulang. Membaca masalah secara berulang bertujuan untuk memilih informasi yang penting dan mengeliminasi informasi yang tidak relevan. Fakta ini dapat terlihat pada wawancara sebagai berikut;

P :*Apa yang kamu pikirkan saat melihat pertama masalah ini?*
S1 :*Awalnya saya pikir ini masalah kebakaran…ternyata bukan.*
P :*Lalu Apa yang kamu lakukan?*
S1 :*Pertama, saya baca dulu masalahnya..saya lihat gambar mobil pemadam. Tapi kok sulit…gitu*
P :*Kesulitannya tentang apa? Mengapa kok sulit?*
S1 :*sulit maksud soalnya gimana…soalnya baru pertama mengerjakan soal seperti ini.*
P : *Apa yang ada di pikiranmu saat itu?*

S1 : *bagaimana menyelamatkan orang di gedung yang terbakar dengan mobil pemadam kebakaran*
P :*Oh gitu…terus bagaimana mengatasi bingungnya?*
S1 :*mengatasinya saya baca berulang-ulang masalahnya.*
P :*Mengapa harus baca masalahnya berulang-ulang?*
S1 :*biar paham dan jelas maksudnya…biar bisa dibayangkan.*

S1 membaca masalah secara berulang pada informasi-informasi diantaranya; panjang mobil pemadam kebakaran, dimensi tangga mobil pemadam, dan jarak minimal mobil pemadam kebakaran dengan gedung yang terbakar. Pada saat membaca ulang, ia secara bersamaan melingkari kata "12 meter" (indikasi indentifikasi informasi penting) yang menjelaskan mengenai jarak minimal gedung yang terbakar dengan mobil pemadam. Selanjutnya, ia memusatkan perhatian (indikasi mengeliminasi informasi yang tidak relevan) pada spesifikasi mobil dengan melingkari kata "panjang mobil 10 meter", kata "tinggi mobil 10 meter", dan kata "dimensi tangga yaitu 30 meter". Kata yang diberikan lingkaran kecil (lihat Gambar 4.1) merupakan informasi penting yang telah dipilih karena berkaitan dengan masalah dan pertanyaan yang ada. Hasil wawancara peneliti dengan S1 mengenai tahapan memilih informasi-informasi penting dan Gambar 4.1 akan disajikan sebagai berikut;

P :*Bisa dijelaskan bagaimana kamu melakukannya?*
S1 :*pas saya baca masalah ini…saya tandai informasi-informasi pentingnya.*
P :*Apa saja informasi-informasi penting itu?*
S1 : *informasi gedung yang terbakar, mobil pemadam, jarak tangga belokan sama tangga mobil pemadam kebakaran.*
P : *Bagaimana kamu memisahkan informasi penting atau tidak?*
S1 : *yang penting-penting itu saya tandai..kasih kotak ini.*
P : *informasi-informasi apa saja yang kamu beri tanda?*
S1 :*12 meter, panjang 10 meter,tinggi 3.19 meter, panjang 30 meter*
P : *Mengapa harus ditandai informasinya?*
S1 :*Agar saya tahu mana yang penting-penting. Mana yang tidak.*



orang, Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar. Data teknis Mesin Mobil Pemadam Kebakaran adalah sebagai berikut;

Model Mesin	:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Diesel:
Tahun Produksi	:	2018;
Kekuatan	:	205 kw (279 HP);
Kapasitas Air Kubik	:	6374 cm³;
Dimensi Mobil	:	panjang 10 meter lebar 2.5 meter tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga	:	panjang 30 meter;
Berat Mesin dibongkar	:	15540 kg
Berat Total	:	18000 kg

Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak dalam Gedung yang terbakar dapat diselamatkan oleh tim pemadam kebakaran Kota Malang. Selesaikan dan tuliskan bagaimana anda menemukan solusinya?

Gambar 4.1 S1 memberikan tanda pada informasi-informasi penting

4.2.1.2 Membuat Asumsi Masalah

Dalam membuat asumsi masalah, ia berusaha untuk menghubungkan informasi-informasi penting yang akan digunakan untuk menghasilkan gambar situasional yang sesuai dengan kejadian dalam masalah. Selanjutnya, S1 mengasumsikan 2 kejadian terkait dengan masalah. Asumsi yang pertama, S1 berasumsi bahwa posisi mobil pemadam kebakaran harus menghadap ke depan depan gedung yang terbakar sehingga seorang pemadam dapat menjangkau tempat yang paling tinggi untuk menyelamatkan orang yang terjebak dengan bantuan tangga belokan pada gedung yang terbakar. Asumsi yang kedua, S1 berasumsi bahwa mobil pemadam kebakaran membelakangi gedung yang terbakar sehingga tangga mobil pemadam kebakaran bisa menjangkau lebih tinggi lagi posisi di gedung yang terbakar. Dari dua asumsi yang dihasilkan, S1 memilih salah satu asumsi dan mengabaikan asumsi yang lainnya. Setelah memilih asumsi yang sesuai, S1 juga membaca kembali masalah. Hal itu dilakukan untuk mencocokkan asumsi dengan masalah. Berikut adalah hasil wawancara yang peneliti dengan S1 dan Gambar 4.2;

P :*Setelah mendapatkan informasi, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S1 :*Jadi informasi-informasi yang ada itu saya gabung. Lalu saya mulai membayangkan masalahnya.*
P : *Coba cerita lebih jelas, apa yang kamu memikirkan asumsinya ?*

S1 : *jadi menurut saya ada 2, pertama menyelamatkan orang di gedung yang terbakar dengan cara menghadapkan mobil pemadam ke depan gedung yang terbakar. Yang kedua, menyelamatkan orang dengan mobil pemadam membelakangi gedung yang terbakar.*

P :*Apa yang kamu pikirkan pada asumsi pertama?*

S1:*Saya pikir..Kalo mobil pemadam menghadap ke depan gedung yang terbakar, tangga mobil pemadam kebakarannya agak pendek soalnya dikurangi panjang mobil pemadam.*

P :*Apa yang kamu pikirkan pada asumsi kedua?*

S1 :*Kalo mobil pemadam membelakangi gedung yang terbakar, tangga mobil pemadam kebakarannya itu jadi lebih dekat ke gedung. Jadi bisa lebih tinggi lagi menyelamatkan orangnya.*

P :*Setelah itu, Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

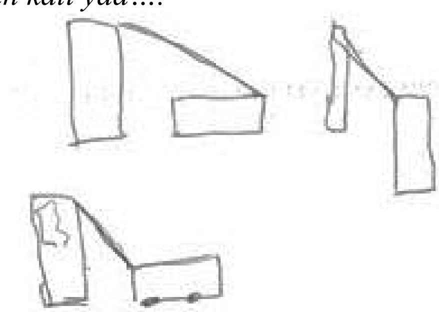
S1 :*setelah itu ….saya pilih dulu asumsi yang kedua. Lalu saya mulai buat sketsanya gambar gedung sama mobil pemadam kebakaran.*

P :*Apa kamu yakin atas pilihan kamu?*

S1 :*yakin…soalnya setelah itu baca lagi untuk mencocokkan dengan masalah.*

P :*menurut kamu, berapa lama waktu yang kamu butuhkan pada tahapan ini?*

S1 :*10 menitan lebih kali yaa….*



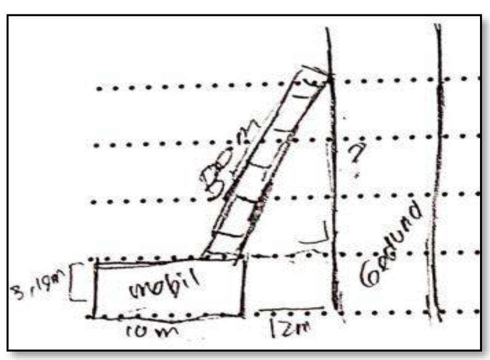
Gambar 4.2 S1 membuat asumi masalah

4.2.1.3 Menggambar Situasional

Setelah membuat asumsi terkait dengan masalah, ia memikirkan gedung tinggi yang berbentuk kotak dan dilengkapi kaca-kaca kecil. Informasi mengenai gedung yang sudah ia pikirkan selanjutnya ditransformasi menjadi gambar persegi panjang yang dilengkapi dengan persegi panjang dengan ukuran yang lebih kecil. Kemudian, ia memikirkan bahwa mobil pemadam harus diberikan jarak dengan gedung yang terbakar sehingga informasi jarak minimal ditransformasi dengan cara memberikan jarak antar gambar gedung yang terbakar sebagai titik awal pembuatan gambar mobil

(Lihat Gambar 4.3). Hal ini sebagai maksud dari kalimat "*jarak minimal antara gedung yang tebakar dengan mobil pemadam kebakaran yaitu 12 meter*". Setelah itu, ia memikirkan bahwa mobil pemadam kebakaran identik dengan ukurannya yang besar, kotak, memiliki ban-ban besar, dan dilengkapi dengan tangga mobil pemadam. Selain itu, ia juga memikirkan bahwa mobil pemadam saat berusaha menyelamatkan orang harus diposisikan membelakangi gedung yang terbakar. Akibatnya, informasi mobil pemadam kebakaran berada membelakangi gedung yang terbakar ditransformasi dengan cara menggambar bagian belakang mobil pemadam yang langsung menghadap ke gedung yang terbakar, lalu melanjutkan bagian depan, dan melengkapi dengan ilustrasi ban-ban mobil (Lihat Gambar 4.3). Dalam melengkapi gambar situasional ini, S1 mentransformasi informasi mengenai tangga mobil pemadam dengan menggambar tangga mobil pemadam yang berhimpitan dengan gedung yang terbakar. Gambar situasional ini digunakan untuk memahami masalah matematika. Hasil wawancara peneliti dengan S1 dan Gambar 4.3 dapat disajikan sebagai berikut;

P : *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S1 :*Ya...gambar gedung dulu…terus jarak minimal…abis itu mobil*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*
S1 :*gedung yang terbakar itu kan tinggi…kaya kotak-kotak gitu*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal?*
S1 :*Jarak untuk memposisikan mobil dari gedung yang terbakar*
P : *Apa yang kamu pikirkan mobil pemadam kebakaran?*
S1 :*Mobil pemadam kebakaran itu kaya persegi panjang…terus dikasih tangga buat menyelamatkan orangnya.*
P : *Setelah itu, apa kamu pikirkan selanjutnya?*
S1 :*Ya...gambar gedung dulu kotak terus dikasih kotak2 kecil. terus jarak minimal…abis itu mobil pemadam..baru tangga mobil pemadam*
P :*Berapa lamu kamu menyelesaikan gambar ini?*
S1 :*mungkin ada kali 30 menitan.*



Gambar 4.3 Gambar Situasional yang dihasilkan oleh S1

Setelah gambar situasional sudah selesai, ia berpikir bahwa gambar situasional harus dilengkapi dengan informasi agar lebih lengkap ilustrasinya. Hal ini terlilhat ketika ia memberikan keterangan ukuran pada gambar sesuai dengan informasi yang tersedia. Dia menuliskan bilangan “3.19 m” pada gambar tinggi mobil pemadam, bilangan “30 m” pada gambar panjang tangga mobil pemadam, bilangan “10 m” pada ruas garis yang menunjukkan panjang mobil pemadam, dan bilangan “12 m” pada ruas garis yang menunjukkan jarak antar gedung dengan mobil pemadam kebakaran. Setelah menghasilkan gambar situasional, ia mengecek kembali kesesuaian gambar situasional dengan masalah. Proses pengecekan dilakukan oleh S1 untuk memastikan bahwa gambar yang sudah dibuat sesuai dengan masalah. Gambar situasional yang dihasilkan oleh S1, digunakan untuk membantunya memahami masalah. Berikut wawancara peneliti dengan S1:

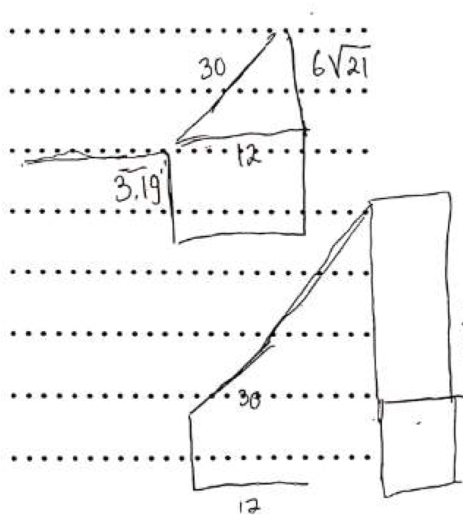
P : *Setelah dibuat gambar situasional, Apa yang kamu pikirkan selanjutnya ?*
S1: *saya kasih keterangan gambarnya.*
P : *Apa saja yang diberikan keterangan pada gambar?*
S1 : *ini 3.19 meter itu tinggi mobil, 30 m itu panjang tangga belokan, 10 m itu panjang mobil, sama 12 meter itu jarak minimal mobil dengan gedung yang terbakar*
P : *Kenapa harus menggambar?*
S1 : *biar jelas...setelah gambar ini jadi…saya kan bisa paham masalahnya.*
P : *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S1 : *biar yakin…saya cek dulu gambar dengan teks. Apa gambar sesuai masalah.*
P : *Mengapa harus dicek dulu gambarnya dengan masalah?*
S1 : *harus dicek dulu gambarnya…kalo salah gambarnya nanti salah jawabannya.*
P : *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S1 : *pas yakin…kayanya ini bisa pakai Pythagoras..soalnya ada yang mirip segitiga.*
P : *Bagian mana yang mirip segitiga? Mengapa ?*
S1 : *bagian tangga mobil, tinggi gedung, dan jarak minimal serta panjang mobil pemadam.*
P : *Gambar situasional tadi, kamu gunakan untuk apa?*
S1 : *untuk memahami masalah dan mencari penyelesaiannya….*

4.2.1.4 Menggambar Matematis

Selanjutnya, ia berpikir bahwa gambar situasional saja tidak cukup untuk membuat model matematika sehingga ia perlu menyederhanakan kembali gambar situasional menjadi gambar matematis. Hal ini diawali dengan cara ia memilih informasi penting dari Gambar 4.2 diantaranya; (1) gambar panjang mobil pemadam kebakaran,(2) gambar jarak minimal gedung yang terbakar dengan mobil pemadam kebakaran, (3) gambar tinggi mobil pemadam kebakaran, dan (4)gambar panjang tangga mobil pemadam kebakaran. Kemudian, dia menggabungkan dua informasi mengenai panjang mobil pemadam kebakaran, dan jarak minimal dengan gedung yang terbakar. Dia menggunakan 3 informasi untuk menghasilkan gambar matematis yaitu panjang tangga mobil, tinggi mobil pemadam kebakaran, dan gabungan antara panjang mobil dan jarak minimal gedung yang terbakar.

Struktur informasi yang telah tersusun selanjutnya S1 menyederhanakan gambar situasional dengan cara mereduksi objek gambar menjadi representasi matematis. Ia memikirkan representasi matematis apa yang cocok untuk Gambar 4.3. Setelah mencermati Gambar 4.3 ia menyakini bahwa gambar situasional memiliki kemiripan dengan bangun datar trapesium. Hal ini didasarkan atas pemikirannya bahwa objek-objek gambar dapat direduksi menjadi ruas garis yang membentuk bangun datar trapesium. Kemudian, dia mulai menggambar persegi panjang dimana panjangnya adalah jumlah antara jarak minimal dan panjang mobil pemadam sedangkan lebarnya adalah tinggi mobil pemadam kebakaran. Selanjutnya, dia menggambar segitiga siku-siku dimana sisi miringnya adalah panjang tangga mobil pemadam kebakaran, alasnya adalah hasil penjumlahan antara jarak minimal dengan panjang mobil pemadam kebakaran, dan tingginya adalah tinggi gedung yang terbakar dikurangi tinggi mobil pemadam kebakaran. Ketika S1 menggabungkan gambar persegi panjang dan segitiga menjadi suatu gambar matematis (Lihat Gambar 4.3). S1 menyebutkan di gambar matematis ini terdapat sepasang sisi sejajar yang berhadapan yang panjangnya tidak sama dan dua buah sudut siku-siku yang saling berdekatan. S1 berpendapat gambar matematis (Lihat Gambar 4.4) ini memiliki karakteristik bangun datar trapesium. Hasil wawancara peneliti dengan S1 dan Gambar 4.4 yang disajikan sebagai berikut;

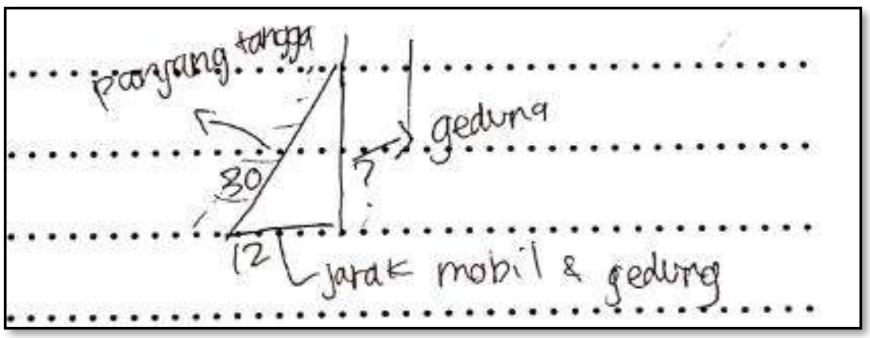
P: *setelah gambar yang tadi, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S1: *gedung yang terbakar panjang tangga dan tinggi truk pemadam kebakaran sama jarak ..sama panjang pemadam pemadam kebakaran itu dilihat itu mirip kayak bentuk trapesium..nah trapesium .....*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang panjang tangga dan tinggi mobil pemadam itu?*
S1 : *panjang tangga itu sisi miring ...tinggi mobil itu sisi terpendek*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*
S1 : *itu sisi terpanjang trapesium*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal?*
S1 : *tinggi trapesium..*
P : *Kenapa kok mirip trapesium, apa yang kamu pikirkan?*
S1 : *soalnya ini ada sisi terpanjang dan sisi terpendek…terus sama sisi miring*



Gambar 4.4 Gambar Matematis yang dihasilkan oleh S1

S1 kembali menyederhanakan Gambar 4.4 dengan cara membagi bangun datar trapesium menjadi dua yaitu persegi panjang dan segitiga siku-siku. Hal ini karena ia berpikir bahwa jika tidak dipecah menjadi dua bangun datar, maka akan kesulitan untuk mencari model matematika yang sesuai. Dampaknya, ia terlebih dahulu memfokuskan pada segitiga siku-siku dan mengabaikan persegi panjang. S1 yang memfokuskan pada bangun datar segitiga siku-siku karena keinginannya untuk mencari informasi yang belum diketahui. S1 memberikan tanda tanya “?” pada sisi segitiga siku-siku yang dimaksud sebagai informasi yang akan ditelusuri. Tanda tanya yang diberikan S1 pada sisi miring menunjukkan bahwa ia berpikir bahwa jika ia berhasil mendapatkan informasinya, maka dapat mengetahui ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang di gedung tersebut. Gambar matematis digunakan oleh siswa untuk menentukan model matematika. Fakta ini dapat dilihat dari hasil wawancara dan Gambar 4.5 sebagai berikut;

P : *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S1: *trapesiumnya dibagi menjadi dua;* ***persegi panjang*** *sama* ***segitiga.***
Jadi ini dipisah...segitiga sama persegi panjangnya.
P : *Mengapa harus dipisah, apa yang ada dipikiranmu?*
S1: *Biar gampang untuk cari rumusnya.*
P :*Gambar segitiga itu kamu gunakan untuk apa?*
S1 :*saya gunakan untuk mencari rumus matematika biar dapat solusinya.*
P :*Berapa lamu kamu menyelesaikan gambar ini?*
S1 :*dari gambar situasional ke sini ada mungkin 10 menit.*



Gambar 4.5 S1 menghasilkan segitiga dari Gambar 4.4

4.2.1.5 Membuat Model Matematika

S1 berpikir bahwa konsep matematika yang tepat untuk masalah ini adalah Teorema Pythagoras. Proses pencarian tinggi segitiga dilakukan S1 dengan menggunakan Teorema Pythagoras untuk mencari tinggi dari segitiga siku-siku. Ia menjelaskan pada Teorema Pythagoras, mencari sisi miring segitiga siku-siku adalah akar tinggi kuadrat ditambah dengan alas kuadrat. Akan tetapi, dia menjelaskan pada segitiga siku-siku ini yang tidak diketahui adalah tingginya sehingga caranya adalah sisi miring kuadrat dikurangi dengan alas kuadrat. Fakta dapat ditunjukkan pada tahapan wawancara berikut;

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang Pythagoras?*
S1 : *segitiga siku-siku, sisi miring, alas, dan tinggi. A kuadrat sama dengan b kuadrat ditambah c kuardat.*

P : apa yang kamu pikirkan tentang huruf "a", "b", "c"?
S1 : a itu kan sisi miring segitiga siku-siku, b itu alas segitiga siku-siku, dan c itu tinggi segitiga siku-siku.
P : lalu pada kasus ini, apa yang ada dipikiranmu?
S1 : berarti cara mencari tinggi itu c sama dengan akar kuadrat dari a kuadrat dikurangi b kuadrat.
P : kenapa bisa ditulis ini, apa yang kamu pikirkan?
S1 : karena rumus Pythagoras. kalo nyari sisi miring….akar tinggi kuadrat ditambah alas kuadrat...
P : Kok beda sama ini, coba jelaskan apa yang kamu pikirkan?
S1 : lah ini kan kita cari alas...a sama dengan ..akar dari c kuadrat min b kuadrat.
P : Kenapa bisa milih yang ini bukan koknsep yang lain?
S1 :soalnya paling mirip dan cocok yaa Pythagoras.

Gambar 4.6 Model Matematika yang dihasilkan oleh S1

4.2.1.6 Hasil Matematika

Dalam mendapatkan hasil matematika, langkah selanjutnya, S1 menggunakan Teorema Pythagoras dengan menuliskan bahwa tinggi segitiga sama dengan akar 30 kuadrat dikurangi 12 kuadrat sama dengan akar kuadrat dari 756 (Lihat Gambar 4.7). Akar dari 756 adalah $6\sqrt{21}$, kemudian ditambahkan dengan tinggi mobil pemadam kebakaran yaitu 3.19 sehingga tinggi maksimalnya adalah $6\sqrt{21} + 3{,}19$ m (Lihat Gambar 4.7). Berikut adalah hasil wawancara peneliti dengan S1 dan Gambar 4.7 sebagai berikut;

P : *Apa yang dipikirkan kamu, selanjutnya?*
S1 : *dicari tinggi alas…… alas segitiganya*
P : *Terus bagaimana kamu memikirkan cari tingginya?*
S1 *: 30 kuadrat dikurangi 12 kuadrat akar 756 kuadrat dan* $6\sqrt{21}$ *meter itu ditambah sama ini …..ditambah tinggi mobil pemadam kebakarannya...jadi* $6\sqrt{21} + 3{,}19$ *meter.*

$30^2 - 12^2 = c^2$

$900 - 144 = c^2$

$756 = c^2$

$c = \sqrt{756} = \sqrt{36.21}$

$= 6\sqrt{21}$

$= 6\sqrt{21} + 3,19$ m

Gambar 4.7 Hasil Perhitungan Model Matematika yang dihasilkan oleh S1

4.2.1.7 Menentukan Solusi Real

Setelah mendapatkan hasil perhitungannya, S1 menginterpretasi hasil perhitungan dengan masalah. Ia terlihat berusaha untuk mengkomunikasikan hubungan antara jawaban dengan masalah. Hal ini diindikasikan dengan jawaban secara tertulis yang dilakukan oleh subjek. Hal ini dilakukan untuk memastikan bahwa hasil yang ia dapatkan sudah sesuai dengan masalah. Dalam proses akhir ini, peneliti menanyakan kepada subjek tentang tahapan yang paling lama dan sulit bagi subjek. S1 menghabiskan banyak waktunya pada tahapan menghasilkan gambar situasional. Berikut adalah hasil wawancara peneliti dengan S1 dan Gambar 4.8 sebagai berikut;

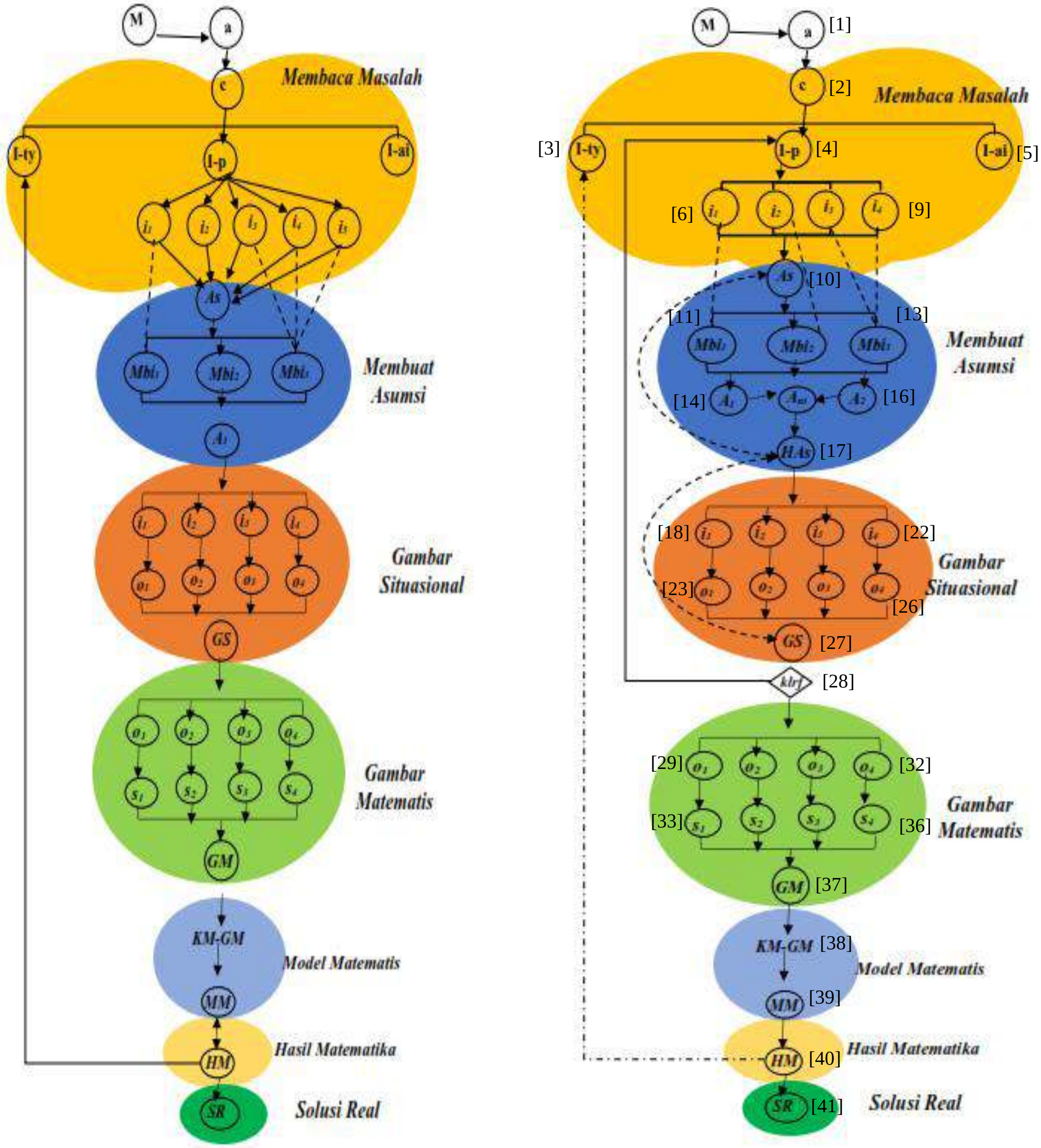
P : *Setelah itu, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S1 : *nah setelah dapat itu, saya harus mencocokkan hasil perhitungan dengan masalah.*
P : *mengapa harus dicocokkan?*
S1: *hasil perhitungannya tadi kita cocokkan ke masalah agar memasikan bahwa hasilnya sudah sesuai dengan masalah.*
P : *dari seluruh tahapan, tahapan mana yang paling membutuhkan berpikir?*
S1: *Kalo menurut saya, paling banyak membutuhkan berpikir itu saat menggambar situasional.*
P : *mengapa hal itu?apa saja yang kamu pikirkan pada tahapan itu?*
S1:*soalnya saya harus menterjemahkan cerita menjadi gambar…dan itu butuh waktu yang lama.*

Jadi ketinggian maksimal orang yang dapat diselamatkan yaitu $6\sqrt{21} + 3,19$ m

Gambar 4.8 S1 menginterpretasi Hasil Matematika berdasarkan masalah

Dalam menyederhanakan hasil paparan data ini, peneliti menjelaskan pada Diagram 4.1 tentang bagaimana berpikir modeling matematis yang terjadi pada S1 berdasarkan 7 Tahapan yaitu membaca masalah, membuat asumsi, menggambar situasional, menggambar matematis, membuat model matematika, hasil matematika, dan solusi real. Kegiatan membaca masalah terjadi mulai komponen (1) sampai (9) yaitu untuk memilih informasi penting dan mengeliminasi informasi yang tidak relevan. Kegiatan membuat asumsi terjadi mulai komponen (10) sampai (17) yaitu untuk mendapatkan ilustrasi masalah secara mental sebelum menghasilkan gambar situasional. Kegiatan menggambar situasional terjadi mulai terjadi mulai komponen (18) sampai (27) yaitu untuk menghasilkan gambar situasional berdasarkan informasi penting dan asumsi yang sudah dipilih. Setelah menggambar situasional, kegiatan mengecek kesesuaian antara gambar situasional dengan masalah antara komponen (28) dengan (4) yaitu untuk memastikan bahwa gambar situasional sudah sesuai dengan masalah. Kegiatan menggambar matematis terjadi mulai komponen (29) sampai (37) yaitu untuk mengabstraksi gambar situasional menjadi representasi matematis yang sesuai masalah.

Kegiatan membuat model matematika terjadi mulai komponen (38) sampai (39) yaitu untuk mendapatkan model matematika yang sesuai dengan masalah. Kegiatan hasil matematika terjadi pada komponen (40) yaitu untuk mendapatkan hasil perhitungan matematika. Kegiatan solusi real terjadi pada antar komponen (40) dengan (3) yaitu untuk menginterpretasikan hasil perhitungan matematika berdasarkan masalah yang menghasilkan solusi real pada komponen (41). Jika seluruh tahapan berpikir modeling matematis dikodingkan, maka dapat direpresentasikan pada Diagram 4.1 sebagai berikut;



Struktur Masalah

Struktur Berpikir S1

Diagram 4.1 Ilustrasi Berpikir Modeling Matematis S1

Keterangan:

Kode	Deskripsi	Kode	Deskripsi
M	Masalah Matematika	c	Memilih informasi
a	Membaca masalah	I-ai	Informasi yang diabaikan
b	Mengamati gambar	I-ty	Informasi yang ditanyakan
I-p	Informasi Penting		
i-1	Gedung yang terbakar	i-3	Panjang tangga mobil pemadam 30 meter
i-2	Jarak minimal mobil pemadam kebakaran dengan gedung yang terbakar yaitu 12 meter	i-4	Panjang mobil pemadam kebakaran 10 meter
As	Membuat Asusmi Masalah		
MBi_1	Membayangkan Gedung yang terbakar	MBi_{3-4}	Membayangkan mobil pemadam kebakaran
MBi_2	Membayangkan jarak antara mobil pemadam kebakaran dengan gedung yang terbakar		
As-2	Asumsi cara menyelamatkan orang yang terjebak dengan tangga	As-1	Asumsi cara menyelamatkan orang yang terjebak dengan tangga
HAs	Menentukan Asumsi masalah yang sesuai	As-nt	Menentukan Asumsi masalah yang sesuai
o-1	Objek gambar gedung yang terbakar	o-4	Objek gambar tangga mobil pemadam kebakaran
o-2	Memberikan jarak antar 2 objek gambar		
o-3	Objek gambar mobil pemadam kebakaran	GS	Gambar Situasional
s-1	Segmen garis sebagai tinggi segitiga siku-siku	s-3	Segmen garis sebagai alas segitiga siku-siku
s-2	Segmen garis sebagai alas segitiga siku-siku	s-4	Segmen garis sebagai tinngi mobil
GM	Gambar Matematis	KM-GM	Konsep matematika dan gambar situasional
MM	Model matematika dari masalah	HM	Hasil Perhitungan Matematika
SR	Solusi Real		
Un(Ip)	Memahami dengan menyeleksi informasi-informasi.	$Img(i_{1-3})$	Membayangkan Gedung yang terbakar

Un(G-Ip)	Memahami dengan menggabungkan informasi penting	$Img(i_{1-3})$	Membayangkan Jarak Minimal antara gedung yang terbakar
A1	Mengilustrasikan secara mental gambar situasi yang sesuai dengan masalah	$Img(i_{1-3})$	Membayangkan bagaimana menyelamatkan orang yang terjebak kebakaran dengan menggunakan mobil pemadam
Trn(Hub(I,o)	Transformasi informasi menjadi objek gambar	*Trn(Hub(I,o)*	Transformasi informasi seluruh objek gambar menjadi gambar situasi
Pgc	Proses Pengecekan	Pyh(Hub (o,s)	penyederhanaan objek gambar menjadi ruas garis
Pyh(Hub (GS,GM)	Penyederhanaan gambar situsional menjadi gambar matematis		
Pgc(Hub (GS,M)	Proses pengecekan Gambar Situasional dengan Masalah	Kls	Kalkuluasi perhitungan Matematika
Pgc(Hub (GM,M)	Proses pengecekan Gambar Matematis dengan Masalah	Vld	Validasi
⬭	Ide / gagasan	◇	Pertanyaan
→	Urutan berpikir	↔	Proses pengecekan
⇠⇢	Proses Reversibel		Membaca Masalah
	Membuat Asumsi		Menggambar Situasional
	Menggambar Matematis		Membuat Model Matematika
	Hasil Matematika		Solusi Real

Diagram 4.1 mengambarkan berpikir modeling matematis S1 yang menjelaskan sangat rinci pada seluruh tahapan. Untuk meringkas dan mudah memahami bagaimana berpikir modeling matematis terjadi pada antar tahapan (membaca, membuat masalah, menggambar situasional, menggambar matematis, model matematika, hasil matematika, dan solusi real, dapat disajikan pada Diagram 4.2 sebagai berikut;

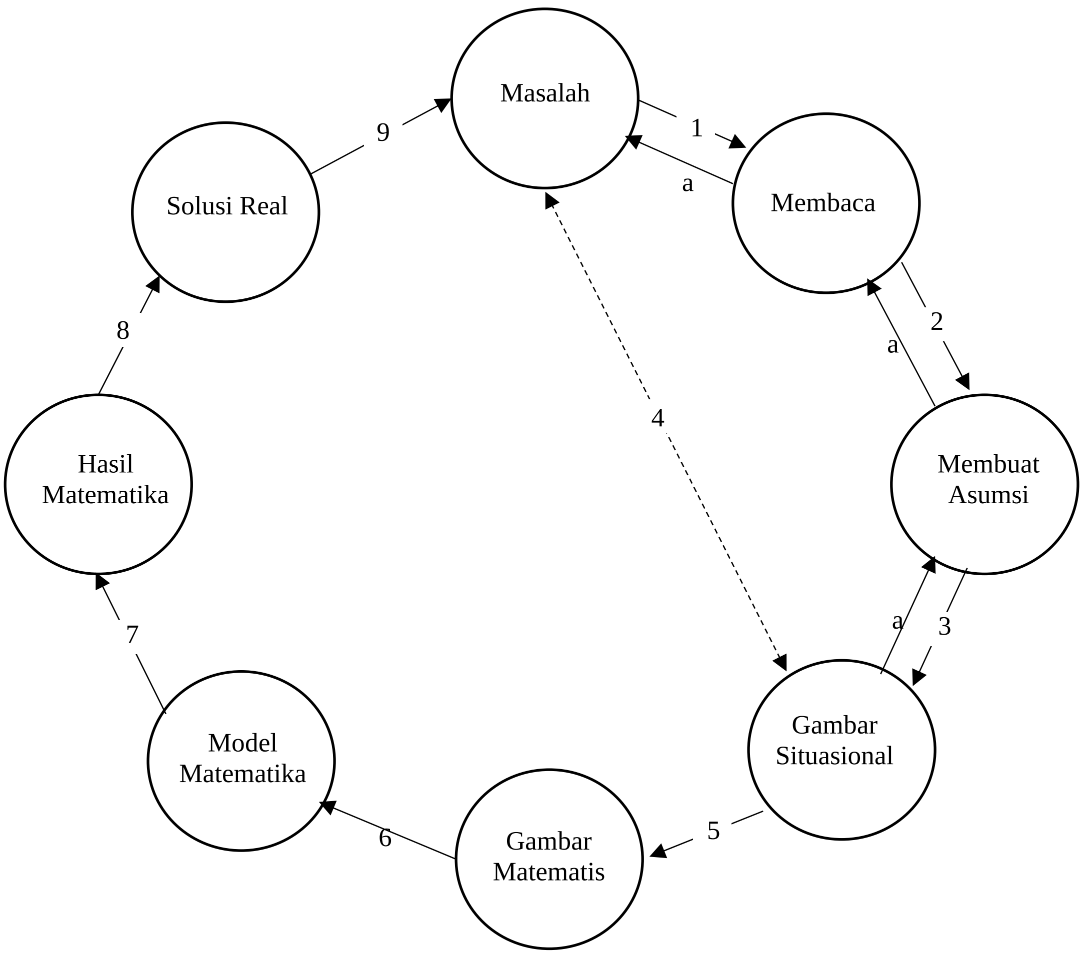


Diagram 4.2 Siklus Berpikir Modeling Matematis S1

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
→	Transisi antar tahapan	↔	Transisi bolak balik antar tahapan	○	Tahapan

4.2.2 Berpikir Modeling Matematis S2

4.2.2.1 Membaca Masalah

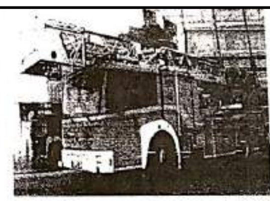
S2 menjelaskan bahwa awalnya ia membaca masalah secara keseluruhan dan memperhatikan gambar mobil pemadam kebakaran. Pada saat mencari informasi yang penting dari masalah, ia terlihat menengok ke atas langit-langit seperti orang kebingunan dan kadang terlihat sambil memainkan pulpen pada meja. S2 membingungkan langkah apa yang harus dilakukan untuk menyelesaikan masalah ini. S2 bingung karena merasa baru pertama mengerjakan masalah matematika dalam bentuk cerita seperti ini. Hasil wawancara peneliti dengan S2 disajikan sebagai berikut;

P : Apa yang pikirkan saat pertama mengerjakan masalah ini?
S2 : Saya baca dulu semua cerita….sama lihat ada gambar mobil pemadam.
P : apa yang ada dipikiranmu saat membaca pertama?
S2 : saya agak bingung pas pertama baca
P : Apa yang kamu bingungkan?
S2 : saya bingung cara mengerjakannya seperti apa…
P : Mengapa kamu bingung?
S2 : soalnya baru pertama mengerjakan masalah matematika seperti ini.

S2 mengatasi kebingungannya dengan cara membaca informasi secara berulang-ulang mengenai panjang tangga mobil pemadam, gedung yang terbakar, panjang mobil pemadam, dan jarak minimal mobil pemadam kebakaran dengan gedung yang terbakar. Pada saat membaca ulang, ia secara bersamaan menggarisbawahi bilangan “12” (*indikasi indentifikasi informasi penting*) yang menjelaskan mengenai jarak minimal gedung yang terbakar dengan mobil pemadam. S2 juga menggarisbawahi bilangan “10” yang menunjukkan panjang mobil pemadam, bilangan “3,19” yang menunjukkan tinggi mobil pemadam kebakaran, dan bilangan “30” yang menunjukkan panjang tangga mobil pemadam. Bilangan-bilangan yang digarisbawahi (lihat Gambar 4.9) merupakan informasi penting yang telah dipilih karena dapat membantu untuk mencari ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang yang terjebak di gedung yang terbakar. Hasil wawancara peneliti dengan S2 dan Gambar 4.9 dapat sebagai berikut;

P : *langkah apa yang kamu pikirkan untuk mengatasi kebingunganmu?*
S2 : *saya baca aja masalahnya…berulang-ulang.*
P : *mengapa harus membaca berulang-ulang?*
S2 : *pas baca itu kan kita bisa milih…informasi yang penting*
P : *apa saja informasi-informasi penting itu?*
S2 : *jarak minimal 12..terus panjang mobil pemadam ini 10, tinggi mobil 3,19 meter..dan panjang tangga 30 meter.*
P : *Bagaimana kamu memisahkan informasi penting atau tidak?*
S2 : *informasi penting saya kasih garis bawah.*
P : *Informasi-informasi apa saja yang kamu garis bawahi?*
S2 : *gedung yang terbakar..ini 10..3,19..terus 30..*
P : *Mengapa harus digarisbawahi?*
S2 : *Saya menggarisbawahi ini semua agar mudah nanti membayangkan situasi dari masalah ini seperti apa.*
P : *Berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk memilih informasi ini?*
S2 : *15 menitan kali yaa…kira-kira.*

Pada tahun 2018, pemadam kebakaran Kota Malang mendapat mobil pemadam kebakaran baru dengan tangga belokan. Penggunaan sangkar di ujung tangga, memungkinkan seorang Pemadam Kebakaran untuk menyelamatkan orang-orang dari tempat-tempat yang tinggi. Menurut peraturan resmi, saat menyelamatkan orang, Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar. Data teknis Mesin Mobil Pemadam Kebakaran adalah sebagai berikut;



Model Mesin	:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Diesel;
Tahun Produksi	:	2018;
Kekuatan	:	205 kw (279 HP);
Kapasitas Air Kubik	:	6374 cm^3;
Dimensi Mobil	:	panjang 10 meter lebar 2.5 meter tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga	:	panjang 30 meter;
Berat Mesin dibongkar	:	15540 kg
Berat Total	:	18000 kg

Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak dalam Gedung yang terbakar dapat diselamatkan oleh tim pemadam kebakaran Kota Malang. Selesaikan dan tuliskan bagaimana anda menemukan solusinya?

Gambar 4.9 S2 memberikan tanda pada informasi-informasi penting

4.2.2.2 Membuat Asumsi Masalah

Pada tahapan membuat asumsi, informasi-informasi yang telah dipilih oleh S2 selanjutnya digunakan sebagai dasar untuk membuat asumsi terkait dengan masalah. Selanjutnya, S2 mengasumsikan dua kejadian. Pertama, ia mengasumsikan bahwa ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang di gedung yang terbakar dengan memposisikan mobil menghadap dari samping gedung yang terbakar. Asumsi yang kedua, ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang pada di gedung yang terbakar dengan memposisikan mobil menghadap depan gedung yang terbakar. Setelah membuat dua asumsi, S2 memilih asumsi yang kedua. Hal ini karena S2 meyakini asumsi yang kedua yang tepat untuk masalah ini. Hasil wawancara peneliti dengan S2 dapat sebagai berikut;

P :*setelah dapat informasi pentingnya, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2 :*nah…informasi-informasinya kaya perlu digabung.*
P :*mengapa harus digabung?*
S2 :*biar bisa membuat ilustruasi dari masalahnya…*
P :*Informasi-informasi penting itu kamu gunakan untuk apa?*
S2 : *informasi-informasi penting itu kita gunakan buat ilustrasi masalahnya.*
P :*Apa yang kamu ilustrasikan terkait masalah ini?*
S2 :*jadi cara menyelamatkan orang yang terbakar itu bisa dua asumsi…*
P :*apa yang kamu pikirkan pada asumsi pertama?*
S2 :*pertama, saya pikir bisa menyelamatkan orang kalo mobilnya diposisikan dari samping.*
P : *Apa yang kamu pikirkan pada asumsi kedua?*
S2:*asumsi kedua, saya pikir kalo mobilnya itu diposisikan menghadap ke gedung yang terbakar.*
P : *Lalu, apa yang kamu pikirkan setelah membuat dua asumsi tersebut?*
S2 :*saya pilih yang kedua…soalnya jarang kayanya kalo mobil pemadam kebakaran menyamping.*
P : *Memang biasanya, bagaimana posisi mobil pemadam yang ada dipikiranmu?*
S2 :*menghadap depan atau samping gitu…biasanya…*
P : *Berapa lama waktu yang kamu butuhkan untuk tahapan ini?*
S2: *Ada mungkin 15 menitan.*

4.2.2.3 Menggambar Situasional

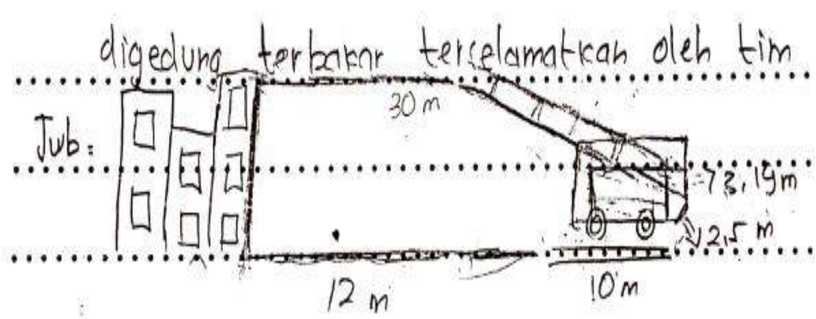
Setelah membuat asumsi terkait dengan masalah, ia memikirkan gedung itu biasanya tinggi dan memiliki banyak kaca. Informasi gedung yang terbakar ditransformasi gambar persegi panjang yang dilengkapi dengan persegi panjang dengan ukuran yang lebih kecil. Selanjutnya, ia berpikir bahwa jarak antar gedung yang terbakar sebagai titik awal pembuatan gambar mobil pemadam kebakaran. Hal ini sebagai maksud dari kalimat "*jarak minimal antara gedung yang tebakar dengan mobil pemadam kebakaran yaitu 12 meter*". S2 memikirkan bahwa mobil mepadam itu besar dan memiliki tangga. Informasi mengenai mobil pemadam kebakaran yang sudah dipikirkan selanjutnya ditranformasi dengan menggambar bagian depan mobil pemadam terlebih dahulu, lalu melanjutkan dengan bagian belakang mobil pemadam kebakaran. Ia juga mentransformasi informasi tangga mobil pemadam kebakaran dengan menggambar tangga mobil pemadam yang berimpitan dengan gedung yang terbakar. Gambar tangga mobil pemadam dibuat berimpitan dengan gedung bertujuan agar seorang pemadam dapat menyelamatkan lebih mudah orang yang terjebak di gedung yang terbakar. Gambar situasional digunakan oleh S2 untuk memahami masalah. Hasil wawancara peneliti dan S2 dapat dilihat sebagai berikut;

P : *apa yang ada dipikiranmu selanjutnya?*
S2 :*setelah buat asumsi masalah, saya gambar dulu…*
P : *gambar apa saja ada dipikirkanmu untuk masalah ini?*
S2 :*gedung yang terbakar, mobil pemadam, jarak minimal.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*
S2 :*gedung itu tinggi…terus biasaya kotak sama ada kacanya gitu.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang mobil pemadam kebakaran?*
S2 :*mobil pemadam itu kaya persegi panjang Cuma kita kasih roda sama tangga*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal antar gedung yang terbakar dan mobil pemadam?*
S2 : *memisahkan antara mobil pemadam dengan gedung yang terbakar.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang tangga mobil pemadam kebakaran?*
S2 : *tangga mobil pemadam itu untuk menyelamatkan orang. Jadi harus menempel dengan gedung.*
P : *Apa yang kamu pikirkan, kenapa tangganya berimpitan dengan gedung?*
S2 :*Tangga saya menempel dengan gedung agar pemadam kebakaran dapat menyelamatkan orangnya yang terjebak di gedung yang terbakar.*
P : *coba jelaskan bagaimana kamu melakukannya?*
S2 :*saya gambar gedung dulu…kaya gini…terus kasih jarak…baru gambar mobil pemadam kebakaran.*

Setelah gambar situasional telah selesai, ia memberikan keterangan pada gambar sesuai dengan informasi yang tersedia. Dia menuliskan kata " tinggi mobil 3 meter" pada gambar tinggi mobil pemadam, kata "panjang mobil 10 meter" dan dan kata "jarak

12 m” pada ruas garis yang menunjukkan jarak antar gedung dengan mobil pemadam kebakaran. S2 juga menuliskan kata “panjang tangga 30 m” pada gambar panjang tangga mobil pemadam, dan kata “tangga belokkan” pada gambar tangga belokan. Ia juga menuliskan huruf “*x*” yang menunjukkan ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang, dan kata “gedung” pada gambar persegi panjang yang menunjukkan gambar gedung yang terbakar. Hasil wawancara peneliti dengan S4 dan Gambar 4.7 disajikan sebagai berikut;

P : *Setelah gambar situasional, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2 : *saya kasih dulu keterangan pada gambarnya*
P : *Apa saja yang diberikan keterangan pada gambar?*
S2 :*ini jarak mobil dengan gedung itu jaraknya 12 meter…lalu ini tinggi mobil 3 meter…terus panjang mobil 10 meter…panjang tangga 30 meter… ini tangga belokan…nah ini x itu ini ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang.*
P : *apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2 : *Setelah digambar situasionalnya…saya mengecek dulu..apa sesuai dengan masalah.*
P : *bagaimana kamu melakukan pengecekan itu?*
S2 : *Saya baca masalah sambil melihat gambar situasinya…sesuai tidak dengan ceritanya….*
P : *mengapa harus dicek terlebih dahulu?*
S2 : *untuk memastikan bahwa ilustrasi yang dibuat itu sudah sesuai dengan masalah.*



Gambar 4.10 Gambar Situasional yang dihasilkan oleh S2

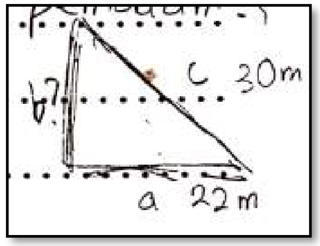
4.2.2.4 Menggambar Matematis

Pada tahapan gambar matematis, S2 berpendapat gambar situasional (Lihat Gambar 4.10) ini memiliki kesamaan dengan segitiga siku-siku. Ia memulai dengan memilih informasi penting dari Gambar 4.10 yaitu (1) gedung yang terbakar, (2) gambar panjang mobil pemadam kebakaran,(3) gambar jarak minimal gedung yang terbakar dengan mobil pemadam kebakaran, (4) gambar tinggi mobil pemadam kebakaran, dan (5) gambar panjang tangga mobil pemadam kebakaran. Selanjutnya, ia menjumlahkan informasi mengenai tinggi mobil pemadam dengan panjang tangga mobil pemadam kebakaran. Lalu, ia menggabungkan dua informasi mengenai panjang mobil pemadam kebakaran, dan jarak minimal dengan gedung yang terbakar. Dia menggunakan 2 informasi untuk menghasilkan gambar situasional yaitu hasil penjumlahan antara panjang mobil dan jarak minimal gedung yang terbakar dan hasil penjumlahan antara panjang tangga mobil pemadam dengan tinggi mobil pemadam. Informasi-informasi ini selanjutnya digunakan untuk menghasilkan gambar matematis.

Pada tahapan menggambar segitiga siku-siku, ia mulai menggambar segitiga siku-siku dimana sisi miringnya adalah panjang tangga mobil pemadam kebakaran , alasnya adalah hasil penjumlahan antara jarak minimal dengan panjang mobil pemadam kebakaran, dan tingginya adalah tinggi gedung yang terbakar. Setelah gambar segitiga siku-siku dihasilkan, S2 menuliskan bilangan “30” pada sisi miring segitiga siku-siku, bilangan “22” pada alas segitiga siku-siku, dan huruf “x” pada tinggi segitiga siku-siku. Hasil wawancara peneliti dengan S2 dan Gambar 4.11 disajikan sebagai berikut;

P: *Setelah itu apa kamu pikirkan selanjutnya?*
S2: *gambar situasional ini kok seperti segitiga siku-siku.*
P: *Coba tunjukkan, mana yang seperti segitiga siku-siku?*
S2: *tangga belokan…tinggi maksimal gedung, dan jarak minimal tambah panjang mobil..kan mirip segitiga siku-siku*
P: *Kenapa kok mirip segitiga siku-siku?*
S2: *soalnya ini gambar tangga mobil pemadam dan tinggi mobil pemadam kan bisa jadi sisi miring segitiga, terus panjang mobil pemadam ditambah jarak minimal bisa jadi alas segitiganya…kan yang dicari tinggi gedungnya…jadi mirip kaya segitiga siku-siku*
P: *Setelah itu, apa yang kamu pikirkan?.*
S2: *Saya gambar dulu segitiganya….*
P: *Setelah gambar segitiga, langkah apa yang kamu pikirkan selanjutnya?.*
S2: *setelah gambar segitiga, saya tulis 30 sebagai sisi miring segitiga siku-siku…terus 22 sebagai alas segitiga siku-sikunya…terus x itu ketinggian maksimal yang akan dicari.*

P: *Dapat 22 itu dari mana, coba jelaskan apa yang dipikiranmu?*
S2: *10 ditambah 12. 12 itu jarak minimal, dan 10 itu panjang mobil pemadam*

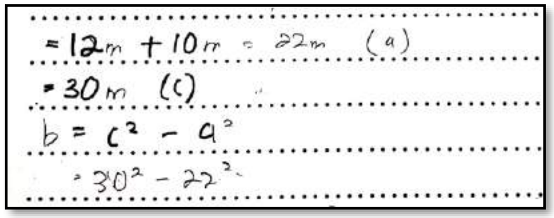


Gambar 4.11 Gambar Matematis yang dihasilkan oleh S2

4.2.2.5 Membuat Model Matematika

Pada tahapan membuat model matematika, S2 lakukan setelah menghasilkan gambar segitiga, ia berusaha mencari tinggi maksimal dari gedung yang terbakar. S2 berpendapat bahwa untuk mencari ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang di gedung yang terbakar dengan menggunakan Teorema Pythagoras. Ia berasalan Teorema Pythagoras tepat untuk masalah ini karena untuk mencari tinggi dari segitiga siku-siku dapat menggunakan hasil akar dari sisi miring kuadrat segitiga siku-siku dikurangi dengan alas kuadrat segitiga siku-siku. Ia menjelaskan pada segitiga siku-siku ini yang tidak diketahui adalah tingginya sehingga caranya adalah hasil akar kuadrat dari sisi miring kuadrat dikurangi dengan alas segitiga siku-siku kuadrat. Hasil wawancara peneliti dengan S2 dan Gambar 4.12 disajikan berikut;

P :*setelah gambar segitiga, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2 : *Setelah gambar segitiga siku-siku…yang saya cari kan x, jadi bisa menggunakan Teorema Pythagoras…..*
P : *Kenapa harus Teorema Pythagoras?*
S2 : *karena kalo segitiga siku-siku…mencari tinggi dari segitiga itu bisa dari hasil akar sisi miring kuadrat dikurangi alas segitiga kuadrat*
P : *coba jelaskan, apa yang ada dipikiranmu?*
S2 : *Jadi mencari tinggi maksimal itu x ….caranya 33 kuadarat dikurangi 22 kuadarat…x itu tinggi maksimal, 33 itu ini…jumlah panjang tangga dengan tinggi mobil*

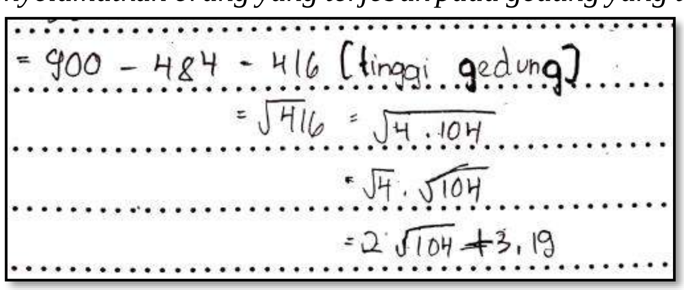


Gambar 4.12 Model Matematika yang dihasilkan oleh S2

4.2.2.6 Hasil Matematika

Dalam mendapatkan hasil matematika, ia menuliskan bilangan "30^2" sebagai representasi dari hasil penjumalahan antara tinggi mobil pemadam dengan panjang tangga mobil pemadam, bilangan "22^2" sebagai representasi dari hasil penjumlahan antara jarak minimal dengan panjang mobil pemadam kebakaran, dan huruf "*x*" sebagai ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelematkan orang di gedung yang terbakar. S2 menjelaskan bahwa *x* sama dengan 30 kuadarat dikurangi 22 kuadrat sama dengan akar 900 dikurangi 484 sama dengan akar 416. Ia menjelaskan bahwa akar 416 itu adalah ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang pada gedung yang terbakar. Hasil wawancara peneliti dengan S2 dan Gambar 4.13 disajikan sebagai berikut;

P: *Apa yang kamu pikirikan selanjutnya?*
S2*: 30 kuadrat dikurangi 22 kuadrat akar sama dengan 900 dikurangi 484 sama dengan 416...jadi hasilnya itu x sama dengan akar 416 sama dengan 20,39*.
P: *Maksudnya akar* 416 *itu apa?*
S2*: Akar* 416 *itu ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang yang terjebak pada gedung yang terbakar*

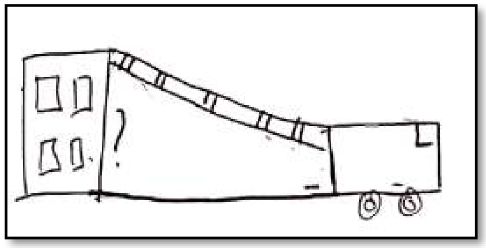


Gambar 4.13 Hasil Perhitungan Model Matematika yang dihasilkan oleh S2

4.2.2.7 Merevisi Gambar Situasional

Pada tahapan mentransformasi informasi, ia mulai dengan mentranformasi gedung yang terbakar menjadi gambar persegi panjang (Lihat Gambar 4.14). Kemudian, dia memberikan jarak antar gedung yang terbakar sebagai titik awal pembuatan gambar mobil (Lihat Gambar 4.14). Hal ini sebagai maksud dari kalimat "*jarak minimal antara gedung yang tebakar dengan mobil pemadam kebakaran yaitu 12 meter*". Setelah itu, ia mentransformasi informasi mobil pemadam kebakaran berada di depan gedung yang terbakar dimulai dengan menggambar bagian depan mobil pemadam yang langsung menghadap ke gedung yang terbakar, lalu melanjutkan bagian belakang, dan melengkapi dengan ilustrasi ban-ban mobil (Lihat Gambar 4.10). Dalam melengkapi gambar situasional ini, S2 mentransformasi informasi mengenai tangga mobil pemadam dengan menggambar tangga mobil pemadam yang berhimpitan dengan gedung yang terbakar. Hasil wawancara mengenai tahapan S2 memilih informasi-informasi penting dan Gambar 4.14 disajikan sebagai berikut;

P : *apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2 : *ilustrasi masalahnya kan sudah saya revisi…nah saya gambar lagi sekarang*
P : *gambar apa saja yang dibutuhkan ?*
S2 : *mobil pemadam kebakaran, gedung yang terbakar, jarak minimal, tangga mobil pemadam kebakaran*
P : *apa yang kamu pikirkan tentang posisi mobil pemadam?*
S2 : *posisi mobil pemadam itu harus dibelakang, jadi tangga mobil pemadam nya lebih tinggi.*
P : *apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal?*
S2 *: jarak yang memisahkan antar gedung yang terbakar dengan posisi mobil pemadam.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*
S2 :*gedung itu tinggi…terus biasaya kotak sama ada kacanya gitu.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang mobil pemadam kebakaran?*
S2 :*mobil pemadam itu kaya persegi panjang*
P : *apa yang kamu pikirkan tentang tangga mobil pemadam?*
S2 *: tangga mobil pemadam itu panjang…bisa miring terus ada belokkannya agar bisa menyelamatkan orang.*
P : *coba sekarang, jelaskan bagaimana kamu menggambarnya?*
S2 *: saya gambar gedungnya dulu …ini kotak, terus kasih jarak segini…baru gambar mobil pemadamnya…posisinya membelakangi gedung. Baru saya gambar tangga mobil pemadam untuk menyelamatkan orang.*



Gambar 4.14 Gambar Situasional setelah direvisi oleh S2

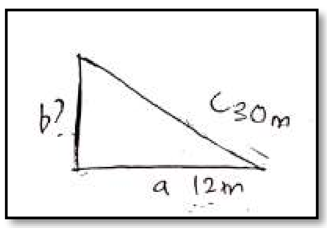
Selanjutnya, ia memberikan keterangan ukuran pada gambar sesuai dengan informasi yang tersedia. Dia menuliskan bilangan “3.19 m” pada gambar tinggi mobil pemadam, bilangan “30 m” pada gambar panjang tangga mobil pemadam, bilangan “10 m” pada ruas garis yang menunjukkan panjang mobil pemadam, dan bilangan “12 m” pada ruas garis yang menunjukkan jarak antar gedung dengan mobil pemadam kebakaran. Hasil wawancara peneliti dengan S2 disajikan sebagai berikut;

P : *Setelah merevisi gambar situasional, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2 : *saya kasih keterangan dulu?*
P : *apa saja yang diberikan keterangan pada gambar?*
S2 : *ini 3.19 meter itu tinggi mobil, 30 m itu panjang tangga belokan, 10 m itu panjang mobil, sama 12 meter itu jarak minimal mobil dengan gedung yang terbakar*
P : *apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2 : *saya cek lagi gambar situasionalnya dengan masalah.*
P : *bagaimana kamu melakukan pengecekkannya?*
S2 : *saya cocokkan antara gambar dengan cerita yang ada di masalah.*
P : *mengapa harus dicek kembali?*
S2 : *biar jelas aja..biar yakin gitu.*

4.2.2.8 Merevisi Gambar Matematis

Pada tahapan merevisi gambar matematis, S2, ia mulai menggambar segitiga siku-siku dimana sisi miringnya adalah jumlah dari panjang tangga mobil pemadam kebakaran dan tinggi mobil pemadam kebakaran, alasnya adalah hasil penjumlahan antara jarak minimal dengan panjang mobil pemadam kebakaran, dan tingginya adalah tinggi gedung yang terbakar. Hal ini menunjukkan bahwa ia berhasil mereduksi objek gambar menjadi ruas-ruas garis yang mengkonstruksikan segitiga siku-siku. Setelah gambar segitiga siku-siku dihasilkan, S2 menuliskan bilangan “30” pada sisi miring segitiga siku-siku, bilangan “12” pada alas segitiga siku-siku, dan huruf “x” pada tinggi segitiga siku-siku. Gambar matematis ini digunakan oleh subjek untuk mendapatkan rumus matematika yang sesuai dengan masalah. Hasil wawancara peneliti dengan S2 dan Gambar 4.15 disajikan sebagai berikut;:

P: *Apa yang selanjutnya kamu lakukan?*
S2: *menurut saya gambar situasional ini mirip dengan segitiga siku-siku.*
P: *Mengapa mirip dengan segitiga siku-siku?*
S2: *soalnya tangga mobil pemadam itu jadi sisi miring segitiga siku-siku, terus jarak minimal itu alas segitiga siku-siku, terus tinggi gedung itu tinggi segitiga siku-siku.*
P: *Apa yang selanjutnya kamu lakukan?*
S2: *saya gambar dulu segitiga siku-sikunya….*
P: *coba bisa dijelaskan?*
S2: *ini tangga mobil pemadam saya bikin jadi sisi miring segitiga siku-siku, terus jarak minimal saya bikin jadi alas segitiga siku-siku, dan tinggi gedung jadi tinggi segitiga siku-siku.*
P: *setelah itu, apa yang kamu selanjutnya?*
S2: *saya kasih dulu…keterangan pada segitiga siku-sikunya.*
P: *keterangan apa saja yang kamu berikan pada segitiga siku-siku?*
S2: *30 buat sisi miringnya, 12 itu jarak minimalnya, terus x itu ketinggian gedung.*
P: *Mengapa kamu harus menggambar segitiga siku-siku?*
S2: *agar mudah cari rumusnya.*



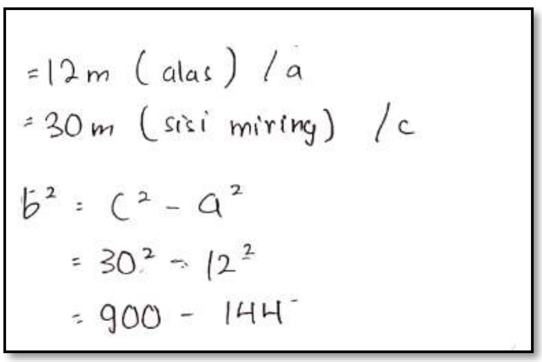
Gambar 4.15 Gambar Matematis setelah direvisi oleh S2

4.2.2.9 Merevisi Model Matematika

Pada tahapan merevisi model matematika, proses pencarian tinggi segitiga dilakukan S2 dengan menggunakan Teorema Pythagoras untuk mencari tinggi dari segitiga siku-siku. Ia menjelaskan pada Teorema Pythagoras, mencari sisi miring segitiga siku-siku adalah akar tinggi kuadrat ditambah dengan alas kuadrat. Akan tetapi, dia menjelaskan pada segitiga siku-siku ini yang tidak diketahui adalah tingginya sehingga caranya adalah sisi miring kuadrat dikurangi dengan alas kuadrat.

Langkah selanjutnya, S2 menggunakan Teorema Pythagoras dengan menuliskan bahwa tinggi segitiga sama dengan akar 30 kuadrat dikurangi 22 kuadrat sama dengan akar kuadrat dari 416 (Lihat Gambar 4.16). Akar dari 416 adalah 20.39, kemudian ditambahkan dengan tinggi mobil pemadam kebakaran yaitu 3.19 sehingga tinggi maksimalnya adalah 23.78 m (Lihat Gambar 4.16). Hasil wawancara peneliti dan Gambar 4.16 disajikan sebagai berikut;

P: *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2: *dicari tinggi segitiga siku-siku…jadi pakai Teorema Pythagoras.*
P: *Apa yang ada pikirkanmu tentang Teorema Pythagoras?*
S2: *Pythagoras itu dipakai dalam segitiga siku-siku. Sisi miring kuadarat sama dengan alas kuadrat ditambah tinggi kuadrat.*
P: *Apa yang kamu pikirkan Pythagoras pada masalah ini?*
S2: *dicari tinggi segitiga siku-siku, jadi tinggi kuadrat sama dengan sisi miring kuadrat dikurangi alas kuadrat.*
P: *Apa yang kamu pikirkan selanjutnyai?*
S2: *djadi x kuadrat sama dengan 30 kuadrat dikurangi 12 kuadrat sama dengan 900 dikurangi 144. x kuadrat sama dengan 756. Jadi x sama dengan akar 756.*



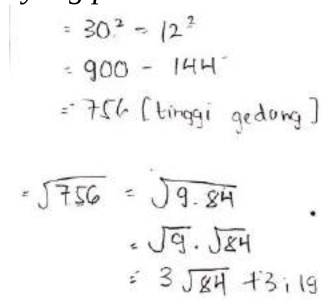
Gambar 4.16 Model Matematika yang direvisi oleh S2

4.2.2.10 Hasil Matematika

Dalam mendapatkan hasil matematika, S2 mencocokkan hasil dengan masalah. Hal ini dilakukan untuk memastikan bahwa hasil yang ia dapatkan sudah sesuai dengan masalah. Dalam proses ini, S2 menghabiskan banyak waktunya pada tahapan menghasilkan gambar situasional. Berikut adalah hasil wawancara peneliti dengan S2 dan Gambar 4.17 sebagai berikut;

P: *apa yang anda pikirkan selanjutnya?*
S2: *hasilnya itu saya cocokkan terlebih dahulu dengan masalah.*

P : *mengapa harus dicocokkan?*
S2 : *hasil perhitungannya tadi kita cocokkan ke masalah agar memasikan bahwa hasilnya sudah sesuai dengan masalah.*
P: *setelah dapat hasilnya, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2: *saya bandingkan hasil yang pertama itu kan akar 416, hasil yang kedua itu akar 756*
P: *Lalu, apa yang kamu pikiran antara dua hasil tersebut?*
S2: *karena hasilnya lebih besar yang kedua, maka saya pikir yang kedua itu maksimal, sedangkan yang pertama itu minimal.*



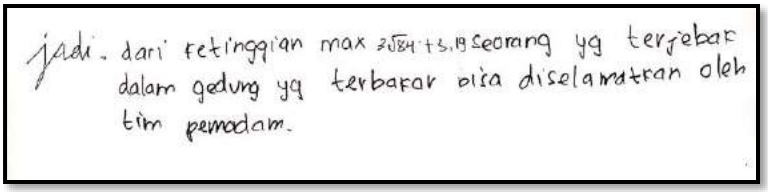
Gambar 4.17 Hasil Perhitungan Model Matematika yang direvisi oleh S2

4.2.2.11 Menentukan Solusi Real

Pada tahap membuat solusi real, S2 selanjutnya menginterpretasikan hasil matematika menyesuaikan dengan masalah matematika. S2 mengkomunikasikan hasil interpretasinya secara tertulis (Lihat Gambar 4.18) dan menjelaskan hasil interpretasinya secara lisan pada saat wawancara. Dalam proses ini, S2 menghabiskan banyak waktunya pada tahapan menghasilkan gambar situasional dan membuat asumsi masalah. Hal ini dapat dilihat pada hasil wawancara peneliti dengan S2 dan Gambar 4.18 sebagai berikut;

P: *Setelah itu, apa yang kamu pikirkan tentang minimal dan maksimal? Apa maksudnya?*
S2 : *kalo minimal itu…berarti menyelamatkan orang minimal tingginya segitu, kalo maskimal berarti menyelamatkan orang dengan mobil pemadam bisa paling tinggi itu nilainya segitu.*
P : *dari seluruh tahapan, tahapan mana yang paling membutuhkan berpikir?*
S2 : *Kalo menurut saya, paling banyak membutuhkan berpikir itu saat menggambar situasional…*
P : *mengapa hal itu?apa saja yang kamu pikirkan pada tahapan itu?*
S2 : *soalnya saya harus menterjemahkan cerita menjadi gambar…dan itu butuh waktu yang lama.*

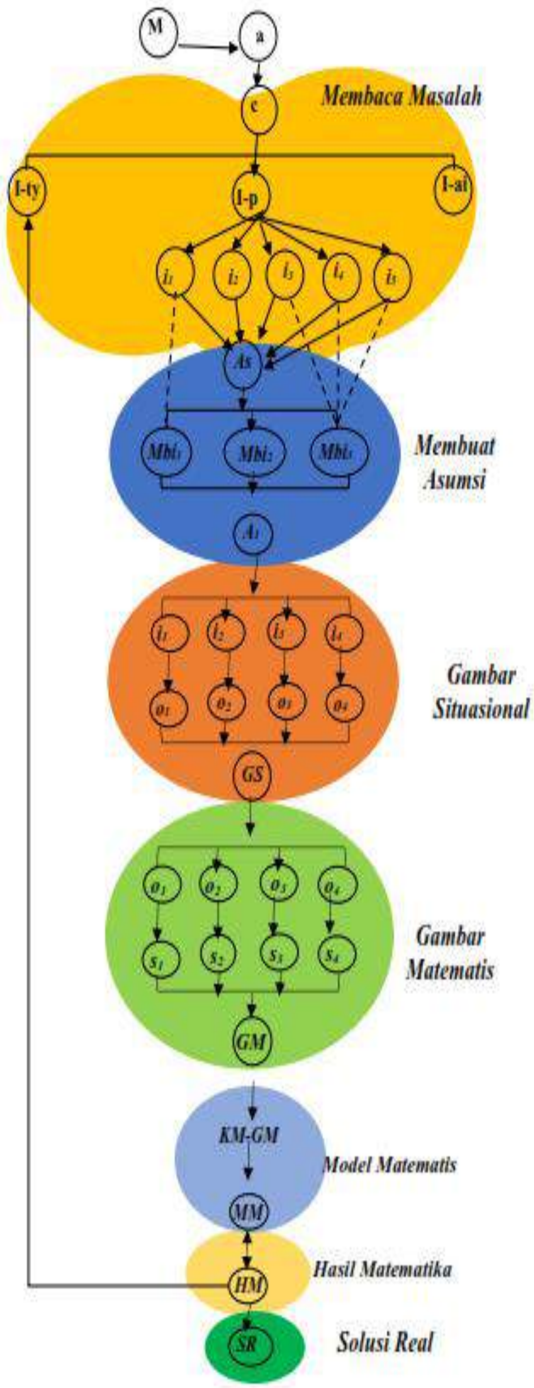
P : *berapa lama waktu yang ada butuhkan saat menggambar?*
S2 : *ada 30 menitan pak.*


jadi. dari ketinggian max $3\sqrt{84}+5,19$ seorang yg terjebak dalam gedung yg terbakar bisa diselamatkan oleh tim pemadam.

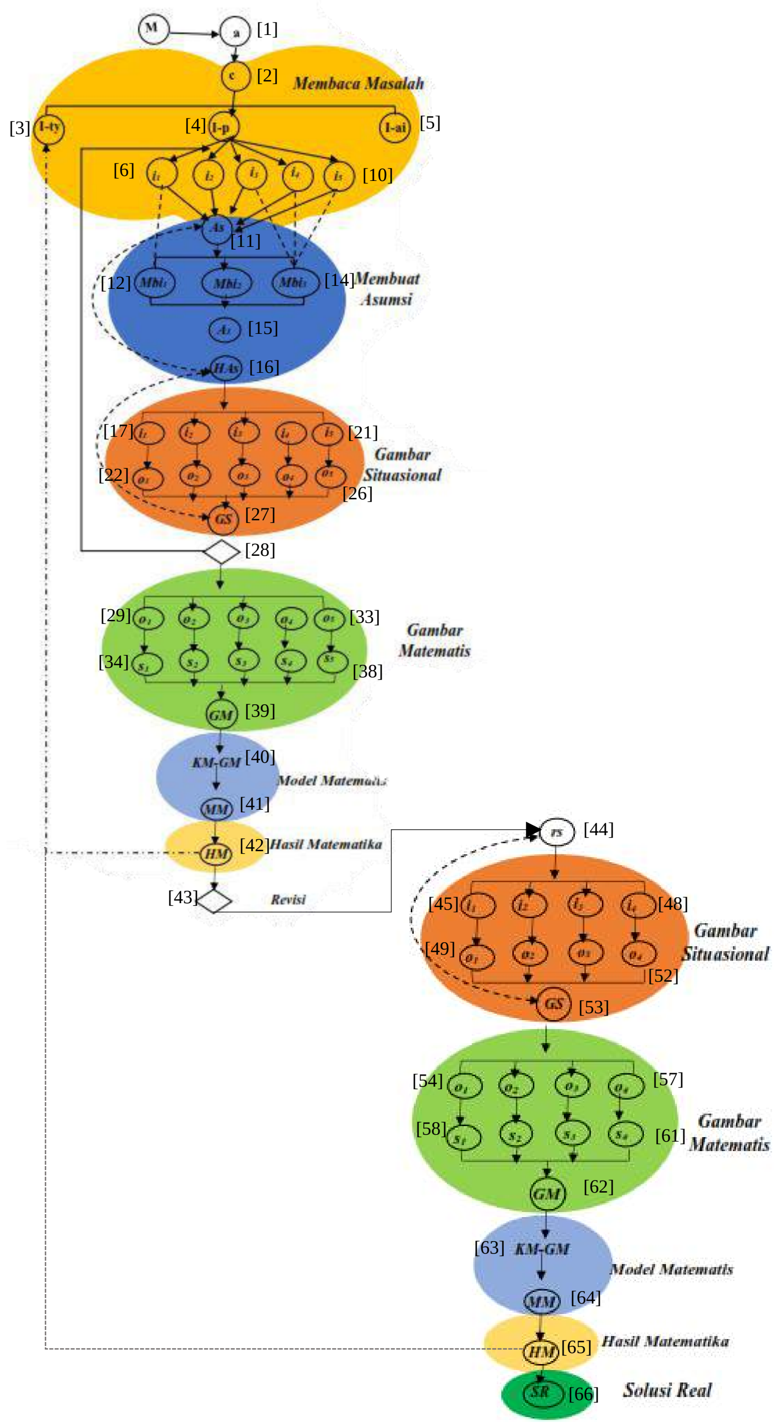
Gambar 4.18 S2 menginterpretasi hasil matematika berdasarkan masalah

Dalam menyederhanakan hasil paparan data ini, peneliti menjelaskan pada Diagram 4.3 tentang bagaimana berpikir modeling matematis yang terjadi pada S2 berdasarkan 7 tahapan yaitu membaca masalah, membuat asumsi, menggambar situasional, menggambar matematis, membuat model matematika, hasil matematika, dan solusi real. Kegiatan membaca masalah terjadi mulai komponen (1) sampai (10) yaitu untuk memilih informasi penting dan mengeliminasi informasi yang tidak relevan. Kegiatan membuat asumsi terjadi mulai komponen (11) sampai (16) yaitu untuk mendapatkan ilustrasi masalah secara mental sebelum menghasilkan gambar situasional. Kegiatan menggambar situasional terjadi mulai terjadi mulai komponen (17) sampai (27) yaitu untuk menghasilkan gambar situasional berdasarkan informasi penting dan asumsi yang sudah dipilih. Setelah menggambar situasional, kegiatan mengecek kesesuaian antara gambar situasional dengan masalah antara komponen (28) dengan (4) yaitu untuk memastikan bahwa gambar situasional sudah sesuai dengan masalah. Kegiatan menggambar matematis terjadi mulai komponen (29) sampai (39) yaitu untuk mengabstraksi gambar situasional menjadi representasi matematis yang sesuai masalah.

Kegiatan membuat model matematika terjadi mulai komponen (40) sampai (41) yaitu untuk mendapatkan model matematika yang sesuai dengan masalah. Kegiatan mendapatkan hasil matematika terjadi pada komponen (42) yaitu untuk mendapatkan hasil perhitungan matematika. Kegiatan merevisi gambar situasional terjadi mulai komponen (44) sampai (53) yaitu merevisi gambar situasional. Kegiatan merevisi gambar matematis terjadi mulai komponen (54) sampai (62) yaitu merevisi gambar matematis. . Kegiatan hasil matematika terjadi mulai komponen (63) sampai (64) yaitu untuk menghitung model matematika. Kegiatan solusi real terjadi pada dengan membandingkan hasil matematika pada komponen (54) dan (42) yaitu untuk menentukan hasil matematika yang digunakan untuk menginterpretasikan hasil perhitungan matematika berdasarkan masalah yang menghasilkan solusi real pada komonen (66). Jika seluruh tahapan berpikir modeling matematis dikodingkan, maka dapat direpresentasikan pada Diagram 4.3 sebagai berikut;



Struktur Masalah



Struktur Berpikir S2

Diagram 4.3 Ilustrasi Berpikir Modeling Matematis S2

Keterangan;

Kode	Deskripsi	Kode	Deskripsi
M	Masalah Matematika	c	Memilih informasi
a	Membaca masalah	I-ai	Informasi yang diabaikan
b	Mengamati gambar	I-ty	Informasi yang ditanyakan
I-p	Informasi Penting		
i-1	Gedung yang terbakar	i-3	Panjang tangga mobil pemadam 30 meter
i-2	Jarak minimal mobil pemadam kebakaran dengan gedung yang terbakar yaitu 12 meter	i-4	Panjang mobil pemadam kebakaran 10 meter
As	Membuat Asusmi Masalah	i-5	Tinggi mobil pemadam kebakaran 3,19 meter
MBi	Membayangkan Gedung yang terbakar	As-1	Asumsi cara menyelamatkan orang yang terjebak dengan tangga
HAs	Menentukan Asumsi masalah yang sesuai	MBi3	Membayangkan mobil pemadam kebakaran
o-1	Objek gambar gedung yang terbakar	o-4	Objek gambar tangga mobil pemadam kebakaran
o-2	Memberikan jarak antar 2 objek gambar	o-5	Objek gambar orang yang terjebak pada gedung yang terbakar
o-3	Objek gambar mobil pemadam kebakaran	GS	Gambar Situasional
s-1	Segmen garis sebagai tinggi segitiga siku-siku	s-4	Segmen garis sebagai alas segitiga siku-siku
s-2	Segmen garis sebagai alas segitiga siku-siku	s-5	Segmen garis sebagai ….
GM	Gambar Matematis	KM-GM	Konsep matematika dan gambar situasional
MM	Model matematika dari masalah	HM	Hasil Perhitungan Matematika
SR	Solusi Real		
Un(Ip)	Memahami dengan menyeleksi informasi-informasi.	Img(i_{1-3})	Membayangkan Gedung yang terbakar

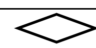
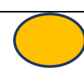
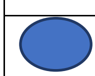
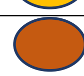
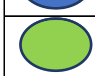
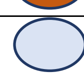
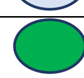
Un(G-Ip)	Memahami dengan menggabungkan informasi penting	Img(i_{1-3})	Membayangkan Jarak Minimal antara gedung yang terbakar
A1	Mengilustrasikan secara mental gambar situasi yang sesuai dengan masalah	Img(i_{1-3})	Membayangkan bagaimana menyelamatkan orang yang terjebak kebakaran dengan menggunakan mobil pemadam
Trn(Hub(I,o)	Transformasi informasi menjadi objek gambar	*Trn(Hub(I,o)*	Transformasi informasi seluruh objek gambar menjadi gambar situasi
Pgc	Proses Pengecekan	Pyh(Hub (o,s)	penyederhanaan objek gambar menjadi ruas garis
Pyh(Hub (GS,GM)	Penyederhanaan gambar situsional menjadi gambar matematis		
Pgc(Hub (GS,M)	Proses pengecekan Gambar Situasional dengan Masalah	Kls	Kalkuluasi perhitungan Matematika
Pgc(Hub (GM,M)	Proses pengecekan Gambar Matematis dengan Masalah	Vld	Validasi
	Ide / gagasan		Pertanyaan
→	Urutan berpikir	↔	Proses pengecekan
◄- - - -►	Proses Reversibel		Membaca Masalah
	Membuat Asumsi		Menggambar Situasional
	Menggambar Matematis		Membuat Model Matematika
	Hasil Matematika		Solusi Real

Diagram 4.3 mengambarkan berpikir modeling matematis yang menjelaskan sangat rinci pada seluruh tahapan. Untuk meringkas dan mudah memahami bagaimana berpikir modeling matematis terjadi pada antar tahapan (membaca, membuat masalah, menggambar situasional, menggambar matematis, model matematika, hasil matematika, dan solusi real), dapat disajikan pada Diagram 4.4 sebagai berikut;

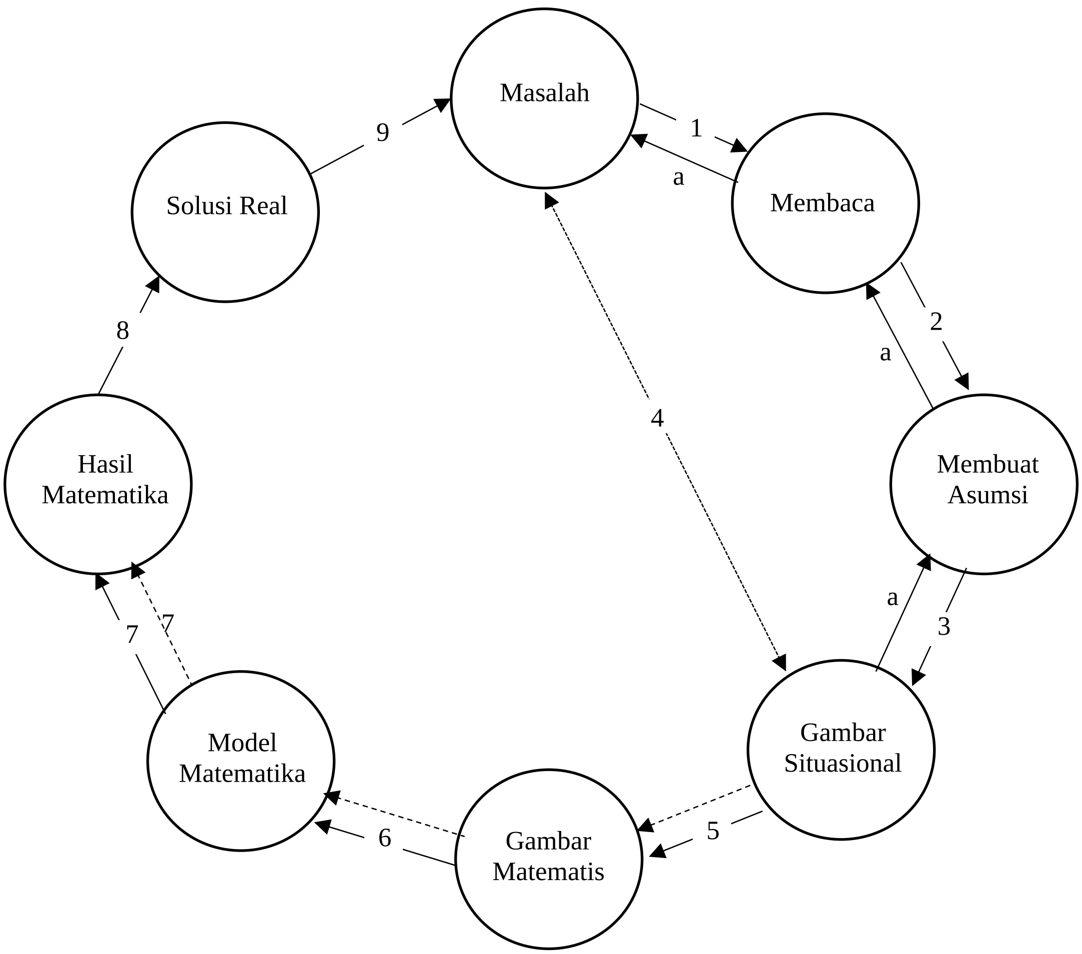


Diagram 4. 4 Siklus Berpikir Modeling Matematis S2

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
	Transisi antar tahapan		Transisi bolak balik antar tahapan		Tahapan

4.3 Berpikir Modeling Matematis siswa Tipe Klarifikatif Simbolis

Penelitian ini akan memaparkan 2 subjek dalam tahapan Berpikir Modeling Matematis siswa Tipe Klarifikatif Simbolis. Subjek penelitian yang termasuk Tipe Klarifikatif Simbolis diantaranya subjek 3 (S3) dan subjek 4 (S4). Pemilihan didasarkan atas hasil pekerjaan siswa terkait masalah matematika yang telah dijelaskan pada BAB III.

Berikut uraian secara lebih rinci terkait berpikir modeling matematis siswa Tipe Klarifikatif Simbolis pada setiap tahapan berpikir modeling matematis yaitu membaca masalah, membuat asumsi, gambar sitausional, gambar matematis, membuat model matematika, hasil matematika, dan menghasilkan solusi real.

4.3.1. Berpikir Modeling Matematis S3

4.3.1.1 Membaca Masalah Matematika

S3 mengawali penyelesain masalah dengan membaca masalah, dan memperhatikan gambar mobil pemadam kebakaran. Pada saat mencari informasi yang penting dari masalah, ia terlihat menoleh ke kanan dan ke kiri. Ia juga terlihat memainkan pulpen pada meja sambil menggarukkan kepalanya. Ia juga berusaha untuk mendata dan mencari beberapa hal penting dari masalah (*Identifikasi masalah*) dengan cara membaca masalah secara berulang. Berikut adalah hasil wawancara peneliti dengan S3 yang disajikan sebagai berikut;

P :*Apa yang kamu pikirkan saat pertama melihat masalah ini?*
S3 :*awalnya saya baca cepat masalahnya…Cuma masih bingung.*
P : *Kenapa bingung?*
S3 : *ini cari yang ditanya sama ..sama yang diketahui….tidak tahu caranya.*
P : *Lalu, apa yang kamu lakukan agar kamu tidak bingung?*
S3 : *saya baca ulang lagi masalahnya…agar mengerti maksud masalahnya*
P : *apa kamu pikirkan?*
S3 : *langkah bagaimana menyelesaikan masalah ini...*

S3 berusaha memahami maksud masalah dengan cara membaca informasi secara berulang-ulang mengenai spesifikasi mobil, dan jarak minimal mobil pemadam kebakaran dengan gedung yang terbakar. Pada saat membaca ulang, ia secara bersamaan menggarisbawahi bilangan “12 ” (*indikasi indentifikasi informasi penting*) yang menjelaskan mengenai jarak minimal gedung yang terbakar dengan mobil pemadam dan ia juga menggarisbawahi kata “gedung yang terbakar”. Selanjutnya, ia banyak menghabiskan waktu bacaannya mengenai spesifikasi mobil karena ia harus membaca berulang-ulang agar mendapatkan informasi pentingnya. Ia menggarisbawahi bilangan “30 meter” yang menunjukkan panjang tangga mobil pemadan dan dan bilangan “3,19 meter” yang menunjukkan tinggi mobil pemadam kebakaran. Bilangan yang diberikan garis bawah (lihat Gambar 4.19) merupakan informasi penting yang telah dipilih karena berkaitan dengan masalah dan pertanyaan yang ada. Berikut adalah hasil wawancara peneliti dengan S3 pada tahapan memilih informasi-informasi penting dan Gambar 4.19 yang disajikan sebagai berikut;

P : *langkah apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3 :*Saya baca masalahnya lagi…baca berulang masalahnya.*
P :*Mengapa harus membaca berulang? Apa yang kamu pikirkan?*
S3 :*saya baca masalahnya lagi agar saya paham…saya pikir kalo baca berulang nanti saya paham.*
P :*Apa saja yang kamu lakukan saat membaca berulang?*
S3 :*kalo ketemu informasi yang penting.. digaris bawahi…kaya ini 12 meter…terus gedung…pas baca spesifikasi mobil saya lama bacanya…soalnya saya harus tahu mana yang penting. Akhirnya saya garisbawahi 3,19 meter …dan 30 meter.*

menyelamatkan orang-orang dari tempat-tempat yang tinggi. Menurut peraturan resmi, saat menyelamatkan orang, Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar. Data teknis Mesin Mobil Pemadam Kebakaran adalah sebagai berikut:

Model Mesin	:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Diesel;
Tahun Produksi	:	2018;
Kekuatan	:	205 kw (279 HP);
Kapasitas Air Kubik	:	6374 cm^3;
Dimensi Mobil	:	panjang 10 meter lebar 2.5 meter tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga	:	panjang 30 meter;
Berat Mesin dibongkar	:	15540 kg
Berat Total	:	18000 kg

Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak dalam Gedung yang terbakar dapat diselamatkan oleh tim pemadam kebakaran Kota Malang. Selesaikan dan tuliskan bagaimana anda menemukan solusinya?

Gambar 4.19 S3 memberikan tanda pada informasi-informasi penting

4.3.1.2 Membuat Asumsi Masalah

Setelah informasi didapatkan, selanjutnya dia berusaha untuk menghubungkan informasi-informasi penting yang akan digunakan sebagai dasar untuk menggambar situasional yang sesuai dengan kejadian dalam masalah. Selanjutnya, S3 mengasumsikan bahwa posisi mobil pemadam kebakaran harus membelakangi gedung yang terbakar sehingga seorang pemadam dapat menjangkau tempat yang paling tinggi di gedung yang terbakar untuk menyelamatkan orang yang terjebak dengan bantuan tangga belokan.

P :*setelah dapat informasi pentingnya, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3 :*nah…informasi-informasinya kaya perlu digabung.*
P :*mengapa harus digabung?*
S3 :*biar bisa membuat ilustruasi dari masalahnya…*
P :*Informasi-informasi penting itu kamu gunakan untuk apa?*
S3 : *informasi-informasi penting itu kita gunakan buat ilustrasi masalahnya.*
P :*Apa yang kamu ilustrasikan terkait masalah ini?*
S3 :*jadi cara menyelamatkan orang yang terbakar itu bisa dua asumsi…*
P :*apa yang kamu pikirkan pada asumsi pertama?*
S3 :*pertama, saya pikir bisa menyelamatkan orang kalo mobilnya diposisikan dari samping.*
P : *Apa yang kamu pikirkan pada asumsi kedua?*
S3:*asumsi kedua, saya pikir kalo mobilnya itu diposisikan menghadap ke gedung yang terbakar.*
P : *Lalu, apa yang kamu pikirkan setelah membuat dua asumsi tersebut?*
S3 :*saya pilih yang kedua…soalnya jarang kayanya kalo mobil pemadam kebakaran menyamping.*
P : *Memang biasanya, bagaimana posisi mobil pemadam yang ada dipikiranmu?*
S3 :*menghadap depan atau samping gitu…biasanya…*
P : *Berapa lama waktu yang kamu butuhkan untuk tahapan ini?*
S3: *Ada mungkin 5 menitan.*

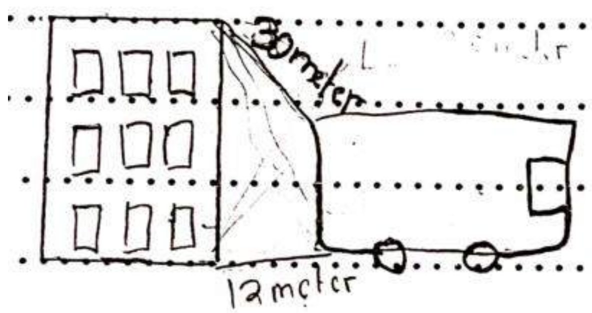
4.3.1.3 Menggambar Situasional

Setelah membuat asumsi terkait dengan masalah, ia memikirkan gedung tinggi yang berbentuk kotak dan dilengkapi kaca-kaca kecil. Informasi gedung yang terbakar ditranformasi menjadi gambar persegi panjang. Kemudian, ia memikirkan bahwa mobil pemadam harus diberikan jarak dengan gedung yang terbakar sehingga ia memberikan jarak antar gedung yang terbakar sebagai titik awal pembuatan gambar mobil (Lihat Gambar 4.20). Hal ini sebagai maksud dari kalimat "*jarak minimal antara gedung yang tebakar dengan mobil pemadam kebakaran yaitu 12 meter*". Setelah itu, ia memikirkan mobil pemadam kebakaran sehingga ia informasi mobil pemadam kebakaran yang membelakangi gedung yang terbakar ditranformasi dengan cara menggambar bagian belakang mobil pemadam yang langsung mengarah ke gedung yang terbakar, lalu menggambar tangga mobil pemadam yang menempel ke gedung serta melengkapi gambar mobil dengan menambahkan ilustrasi ban-ban mobil (Lihat Gambar 4.20).

P : *Mengapa informasi-informasi itu penting?*
S3 : *penting soalnya buat nanti saya pakai untuk gambar.*
P : *Gambar apa? Kenapa harus menggambar?*
S3 : *Gambar gedung yang terbakar, jarak minimal, mobil pemadam…soalnya biar paham masalahnya.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*
S3 : *gedung itu kan biasanya tinggi..terus kotak ya..*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal?*
S3 :*jarak yang membatasi gedung dan mobil pemadam.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang mobil pemadam kebakaran?*
S3 :*mobil pemadam itu biasanya kotak….terus ada tangganya..sama semprotan air untuk memadamkan api.*
P : *Setelah itu, apa saja yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3:*Nah dari informasi yang sudah saya garis bawahi itu, lalu saya mikir bagaimana caranya agar bisa mengetahui tinggi maksimal menyelamatkan orangnya. Akhirnya, saya gabung informasi-informasinya.*
P : *setelah itu apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3 :*setelah itu saya gambar …jadi saya gambar dulu gedung yang terbakar ini…terus kasih jarak untuk gambar mobil pemadamnya…karena membelakangi gedung…saya gambar mobilnya kaya gini …terus kasih tangga yang nempel ke gedung agar bisa menyelamatkan orang.*

Dalam melengkapi gambar situasional ini, S3 menuliskan keterangan pada gambar situasional. Ia menulis keterangan ukuran pada gambar sesuai dengan informasi yang tersedia. Dia menuliskan bilangan "3.19 m" pada gambar tinggi mobil pemadam, bilangan "30 m" pada gambar panjang tangga mobil pemadam, bilangan "10 m" pada ruas garis yang menunjukkan panjang mobil pemadam, dan bilangan "12 m" pada ruas garis yang menunjukkan jarak antar gedung dengan mobil pemadam kebakaran. Hal ini disajikan pada hasil wawancara dan Gambar 4.20 sebagai berikut;

P :*setelah itu, langkah apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3 :*setelah gambar selesai..saya kasih keterangan…ini gedung…terus ini 30 meter tangga ...ini mobil..ini 3,19 meter tinggi mobil..panjang mobilnya 10 meter…terus 12 m itu jarak antar mobil dan gedung…nah ini sudutnya siku-siku..*
P : *gambar yang kamu hasilkan ini untuk apa?*
S3 : *saya gambar situasional ini biar saya mengerti soalnya.*
P : *setelah gambar, apa kamu paham? apa yakin gambarnya sesuai masalah?*
S3 : *yakin ...soalnya setelah gambar situasional masalahnya….saya belum terlalu yakin…Cuma sudah mulai mengerti sedikit….masalahnya apa…tapi masih agak bingung…cara mencari ketinggiannya bagaimana.*
P :*Mengapa harus gambar ini dulu?*
S3 :*saya gambar ini biar paham ...soalnya susah kalo dibayangin saja… nanti saya bisa menentukan cara mencari tingginya.*



Gambar 4.20 Gambar Situasional yang dihasilkan oleh S3

4.3.1.4 Menggambar Matematis

Tahapan menggambar matematis, S3 awali dengan mengubah gambar situasional ke gambar matematis dengan cara memilih informasi penting dari Gambar 4.20 yaitu (1) gambar panjang mobil pemadam kebakaran,(2) gambar jarak minimal gedung yang terbakar dengan mobil pemadam kebakaran, (3) gambar tinggi mobil pemadam kebakaran, dan (4)gambar panjang tangga mobil pemadam kebakaran. Ia mulai menggambar segitiga siku-siku dimana sisi miringnya adalah panjang tangga mobil pemadam kebakaran, alasnya adalah hasil penjumlahan antara jarak minimal dengan panjang mobil pemadam kebakaran, dan tingginya adalah tinggi gedung yang terbakar dikurangi tinggi mobil pemadam kebakaran. S3 menyebutkan gambar matematis (Lihat Gambar 4.21) ini memiliki karakteristik bangun datar trapesium. Berikut adalah hasil wawancara peneliti dengan S3 dan Gambar 4.21 yang disajikan sebagai berikut;

P: *setelah gambar situasional, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S3 : *saya cari gambar situasional ini mirip dengan bangun datar apa ya..*

P : *Lalu, apa yang kamu pikirkan?*

S3 : *pas saya pikir…mirip segitiga..*

P : *Mengapa mirip segitiga, apa yang ada dipikiranmu?*

S3 : *soalnya panjang tangga tinggi truk pemadam kebakaran itu jadi sisi miring segitiga. Jarak mobil pemadam dengan gedung itu jadi alas segitiga. Nah…tinggi segitiga itu yang dicari….*

P: *Apakah kamu yakin gambar situasional itu mirip segitiga?*

S3 : *awalnya agak ragu siih…*

P: *Coba cerita apa yang kamu pikirkan?*

S3 : *sama..segitiga..ya tadi tangga itu jadi sisi miring, jarak minimal itu alas, gedung itu tinggi segitiga.*

P: *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

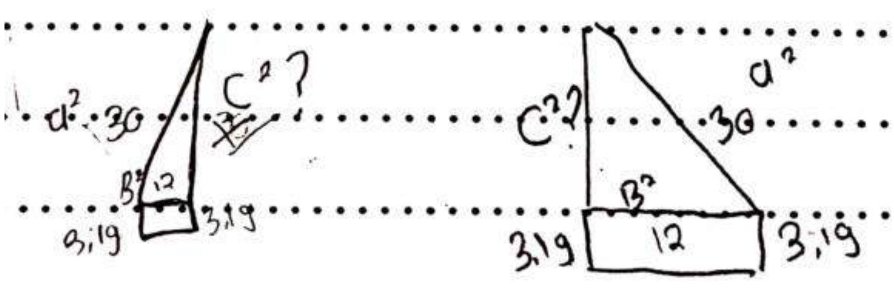
S3 : *saya bikin gambar segitiga ini cuma saya memastikan mirip tidak dengan masalah...jadi gambar segitiga ini cocok dengan masalahnya…*

P: *Mengapa harus memastikan dulu ke gambar situasional?Apa yang kamu pikirikan?*

S3: *Gambar segitiga ini kan saya buat berdasarkan gambar situasional. Jadi saya perlu cocokkan kembali. Kan gambar situasional ini sudah saya cek berulang dengan teks. Jadi kalo segitiga ini sesuai dengan gambar situasional ...pasti sesuai juga dengan masalah.*

P: *berapa lama waktu yang kamu butuhkan pada tahapan ini?*

S3: *sekitar 10 menitan.*

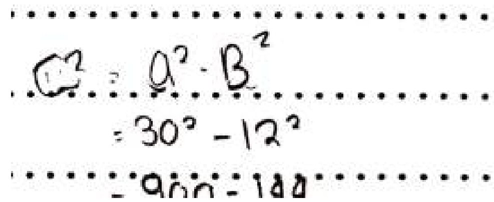


Gambar 4.21 Gambar Matematis yang dihasilkan oleh S3

4.3.1.5 Membuat Model Matematika

S3 terlebih dahulu memfokuskan pada segitiga siku-siku dan mengabaikan persegi panjang. S3 yang memfokuskan pada bangun datar segitiga siku-siku karena keinginannya untuk mencari informasi yang belum diketahui. S3 memberikan tanda tanya “?” pada sisi segitiga siku-siku yang dimaksud sebagai informasi yang akan ditelusuri. Proses pencarian tinggi segitiga dilakukan S3 dengan menggunakan Teorema Pythagoras untuk mencari tinggi dari segitiga siku-siku. Ia menjelaskan pada Teorema Pythagoras, mencari sisi miring segitiga siku-siku adalah akar tinggi kuadrat ditambah dengan alas kuadrat. Akan tetapi, dia menjelaskan pada segitiga siku-siku ini yang tidak diketahui adalah tingginya sehingga caranya adalah sisi miring kuadrat dikurangi dengan alas kuadrat. Hasil wawancara peneliti dengan S3 dan Gambar 4.22 disajikan sebagai berikut;

P : *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3 : *setelah gambar segitiga ini…saya bingung lagi…cara mencari tingginya gimana ya…*
P : *Apa yang membuat kamu bingung awalnya?*
S3 : *saya agak bingung pake rumus apa gitu…*
P : *kenapa bisa ragu, apa yang ada dipikiranmu terkait angka di segitiga?*
S3 : *soalnya angka-angkanya tidak seperti yang biasa diajarkan.*
P : *bagaimana mengatasi keraguanmu?*
S3 : *karena ada sisi miring, alas, dan tinggi..kayanya bisa pakai Pythagoras..*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang Pythagoras?*
S3 : *segitiga siku-siku, sisi miring, alas, dan tinggi. A kuadrat sama dengan b kuadrat ditambah c kuardat.*
P : *apa yang kamu pikirkan tentang huruf “a”, “b”, “c”?*
S3 : *a itu kan sisi miring segitiga siku-siku, b itu alas segitiga siku-siku, dan c itu tinggi segitiga siku-siku.*
P : *lalu pada kasus ini, apa yang ada dipikiranmu?*
S3 : *berarti cara mencari tinggi itu c sama dengan akar kuadrat dari a kuadrat dikurangi b kuadrat.*
P : *Kenapa bisa milih yang Pythagoras, bukan koknsep yang lain?*
S3 : *…Paling cocok ini. Soalnya kan Pythagoras itu identik dengan segitiga siku-siku.*

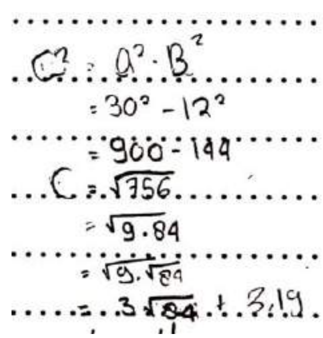


Gambar 4.22 Model Matematika yang dihasilkan oleh S3

4.3.1.6 Hasil Matematika

Dalam mendapatkan hasil matematika, S3 menggunakan Teorema Pythagoras dengan menuliskan bahwa tinggi segitiga sama dengan akar 30 kuadrat dikurangi 22 kuadrat sama dengan akar kuadrat dari 416 (Lihat Gambar 4.23). Akar dari 416 adalah 20.39, kemudian ditambahkan dengan tinggi mobil pemadam kebakaran yaitu 3.19 sehingga tinggi maksimalnya adalah 23.78 m (Lihat Gambar 4. 23). Fakta ini dapat dilihat dari hasil wawancara peneliti dengan S3 dan Gambar 4.23 sebagai berikut;

P: *Apanya yang dicari ini?*
S3: *dicari tinggi alas...... alas segitiganya*
P: *Coba bisa dituliskan?*
S3: *Menuliskan b kuadarat sama dengan akar c kuadrat dikurangi a kuadrat.*
P: *Terus apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3*: 30 kuadrat dikurangi 12 kuadrat akar 416 kuadrat dan 20,39 meter itu ditambah sama ini .....ditambah tinggi mobil pemadam kebakarannya...jadi 23,78 meter*.

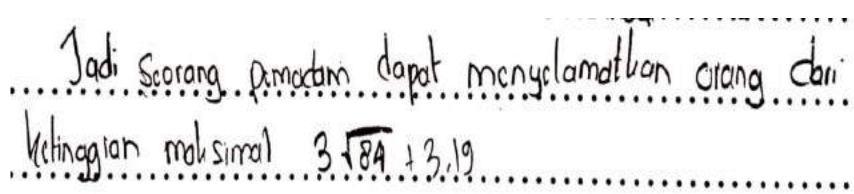


Gambar 4.23 Hasil Perhitungan model matematika yang dihasilkan oleh S3

4.3.1.7 Menentukan Solusi Real

Pada tahap membuat solusi real, S3 selanjutnya menginterpretasikan hasil matematika menyesuaikan dengan masalah matematika. S3 mengkomunikasikan hasil interpretasinya secara tertulis (Lihat Gambar 4.24) dan menjelaskan hasil interpretasinya secara lisan pada saat wawancara. Dalam proses ini, S3 menghabiskan banyak waktunya pada tahapan menghasilkan gambar matematis dan membuat asumsi masalah. Hal ini dapat dilihat pada hasil wawancara dan Gambar 4.24 sebagai berikut;

P: *Setelah itu, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3 : *nah setelah dapat itu, saya harus mencocokkan hasil perhitungan dengan masalah.*
P : *mengapa harus dicocokkan?*
S3 : *hasil perhitungannya tadi kita cocokkan ke masalah agar memasikan bahwa hasilnya sudah sesuai dengan masalah.*
P : *dari seluruh tahapan, tahapan mana yang paling membutuhkan berpikir?*
S3: *Kalo menurut saya, paling banyak membutuhkan berpikir itu saat menggambar situasional.*
P : *mengapa hal itu?apa saja yang kamu pikirkan pada tahapan itu?*
S3:*soalnya saya harus menterjemahkan cerita menjadi gambar…dan itu butuh waktu yang lama.*


Jadi Seorang pemadam dapat menyelamatkan orang dari ketinggian maksimal $3\sqrt{84} + 3,19$

Gambar 4.24 S3 menginterpretasi Hasil Matematika berdasarkan masalah.

Dalam menyederhanakan hasil paparan data ini, peneliti menjelaskan pada Diagram 4.5 tentang bagaimana berpikir modeling matematis yang terjadi pada S3. Kegiatan membaca masalah terjadi mulai komponen (1) sampai (9) yaitu untuk memilih informasi penting dan mengeliminasi informasi yang tidak relevan. Kegiatan membuat asumsi terjadi mulai komponen (10) sampai (14) yaitu untuk mendapatkan ilustrasi masalah secara mental sebelum menghasilkan gambar situasional. Kegiatan menggambar situasional terjadi mulai komponen (15) sampai (24) yaitu untuk menghasilkan gambar situasional berdasarkan informasi penting dan asumsi yang sudah dipilih. Kegiatan menggambar matematis terjadi mulai komponen (25) sampai (32) yaitu untuk mengabstraksi gambar situasional menjadi representasi matematis yang sesuai masalah. Kegiatan mengklarifikasi antara gambar matematis dengan masalah terjadi antara komponen (34) dengan (4) yaitu untuk mendapatkan model matematika yang sesuai dengan masalah. Kegiatan membuat model matematika terjadi mulai komponen (35) sampai (36) yaitu untuk mendapatkan model matematika yang sesuai dengan masalah. Kegiatan hasil matematika terjadi pada komponen (37) yaitu untuk mendapatkan hasil perhitungan matematika. Kegiatan solusi real terjadi mulai komponen (38) yaitu untuk menginterpretasikan hasil perhitungan matematika berdasarkan masalah. Jika seluruh tahapan berpikir modeling matematis dikodingkan, maka dapat direpresentasikan pada Diagram 4.5 sebagai berikut;

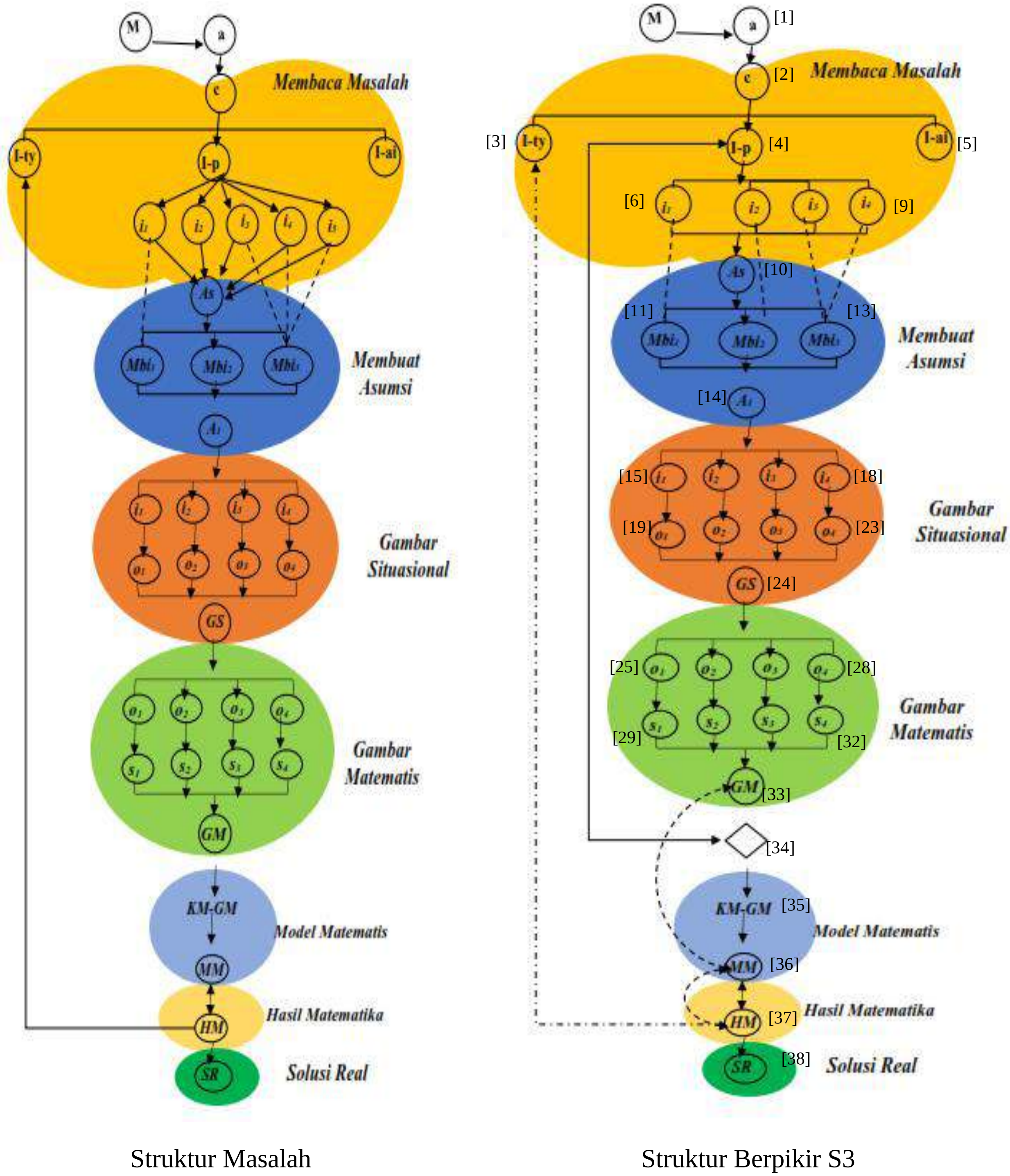


Diagram 4. 5 Ilustrasi Berpikir Modeling Matematis S3

Keterangan

Kode	Deskripsi	Kode	Deskripsi
M	Masalah Matematika	c	Memilih informasi
a	Membaca masalah	I-ai	Informasi yang diabaikan
b	Mengamati gambar	I-ty	Informasi yang ditanyakan
I-p	Informasi Penting	i-1	Gedung yang terbakar
i-4	Tinggi mobil pemadam kebakaran 3,19 meter	i-3	Panjang tangga mobil pemadam 30 meter
i-2	Jarak minimal mobil pemadam kebakaran dengan gedung yang terbakar yaitu 12 meter	MBi3	Membayangkan jarak antar mobil pemadam kebakaran dan gedung yang terbakar
As	Membuat Asusmi Masalah	HAs	Menentukan Asumsi masalah yang sesuai
MBi	Membayangkan Gedung yang terbakar	MBi3	Membayangkan mobil pemadam kebakaran
o-1	Objek gambar gedung yang terbakar	o-4	Objek gambar tangga mobil pemadam kebakaran
o-2	Memberikan jarak antar 2 objek gambar	o-3	Objek gambar mobil pemadam kebakaran
		GS	Gambar Situasional
s-1	Segmen garis sebagai tinggi segitiga siku-siku	s-4	Segmen garis sebagai alas segitiga siku-siku
s-2	Segmen garis sebagai alas segitiga siku-siku	s-3	Segmen garis sebagai ….
GM	Gambar Matematis	KM-GM	Konsep matematika dan gambar situasional
MM	Model matematika dari masalah	HM	Hasil Perhitungan Matematika
SR	Solusi Real		
Un(Ip)	Memahami dengan menyeleksi informasi-informasi.	Img(i_{1-3})	Membayangkan Gedung yang terbakar

Un(G-Ip)	Memahami dengan menggabungkan informasi penting	Img(i_{1-3})	Membayangkan Jarak Minimal antara gedung yang terbakar
A1	Mengilustrasikan secara mental gambar situasional yang sesuai dengan masalah	Img(i_{1-3})	Membayangkan bagaimana menyelamatkan orang yang terjebak kebakaran dengan menggunakan mobil pemadam
Trn(Hub(I,o)	Transformasi informasi menjadi objek gambar	*Trn(Hub(I,o)*	Transformasi informasi seluruh objek gambar menjadi gambar situasional
Pgc	Proses Pengecekan	Pyh(Hub (o,s)	penyederhanaan objek gambar menjadi ruas garis
Pyh(Hub (GS,GM)	Penyederhanaan gambar situsional menjadi gambar matematis		
Pgc(Hub (GS,M)	Proses pengecekan Gambar Situasional dengan Masalah	Kls	Kalkuluasi perhitungan Matematika
Pgc(Hub (GM,M)	Proses pengecekan Gambar Matematis dengan Masalah	Vld	Validasi
	Ide / gagasan		Pertanyaan
	Urutan berpikir		Proses pengecekan
	Proses Reversibel		Membaca Masalah
	Membuat Asumsi		Menggambar Situasional
	Menggambar Matematis		Membuat Model Matematika
	Hasil Matematika		Solusi Real

Diagram 4.5 mengambarkan berpikir modeling matematis yang menjelaskan sangat rinci pada seluruh tahapan. Untuk meringkas dan mudah memahami bagaimana berpikir modeling matematis terjadi pada antar tahapan (membaca, membuat masalah,

menggambar situasional, menggambar matematis, model matematika, hasil matematika, dan solusi real), dapat disajikan pada Diagram 4.6 sebagai berikut;

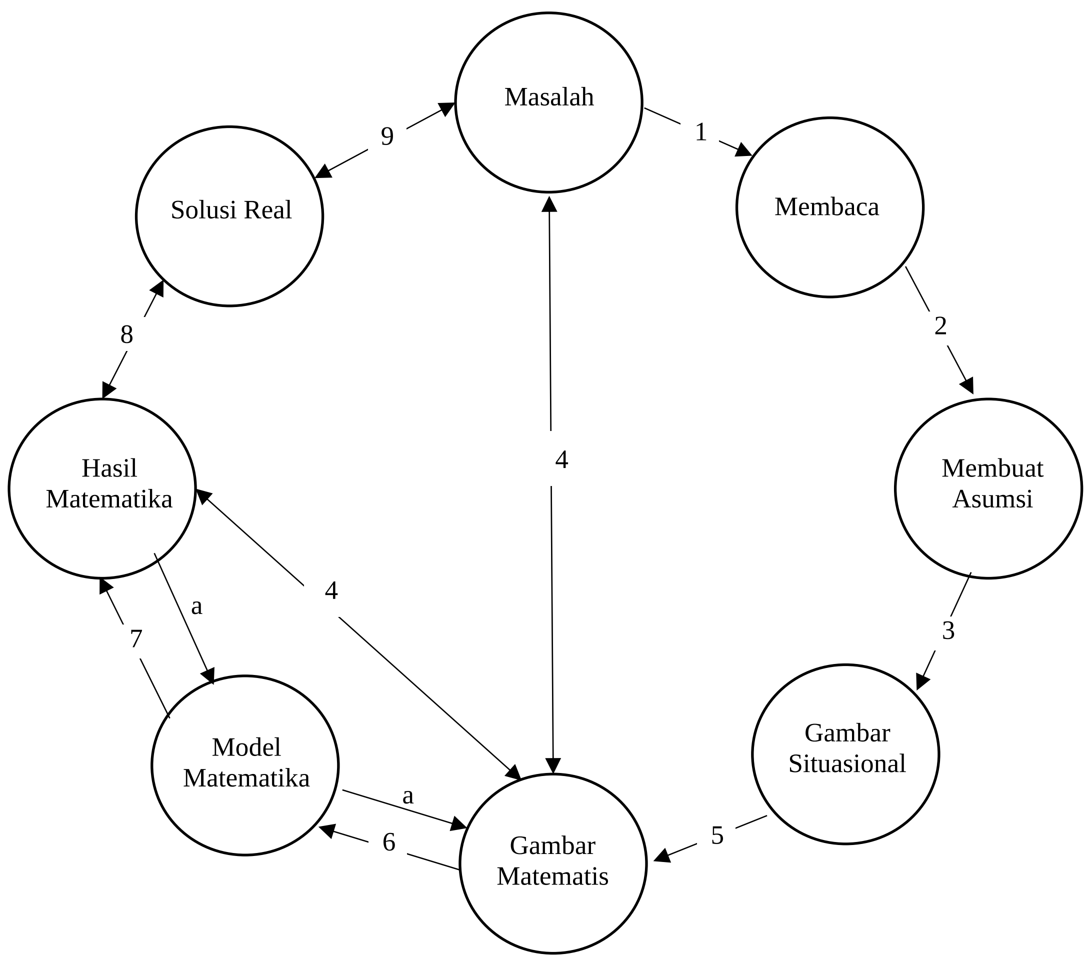


Diagram 4.6 Siklus Berpikir Modeling Matematis S3

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
⟶	Transisi antar tahapan	◄- - -►	Transisi bolak balik antar tahapan	◯	Tahapan

4.3.2 Berpikir Modeling Matematis S4

4.3.2.1 Membaca Masalah Matematika

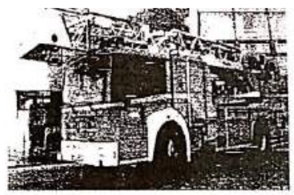
S4 menjelaskan bahwa masalah ini bercerita tentang bagaimana seorang pemadam kebakaran menyeleamatkan orang pada gedung yang terbakar. Ia mengawalinya dengan membaca masalah dan memperhatikan gambar mobil pemadam kebakaran. Pada saat mencari informasi yang penting dari masalah, ia terlihat menengok ke atas langit-langit seperti orang kebingunan dan kadang terlihat sambil memainkan pulpen pada meja. Ia juga berusaha untuk mendata dan mencari beberapa hal penting dari masalah (*Identifikasi masalah*) dengan membaca secara berulang kali pada informasi yang penting. Fakta ini dapat terlihat pada wawancara sebagai berikut;

P : *Apa yang kamu pikirkan saat pertama mengerjakan masalah ini?*
S4 : *saya pikir awalnya ini..masalah kebakaran…pas say abaca ternyata bukan…jadi bingung saya.*
P : *Apa yang kamu bingungkan?*
S4 : *maksud masalah ini seperti apa…terus bagaimana cara mengerjakannya.*
P : *Kenapa kamu bingung?*
S4 : *kayanya saya baru pertama mengerjakan masalah ini. Jadi agak bingung gitu.*
P : *Apa yang kamu pikirkan untuk mengatasi kebingunganmu?*

Ia berusaha memahami maksud masalah dengan cara membaca informasi secara berulang-ulang mengenai spesifikasi mobil, dan jarak minimal mobil pemadam kebakaran dengan gedung yang terbakar. Pada saat membaca ulang, ia secara bersamaan menggarisbawahi kata "12 meter dari gedung" (*indikasi indentifikasi informasi penting*) yang menjelaskan mengenai jarak minimal gedung yang terbakar dengan mobil pemadam. Selanjutnya, ia menggarisbawahi kata "panjang mobil 10 meter", kata "tinggi mobil 10 meter", dan kata "dimensi tangga yaitu 30 meter" . Kata yang diberikan garis bawah (lihat Gambar 4.25) merupakan informasi penting yang telah dipilih karena dapat membantu untuk mencari ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelematkan orang di gedung yang terbakar. Hasil wawancara peneliti dengan S4 dan Gambar 4.25 disajikan sebagai berikut;

P : A*pa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S4 : *Saya baca lagi masalahnya. Saya baca berualang-ulang.*
P : *Mengapa kamu harus membaca berulang-ulang?*
S4 : *saya baca berulang untuk memilih informasi yang penting*
P : *informasi-informasi apa saja yang penting menurut pikiranmu?*
S4 : *Gedung yang terbakar, jarak minimal, tinggi mobil pemadam kebakaran, tangga mobil pemadam kebakaran*
P : *Bagaimana kamu membedakan antara informasi yang penting dan tidak?*
S4 : *saya tandai yang penting itu dengan menggarisbawahi*
P : *Apa yang saja yang penting menurut pikiranmu?*
S4 : *ini 12 meter, 30 meter, panjang mobil 10 meter, tinggi mobil 3,19 meter*
P : *Dari mana kamu mengetahui bahwa itu informasi penting?*
S4 : *saya pilih informasi pas baca.*



mendapat mobil pemadam kebakaran baru dengan tangga belokan. Penggunaan sangkar di ujung tangga, memungkinkan seorang Pemadam Kebakaran untuk menyelamatkan orang-orang dari tempat-tempat yang tinggi. Menurut peraturan resmi, saat menyelamatkan orang, Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar. Data teknis Mesin Mobil Pemadam Kebakaran adalah sebagai berikut:

Model Mesin	:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Diesel;
Tahun Produksi	:	2018;
Kekuatan	:	205 kw (279 HP);
Kapasitas Air Kubik	:	6374 cm³;
Dimensi Mobil	:	panjang 10 meter lebar 2.5 meter tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga	:	panjang 30 meter;
Berat Mesin dibongkar	:	15540 kg
Berat Total	:	18000 kg

Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak dalam Gedung yang terbakar dapat diselamatkan oleh tim pemadam kebakaran Kota Malang. Selesaikan dan tuliskan bagaimana anda menemukan solusinya?

Gambar 4.25 S4 memberikan tanda pada informasi-informasi penting

4.3.2.2 Membuat Asumsi Masalah

Setelah informasi didapatkan, selanjutnya dia berusaha untuk menghubungkan informasi-informasi penting yang digunakan untuk menggambar situasional yang sesuai dengan kejadian dalam masalah. Selanjutnya, S4 mengasumsikan bahwa posisi tangga mobil pemadam kebakaran harus dekat dengan gedung yang terbakar sehingga seorang pemadam dapat menyelamatkan orang yang terjebak pada gedung yang terbakar. Setelah membuat asumsi terkait dengan masalah, ia mentransformasi informasi gedung yang terbakar menjadi gambar persegi panjang. Selanjutnya, dia memberikan jarak antar gedung yang terbakar sebagai titik awal pembuatan gambar mobil pemadam kebakaran. Hal ini sebagai maksud dari kalimat "*jarak minimal antara gedung yang tebakar dengan mobil pemadam kebakaran yaitu 12 meter*". Hasil wawancara peneliti dengan S4 disajikan sebagai berikut;

P :*Setelah dapat informasi-informasi tadi, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4: *informasi-informasi itu saya gunakan untuk mengilustrasikan masalah.*
P: *Bagaiaman cara kamu mengilustrasikan masalahnya?*
S4: *caranya saya bayangin dulu kejadian dari masalah.*
P : *Coba jelaskan ilustrasi apa saja yang ada dipikiranmu?*
S4: *mobil pemadam kebakarannya itu itu menghadap depan gedung yang terbakar.*
P: *apa yang kamu pikirkan terkait asumsi yang kamu buat? Coba jelaskan?*
S4: *saya bayangin kalo menyelamatkan orangnya itu dengan mobil pemadam kebakaran seperti di masalah. Jadi dari gedung yang terbakar itu dikasih jarak minimal 12 meter. Nah posisi mobil itu menghadap ke depan gedung yang terbakar. Terus kasih tangga mobil pemadam kebakarannya nempel ke gedung.*
P: *apa yang ada dipikiranmu terkait posisi mobil menghadap ke depan gedung?*
S4 : *jadi menghadap ke depan gedung itu berarti. Depan mobilnya itu menghadap ke gedung yang terbakar.*
P : *Nah…tangganya menempel ke gedung, bisa jelaskan, apa yang kamu pikirkan itu?*
S4:*Tangga saya buat dekat dengan gedung agar pemadam kebakaran dapat menyelamatkan orangnya yang terjebak di gedung yang terbakar.*

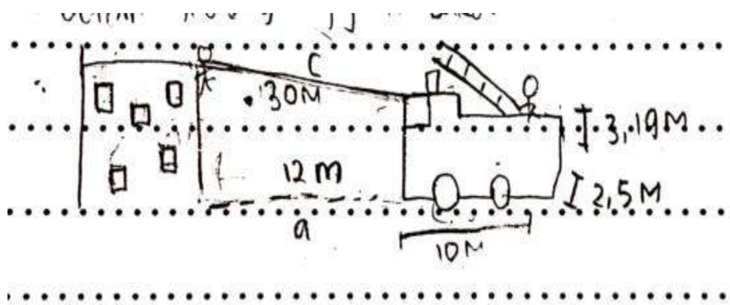
4.3.2.3 Menggambar Situasional

Dalam menghasilkan gambar situasional, S4 memikirkan gedung yang selalu tinggi dan memiliki banyak kaca sehingga informasi tersebut ditransformasi dengan cara gambar persegi panjang yang dilengkapi dengan persegi panjang dengan ukuran yang lebih kecil. Kemudian, ia memikirkan bahwa posisi mobil pemadam harus diberikan jarak dengan gedung yang terbakar sehingga informasi jarak minimal ditransformasi dengan cara memberikan jarak dari gambar gedung. Ia juga memikirkan bahwa mobil pemadam kebakaran biasanya berukuran besar, kotak, memiliki ban-ban besar, dan dilengkapi dengan tangga mobil pemadam. Selain itu, ia juga memikirkan bahwa mobil pemadam saat berusaha menyelamatkan orang. Informasi yang telah dipikirkan selanjutnya ditransformasi dengan menggambar mobil pemadam kebakaran yang lengkap dengan tangga mobil pemadam yang berhimpitan dengan gedung bertujuan agar seorang pemadam dapat menyelamatkan orang dengan lebih mudah. Fakta tersebut dapat dilihat pada hasil wawancara sebagai berikut.

P: *setelah membuat asumsi masalah, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4: *setelah terbayangkan ilustrasi masalahnya itu…baru kita gambar.*
P : *Gambar apa? Kenapa harus menggambar?*
S4: *gambar ilustrasi masalah ini…karena kalo tidak digambar jadi susah pahamin masalahnya.*
P : *Gambar apa? Kenapa harus menggambar?*
S4: *gambar ilustrasi masalah ini…karena kalo tidak digambar jadi susah pahamin masalahnya.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*
S4: *gedung itu kan biasanya tinggi…ama ada kacanya…jadi saya gambar gedung itu kotak sama ada kotak kecilnya.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang mobil pemadam kebakaran?*
S4: *mobil pemadam kebakaran itu biasanya panjang…ada depan dan ada belakangnya…ama ada tangga mobilnya*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal?*
S4: *jarak yang memisahkan antara gedung yang terbakar dengan mobil pemadam.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang tangga mobil pemadam ?*
S4: *tangga mobil pemadam itu harus dekat dengan gedung…jadi gampang menyelamatkan orangnya.*
P : *coba jelaskan, bagaimana kamu mengubah asumsi itu menjadi gambar?*
S4: *pertama, saya gambar dulu gedung yang terbakarnya…kotak tinggi, terus kasih jarak, baru gambar mobil pemadamnya…..*

Setelah menghasilkan gambar situasional, ia memberikan keterangan ukuran pada gambar sesuai dengan informasi yang tersedia. Dia menuliskan bilangan “3 m” pada gambar tinggi mobil pemadam, bilangan “30 m” pada gambar panjang tangga mobil pemadam, bilangan “10” pada ruas garis yang menunjukkan panjang mobil pemadam, dan bilangan “12” pada ruas garis yang menunjukkan jarak antar gedung dengan mobil pemadam kebakaran. Hasil wawancara peneliti dengan S4 dan Gambar 4.26 sebagai berikut;

P*: Setelah gambar selesai, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4: *saya kasih keterangan pada gambar*
P: *coba jelaskan lebih rinci, apa yang kamu lakukan?*
S4*: saya tulis 3,19 itu kan tinggi mobil pemadam..terus, 30 itu panjang tangga mobil peadam, 10 itu panjang mobil, sama 12 meter itu jarak minimal mobil dengan gedung yang terbakar*
P: *gambar situasional ini kamu gunakan untuk apa?*
S4: *saya gambar…biar saya paham.*
P: *gambar situasional ini kamu gunakan untuk apa?*
S4: *saya gambar…biar saya paham.*
P: *gambar situasional ini kamu gunakan untuk apa?*
S4: *saya gambar…biar saya paham.*



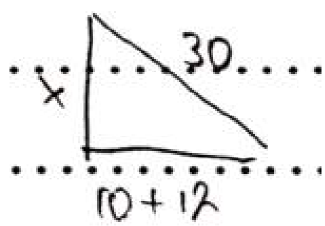
Gambar 4.26 **Gambar Situasional yang dihasilkan oleh** S4

4.3.2.4 Menggambar Matematis

Selanjutnya, S4 mengubah gambar situasional ke gambar matematis. Ia berpendapat gambar matematis (Lihat Gambar 4.27) ini memiliki kesamaan dengan segitiga siku-siku. Lalu, S4 mengasosiasikan gambar situasional ini dengan bentuk segitiga siku-siku. Ia berusaha untuk menyederhanakan gambar situasional menjadi segitiga siku-siku. S4 memulai dengan memilih informasi penting dari Gambar 4.32 yaitu (1) gedung yang terbakar, (2) gambar panjang mobil pemadam kebakaran,(3) gambar jarak minimal gedung yang terbakar dengan mobil pemadam kebakaran, (4) gambar tinggi mobil pemadam kebakaran, dan (5)gambar panjang tangga mobil pemadam kebakaran. Selanjutnya, ia menjumlahkan informasi mengenai tinggi mobil pemadam dengan panjang tangga mobil pemadam kebakaran. Lalu, ia menggabungkan dua informasi mengenai panjang mobil pemadam kebakaran, dan jarak minimal dengan gedung yang terbakar. Dia menggunakan 2 informasi untuk menghasilkan gambar situasional yaitu hasil penjumlahan antara panjang mobil dan jarak minimal gedung yang terbakar dan hasil penjumlahan antara panjang tangga mobil pemadam dengan tinggi mobil pemadam. Informasi-informasi ini selanjutnya digunakan untuk menghasilkan gambar matematis.

Pada tahapan menggambar segitiga siku-siku, ia mulai menggambar segitiga siku-siku dimana sisi miringnya adalah jumlah dari panjang tangga mobil pemadam kebakaran dan tinggi mobil pemadam kebakaran, alasnya adalah hasil penjumlahan antara jarak minimal dengan panjang mobil pemadam kebakaran, dan tingginya adalah tinggi gedung yang terbakar. Hasil wawancara peneliti dengan S4 dan Gambar 4.27 disajikan sebagai berikut;

P: *Apa selanjutnya yang kamu lakukan?*
S4: *gambar situasional ini itu mirip dengan segitiga siku-siku.*
S4: *Kenapa kok mirip segitiga siku-siku?.*
S4: *soalnya ini gambar tangga mobil pemadam dan tinggi mobil pemadam kan bisa jadi sisi miring segitiga, terus panjang mobil pemadam ditambah jarak minimal bisa jadi alas segitiganya…kan yang dicari tinggi gedungnya…jadi mirip kaya segitiga siku-siku*

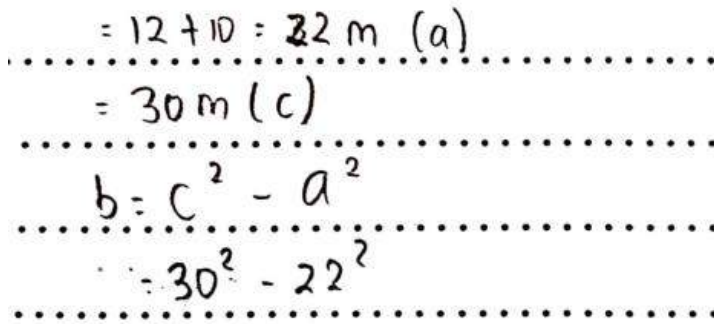


Gambar 4.27 Gambar Matematis yang dihasilkan oleh S4

4.3.2.5 Membuat Model Matematika

Setelah gambar dihasilkan, S4 tidak langsung menuliskan model matematika dari masalah ini. S4 kembali menghasilkan gambar segitiga, selanjutnya berusaha mencari tinggi maksimal dari gedung yang terbakar. S4 berpendapat bahwa untuk mencari ketinggian maksimal seorang dapat menyelamatkan orang di gedung yang terbakar dengan menggunakan Teorema Pythagoras. Ia berasalan Teorema Pythagoras tepat untuk masalah ini karena untuk mencari tinggi dari segitiga siku-siku dapat menggunakan hasil akar dari sisi miring kuadrat segitiga siku-siku dikurangi dengan alas kuadrat segitiga siku-siku. Ia menjelaskan pada segitiga siku-siku ini yang tidak diketahui adalah tingginya sehingga caranya adalah hasil akar kuadrat dari sisi miring kuadrat dikurangi dengan alas segitiga siku-siku kuadrat. Ia menuliskan huruf “a” sebagai representasi dari tinggi maksimal gedung yang terbakar, huruf “b” sebagai sisi miring segitiga siku-siku, dan huruf “b” sebagai ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang di gedung yang terbakar. Fakta dapat ditunjukkan pada tahapan wawancara berikut;

P : *Apa yang selanjutnya kamu lakukan?*
S4 : *nah…karena ini gambar segitiga siku-siku..terus kita ingin mencari tinggi maksimal ...jadi bisa menggunakan Teorema Pythagoras.*
P : *Kenapa harus Teorema Pythagoras?*
S4 : *karena kalo segitiga siku-siku…kalo ada salah satu sisinya dicari bisa menggunakan Teorema Pythagoras*
P : *Kenapa bisa milih yang ptyhagoras?*
S4 : *…yang paling pas ini soalnya*
P : *Bisa dijelaskan apa itu huruf a, b, dan c?*
S4 : *a itu tinggi gedungnya…b itu sisi miringnya..terus c itu alas segitiganya.*

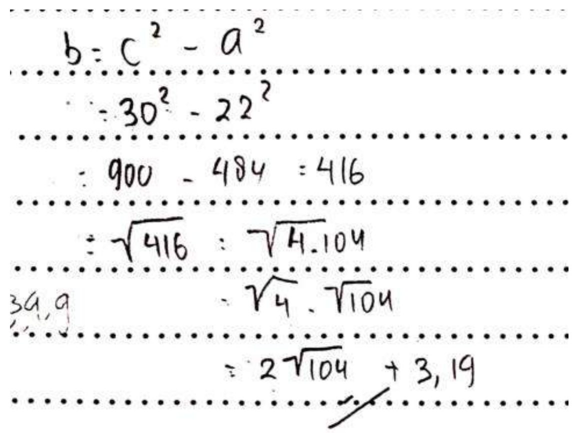


Gambar 4.28 Model Matematika yang dihasilkan oleh S4

4.3.2.6 Hasil Matematika

Langkah selanjutnya, S4 menggunakan Teorema Pythagoras dengan menuliskan bahwa tinggi segitiga sama dengan akar 33 kuadrat dikurangi 22 kuadrat sama dengan akar kuadrat dari 416 (Lihat Gambar 4.29). Akar dari 416 adalah 20.39, kemudian ditambahkan dengan tinggi mobil pemadam kebakaran yaitu 3.19 sehingga tinggi maksimalnya adalah 23.78 m (Lihat Gambar 4.29). Hasil wawancara peneliti dengan S4 dan Gambar 4.29 dapat disajikan sebagai berikut;

P: *Apanya yang dicari ini?*
S4: *dicari tinggi alas...... alas segitiganya*
P: *Terus apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4*: 30 kuadrat dikurangi 22 kuadrat akar 416 kuadrat dan 20,39 meter itu ditambah sama ini .....ditambah sama tinggi mobil pemadam kebakarannya...jadi 23,78 meter*.

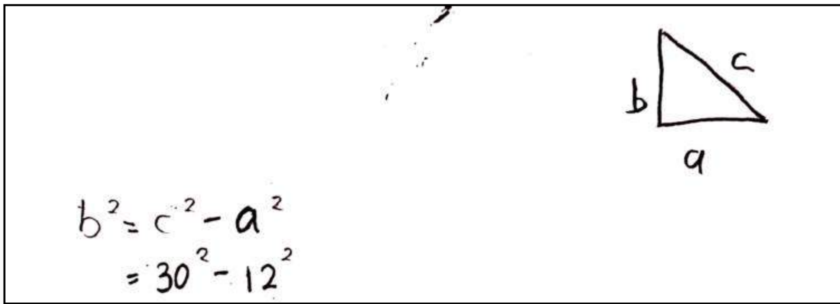


Gambar 4.29 Hasil Perhitungan Model Matematika yang dihasilkan oleh S4

4.3.2.7 Merevisi Gambar Matematis

Setelah mencoba menjawab pertanyaan, S4 masih merasa ragu atas jawaban yang telah ia kerjakan. Hal ini karena ia berpikir bahwa mobil pemadam kebakaran itu bisa pindah posisi agar bisa lebih tinggi lagi menyeleamatkan orang yang terjebak di gedung. Selanjutnya, ia merasa jika 30 kuadarat dikurangi 12 kuadrat, maka hasilnya akan lebih tinggi. Siswa melihat kembali gambar situasional, lalu kemudian merevisi gambar matematis. Hasil wawancara peneliti dengan S4 dan Gambar 4.30 disajikan sebagai berikut;

P :*Apakah kamu yakin hasil pekerjaanmu?*
S4 : *setelah selesai mengerjakan ini...kok saya masih ragu...*
P :*Lalu apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4 :*jadi saya lihat kembali gambar matematisnya...saya pikir kok kayanya mobilnya bisa diletakkan di belakang. Jadi tidak 22 jadi 12*
P : *Lalu apa yang kamu lakukan?*
S4 : *Karena saya hanya pakai jarak minimal saja. Jadi kan 30 tidak dikurangi 22 tapi 12 saja..(**Indikasi indentifikasi masalah)***
P :*Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4 : *saya ganti gambar segitiganya...jadi sisi miring itu 30, alas 12, terus tinggi segitiga yang ditanyakan. Sama tinggi mobil pemadam 3,19 meter*



Gambar 4.30 Gambar Matematis setelah direvisi oleh S4

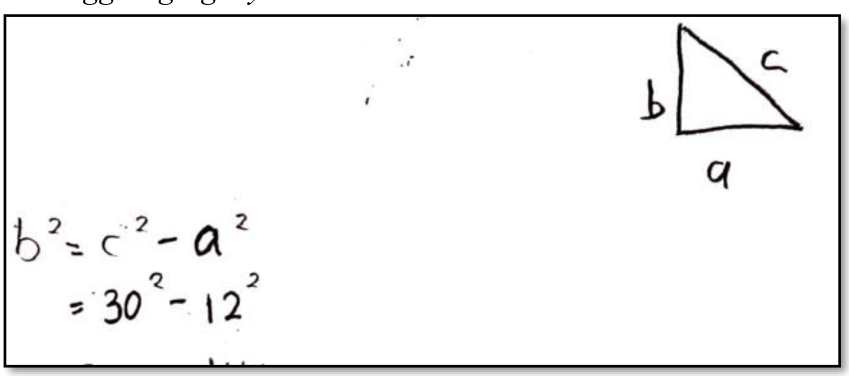
4.3.2.8 Merevisi Model Matematika

Selanjutnya, S4 merevisi gambar matematis. Dia memilih informasi penting dari Gambar 4.23 yaitu (1) gambar panjang mobil pemadam kebakaran,(2) gambar jarak minimal gedung yang terbakar dengan mobil pemadam kebakaran, (3) gambar tinggi mobil pemadam kebakaran, dan (4)gambar panjang tangga mobil pemadam kebakaran. Kemudian, dia menggabungkan dua informasi mengenai panjang mobil pemadam kebakaran, dan jarak minimal dengan gedung yang terbakar. Dia menggunakan 3 informasi untuk menghasilkan gambar situasional yaitu panjang tangga mobil, tinggi mobil pemadam kebakaran, dan gabungan antara panjang mobil dan jarak minimal gedung yang terbakar. Struktur informasi yang telah tersusun selanjutnya digambar menjadi suatu bangun datar. S4 melihat Gambar 4.31 seperti bangun datar trapesium. Kemudian, dia mulai menggambar persegi panjang dimana panjangnya adalah jumlah antara jarak minimal dan panjang mobil pemadam sedangkan lebarnya adalah tinggi mobil pemadam kebakaran. Selanjutnya, dia menggambar segitiga siku-siku dimana sisi miringnya adalah panjang tangga mobil pemadam kebakaran, alasnya adalah hasil penjumlahan antara jarak minimal dengan panjang mobil pemadam kebakaran, dan tingginya adalah tinggi gedung yang terbakar dikurangi tinggi mobil pemadam kebakaran. Ketika S4 menggabungkan gambar persegi panjang dan segitiga menjadi suatu gambar matematis. S4 menyebutkan di gambar matematis ini terdapat sepasang sisi sejajar yang berhadapan yang panjangnya tidak sama dan dua buah sudut siku-siku yang saling berdekatan. S4 berpendapat gambar matematis ini memiliki karakteristik bangun datar trapesium. Hasil wawancara peneliti dengan S4 dan Gambar 4.31 sebagai berikut;

P: *setelah gambar yang tadi gimana?*
S4: *panjang tangga tinggi truk pemadam kebakaran sama jarak ..sama panjang pemadam pemadam kebakaran itu dilihat itu mirip kayak bentuk trapesium..nah trapesium ....itu bisa dibagi menjadi dua bangun datar persegi panjang sama segitiga.*
S4: Kenapa kok mirip trapesium?.
S4: *soalnya ini ada dua sisi yang berhadapan sama.. dua sudut siku-siku.*

S4 kembali menyederhanakan gambar matematis dengan cara membagi bangun datar trapesium menjadi dua yaitu persegi panjang dan segitiga siku-siku. S4 terlebih dahulu memfokuskan pada segitiga siku-siku dan mengabaikan persegi panjang. S4 yang memfokuskan pada bangun datar segitiga siku-siku karena keinginannya untuk mencari informasi yang belum diketahui. S4 memberikan tanda tanya "?" pada sisi segitiga siku-siku yang dimaksud sebagai informasi yang akan ditelusuri. Fakta ini dapat dilihat dari hasil wawancara dan Gambar 4.31 sebagai berikut;

P : *terus apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4: *segitiga nya tadi ini dipisah...sama persegi panjangnya.*
P : *Apa yang kamu lakukan?*
S4: *dicari tinggi segitiganya....*



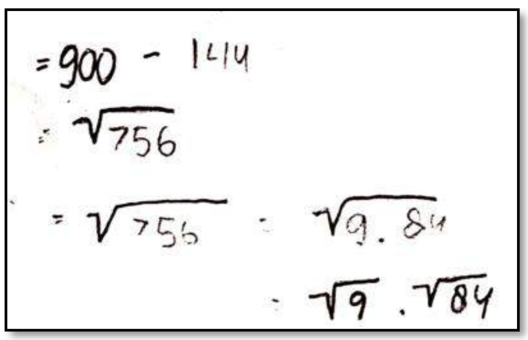
Gambar 4.31 Model matematika setelah direvisi oleh S4

4.3.2.9 Revisi Hasil Matematika

Proses pencarian tinggi segitiga dilakukan S4 dengan menggunakan Teorema Pythagoras untuk mencari tinggi dari segitiga siku-siku. Ia menjelaskan pada Teorema

Pythagoras, mencari sisi miring segitiga siku-siku adalah akar tinggi kuadrat ditambah dengan alas kuadrat. Akan tetapi, dia menjelaskan pada segitiga siku-siku ini yang tidak diketahui adalah tingginya sehingga caranya adalah sisi miring kuadrat dikurangi dengan alas kuadrat. Langkah selanjutnya, S4 menggunakan Teorema Pythagoras dengan menuliskan bahwa tinggi segitiga sama dengan akar 30 kuadrat dikurangi 22 kuadrat sama dengan akar kuadrat dari 416. Akar dari 416 adalah 20.39, kemudian ditambahkan dengan tinggi mobil pemadam kebakaran yaitu 3.19 sehingga tinggi maksimalnya adalah 23.78 m. Fakta ini dapat dilihat dari hasil wawancara dan Gambar 4.32 sebagai berikut;

P: Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?
S4: kita ganti huruf-hurufnya dengan angka, jadi 30 kuadrat dikurangi 12 kuadrat
P: Lalu, apa yang kamu pikirikan selanjutnya?
S4: 30 kuadrat dikurangi 12 kuadrat akar jadi 900 dikurangi 144 sama dengan akar 756.
P: Apa kamu yakin jawabanmu?
S4: Belum…hasil ini ditambah dengan tinggi mobil pemadam kebakaran.

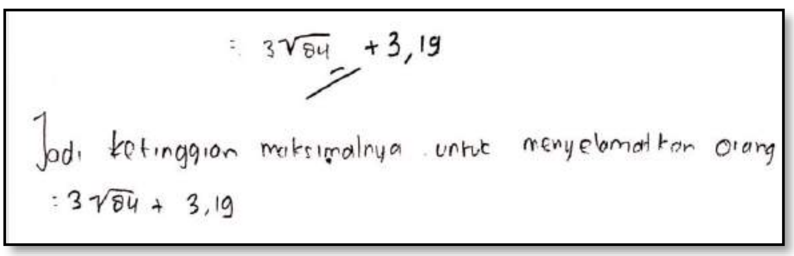


Gambar 4.32 Hasil Perhitungan Model Matematika setelah direvisi oleh S4

4.3.2.10 Menentukan Solusi Real

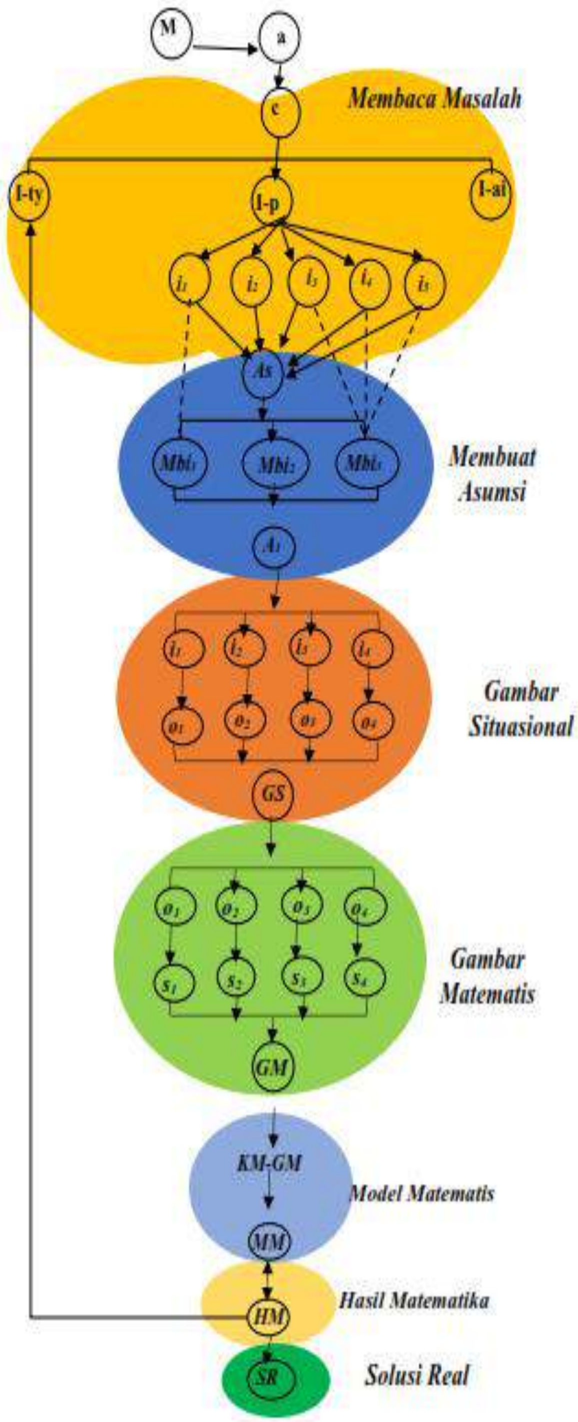
Pada tahap membuat solusi real, S4 selanjutnya menginterpretasikan hasil matematika menyesuaikan dengan masalah matematika. S4 mengkomunikasikan hasil interpretasinya secara tertulis (Lihat Gambar 4.33) dan menjelaskan hasil interpretasinya secara lisan pada saat wawancara. Dalam proses ini, S4 menghabiskan banyak waktunya pada tahapan menghasilkan gambar situasional dan membuat asumsi masalah. Hal ini dapat dilihat pada hasil wawancara dan Gambar 4.33 sebagai berikut;

P: *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4: *setelah mendapatkan hasil perhitungannya…saya harus menjawab pertanyaanya.*
P: *Apa yang ada dipikiranmu?*
S4: *Soalnya itu kan menanyakan ketinggian maksimal untuk menyelamatkan orang.*
P: *Lalu apa yang kamu lakukan?*
S4: *jadi jawabannya ketinggian maksimal untuk menyelamatkan orang digedung yang terbakar adalah 27,49 ditambah 3,19*
P: *Apa kamu yakin jawabanmu?*
S4: *yakin ini lebih tinggi dari sebelumnya…soalnya kan 900 dikurangi 144 bukan 484.*
P: *Dari seluruh tahapan, bagian mana yang paling banyak membutuhkan berpikir?*
S4: *menurut saya….itu saat menentukan rumusnya…*
P: *Berapa lama waktu yang kamu butuhkan?*
S4: *sekitar 30 menitan kali yaa.*

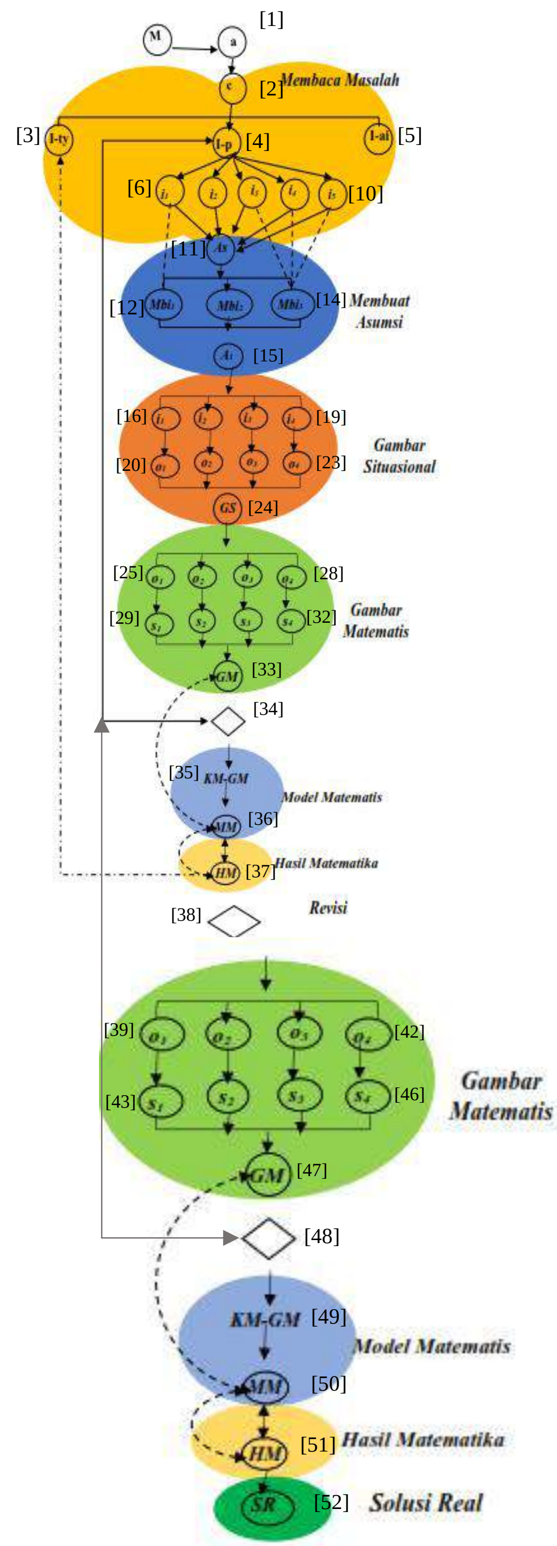


Gambar 4.33 S4 menginterpretasi Hasil Matematika berdasarkan masalah

Dalam menyederhanakan hasil paparan data ini, peneliti menjelaskan pada Diagram 4.7 tentang bagaimana berpikir modeling matematis yang terjadi pada S4. Kegiatan membaca masalah terjadi mulai komponen (1) sampai (10) yaitu untuk memilih informasi penting dan mengeliminasi informasi yang tidak relevan. Kegiatan membuat asumsi terjadi mulai komponen (11) sampai (15) yaitu untuk mendapatkan ilustrasi masalah secara mental sebelum menghasilkan gambar situasional. Kegiatan menggambar situasional terjadi mulai komponen (16) sampai (24) yaitu untuk menghasilkan gambar situasional berdasarkan informasi penting dan asumsi yang sudah dipilih. Kegiatan menggambar matematis terjadi mulai komponen (25) sampai (33) yaitu untuk mengabstraksi gambar situasional menjadi representasi matematis yang sesuai masalah. Kegiatan membuat model matematika terjadi mulai komponen (35) sampai (36) yaitu untuk mendapatkan model matematika yang sesuai dengan masalah. Kegiatan hasil matematika terjadi mulai komponen (37) yaitu untuk mendapatkan hasil perhitungan matematika. Kegiatan merevisi gambar matematis terjadi mulai komponen (39) sampai (47) yaitu untuk mengabstraksi gambar situasional menjadi representasi matematis yang sesuai masalah. Kegiatan membuat model matematika terjadi mulai komponen (49) sampai (50) yaitu untuk mendapatkan model matematika yang sesuai dengan masalah. Kegiatan hasil matematika terjadi mulai komponen (50) yaitu untuk mendapatkan hasil perhitungan matematika. Kegiatan solusi real terjadi antara komponen (51) dengan (4) yaitu untuk menginterpretasikan hasil perhitungan matematika berdasarkan masalah yang menghasilkan solusi real pada komponen (52). Jika seluruh tahapan berpikir modeling matematis dikodingkan, maka dapat direpresentasikan pada Diagram 4.7 sebagai berikut;



Struktur Masalah



Struktur Berpikir S4

Diagram 4.7 Ilustrasi Berpikir Modeling Matematis S4

Keterangan:

Kode	Deskripsi	Kode	Deskripsi
M	Masalah Matematika	c	Memilih informasi
a	Membaca masalah	I-ai	Informasi yang diabaikan
b	Mengamati gambar	I-ty	Informasi yang ditanyakan
I-p	Informasi Penting		
i-1	Gedung yang terbakar	i-3	Panjang tangga mobil pemadam 30 meter
i-2	Jarak minimal mobil pemadam kebakaran dengan gedung yang terbakar yaitu 12 meter	i-4	Panjang mobil pemadam kebakaran 10 meter
As	Membuat Asusmi Masalah	i-5	Tinggi mobil pemadam kebakaran 3,19 meter
As-2	Asumsi cara menyelamatkan orang yang terjebak dengan tangga	As-1	Asumsi cara menyelamatkan orang yang terjebak dengan tangga
MBi	Membayangkan Gedung yang terbakar	MBi3	Membayangkan mobil pemadam kebakaran
HAs	Menentukan Asumsi masalah yang sesuai	As-nt	Menentukan Asumsi masalah yang sesuai
o-1	Objek gambar gedung yang terbakar	o-4	Objek gambar tangga mobil pemadam kebakaran
o-2	Memberikan jarak antar 2 objek gambar	o-5	Objek gambar orang yang terjebak pada gedung yang terbakar
o-3	Objek gambar mobil pemadam kebakaran	GS	Gambar Situasional
s-1	Segmen garis sebagai tinggi segitiga siku-siku	s-4	Segmen garis sebagai alas segitiga siku-siku
s-2	Segmen garis sebagai alas segitiga siku-siku	s-5	Segmen garis sebagai ….

GM	Gambar Matematis	KM-GM	Konsep matematika dan gambar situasional
MM	Model matematika dari masalah	HM	Hasil Perhitungan Matematika
SR	Solusi Real		
Un(Ip)	Memahami dengan menyeleksi informasi-informasi.	$Img(i_{1-3})$	Membayangkan Gedung yang terbakar
Un(G-Ip)	Memahami dengan menggabungkan informasi penting	$Img(i_{1-3})$	Membayangkan Jarak Minimal antara gedung yang terbakar
A1	Mengilustrasikan secara mental gambar situasional yang sesuai dengan masalah	$Img(i_{1-3})$	Membayangkan bagaimana menyelamatkan orang yang terjebak kebakaran dengan menggunakan mobil pemadam
Trn(Hub(I,o)	Transformasi informasi menjadi objek gambar	*Trn(Hub(I,o)*	Transformasi informasi seluruh objek gambar menjadi gambar situasi
Pgc	Proses Pengecekan	Pyh(Hub (o,s)	penyederhanaan objek gambar menjadi ruas garis
Pyh(Hub (GS,GM)	Penyederhanaan gambar situsional menjadi gambar matematis		
Pgc(Hub (GS,M)	Proses pengecekan Gambar Situasional dengan Masalah	Kls	Kalkuluasi perhitungan Matematika
Pgc(Hub (GM,M)	Proses pengecekan Gambar Matematis dengan Masalah	Vld	Validasi
	Ide / gagasan		Pertanyaan
$\longrightarrow$	Urutan berpikir	$\longleftrightarrow$	Proses pengecekan
$\dashleftarrow\dashrightarrow$	Proses Reversibel		Membaca Masalah
	Membuat Asumsi		Menggambar Situasional
	Menggambar Matematis		Membuat Model Matematika
	Hasil Matematika		Solusi Real

Diagram 4.7 mengambarkan berpikir modeling matematis yang menjelaskan sangat rinci pada seluruh tahapan. Untuk meringkas dan mudah memahami bagaimana berpikir modeling matematis terjadi pada antar tahapan (membaca, membuat masalah, menggambar situasional, menggambar matematis, model matematika, hasil matematika, dan solusi real), dapat disajikan pada Diagram 4.8 sebagai berikut;

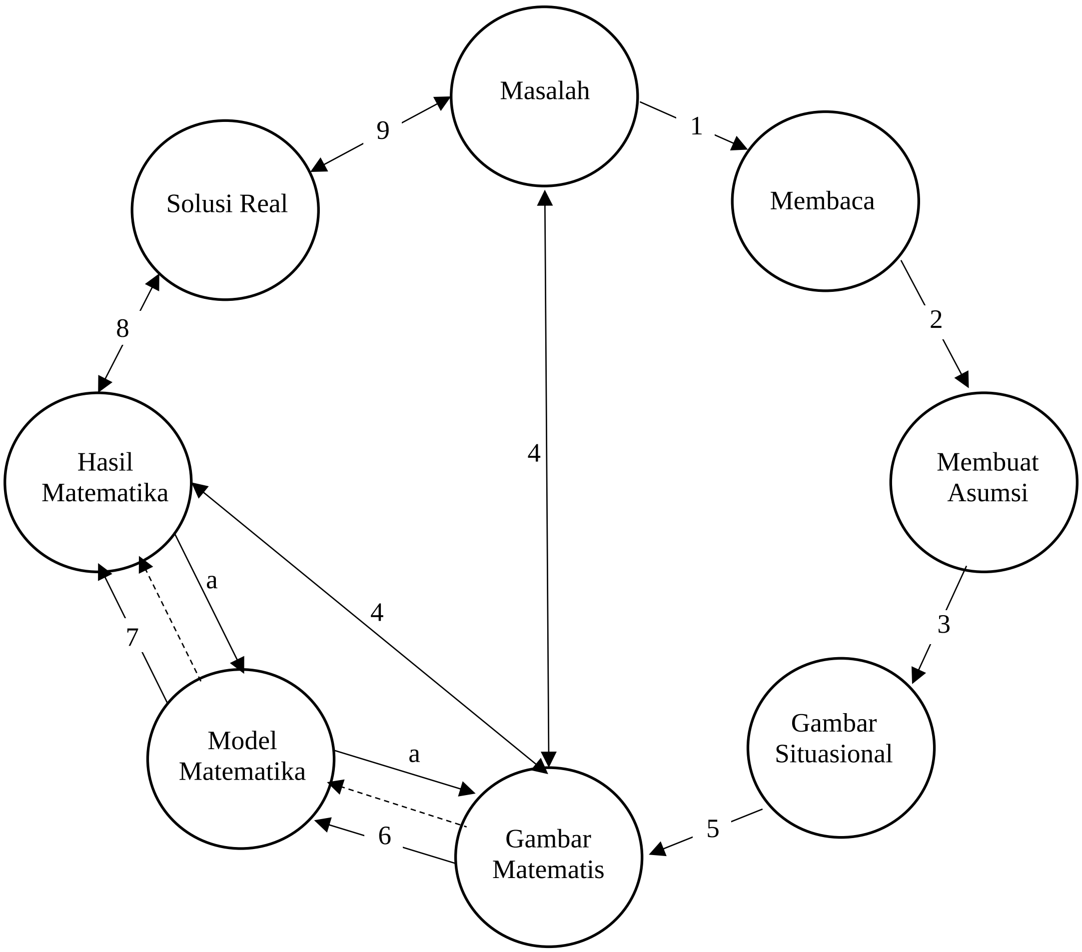


Diagram 4.8 Siklus Berpikir Modeling Matematis S4

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
→	Transisi antar tahapan	↔	Transisi bolak balik antar tahapan	○	Tahapan

4.4 Temuan Penelitian

Berdasarkan analisis data penelitian diperoleh 4 temuan penelitian yaitu (1) Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual, (2) Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis, (3) Lintasan Reversibel pada Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual, dan (4) Lintasan Reversibel pada Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis. Untuk lebih jelas tentang temuan penelitian ini akan dijelaskan sebagai berikut.

4.4.1 Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual

Subjek mengawali berpikir modeling matematis dengan membaca masalah. Awalnya proses membaca yang dilakukan oleh subjek berusaha memunculkan skema berpikirnya tentang ide atau strategi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah. Akan tetapi, ketika saat membaca pertama kali subjek tersebut tidak dapat menghubungkan antar ide dengan baik sehingga memunculkan kognitif konflik. Kognitif konflik membuat kondisi psikologi subjek yang menunjukkan minat atau kecemasan. Subjek tipe ini menunjukkan minat untuk mengetahui informasi-informasi penting dari masalah dengan cara membaca ulang masalah. Proses membaca masalah yang kedua digunakan subjek untuk memilih informasi-informasi penting sedangkan proses membaca yang ketiga digunakan oleh subjek untuk menghubungkan antar informasi. Penelitian ini mengungkapkan bahwa proses membaca dengan frekuensi lebih dari tiga kali dapat membantu subjek untuk mengkoneksikan ide-ide terkait dengan masalah.

Setelah membaca masalah, subjek mulai membuat asumsi masalah. Membuat asumi pada berpikir modeling matematis meliputi menghubungkan informasi-informasi penting, menganalisis situasi, membuat berbagai kemungkinan yang terjadi, dan memutuskan asumsi yang sesuai dengan masalah. Data penelitian menunjukkan bahwa saat membuat asumsi masalah, dimulai dengan menggabungkan informasi-informasi yang sudah didapatkan oleh subjek. Selanjutnya subjek memikirkan kejadian tersebut berdasarkan informasi yang sudah diperoleh. Subjek yang memliki pengetahuan non-matematika yang baik, akan memikirkan lebih dari satu kejadian ilustrasi masalah. Dalam proses pemilihan asumsi yang tepat, subjek seringkali membaca kembali masalah. Akan tetapi, proses membaca masalah yang dilakukan saat membuat asumsi hanya berfokus pada informasi-informasi pilihan. Terjadinya proses reversibel antara membaca dan membuat asumsi ini sebagai bentuk penegasan terhadap informasi yang sudah dipilih dengan cara membaca kembali informasi penting yang ada dalam masalah.

Setelah memutuskan asumsi masalah yang sesuai, subjek mulai mentransformasi informasi menjadi objek gambar. Penelitian ini mengungkapkan bagaimana subjek menghasilkan gambar situasional. Urutan mentransformasi informasi menjadi objek gambar menunjukkan ide pokok atau gagasan utama yang subjek pilih berdasarkan hasil bacaan dan asumsi yang dibuat. Hal ini terlihat dari jumlah kata yang dikomunikasikan secara verbal oleh subjek pada saat wawancara lebih banyak dibandingkan dengan menggunakan kata lain selain ide pokok. Setelah subjek mentransformasi informasi-informasi menjadi berbagai macam objek gambar, subjek mulai mengkonstruksi ilustrasi masalah lebih lengkap dengan memberikan keterangan pada setiap objek gambar.

Setelah gambar situasional selesai, subjek tidak langsung menyederhanakan gambar situasional ke gambar matematis melainkan melakukan klarifikasi antar gambar situasional dengan masalah. Klarifikasi yang dilakukan dengan mencocokkan antar informasi dengan gambar situasional. Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek antara gambar situasional dan masalah berdampak pada pengambilan keputusan subjek dalam menentukan langkah untuk menyelesaikan masalah matematika. Jika hasil klarifikasi memberikan keyakinan atas gambar situasional yang telah dihasilkan, maka subjek memutuskan untuk melanjutkan tahapan penyelesaian berikutnya. Namun, jika hasil klarifikasi tidak memperoleh keyakinan, maka subjek memutuskan untuk kembali membaca masalah matematika. Klarifikasi gambar situasional dan masalah ini dilakukan oleh subjek dalam bentuk mempertanyakan kembali keterkaitan antar masalah dan gambar situasional.

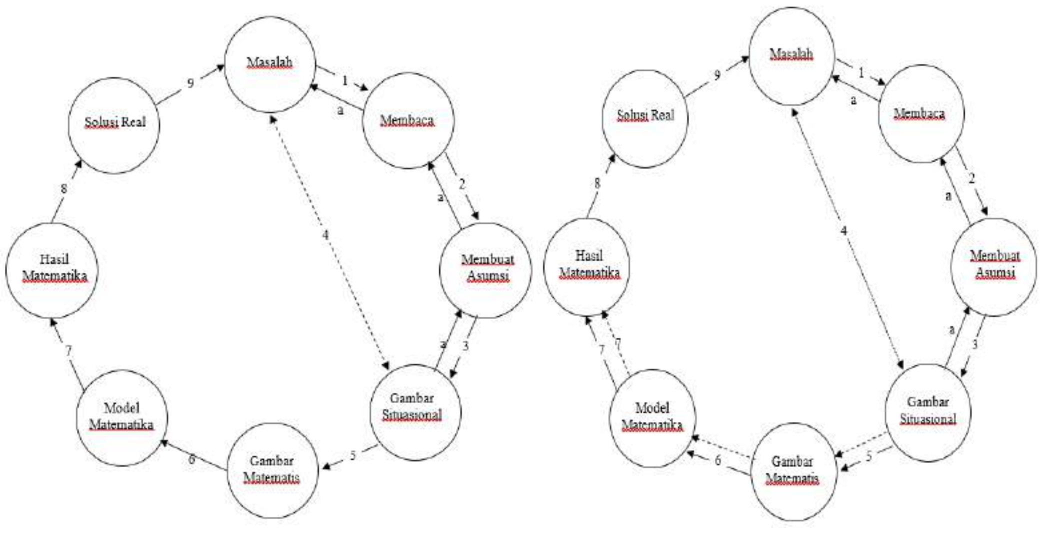
Setelah menghasilkan gambar situasional, subjek mulai mereduksi seluruh objek pada gambar situasional menjadi bentuk representasi matematis seperti segmen garis dan bentuk bangun datar sesuai dengan konteks masalah. Ketika subjek menyederhanakan gambar situasional ke gambar matematis, penguasaan pengetahuan matematika yang dimiliki oleh subjek mempengaruhi gambar matematis yang dihasilkan. SPenguasaan konsep matematika dan tingkat kemampuan analisis subjek yang berbeda-beda dapat menimbulkan beragam gambar matematis yang berbeda pada masalah matematika. Hal ini disebabkan karena masing-masing subjek memiliki perbedaan tingkat pemahaman yang berbeda terkait dengan masalah dan pengetahuan matematika. Langkah-langkah yang dilakukan dalam membuat model matematika diantaranya; (1) menentukan konsep matematika yang sesuai, (2) menuliskan huruf yang merepresentasikan bagian-bagian gambar matematis, (3) menuliskan model matematika dari masalah, dan (4) mengevaluasi kesesuaian antara penulisan dan konsep matematika yang dipilih. Akurasi penulisan model matematika akan berdampak pada keberhasilan subjek dalam menyelesaikan masalah.

Setelah membuat model, subjek menghitung untuk mendapatkan hasil matematika. Perhitungan dimulai dengan menggantikan representasi huruf dengan angka. Ketika subjek tidak yakin akan hasil perhitungan sesuai dengan masalah, ia kembali mengulangi tahapan penyelesaian dari membuat asumsi. Faktor yang menyebabkan subjek harus mengulagi adalah kesalahan yang subjek buat saat mengkonstruksi gambar situasional yang salah dalam memilih informasi-informasi yang penting. Ketika informasi yang harus dieliminasi masuk dalam informasi penting, maka besar kemungkinan terjadi kesalahan. Hal ini terbukti di lapangan bahwa ketika subjek salah memilih informasi menyebabkan kesalahan pada membuat asumsi, gambar situasional, gambar matematis, model matematika, dan hasil perhitungan matematika.

Hal ini menunjukkan bahwa tidak semua subjek memliki kemampuan untuk menghasilkan ilustrasi masalah lebih dari satu. Subjek yang hanya menghasilkan satu ilustrasi masalah memliki kemungkinan besar merevisi hasil pekerjaannya saat mevalidasi hasil perhitungan dengan masalah. Faktor yang menyebabkan subjek tidak yakin diantarnya, (1) subjek merasa asumsi yang sudah dihasilkan sebelumnya ada yang perlu disesuaikan, dan (2) subjek merasa hasil perhitungannya akan lebih relevan jika direvisi, maka ia perlu merevisi kembali gambar situasional.

Subjek tipe ini memulai revisi dari menggambar situasional. Subjek mengeliminasi informasi atau menambahakan informasi pada gambar situasional. Ketika informasi tersebut telah sesuai, ia membuat kembali gambar situasional. Selanjutnya, subjek mereduksi gambar situasional dengan menggunakan representasi matematis untuk mendapatkan gambar matematis. Hasil revisi gambar matematis membuat subjek harus merevisi model matematika. Setelah itu, subjek menghitung model matematika sehingga ia mendapatkan 2 hasil matematika. Selanjutnya, subjek memilih hasil matematika yang paling relevan dengan pertanyaan masalah matematika. Setelah mendapatkan hasil matematika, baru subjek mengintepretasi hasil tersebut berdasarkan masalah matematika.

Berdasarkan uraian di atas, terlihat jelas bagaimana penggunaan 7 tahapan berpikir modeling matematis dapat mendorong terbentuknya siklus berpikir modeling matematis. Siklus berpikir modeling matematis ini menunjukkan bahwa subjek mengklarifikasi gambar situasional dengan masalah matematika, dan memulai tahapan revisi dari menghasilkan gambar situasional. Untuk melihat lebih sederhana bagaimana terjadinya siklus berpikir modeling matematis Tipe Klarifikatif Visual terjadi dapat direpresentasikan pada diagram sebagai berikut;



Siklus 1 Siklus 2

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
⟶	Transisi antar tahapan	⟷	Transisi Reversibel antar tahapan		

Diagram 4.1 Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual

4.4.2 Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis

Dalam penelitian ini, subjek awalnya membaca masalah secara sepintas. Setelah membaca masalah sepintas, siswa tidak mengetahui sama sekali harus bekerja dari mana sehingga tidak berkerja apa-apa. Langkah yang dilakukan subjek selanjutnya yaitu membaca kembali masalah. Berbeda dengan sebelumnya, subjek mulai membaca masalah secara lebih teliti agar dapat memilih informasi-informasi penting. Proses membaca yang ketiga, subjek berusaha untuk menghubungkan antar informasi-informasi penting. Hal ini ditandai dengan bagaimana subjek terlihat terdiam untuk memikirkan informasi-informasi penting dan kemudian membaca kembali masalahnya. Penelitian ini mengungkapkan bahwa membaca masalah dengan frekuensi lebih dari tiga kali dapat membantu subjek untuk mengkoneksikan ide-ide terkait dengan masalah.

Setelah membaca masalah, subjek lalu membuat asumsi masalah dengan cara menggabungkan informasi-informasi yang sudah didapatkan oleh subjek. Selanjutnya subjek memikirkan kejadian tersebut berdasarkan informasi yang sudah diperoleh. Subjek yang memliki pengetahuan non-matematika yang baik, akan memikirkan lebih dari satu kejadian ilustrasi masalah. Padahal dari berbagai kemungkinan asumsi yang sudah dibuat subjek hanya menghasilkan satu gambar situasional. Dalam proses pemilihan asumsi yang tepat, subjek seringkali membaca kembali masalah. Akan tetapi, proses membaca masalah yang dilakukan saat membuat asumsi hanya berfokus pada informasi-informasi pilihan.

Setelah membuat asumsi, proses yang dilakukan subjek selanjutnya yaitu mentransformasi informasi menjadi objek gambar. Kemampuan subjek mentransformasi objek gambar didasarkan atas pengetahuan non matematika yang ia miliki seperti pengalaman. Penelitian ini mengungkapkan bagaimana proses menggambar situasional yang dilakukan oleh subjek. Subjek awalnya mentransformasi informasi menjadi objek gambar berdasarkan ide utama yang subjek pilih berdasarkan informasi penting dan asumsi yang dibuat. Hal ini ditandai dari jumkah kata yang dikomunikasikan secara verbal oleh subjek pada saat wawancara lebih banyak dibandingkan dengan menggunakan kata lain selain ide pokok. Setelah subjek mentransformasi informasi-informasi menjadi berbagai macam objek gambar, subjek mulai mengkonstruksi ilustrasi masalah lebih lengkap dengan memberikan keterangan pada setiap objek gambar.

Setelah menghasilkan gambar situasional, subjek mulai mereduksi seluruh objek pada gambar situasional menjadi bentuk representasi matematis seperti segmen garis dan bentuk bangun datar sesuai dengan konteks masalah. Ketika subjek menyederhanakan gambar situasional ke gambar matematis, penguasaan pengetahuan matematika yang dimiliki oleh subjek mempengaruhi gambar matematis yang dihasilkan. Penguasaan konsep matematika dan tingkat kemampuan analisis subjek yang berbeda-beda dapat menimbulkan beragam gambar matematis yang berbeda pada masalah matematika. Hal ini disebabkan karena masing-masing subjek memiliki perbedaan tingkat pemahaman yang berbeda terkait dengan masalah dan pengetahuan matematika.

Setelah gambar matematis selesai, subjek Tipe Klarifikatif Simbolis tidak langsung membuat model matematika melainkan melakukan klarifikasi antar gambar matematis dengan masalah. Faktor penyebab klarifikasi timbul karena keragu-raguan atas hasil gambar matematis yang sudah dihasilkan. Klarifikasi dilakukan dengan cara mencocokkan antar informasi dengan gambar matematis yang dibuat. Hal ini juga disebabkan gambar situasional yang dihasilkan oleh siswa Tipe Klarifikatif Simbolis tidak mendetails sehingga memerlukan klarifikasi terhadap masalah. Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek antara gambar matematis dan masalah berdampak pada pengambilan keputusan subjek dalam menentukan langkah untuk menyelesaikan masalah matematika. Jika hasil klarifikasi memberikan keyakinan atas gambar matematis yang telah dihasilkan, maka subjek memutuskan untuk melanjutkan tahapan penyelesaian berikutnya. Namun, jika hasil klarifikasi tidak memperoleh keyakinan, maka subjek memutuskan untuk kembali membaca masalah matematika. Klarifikasi gambar matematis dan masalah ini dilakukan oleh subjek dalam bentuk mempertanyakan kembali keterkaitan antar masalah dan gambar. Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek juga berdampak pada peningkatan rasa percaya diri terhadap kebenaran dari gambar matematis yang sudah dibuat.

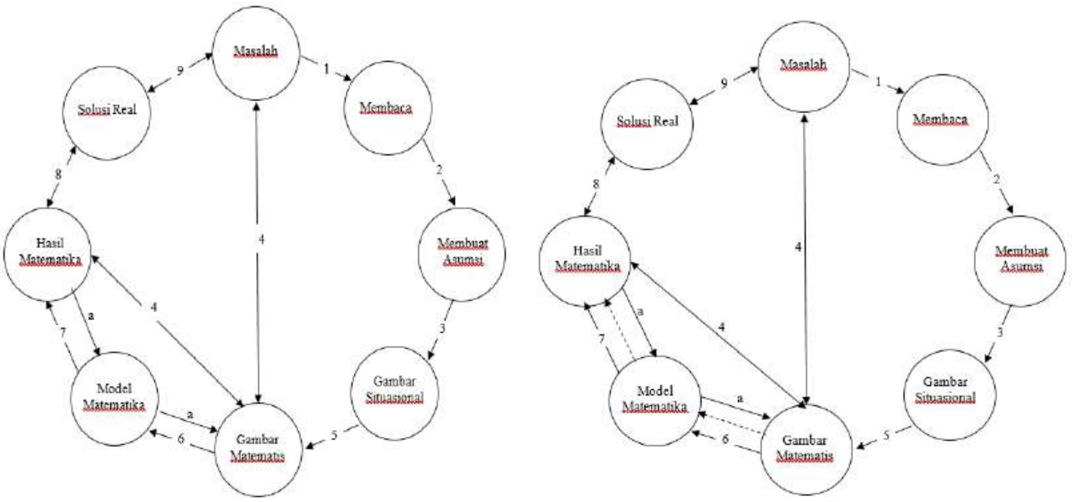
Subjek terlihat kesulitan dalam menentukan model matematika. Hal ini dapat terlihat ketika subjek membutuhkan waktu yang lama saat menentukan model matematika. Langkah-langkah yang dilakukan dalam membuat model matematika diantaranya; (1) menentukan konsep matematika yang sesuai, (2) menuliskan huruf yang merepresentasikan bagian-bagian gambar matematis, (3) menuliskan model matematika dari masalah, dan (4) mengevaluasi kesesuaian antara penulisan dan konsep matematika yang dipilih. Kebiasaan menuliskan model matematika akan terbawa saat menuliskan model matematika. Akurasi penulisan model matematika akan berdampak pada keberhasilan subjek dalam menyelesaikan masalah.

Setelah membuat model, subjek menghitung untuk mendapatkan hasil matematika. Perhitungan dimulai dengan menggantikan representasi huruf dengan angka. Kemampuan subjek dalam menghitung berdasarkan kemampuan dasar perhitungan yang dimiliki. Biasanya subjek kesulitan dalam menentukan hasil perhitungan matematika yang tidak biasa seperti penjumlahan akar kuadrat dengan bilanga bulat positif dan lain sebagaianya. Ketepatan hasil perhitungan matematika sangat bergantung pada model matematika yang dihasilkan. Penelitian ini mengungkapkan bahwa ada yang salah dalam menuliskan model matematika tetapi menghasilkan perhitungan akhir yang benar. Hal ini disebabkan subjek menyimpan sebagian informasi untuk sementara waktu dan digunakan untuk menentukan hasil perhitungan. Subjek mengingat kembali informasi tersebut ketika sudah selesai.

Ketika subjek tidak yakin akan hasil perhitungan sesuai dengan masalah, ia merevisi gambar matematisnya. Faktor yang menyebabkan subjek merevisi gambar matematis adalah subjek menyadari ketika salah satu informasi penting dieliminasi, maka subjek menghasilkan hasil matematika yang lebih sesuai. Hal ini terbukti di lapangan bahwa ketika subjek ragu atas hasil matematika yang pertama, maka subjek merevisi gambar situasional, gambar matematis, model matematika, dan hasil matematika.

Penelitian ini menunjukkan bahwa ketika subjek tidak yakin atas hasil matematika, maka subjek mulai revisi dari gambar matematis. Revisi diawali dengan subjek mengeliminasi atau menambahakan informasi yang sesuai dengan masalah. Ketika subjek merasa informasi telah sesuai, ia tidak merevisi gambar situasional tapi langsung merevisi gambar matematis. Setelah itu, ia membuat model matematika. Selanjutnya, ia menghitung kembali model matematika. Ketika subjek mendapatkan 2 hasil matematika, subjek memilih hasil yang paling relevan dengan pertanyaan masalah matematika.

Berdasarkan uraian di atas, terlihat jelas bagaimana penggunaan 7 tahapan berpikir modeling matematis dapat mendorong terbentuknya siklus berpikir modeling matematis yang berbeda dari penelitian-penelitian sebelumnya. Siklus berpikir modeling matematis ini berbeda, karena berhasil menunjukkan bahwa subjek mengklarifikasi gambar matematis dengan masalah, dan memulai tahapan revisi dari menghasilkan gambar matematis. Hal ini menunjukkan bahwa penelitian yang telah dilakukan telah berhasil berkontribusi atas kebaruan terkait berpikir modeling matematis yang belum pernah dikerjakan oleh para peneliti sebelumnya. Untuk melihat lebih sederhana bagaimana terjadianya berpikir modeling matematis dapat direpresentasikan pada diagram sebagai berikut;



Siklus 1 Siklus 2

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
→	Transisi antar tahapan	↔	Transisi Reversibel antar tahapan		

Diagram 5.2 Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis

4.4.3 Lintasan Reversibel pada Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual

Penelitian menemukan bahwa Berpikir modeling matematis Tipe Klarifikatif Visual mendorong terbentuknya lintasan berpikir yang reversibel pada tiga tahapan diantaranya; membaca masalah, membuat asumsi, dan menggambar situasional. Untuk mengetahui lebih jelas bagaimana hal ini terjadi dapat dijelasakan sebagai berikut.

Lintasan reversibel pada berpikir modeling matematis Tipe Klarifikatif Visual berawal saat membaca masalah. Subjek mengawali berpikir modeling matematis dengan membaca masalah. Penelitian ini menunjukkan bahwa awalnya proses membaca yang dilakukan oleh subjek berusaha memunculkan tentang ide atau strategi yang bisa digunakan untuk menyelesaikan masalah. Namun, saat membaca pertama kali subjek tersebut tidak dapat menghubungkan antar ide dengan baik sehingga memunculkan kognitif konflik. Kognitif konflik membuat kondisi psikologi subjek yang menunjukkan minat atau kecemasan. Subjek tipe ini menunjukkan minat untuk mengetahui informasi-informasi penting dari masalah dengan cara membaca ulang masalah.

Proses membaca masalah yang kedua digunakan subjek untuk memilih informasi-informasi penting sedangkan proses membaca yang ketiga digunakan oleh subjek untuk menghubungkan antar informasi. Hal ini ditandai dengan bagaimana subjek dapat mengkomunikasikan ide awal secara verbal setelah membaca masalah yang ketiga kalinya. Penelitian ini mengungkapkan bahwa proses membaca dengan frekuensi lebih dari tiga kali dapat membantu subjek untuk mengkoneksikan ide-ide terkait dengan masalah.

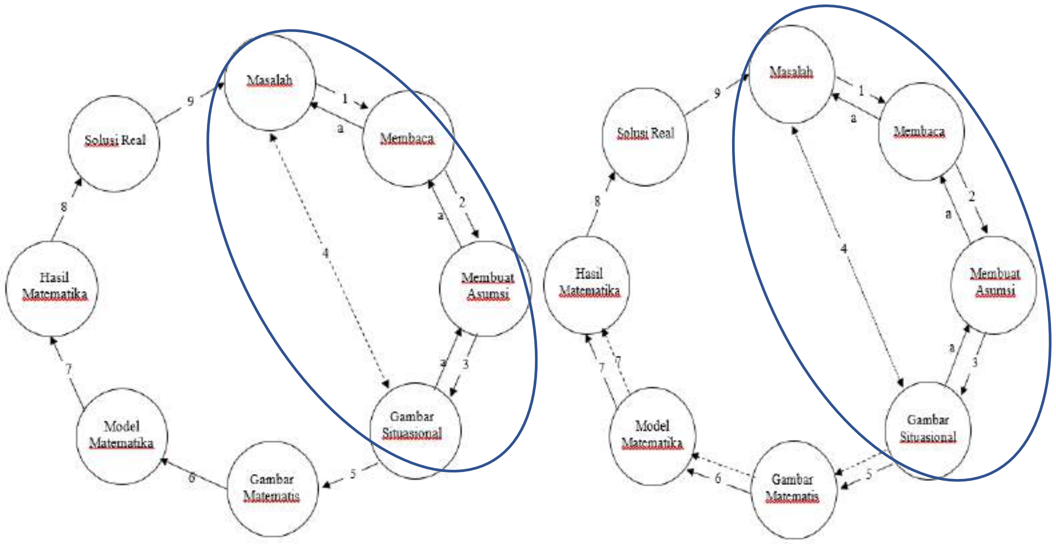
Membuat asumsi merupakan bagian dari modeling matematis. Membuat asumi pada masalah matematika meliputi menghubungkan informasi-informasi penting, menganalisis situasi, membuat berbagai kemungkinan yang terjadi, dan memutuskan asumsi yang sesuai dengan masalah. Penelitian ini menjelaskan bagaimana pertimbangan yang dilakukan oleh subjek saat memilih asumsi yang sesuai dengan masalah. Dalam proses pemilihan asumsi yang tepat, subjek seringkali membaca kembali masalah. Akan tetapi, proses membaca masalah yang dilakukan saat membuat asumsi hanya berfokus pada informasi-informasi pilihan. Terjadinya proses reversibel antara membaca dan membuat asumsi ini sebagai bentuk penegasan terhadap informasi yang sudah dipilih.

Setelah memutuskan asumsi masalah yang sesuai, subjek mulai mentransformasi informasi menjadi objek gambar. Kemampuan subjek mentransformasi objek gambar didasarkan atas pengetahuan non matematika yang ia miliki. Penelitian ini mengungkapkan bagaimana subjek menghasilkan gambar situasional. Urutan mentransformasi informasi menjadi objek gambar menunjukkan ide pokok atau gagasan utama yang subjek pilih berdasarkan hasil bacaan dan asumsi yang dibuat. Hal ini terlihat dari jumlah kata yang dikomunikasikan secara verbal oleh subjek pada saat wawancara lebih banyak dibandingkan dengan menggunakan kata lain selain ide pokok. Setelah subjek mentransformasi informasi-informasi menjadi berbagai macam objek gambar, subjek mulai mengkonstruksi ilustrasi masalah lebih lengkap dengan memberikan keterangan pada setiap objek gambar.

Pada saat menghasilkan gambar situasional, subjek juga terlihat memikirkan kembali asumsi masalah yang sudah dibuat. Hal ini ditandai dengan subjek yang terdiam sambil melanjutkan gambar situasional yang dihasilkan. Proses reversibel yang dilakukan oleh subjek antara menghasilkan gambar situasional dan membuat asumsi ini bertujuan untuk memastikan bahwa gambar yang akan dihasilkan sesuai dengan ilutrasi yang ada dalam mental subjek.

Subjek melakukan klarifikasi antar gambar situasional dengan masalah. Klarifikasi yang dilakukan dengan mencocokkan antar informasi dengan gambar. Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek antara gambar situasional dan masalah berdampak pada pengambilan keputusan subjek dalam menentukan langkah untuk menyelesaikan masalah matematika. Jika hasil klarifikasi memberikan keyakinan atas gambar situasional yang telah dihasilkan, maka subjek memutuskan untuk melanjutkan tahapan penyelesaian berikutnya. Namun, jika hasil klarifikasi tidak memperoleh keyakinan, maka subjek memutuskan untuk kembali membaca masalah matematika. Klarifikasi gambar situasional dan masalah ini dilakukan oleh subjek dalam bentuk mempertanyakan kembali keterkaitan antar masalah dan gambar. Hal ini ditandai dengan waktu yang subjek habiskan untuk menghasilkan gambar situasional lebih lama dibandingkan dengan tahapan lainnya. Hal ini menandakan bahwa subjek ini cenderung menggunakan gambar situasional menjadi pusat dalam tahapan berpikir modeling matematis. Proses reversibel terjadi antara gambar situasional dan masalah didorong atas klarifikasi yang dilakukan oleh subjek untuk memastikan bahwa gambar yang sudah dibuat sudah sesuai dengan masalah matematika.

Berdasarkan uraian di atas, terlihat jelas bagaimana tiga tahapan berpikir modeling matematis yaitu membaca masalah, membuat asumsi, dan menghasilkan gambar situasional telah membentuk lintasan berpikir yang reversibel. Temuan ini menunjukkan bahwa penelitian ini berkontribusi atas kebaruan terkait berpikir modeling matematis yang belum pernah dikerjakan oleh para peneliti sebelumnya. Untuk melihat lebih sederhana bagaimana terjadinya sebagian lintasan berpikir modeling matematis yang reversibel dapat direpresentasikan pada diagram sebagai berikut;



Lintasan Reversibel pada Siklus 1 Lintasan Reversibel pada Siklus 2

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
→	Transisi antar tahapan	↔	Transisi Reversibel antar tahapan		Lintasan Reversibel

Diagram 5.3 Lintasan Reversibel pada Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual

4.4.4 Lintasan Reversibel pada Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis

Penelitian menemukan bahwa Berpikir modeling matematis Tipe Klarifikatif Simbolis mendorong terbentuknya lintasan berpikir yang reversibel pada tiga tahapan diantaranya; menggambar matematis, membuat model matematika, dan hasil matematika. Untuk mengetahui lebih jelas bagaimana hal ini terjadi dapat dijelasakan sebagai berikut.

Lintasan reversibel pada Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis dimulai saat subjek menghasilkan gambar matematis. Subjek mulai mereduksi seluruh objek pada gambar situasional menjadi bentuk representasi matematis seperti segmen garis dan bentuk bangun datar sesuai dengan konteks masalah. Penguasaan konsep matematika dan tingkat kemampuan analisis subjek yang berbeda-beda dapat menimbulkan beragam gambar matematis yang berbeda pada masalah matematika. Hal ini disebabkan karena masing-masing subjek memiliki perbedaan tingkat pemahaman yang berbeda terkait dengan masalah dan pengetahuan matematika.

Subjek tidak langsung membuat model matematika melainkan melakukan klarifikasi antar gambar matematis dengan masalah. Klarifikasi yang dilakukan dengan mencocokkan antar informasi dengan gambar matematis yang dibuat. Hal ini juga disebabkan gambar situasional yang dihasilkan tidak mendetails. Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek antara gambar matematis dan masalah berdampak pada pengambilan keputusan subjek dalam menentukan langkah untuk menyelesaikan masalah matematika. Jika hasil klarifikasi memberikan keyakinan atas gambar matematis yang telah dihasilkan, maka subjek memutuskan untuk melanjutkan tahapan penyelesaian berikutnya. Namun, jika hasil klarifikasi tidak memperoleh keyakinan, maka subjek memutuskan untuk kembali membaca masalah matematika. Klarifikasi gambar matematis dan masalah ini dilakukan oleh subjek dalam bentuk mempertanyakan kembali keterkaitan antar masalah dan gambar matematis.

Proses kembali ke masalah terjadi setelah subjek menghasilkan gambar matematis. Hal ini dilakukan sebagai bentuk klarifikasi kesesuaian antar gambar matematis dengan masalah. Tingkat akurasi gambar matematis yang dihasilkan akan berkontribusi pada keakuratan model matematika yang akan digunakan. Hal ini disebabkan karena gambar matematis difungsikan untuk mencari model matematika yang sesuai dengan masalah. Langkah pembuatan model matematika didasarkan atas konsep matematika dari gambar matematis yang telah dihasilkan.

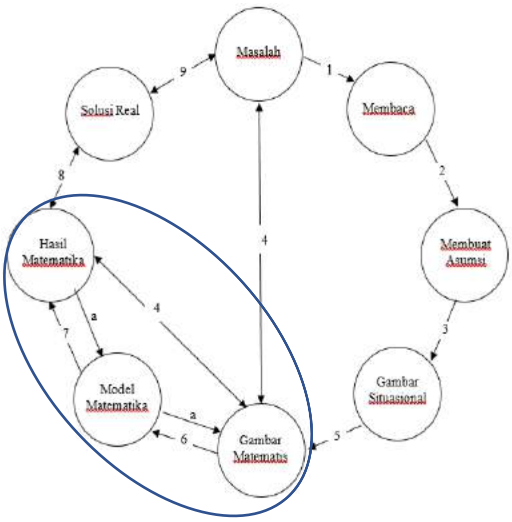
Setelah menghasilkan gambar matematis, selanjutnya subjek menentukan model matematika dari masalah. Langkah-langkah yang dilakukan dalam membuat model matematika diantaranya; (1) menentukan konsep matematika yang sesuai, (2) menuliskan huruf yang merepresentasikan bagian-bagian gambar matematis, (3) menuliskan model matematika dari masalah, dan (4) mengevaluasi kesesuaian antara penulisan dan konsep matematika yang dipilih. Kebiasaan menuliskan model matematika akan terbawa saat menuliskan model matematika. Akurasi penulisan model matematika akan berdampak pada keberhasilan subjek dalam menyelesaikan masalah.

Pada saat menuliskan model matematika, subjek merasa kesulitan sehingga seringkali subjek melihat kembali gambar matematis. Subjek terdiam sambil berpikir apakah model matematika yang dihasilkan sudah sesuai dengan gambar matematis. Proses reversibel antara gambar matematis dan model matematika ini didorong oleh kesulitan yang subjek alami saat menentukan model matematika. Reversibel ini dilakukan oleh subjek sebagai bentuk proses pengecekan keseuaian antara gambar matematis dan model matematika. Subjek membutuhkan banyak waktu untuk menentukan model matematika dibandingkan dengan tahapan lainnya.

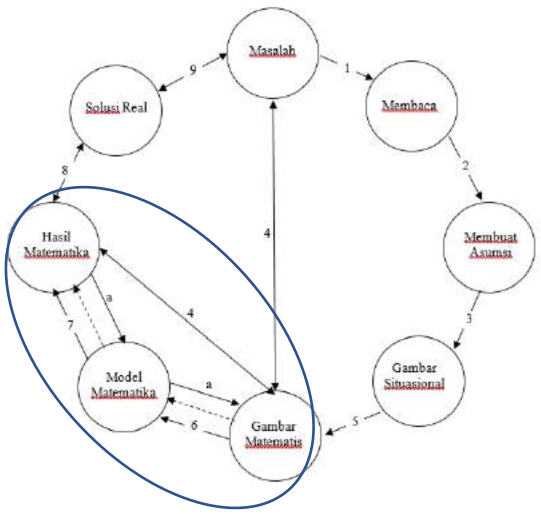
Setelah membuat model, subjek menghitung untuk mendapatkan hasil matematika. Perhitungan dimulai dengan menggantikan representasi huruf dengan angka. Kemampuan subjek dalam menghitung berdasarkan kemampuan dasar perhitungan yang dimiliki. Ketepatan hasil perhitungan matematika sangat bergantung pada model matematika yang dihasilkan. Saat menghitung, subjek seringkali mengecek model matematika yang sudah dibuat. Proses reversibel antara membuat model matematika dan hasil matematika ini didorong oleh keinginan subjek untuk memeriksa kesesuaian antara hasil perhitungan dengan model matematika.

Ketika subjek tidak yakin akan hasil perhitungan sehingga ia kembali mengulangi tahapan penyelesaian dari menggambar matematis. Ketika subjek merasa ada informasi penting yang seharusnya dieliminasi sehingga bisa mendapatkan hasil yang maksimal. Hal ini terbukti di lapangan bahwa jika subjek merevisi gambar matematis, model matematika, dan hasil perhitungan matematika, maka subjek berhasil mendapatkan solusi real yang lebih sesuai.

Berdasarkan uraian di atas, terlihat jelas bagaimana pada tiga tahapan berpikir modeling matematis yaitu menggambar matematis, model matematika, dan hasil membentuk lintasan berpikir yang reversibel. Hal ini menunjukkan bahwa penelitian ini berkontribusi atas kebaruan terkait berpikir modeling matematis yang belum pernah dikerjakan oleh para peneliti sebelumnya. Untuk melihat bagaimana terjadinya lintasan berpikir modeling matematis yang reversibel dapat direpresentasikan sebagai berikut;



Lintasan Reversibel pada Siklus 1



Lintasan Reversibel pada Siklus 2

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
→	Transisi antar tahapan	↔	Transisi Reversibel antar tahapan		Lintasan Reversibel

Diagram 5.4 Lintasan Reversibel pada Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis

BAB V
PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini diperoleh 4 temuan yaitu (1) Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual, (2) Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis, (3) Lintasan Reversibel pada Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual, dan (4) Lintasan Reversibel pada Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis. Untuk lebih jelas tentang temuan penelitian ini akan dijelaskan sebagai berikut.

5.1 Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual

Literatur terakhir yang membahas modeling matematis adalah hasil penelitian (Rellensmann dkk., 2017; Schukajlow, Kolter, & Blum, 2015). Hasil penelitian menyimpulkan bahwa subjek menggunakan bantuan gambar situasional dan gambar matematis saat melakukan proses transfer dari masalah matematika ke model matematika. Penelitian-penelitian tersebut tidak mengkaji aspek berpikir modeling matematis yang dilakukan oleh subjek. Sedangkan penelitian ini mengeksplorasi terkait dengan berpikir modeling matematis yang dilakukan oleh subjek. Berpikir modeling matematis pada penelitian ini mengacu pada berbagai tahapan diantaranya; membaca masalah, membuat asumsi, menggambar situasional, menggambar matematis, membuat model matematika, menghitung matematika, dan membuat solusi real.

Data penelitian ini menunjukkan kesesuaian pendapat Czocher (2016) bahwa semua subjek memulai berpikir modeling matematis dari membaca masalah. subjek mengawali berpikir modeling matematis dengan membaca masalah. Membaca masalah dapat dimasukkan sebagai langkah atau proses untuk mengidentifikasi ide-ide awal untuk memahami masalah matematika (Czocher, 2016). Penelitian ini menunjukkan bahwa awalnya proses membaca yang dilakukan oleh subjek berusaha memunculkan skema berpikirnya tentang ide atau strategi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah. Akan tetapi, ketika saat membaca pertama kali subjek tersebut tidak dapat menghubungkan antar ide dengan baik sehingga memunculkan kognitif konflik. Kognitif konflik membuat kondisi psikologi subjek yang menunjukkan minat atau kecemasan. Subjek tipe ini menunjukkan minat untuk mengetahui informasi-informasi penting dari masalah dengan cara membaca ulang masalah.

Proses membaca masalah yang kedua digunakan subjek untuk memilih informasi-informasi penting sedangkan proses membaca yang ketiga digunakan oleh subjek untuk menghubungkan antar informasi. Kegiatan membaca ulang masalah dilakukan oleh siswa sebagai salah satu strategi untuk mengatasi kesulitan yang muncul dalam memahami masalah (Baker, 2005). Hal ini ditandai dengan bagaimana subjek dapat mengkomunikasikan ide awal secara verbal setelah membaca masalah yang ketiga kalinya. Penelitian Berger (2019) menjelaskan bagaimana menghubungkan informasi-informasi mengenai masalah dapat terjadi ketika subjek melakukan proses membaca masalah matematika, namun tidak menjelaskan berapa banyak frekuensi yang dibutuhkan oleh subjek sampai membentuk skema pemahaman saat membaca masalah. Penelitian ini mengungkapkan bahwa proses membaca dengan frekuensi lebih dari tiga kali dapat membantu subjek untuk mengkoneksikan ide-ide terkait dengan masalah.

Pendapat Ärlebäck (2009) menyatakan setelah membaca masalah, subjek melanjutkan dengan proses membuat gambar situasional, maka hal ini bertentangan dengan teori dan fakta di lapangan. Jika setelah membaca masalah langsung membuat gambar situasinal, maka bertentangan dengan tahapan modeling yang sudah dilakukan oleh Pollak, (2003) dimana membuat asumsi dilakukan sebelum menghasilkan gambar situasional. Setelah membaca, subjek mengilustrasikan masalah secara mental berdasarkan informasi yang sudah dipilih. Penelitian yang dilakukan Blum & Leilj (2007), Anhalt & Cortez (2015), dan Eraslan (2015) mengabaikan membuat asumsi dapat menandakan, mereka telah melewatkan tahapan membuat asumsi yang seharusnya ada dalam tahapan penyelesaian masalah matematika. Penelitian ini menambahkan asumsi masalah karena peranan asumsi berkontribusi besar pada kesuksesan tahapan awal penyelesaian masalah. Penambahan tahapan membuat asumsi pada tahapan modeling matematis juga dilakukan oleh Pollak (2003). Hal ini diperkuat oleh penelitian King & Turnitsa (2008), Lago & Vliet (2005), Lakner, Hangos, & Cameron (2001) dan Seino, (2005) yang menjelaskan bahwa asumsi berperan sangat besar dalam proses pembentukan gambar situasional karena dapat mengeliminasi interpretasi mengenai informasi-informasi yang mungkin tidak diinginkan. Membuat asumsi merupakan bagian dari modeling matematis. Membuat asumi pada masalah matematika meliputi menghubungkan informasi-informasi penting, menganalisis situasi, membuat berbagai kemungkinan yang terjadi, dan memutuskan asumsi yang sesuai dengan masalah.

Data penelitian menunjukkan bahwa saat membuat asumsi masalah, dimulai dengan menggabungkan informasi-informasi yang sudah didapatkan oleh subjek. Selanjutnya subjek memikirkan kejadian tersebut berdasarkan informasi yang sudah diperoleh. Subjek yang memliki pengetahuan non-matematika yang baik, akan memikirkan lebih dari satu kejadian ilustrasi masalah. Penelitian yang dilakukan oleh Czocher (2016) menjelaskan bahwa pada tahapan modeling subjek juga mendaftar kemungkinan asumsi kejadian yang sesuai masalah. Namun, Czocher tidak menjelaskan pemilihan berbagai asumsi yang sudah dibuat oleh subjek. Padahal dari berbagai kemungkinan asumsi yang sudah dibuat subjek hanya menghasilkan satu gambar situasional. Penelitian ini menjelaskan hal bagaimana pertimbangan yang dilakukan oleh subjek saat memilih asumsi yang sesuai dengan masalah. Dalam proses pemilihan asumsi yang tepat, subjek seringkali membaca kembali masalah. Akan tetapi, proses membaca masalah yang dilakukan saat membuat asumsi hanya berfokus pada informasi-informasi pilihan. Terjadinya proses reversibel antara membaca dan membuat asumsi ini sebagai bentuk penegasan terhadap informasi yang sudah dipilih dengan cara membaca kembali informasi penting yang ada dalam masalah. Hal ini diperkuat oleh pendapat Lakner, Hangos, & Cameron (2001) yang menyatakan bahwa membuat asumsi masalah membutuhkan proses *reversibel* yang berfungsi sebagai kontrol atas ilustrasi masalah yang sedang dibuat secara mental.

Setelah memutuskan asumsi masalah yang sesuai, subjek mulai mentransformasi informasi menjadi objek gambar. Kemampuan subjek mentransformasi objek gambar didasarkan atas pengetahuan non matematika yang ia miliki. Hal ini sesuai dengan pendapat Rellensmann dkk. (2017) dan Frejd & Bergsten (2016) yang menyatakan bahwa pengetahuan non-matematika dapat meningkatkan akurasi gambar situsional yang dihasilkan. Penelitian ini mengungkapkan bagaimana subjek menghasilkan gambar situasional. Urutan mentransformasi informasi menjadi objek gambar menunjukkan ide pokok atau gagasan utama yang subjek pilih berdasarkan hasil bacaan dan asumsi yang dibuat. Hal ini terlihat dari jumlah kata yang dikomunikasikan secara verbal oleh subjek pada saat wawancara lebih banyak dibandingkan dengan menggunakan kata lain selain ide pokok. Setelah subjek mentransformasi informasi-informasi menjadi berbagai macam objek gambar, subjek mulai mengkonstruksi ilustrasi masalah lebih lengkap dengan memberikan keterangan pada setiap objek gambar. Hal ini dapat dikatakan bahwa gambar situasional yang dihasilkan oleh subjek, membantu subjek untuk menyimpulkan informasi-informasi yang penting terkait dengan masalah sehingga terkonstruksi pemahaman yang komprehensif (Cox, 1999; Dooren dkk., 2017; Frejd & Bergsten, 2016; Supianto, Hayashi, & Hirashima, 2016).

Setelah gambar situasional selesai, perbedaan mendasar penelitian Blum & Leilj (2007) dan Meter dkk., (2006) menjelaskan bahwa subjek langsung melanjutkan dengan proses menyederhanakan gambar situasional menjadi gambar matematis. Hal ini bertentang dengan fakta di lapangan pada penelitian ini yang menunjukkan bahwa subjek Tipe Klarifikatif Visual tidak langsung menyederhanakan gambar situasional ke gambar matematis melainkan melakukan klarifikasi antar gambar situasional dengan masalah. Klarifikasi yang dilakukan dengan mencocokkan antar informasi dengan gambar.

Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek antara gambar situasional dan masalah berdampak pada pengambilan keputusan subjek dalam menentukan langkah untuk menyelesaikan masalah matematika. Jika hasil klarifikasi memberikan keyakinan atas gambar situasional yang telah dihasilkan, maka subjek memutuskan untuk melanjutkan tahapan penyelesaian berikutnya. Namun, jika hasil klarifikasi tidak memperoleh keyakinan, maka subjek memutuskan untuk kembali membaca masalah matematika. Klarifikasi gambar situasional dan masalah ini dilakukan oleh subjek dalam bentuk mempertanyakan kembali keterkaitan antar masalah dan gambar. Klarifikasi pertanyaan biasanya dilakukan sebagai bentuk pertanyaan untuk meyakinkan bahwa apa yang sudah digambarkan sudah mengilustrasikan situasi dari masalah (Rodriguez & Schlangen, 2004). Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek juga berdampak pada peningkatan rasa percaya diri terhadap kesesuaian gambar situasional yang telah representasikan masalah.

Data penelitian menunjukkan kesesuaian dengan pendapat Rellensmann dkk. (2017), Van Meter (2001), Csíkos dkk., (2012), dan Eraslan (2015) bahwa tahap selanjutnya subjek mereduksi gambar situasional menjadi bentuk representasi matematis seperti segmen garis dan bentuk bangun datar sesuai dengan konteks masalah. Ketika subjek menyederhanakan gambar situasional ke gambar matematis, penguasaan pengetahuan matematika yang dimiliki oleh subjek mempengaruhi gambar matematis yang dihasilkan. Penguasaan konsep matematika dan tingkat kemampuan analisis subjek yang berbeda-beda dapat menimbulkan beragam gambar matematis yang berbeda pada masalah matematika. Hal ini disebabkan karena masing-masing subjek memiliki perbedaan tingkat pemahaman yang berbeda terkait dengan masalah dan pengetahuan matematika. Perbedaan ini akan menghasilkan gambar matematis yang lebih beragam (Balacheff, 2019; Van Meter & Garner, 2005). Penelitian ini menemukan kesamaan dengan penelitian Meter dkk. (2006) yang menyatakan bahwa akurasi gambar matematis yang telah dihasilkan oleh subjek, mendukung proses pembuatan model matematika.

Para peneliti seperti Blum & Leilj, (2007), Csíkos dkk., (2012), dan Dooren dkk., (2017) membahas penelitian terkait modeling memiliki kesamaan bahwa setelah menghasilkan gambar matematis, selanjutnya subjek menentukan model matematika dari masalah. Pendapat Anhalt & Cortez (2016), Dym (2004), dan Fallis (2013) juga memiliki kesamaan dalam menjelaskan langkah-langkah yang dilakukan dalam membuat model matematika diantaranya; (1) menentukan konsep matematika yang sesuai, (2) menuliskan huruf yang merepresentasikan bagian-bagian gambar matematis, (3) menuliskan model matematika dari masalah, dan (4) mengevaluasi kesesuaian antara penulisan dan konsep matematika yang dipilih. Kebiasaan menuliskan model matematika akan terbawa saat menuliskan model matematika. Akurasi penulisan model matematika akan berdampak pada keberhasilan subjek dalam menyelesaikan masalah.

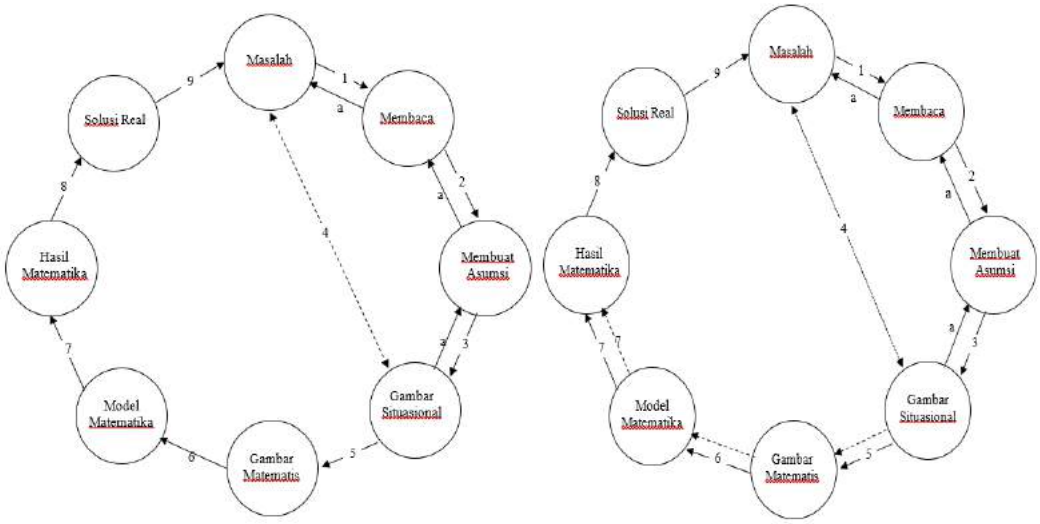
Data menunjukkan adanya kesamaan setelah membuat model, subjek menghitung untuk mendapatkan hasil matematika. Perhitungan dimulai dengan menggantikan representasi huruf dengan angka. Kemampuan subjek dalam menghitung berdasarkan kemampuan dasar perhitungan yang dimiliki(Reuben S Asempapa, 2018; Zeytun, 2017). Akurasi hasil matematika bergantung pada ketelitian subjek dalam menghitung dan model matematika yang dihasilkan. Semakin baik model matematika yang dihasilkan, semakin tinggi tingkat akurasi perhitungan matematika(Dym, 2004; Huincahue, Borromeo-Ferri, & Mena-Lorca, 2018; Lesh dkk., 2010; Zeytun, 2017).

Mengacu pada tahapan modeling matematis yang telah dilakukan oleh beberapa peneliti (Csíkos dkk., 2012; Dooren dkk., 2017; Meter dkk., 2006; Van Meter & Garner, 2005). Hasil kajian literatur tidak ada yang membahas bagaimana jika proses validasi hasil perhitungan dengan masalah menimbulkan keraguan dalam diri subjek. Subjek pada tipe ini, ketika subjek tidak yakin akan hasil perhitungan sesuai dengan masalah, ia kembali mengulangi tahapan penyelesaian dari membuat asumsi. Faktor yang menyebabkan subjek harus mengulagi adalah kesalahan yang subjek buat saat mengkonstruksi gambar situasional yang salah dalam memilih informasi-informasi yang penting. Ketika informasi yang harus dieliminasi masuk dalam informasi penting, maka besar kemungkinan terjadi kesalahan. Hal ini terbukti di lapangan bahwa subjek salah memilih informasi menyebabkan kesalahan pada membuat asumsi, gambar situasional, gambar matematis, model matematika, dan hasil perhitungan matematika.

Czocher (2016) menjelaskan bahwa subjek mendaftar berbagai ilustrasi masalah. Namun, dalam penelitian ini fakta menunjukkan hanya sebagian kecil yang mampu menghasilkan berbagai ilustrasi masalah. Hal ini menunjukkan bahwa tidak semua subjek memliki kemampuan untuk menghasilkan ilustrasi masalah lebih dari satu. Penelitian Czeko dalam hal ini kurang memperhatikan karakteristik subjek. Contohnya, penelitian ini menemukan bahwa subjek yang hanya menghasilkan satu ilustrasi masalah memliki kemungkinan besar merevisi hasil pekerjaannya saat mevalidasi hasil perhitungan dengan masalah. Faktor yang menyebabkan subjek tidak yakin diantarnya, (1) subjek merasa asumsi yang sudah dihasilkan sebelumnya ada yang perlu disesuaikan, dan (2) subjek merasa hasil perhitungannya akan lebih relevan jika direvisi, maka ia perlu merevisi kembali gambar situasional.

Penelitian-penelitian sebelumnya tidak ada yang membahas kemungkinan terjadinya revisi, penelitian ini menunjukkan bahwa subjek tipe ini memulai revisi dari menggambar situasional. Subjek mengeliminasi informasi atau menambahakan informasi pada gambar situasional. Ketika informasi tersebut telah sesuai, ia membuat kembali gambar situasional. Selanjutnya, subjek mereduksi gambar situasional dengan menggunakan representasi matematis untuk mendapatkan gambar matematis. Hasil revisi gambar matematis membuat subjek harus merevisi model matematika. Setelah itu, subjek menghitung model matematika sehingga ia mendapatkan 2 hasil matematika. Selanjutnya, subjek memilih hasil matematika yang paling relevan dengan pertanyaan masalah matematika. Setelah mendapatkan hasil matematika, baru subjek mengintepretasi hasil tersebut berdasarkan masalah matematika. Dari penjelasan di atas, terlihat bagaimana subjek bereaksi secara positif saat menghadapi kesulitan dalam menyelesaikan masalah sehingga dapat melalui seluruh tahapan penyelesaian masalah dengan baik. Karakteristik subjek ini memliki kesamaan dengan penelitian Maaß (2006) yang menyatakan bahwa siswa dengan pola reaksi Tipe *The Reflecting* menunjukkan berbagai kemampuan yang baik dalam langkah-langkah penyelesaian masalah matematika.

Berdasarkan uraian di atas, terlihat jelas bagaimana penggunaan 7 tahapan berpikir modeling matematis dapat mendorong terbentuknya siklus berpikir modeling matematis yang berbeda dari penelitian-penelitian sebelumnya Ärlebäck (2009), Bergman & Bergsten (2010), Církos dkk., (2012), Czocher, (2016), Eraslan, (2015), Meter dkk., (2006), Rellensmann dkk. (2017), Van Meter & Garner (2005). Siklus berpikir modeling matematis ini berbeda, karena siklus ini menunjukkan bahwa subjek mengklarifikasi gambar situasional dengan masalah matematika, dan memulai tahapan revisi dari menghasilkan gambar situasional. Hal ini menunjukkan bahwa penelitian yang telah dilakukan, telah berhasil berkontribusi atas kebaruan terkait a berpikir modeling matematis yang belum pernah dikerjakan oleh para peneliti sebelumnya. Untuk melihat lebih sederhana bagaimana terjadinya siklus berpikir modeling matematis Tipe Klarifikatif Visual dapat direpresentasikan pada diagram sebagai berikut;



Siklus 1 Siklus 2

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
⟶	Transisi antar tahapan	⟷	Transisi Reversibel antar tahapan		

Diagram 5.1 Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual

5.2 Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis

Pendapat (Meter dkk., 2006) yang menyatakan bahwa semua berpikir modeling matematis selalu mulai dari menggambar situsional bertentangan dengan teori dan fakta di lapangan. Jika semua berpikir modeling matematis dimulai dari gambar situasional, maka bertentangan dengan teori tahapan modeling matematis oleh (Ärlebäck, 2009). Ärlebäck (2009) menyatakan bahwa berpikir modeling matematis dimulai dengan kegiatan membaca masalah. Dalam penelitian ini, subjek awalnya membaca masalah secara sepintas. Setelah membaca masalah sepintas, siswa tidak mengetahui sama sekali harus bekerja dari mana sehingga tidak berkerja apa-apa. Hal ini disebabkan subjek baru pertama mengerjakan masalah ini.

Langkah yang dilakukan subjek selanjutnya yaitu membaca kembali masalah. Berbeda dengan sebelumnya, subjek mulai membaca masalah secara lebih teliti agar dapat memilih informasi-informasi penting. Proses membaca yang ketiga, subjek berusaha untuk menghubungkan antar informasi-informasi penting. Hal ini ditandai dengan bagaimana subjek terlihat terdiam untuk memikirkan informasi-informasi penting dan kemudian membaca kembali masalahnya. Data penelitian ini diperkuat oleh pendapat Berger, (2017) dan Österholm, (2015) yang menyatakan bagaimana menghubungkan informasi-informasi mengenai masalah dapat terjadi ketika subjek membaca masalah matematika, namun tidak menjelaskan berapa banyak frekuensi yang dibutuhkan oleh subjek sampai membentuk skema pemahaman saat membaca masalah. Penelitian ini mengungkapkan bahwa membaca masalah dengan frekuensi lebih dari tiga kali dapat membantu subjek untuk mengkoneksikan ide-ide terkait dengan masalah.

Pendapat Blum & Leilj (2007) yang menyatakan setelah membaca masalah, subjek melanjutkan dengan proses membuat gambar situasional, maka hal ini bertentangan dengan teori dan fakta di lapangan. Jika setelah membaca masalah langsung membuat gambar situasinal, maka bertentangan dengan tahapan modeling yang sudah dilakukan oleh Pollak, (2003) dimana membuat asumsi dilakukan sebelum menghasilkan gambar situasional. Hal ini karena setelah membaca terjadi berpikir bagaimana subjek mengilustrasikan masalah secara mental berdasarkan informasi yang sudah dipilih. Penelitian yang dilakukan Blum & Leilj (2007), Ärlebäck, (2009), Anhalt & Cortez, (2015), Csíkos dkk., (2012), dan Meter dkk., (2006) mengabaikan membuat asumsi dapat menandakan, mereka telah melewatkan tahapan membuat asumsi yang seharusnya ada dalam tahapan penyelesaian masalah matematika. Kegiatan membuat asumsi masalah berkontribusi besar pada kesuksesan tahapan awal penyelesaian masalah yaitu mengilustrasikan masalah secara mental. Penambahan tahapan membuat asumsi pada tahapan modeling matematis juga dilakukan oleh Pollak (2003). Hal ini diperkuat oleh penelitian King & Turnitsa (2008), Nutaro dkk., (2016) dan Seino, (2005) yang menjelaskan bahwa asumsi berperan sangat besar dalam proses pembentukan gambar situasional karena dapat mengeliminasi interpretasi mengenai informasi-informasi yang mungkin tidak diinginkan. Membuat asumsi merupakan bagian dari modeling matematis. Membuat asumi pada masalah matematika meliputi menghubungkan informasi-informasi penting, menganalisis situasi, membuat berbagai kemungkinan yang terjadi, dan memutuskan asumsi yang sesuai dengan masalah.

Data penelitian menunjukkan bahwa saat membuat asumsi masalah, dimulai dengan menggabungkan informasi-informasi yang sudah didapatkan oleh subjek. Selanjutnya subjek memikirkan kejadian tersebut berdasarkan informasi yang sudah diperoleh. Subjek yang memliki pengetahuan non-matematika yang baik, akan memikirkan lebih dari satu kejadian ilustrasi masalah. Penelitian yang dilakukan oleh Czocher (2016) menjelaskan bahwa pada tahapan modeling subjek juga mendaftar kemungkinan asumsi kejadian yang sesuai masalah. Namun, Czocher tidak menjelaskan pemilihan berbagai asumsi yang sudah dibuat oleh subjek. Padahal dari berbagai kemungkinan asumsi yang sudah dibuat subjek hanya menghasilkan satu gambar situasional. Penelitian ini menjelaskan hal bagaimana pertimbangan yang dilakukan oleh subjek saat memilih asumsi yang sesuai dengan masalah. Dalam proses pemilihan asumsi yang tepat, subjek seringkali membaca kembali masalah. Akan tetapi, proses membaca masalah yang dilakukan saat membuat asumsi hanya berfokus pada informasi-informasi pilihan. Terjadinya proses reversibel antara membaca dan membuat asumsi ini sebagai bentuk penegasan terhadap informasi yang sudah dipilih dengan cara membaca kembali informasi penting yang ada dalam masalah.

Proses yang dilakukan subjek selanjutnya yaitu mentransformasi informasi menjadi objek gambar. Kemampuan subjek mentransformasi objek gambar didasarkan atas pengetahuan non matematika yang ia miliki seperti pengalaman. Hal ini sesuai dengan pendapat Csíkos dkk., (2012), Leiss dkk., (2010) Meter dkk., (2006) dan Van Meter (2001) yang menyatakan bahwa pengetahuan non-matematika dapat meningkatkan akurasi gambar situsional yang dihasilkan. Penelitian ini mengungkapkan bagaimana proses menggambar situasional yang dilakukan oleh subjek. Subjek awalnya mentransformasi informasi menjadi objek gambar berdasarkan ide utama yang subjek pilih berdasarkan informasi penting dan asumsi yang dibuat. Hal ini ditandai dari jumkah kata yang dikomunikasikan secara verbal oleh subjek pada saat wawancara lebih banyak dibandingkan dengan menggunakan kata lain selain ide pokok. Setelah subjek mentransformasi informasi-informasi menjadi berbagai macam objek gambar, subjek mulai mengkonstruksi ilustrasi masalah lebih lengkap dengan memberikan keterangan pada setiap objek gambar. Hal ini dapat dikatakan bahwa gambar situasional yang dihasilkan oleh subjek, membantu subjek untuk menyimpulkan informasi-informasi yang penting terkait dengan masalah sehingga terkonstruksi pemahaman yang komprehensif (Cox, 1999; Dooren dkk., 2017; Frejd & Bergsten, 2016; Supianto dkk., 2016).

Data penelitian menunjukkan kesesuaian dengan pendapat Rellensmann dkk., (2017), dan Van Meter, (2001) bahwa setelah menghasilkan gambar situasional, subjek mulai mereduksi seluruh objek pada gambar situasional menjadi bentuk representasi matematis seperti segmen garis dan bentuk bangun datar sesuai dengan konteks masalah. Ketika subjek menyederhanakan gambar situasional ke gambar matematis, penguasaan pengetahuan matematika yang dimiliki oleh subjek mempengaruhi gambar matematis yang dihasilkan. Penguasaan konsep matematika dan tingkat kemampuan analisis subjek yang berbeda-beda dapat menimbulkan beragam gambar matematis yang berbeda pada masalah matematika. Hal ini disebabkan karena masing-masing subjek memiliki perbedaan tingkat pemahaman yang berbeda terkait dengan masalah dan pengetahuan matematika. Perbedaan ini akan menghasilkan gambar matematis yang lebih beragam (Reuben Selase Asempapa, 2015; Van Meter & Garner, 2005). Penelitian ini menemukan kesamaan dengan penelitian (Rellensmann dkk., 2017)yang menyatakan bahwa akurasi gambar matematis yang telah dihasilkan oleh subjek, mendukung proses pembuatan model matematika.

Setelah gambar matematis selesai, perbedaan mendasar penelitian (Blum & Leilj (2007) Rellensmann dkk., (2017), dan Dym (2004) menjelaskan bahwa subjek langsung melanjutkan dengan membuat model matemtaika. Hal ini bertentang dengan fakta di lapangan pada penelitian ini yang menunjukkan bahwa subjek Tipe Klarifikatif Simbolis tidak langsung membuat model matematika melainkan melakukan klarifikasi antar gambar matematis dengan masalah. Faktor penyebab klarifikasi timbul karena keragu-raguan atas hasil gambar matematis yang sudah dihasilkan. Klarifikasi dilakukan dengan cara mencocokkan antar informasi dengan gambar matematis yang dibuat. Hal ini juga disebabkan gambar situasional yang dihasilkan oleh siswa Tipe Klarifikatif Simbolis tidak mendetails sehingga memerlukan klarifikasi terhadap masalah.

Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek antara gambar matematis dan masalah berdampak pada pengambilan keputusan subjek dalam menentukan langkah untuk menyelesaikan masalah matematika. Jika hasil klarifikasi memberikan keyakinan atas gambar matematis yang telah dihasilkan, maka subjek memutuskan untuk melanjutkan tahapan penyelesaian berikutnya. Namun, jika hasil klarifikasi tidak memperoleh keyakinan, maka subjek memutuskan untuk kembali membaca masalah matematika. Klarifikasi gambar matematis dan masalah ini dilakukan oleh subjek dalam bentuk mempertanyakan kembali keterkaitan antar masalah dan gambar. Klarifikasi pertanyaan biasanya dilakukan sebagai bentuk pertanyaan untuk meyakinkan bahwa apa yang sudah digambarkan sudah mengilustrasikan situasi dari masalah(Rodriguez & Schlangen, 2004). Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek juga berdampak pada peningkatan rasa percaya diri terhadap kebenaran dari gambar matematis yang sudah dibuat.

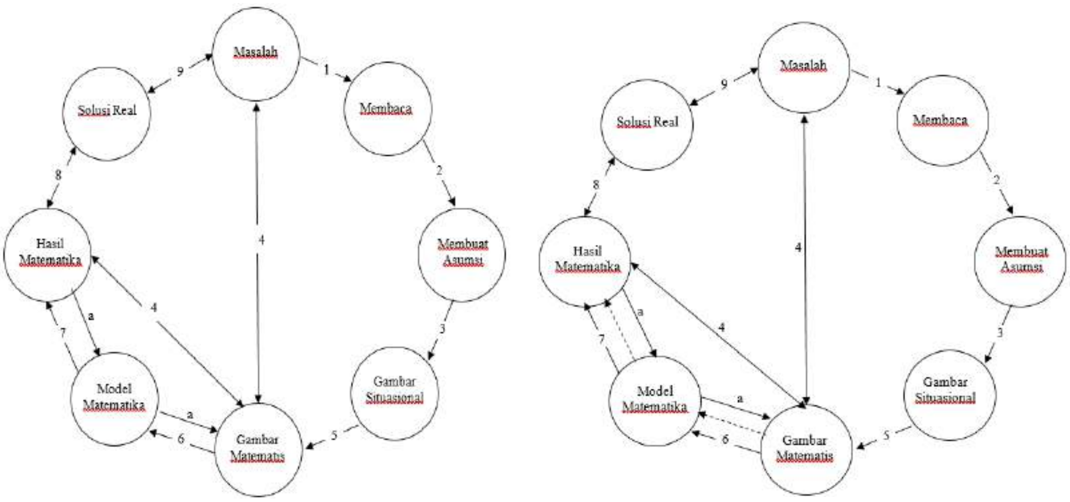
Para peneliti Blum & Leilj, (2007), Csíkos dkk., (2012), dan Dooren dkk., (2017) yang membahas penelitian terkait modeling hampir memiliki kesamaan bahwa setelah menghasilkan gambar matematis, selanjutnya subjek menentukan model matematika dari masalah. Data penelitian menunjukkan bahwa subjek terlihat kesulitan dalam menentukan model matematika. Hal ini dapat terlihat ketika subjek membutuhkan waktu yang lama saat menentukan model matematika. Karakteristik subjek ini memliki kesamaan dengan penelitian (Maaß, 2006) yang menyatakan bahwa siswa dengan pola reaksi Tipe *The Mathematics-Distant* mengalami kesulitan saat menentukan model matematika. Pendapat Ferri, (2007) juga memiliki kesamaan dalam menjelaskan langkah-langkah yang dilakukan dalam membuat model matematika diantaranya; (1) menentukan konsep matematika yang sesuai, (2) menuliskan huruf yang merepresentasikan bagian-bagian gambar matematis, (3) menuliskan model matematika dari masalah, dan (4) mengevaluasi kesesuaian antara penulisan dan konsep matematika yang dipilih. Kebiasaan menuliskan model matematika akan terbawa saat menuliskan model matematika. Akurasi penulisan model matematika akan berdampak pada keberhasilan subjek dalam menyelesaikan masalah.

Data menunjukkan adanya kesamaan setelah membuat model, subjek menghitung untuk mendapatkan hasil matematika. Perhitungan dimulai dengan menggantikan representasi huruf dengan angka. Kemampuan subjek dalam menghitung berdasarkan kemampuan dasar perhitungan yang dimiliki. Biasanya subjek kesulitan dalam menentukan hasil perhitungan matematika yang tidak biasa seperti penjumlahan akar kuadrat dengan bilanga bulat positif dan lain sebagaianya. Ketepatan hasil perhitungan matematika sangat bergantung pada model matematika yang dihasilkan. Semakin tinggi korelasi model matematika yang dibuat, semakin tinggi tingkat akurasi perhitungan matematika. Namun, penelitian ini mengungkapkan bahwa ada yang salah dalam menuliskan model matematika tetapi menghasilkan perhitungan akhir yang benar. Hal ini disebabkan subjek menyimpan sebagian informasi untuk sementara waktu dan digunakan untuk menentukan hasil perhitungan. Subjek mengingat kembali informasi tersebut ketika sudah selesai.

Mengacu pada tahapan modeling matematis yang telah dilakukan oleh beberapa peneliti (Bergman & Bergsten, 2010; Blum & Borromeo, 2009; Csíkos dkk., 2012; Frejd & Bergsten, 2016; Meter dkk., 2006; Schukajlow dkk., 2015). Hasil kajian literatur tidak ada yang membahas bagaimana jika proses validasi hasil perhitungan dengan masalah menimbulkan keraguan dalam diri subjek. Subjek pada tipe ini, ketika subjek tidak yakin akan hasil perhitungan sesuai dengan masalah, ia merevisi gambar matematisnya. Faktor yang menyebabkan subjek merevisi gambar matematis adalah subjek menyadari ketika salah satu informasi penting dieliminasi, maka subjek menghasilkan hasil matematika yang lebih sesuai. Hal ini terbukti di lapangan bahwa ketika subjek ragu atas hasil matematika yang pertama, maka subjek merevisi gambar situasional, gambar matematis, model matematika, dan hasil matematika.

Penelitian-penelitian tidak ada yang membahas kemungkinan terjadinya revisi gambar matematis (Van Meter & Garner, 2005). Akan tetapi, penelitian ini menunjukkan bahwa ketika subjek tidak yakin atas hasil matematika, maka subjek mulai revisi dari gambar matematis. Revisi diawali dengan subjek mengeliminasi atau menambahakan informasi yang sesuai dengan masalah. Ketika subjek merasa informasi telah sesuai, ia tidak merevisi gambar situasional tapi langsung merevisi gambar matematis. Setelah itu, ia membuat model matematika. Selanjutnya, ia menghitung kembali model matematika. Ketika subjek mendapatkan 2 hasil matematika, subjek memilih hasil yang paling relevan dengan pertanyaan masalah matematika.

Berdasarkan uraian di atas, terlihat jelas bagaimana penggunaan 7 tahapan berpikir modeling matematis dapat mendorong terbentuknya siklus berpikir modeling matematis yang berbeda dari penelitian-penelitian sebelumnya Ärlebäck, (2009), Bergman & Bergsten, (2010), Csíkos dkk., (2012), Czocher, (2016), Eraslan, (2015), Meter dkk., (2006), Rellensmann dkk., (2017), Van Meter & Garner (2005). Siklus berpikir modeling matematis ini berbeda, karena berhasil menunjukkan bahwa subjek mengklarifikasi gambar matematis dengan masalah, dan memulai tahapan revisi dari menghasilkan gambar matematis. Hal ini menunjukkan bahwa penelitian yang telah dilakukan telah berhasil berkontribusi atas kebaruan terkait berpikir modeling matematis yang belum pernah dikerjakan oleh para peneliti sebelumnya. Untuk melihat lebih sederhana bagaimana terjadianya berpikir modeling matematis dapat direpresentasikan pada diagram sebagai berikut;



Siklus 1 Siklus 2

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
⟶	Transisi antar tahapan	⟷	Transisi Reversibel antar tahapan		

Diagram 5.2 Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis

5.3 Lintasan Reversibel pada Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual

Berpikir modeling matematis Tipe Klarifikatif Visual mendorong terbentuknya lintasan berpikir yang reversibel pada tiga tahapan diantaranya; membaca masalah, membuat asumsi, dan menggambar situasional. Untuk mengetahui lebih jelas bagaimana hal ini terjadi dapat dijelasakan sebagai berikut.

Lintasan reversibel pada berpikir modeling matematis Tipe Klarifikatif Visual berawal saat membaca masalah. Subjek mengawali berpikir modeling matematis dengan membaca masalah. Hal ini diperkuat oleh pendapat Czocher (2016) bahwa subjek memulai berpikir modeling matematis dari membaca masalah. Membaca masalah bertujuan untuk mengidentifikasi informasi penting yang digunakan untuk memahami masalah (Czocher, 2016). Penelitian ini menunjukkan bahwa awalnya proses membaca yang dilakukan oleh subjek berusaha memunculkan tentang ide atau strategi yang bisa digunakan untuk menyelesaikan masalah. Namun, saat membaca pertama kali subjek tersebut tidak dapat menghubungkan antar ide dengan baik sehingga memunculkan kognitif konflik. Kognitif konflik membuat kondisi psikologi subjek yang menunjukkan minat atau kecemasan. Subjek tipe ini menunjukkan minat untuk mengetahui informasi-informasi penting dari masalah dengan cara membaca ulang masalah.

Proses membaca masalah yang kedua digunakan subjek untuk memilih informasi-informasi penting sedangkan proses membaca yang ketiga digunakan oleh subjek untuk menghubungkan antar informasi. Proses membaca ulang masalah dilakukan oleh subjek untuk mengklarifikasi informasi-informasi penting yang akan digunakan untuk memahami masalah (Baker, 2005). Hal ini ditandai dengan bagaimana subjek dapat mengkomunikasikan ide awal secara verbal setelah membaca masalah yang ketiga kalinya. Penelitian Österholm, (2015) menjelaskan bagaimana menghubungkan informasi-informasi mengenai masalah dapat terjadi ketika subjek melakukan proses membaca masalah matematika, namun tidak menjelaskan berapa banyak frekuensi yang dibutuhkan oleh subjek sampai membentuk skema pemahaman saat membaca masalah. Penelitian ini mengungkapkan bahwa proses membaca dengan frekuensi lebih dari tiga kali dapat membantu subjek untuk mengkoneksikan ide-ide terkait dengan masalah.

Pendapat Ärlebäck (2009) yang menyatakan setelah membaca masalah, subjek melanjutkan dengan proses membuat gambar situasional, maka hal ini bertentangan dengan teori dan fakta di lapangan. Jika setelah membaca masalah langsung membuat gambar situasinal, maka bertentangan dengan tahapan modeling yang sudah dilakukan oleh Pollak, (2003) dimana membuat asumsi dilakukan sebelum menghasilkan gambar situasional. Hal ini diperkuat oleh pendapat King & Turnitsa (2008), Lakner, Hangos, & Cameron (2001) dan Seino, (2005) yang menjelaskan bahwa asumsi berperan sangat besar dalam proses pembentukan gambar situasional karena dapat mengeliminasi interpretasi mengenai informasi-informasi yang mungkin tidak diinginkan. Membuat asumsi merupakan bagian dari modeling matematis. Membuat asumi pada masalah matematika meliputi menghubungkan informasi-informasi penting, menganalisis situasi, membuat berbagai kemungkinan yang terjadi, dan memutuskan asumsi yang sesuai dengan masalah.

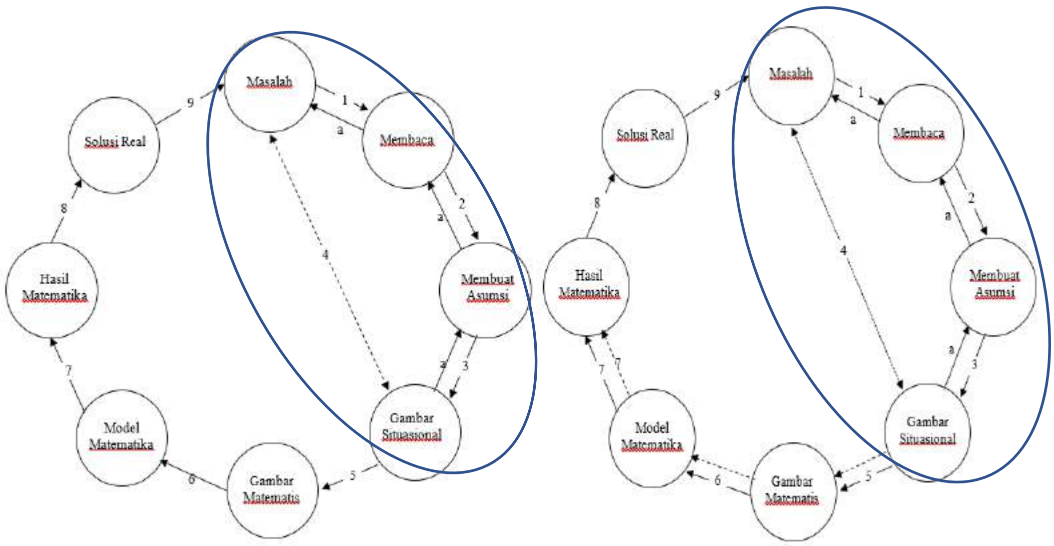
Penelitian ini menjelaskan bagaimana pertimbangan yang dilakukan oleh subjek saat memilih asumsi yang sesuai dengan masalah. Dalam proses pemilihan asumsi yang tepat, subjek seringkali membaca kembali masalah. Akan tetapi, proses membaca masalah yang dilakukan saat membuat asumsi hanya berfokus pada informasi-informasi pilihan. Terjadinya proses reversibel antara membaca dan membuat asumsi ini sebagai bentuk penegasan terhadap informasi yang sudah dipilih dengan cara membaca kembali informasi penting yang ada dalam masalah. Hal ini diperkuat oleh pendapat Lakner, Hangos, & Cameron (2001) yang menyatakan bahwa membuat asumsi masalah membutuhkan proses reversibel yang berfungsi sebagai kontrol atas ilustrasi masalah yang sedang dibuat secara mental.

Setelah memutuskan asumsi masalah yang sesuai, subjek mulai mentransformasi informasi menjadi objek gambar. Kemampuan subjek mentransformasi objek gambar didasarkan atas pengetahuan non matematika yang ia miliki. Hal ini sesuai dengan pendapat Rellensmann dkk. (2017) & Frejd & Bergsten (2016) yang menyatakan bahwa pengetahuan non-matematika dapat meningkatkan akurasi gambar situsional yang dihasilkan. Penelitian ini mengungkapkan bagaimana subjek menghasilkan gambar situasional. Urutan mentransformasi informasi menjadi objek gambar menunjukkan ide pokok atau gagasan utama yang subjek pilih berdasarkan hasil bacaan dan asumsi yang dibuat. Hal ini terlihat dari jumlah kata yang dikomunikasikan secara verbal oleh subjek pada saat wawancara lebih banyak dibandingkan dengan menggunakan kata lain selain ide pokok. Setelah subjek mentransformasi informasi-informasi menjadi berbagai macam objek gambar, subjek mulai mengkonstruksi ilustrasi masalah lebih lengkap dengan memberikan keterangan pada setiap objek gambar. Hal ini dapat dikatakan bahwa gambar situasional yang dihasilkan oleh subjek, membantu subjek untuk menyimpulkan informasi-informasi yang penting terkait dengan masalah sehingga terkonstruksi pemahaman yang komprehensif (Cox, 1999; Dooren dkk., 2017; Frejd & Bergsten, 2016; Supianto dkk., 2016).

Pada saat menghasilkan gambar situasional, subjek juga terlihat memikirkan kembali asumsi masalah yang sudah dibuat. Hal ini ditandai dengan subjek yang terdiam sambil melanjutkan gambar situasional yang dihasilkan. Proses reversibel yang dilakukan oleh subjek antara menghasilkan gambar situasional dan membuat asumsi ini bertujuan untuk memastikan bahwa gambar yang akan dihasilkan sesuai dengan ilutrasi yang ada dalam mental subjek. Setelah gambar situasional, perbedaan mendasar penelitian Blum & Leilj (2007) & Meter dkk., (2006) menjelaskan bahwa subjek langsung melanjutkan dengan proses menyederhanakan gambar situasional menjadi gambar matematis. Hal ini bertentang dengan fakta di lapangan pada penelitian ini yang menunjukkan bahwa subjek tidak langsung menyederhanakan gambar situasional ke gambar matematis melainkan melakukan klarifikasi antar gambar situasional dengan masalah. Klarifikasi yang dilakukan dengan mencocokkan antar informasi dengan gambar.

Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek antara gambar situasional dan masalah berdampak pada pengambilan keputusan subjek dalam menentukan langkah untuk menyelesaikan masalah matematika. Jika hasil klarifikasi memberikan keyakinan atas gambar situasional yang telah dihasilkan, maka subjek memutuskan untuk melanjutkan tahapan penyelesaian berikutnya. Namun, jika hasil klarifikasi tidak memperoleh keyakinan, maka subjek memutuskan untuk kembali membaca masalah matematika. Klarifikasi gambar situasional dan masalah ini dilakukan oleh subjek dalam bentuk mempertanyakan kembali keterkaitan antar masalah dan gambar. Klarifikasi pertanyaan biasanya dilakukan sebagai bentuk pertanyaan untuk meyakinkan bahwa apa yang sudah digambarkan sudah mengilustrasikan situasi dari masalah (Rodriguez & Schlangen, 2004). Hal ini ditandai dengan waktu yang subjek habiskan untuk menghasilkan gambar situasional lebih lama dibandingkan dengan tahapan lainnya. Hal ini menandakan bahwa subjek ini cenderung menggunakan gambar situasional menjadi pusat dalam tahapan berpikir modeling matematis. Proses reversibel terjadi antara gambar situasional dan masalah didorong atas klarifikasi yang dilakukan oleh subjek untuk memastikan bahwa gambar yang sudah dibuat sudah sesuai dengan masalah matematika.

Berdasarkan uraian di atas, terlihat jelas bagaimana tiga tahapan berpikir modeling matematis yaitu membaca masalah, membuat asumsi, dan menghasilkan gambar situasional telah membentuk lintasan berpikir yang reversibel. Lintasan berpikir modeling matematis yang reversibel tidak ditemukan pada penelitian-penelitian sebelumnya Ärlebäck (2009), Bergman & Bergsten (2010), Církos dkk., (2012), Czocher, (2016), Eraslan, (2015), Meter dkk., (2006), Rellensmann dkk. (2017), Van Meter & Garner (2005). Temuan ini menunjukkan bahwa penelitian ini berkontribusi atas kebaruan terkait berpikir modeling matematis yang belum pernah dikerjakan oleh para peneliti sebelumnya. Untuk melihat lebih sederhana bagaimana terjadinya sebagian lintasan berpikir modeling matematis yang reversibel dapat direpresentasikan pada diagram sebagai berikut;



Lintasan Reversibel pada Siklus 1 Lintasan Reversibel pada Siklus 2

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
→	Transisi antar tahapan	↔	Transisi Reversibel antar tahapan		Lintasan Reversibel

Diagram 5.3 Lintasan Reversibel pada Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Visual

5.4 Lintasan Reversibel pada Siklus Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis

Berpikir modeling matematis Tipe Klarifikatif Simbolis mendorong terbentuknya lintasan berpikir yang reversibel pada tiga tahapan diantaranya; menggambar matematis, membuat model matematika, dan hasil matematika. Untuk mengetahui lebih jelas bagaimana hal ini terjadi dapat dijelaskan sebagai berikut.

Lintasan reversibel pada Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis dimulai saat subjek menghasilkan gambar matematis. Data penelitian menunjukkan kesesuaian dengan pendapat Rellensmann dkk., (2017) & Meter dkk., (2006) bahwa setelah gambar situasional, subjek mulai mereduksi seluruh objek pada gambar situasional menjadi bentuk representasi matematis seperti segmen garis dan bentuk bangun datar sesuai dengan konteks masalah. Penguasaan konsep matematika dan tingkat kemampuan analisis subjek yang berbeda-beda dapat menimbulkan beragam gambar matematis yang berbeda pada masalah matematika. Hal ini disebabkan karena masing-masing subjek memiliki perbedaan tingkat pemahaman yang berbeda terkait dengan masalah dan pengetahuan matematika. Perbedaan ini akan menghasilkan gambar matematis yang lebih beragam (Reuben Selase Asempapa, 2015; Van Meter & Garner, 2005). Penelitian ini menemukan kesamaan dengan penelitian Rellensmann dkk., (2017) yang menyatakan bahwa akurasi gambar matematis yang telah dihasilkan oleh subjek, mendukung proses pembuatan model matematika.

Setelah gambar matematis, perbedaan mendasar penelitian (Blum & Leilj (2007) Rellensmann dkk., (2017), & Dym (2004) menjelaskan bahwa subjek langsung melanjutkan dengan membuat model matemtaika. Hal ini bertentang dengan fakta di lapangan yang menunjukkan bahwa subjek tidak langsung membuat model matematika melainkan melakukan klarifikasi antar gambar matematis dengan masalah. Klarifikasi yang dilakukan dengan mencocokkan antar informasi dengan gambar matematis yang dibuat. Hal ini juga disebabkan gambar situasional yang dihasilkan tidak mendetails.

Klarifikasi yang dilakukan oleh subjek antara gambar matematis dan masalah berdampak pada pengambilan keputusan subjek dalam menentukan langkah untuk menyelesaikan masalah matematika. Jika hasil klarifikasi memberikan keyakinan atas gambar matematis yang telah dihasilkan, maka subjek memutuskan untuk melanjutkan tahapan penyelesaian berikutnya. Namun, jika hasil klarifikasi tidak memperoleh keyakinan, maka subjek memutuskan untuk kembali membaca masalah matematika. Klarifikasi gambar matematis dan masalah ini dilakukan oleh subjek dalam bentuk mempertanyakan kembali keterkaitan antar masalah dan gambar. Klarifikasi pertanyaan biasanya dilakukan sebagai bentuk pertanyaan untuk meyakinkan bahwa apa yang sudah digambarkan sudah mengilustrasikan situasi dari masalah(Rodriguez & Schlangen, 2004).

Proses kembali ke masalah terjadi setelah subjek menghasilkan gambar matematis. Hal ini dilakukan sebagai bentuk klarifikasi kesesuaian antar gambar matematis dengan masalah. Tingkat akurasi gambar matematis yang dihasilkan akan berkontribusi pada keakuratan model matematika yang akan digunakan. Hal ini disebabkan karena gambar matematis difungsikan untuk mencari model matematika yang sesuai dengan masalah. Langkah pembuatan model matematika didasarkan atas konsep matematika dari gambar matematis yang telah dihasilkan.

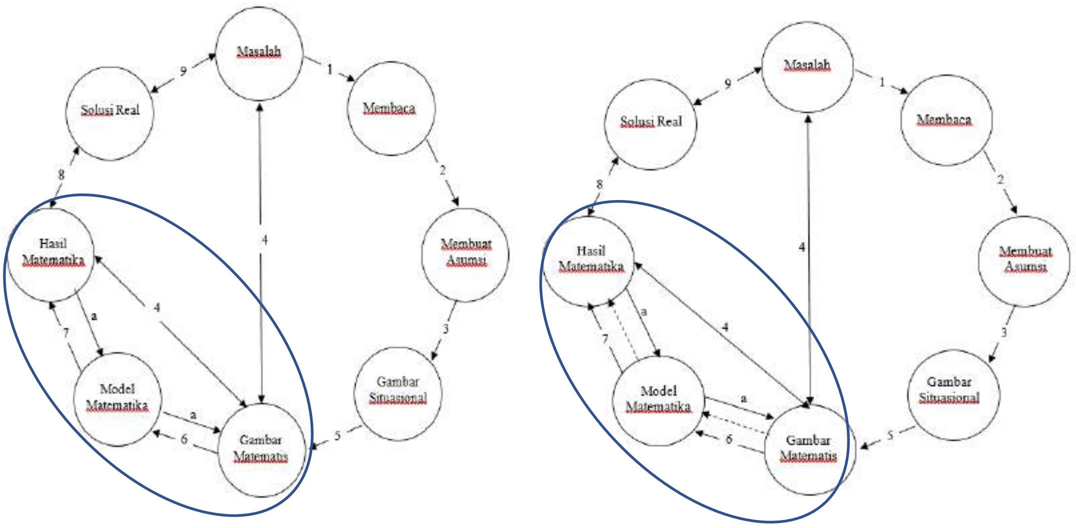
Para peneliti Blum & Leilj, (2007), Csíkos dkk., (2012), & Dooren dkk., (2017) yang membahas penelitian terkait modeling hampir memiliki kesamaan bahwa setelah menghasilkan gambar matematis, selanjutnya subjek menentukan model matematika dari masalah. Pada tahap membuat model matematika, beberapa kompetensi dasar yang perlu dimiliki oleh subjek diantaranya; (1) telah mempelajari konsep-konsep matematika prasyarat terkait masalah (2) mampu menggunakan pengetahuan matematika untuk membuat model matematika, (3) kemampuan menyederhakan gambar matematis dengan pengetahuan matematika, dan (4) kemampuan untuk mengubungkan antara gambar matematis dengan konsep matematika yang telah dipelajari. Pendapat Blum & Leilj (2007) juga memiliki kesamaan dalam menjelaskan langkah-langkah yang dilakukan dalam membuat model matematika diantaranya; (1) menentukan konsep matematika yang sesuai, (2) menuliskan huruf yang merepresentasikan bagian-bagian gambar matematis, (3) menuliskan model matematika dari masalah, dan (4) mengevaluasi kesesuaian antara penulisan dan konsep matematika yang dipilih. Kebiasaan menuliskan model matematika akan terbawa saat menuliskan model matematika. Akurasi penulisan model matematika akan berdampak pada keberhasilan subjek dalam menyelesaikan masalah.

Pada saat menuliskan model matematika, subjek merasa kesulitan sehingga seringkali subjek melihat kembali gambar matematis. Subjek terdiam sambil berpikir apakah model matematika yang dihasilkan sudah sesuai dengan gambar matematis. Proses reversibel antara gambar matematis dan model matematika ini didorong oleh kesulitan yang subjek alami saat menentukan model matematika. Reversibel ini dilakukan oleh subjek sebagai bentuk proses pengecekan keseuaian antara gambar matematis dan model matematika. Subjek membutuhkan banyak waktu untuk menentukan model matematika dibandingkan dengan tahapan lainnya.

Setelah membuat model, subjek menghitung untuk mendapatkan hasil matematika. Perhitungan dimulai dengan menggantikan representasi huruf dengan angka. Kemampuan subjek dalam menghitung berdasarkan kemampuan dasar perhitungan yang dimiliki. Ketepatan hasil perhitungan matematika sangat bergantung pada model matematika yang dihasilkan. Semakin tinggi korelasi model matematika yang dibuat, semakin tinggi tingkat akurasi perhitungan matematika (Li & Ph, 2013). Saat menghitung, subjek seringkali mengecek model matematika yang sudah dibuat. Proses reversibel antara membuat model matematika dan hasil matematika ini didorong oleh keinginan subjek untuk memeriksa kesesuaian antara hasil perhitungan dengan model matematika.

Mengacu pada tahapan modeling matematis yang telah dilakukan oleh beberapa peneliti (Bergman & Bergsten, 2010; Blum & Borromeo, 2009; Csíkos dkk., 2012; Frejd & Bergsten, 2016; Meter dkk., 2006; Schukajlow dkk., 2015). Hasil kajian literatur tidak ada yang membahas bagaimana jika proses pengecekan hasil perhitungan dari model matematika dapat menimbulkan keraguan dalam diri subjek. Hal ini terlihat ketika subjek tidak yakin akan hasil perhitungan sehingga ia kembali mengulangi tahapan penyelesaian dari menggambar matematis. Ketika subjek merasa ada informasi penting yang seharusnya dieliminasi sehingga bisa mendapatkan hasil yang maksimal. Hal ini terbukti di lapangan bahwa jika subjek merevisi gambar matematis, model matematika, dan hasil perhitungan matematika, maka subjek berhasil mendapatkan solusi real yang lebih sesuai.

Berdasarkan uraian di atas, terlihat jelas bagaimana pada tiga tahapan berpikir modeling matematis yaitu menggambar matematis, model matematika, dan hasil membentuk lintasan berpikir yang reversibel. Temuan ini tidak dibahas pada penelitian-penelitian sebelumnya Ärlebäck (2009), Bergman & Bergsten (2010), Cíkos dkk., (2012), Czocher, (2016), Eraslan, (2015), Meter dkk., (2006), Rellensmann dkk. (2017), Van Meter & Garner (2005). Hal ini menunjukkan bahwa penelitian ini berkontribusi atas kebaruan terkait berpikir modeling matematis yang belum pernah dikerjakan oleh para peneliti sebelumnya. Untuk melihat bagaimana terjadinya lintasan berpikir modeling matematis yang reversibel dapat direpresentasikan sebagai berikut;



Lintasan Reversibel pada Siklus 1 Lintasan Reversibel pada Siklus 2

Keterangan:

1	Memahami	4	Pengecekan	7	Menghitung
2	Membayangkan	5,3	Penyederhanaan	8	Interpretasi
a	Konfirmasi	6	Matematisasi	9	Validasi
⟶	Transisi antar tahapan	⟷	Transisi Reversibel antar tahapan	⬭	Lintasan Reversibel

Diagram 5.4 Lintasan Reversibel pada Berpikir Modeling Matematis Tipe Klarifikatif Simbolis

5.5 Persamaan Berpikir Modeling Matematis Subjek Tipe Klarifikatif Visual dan Simbolis

Persamaan berpikir modeling matematis subjek Tipe Klarifikatif Visual dan Simbolis pada tahapan menghasilkan gambar situasional, subjek Tipe Klarifikatif Visual dan Simbolis awalnya mengalami kesulitan dalam memahami masalah matematika. Hal ini sesuai dengan pendapat (Dooren dkk., 2017; Maria & Almeida, 2015) yang menjelaskan bahwa banyak subjek mengalami kesulitan dalam memahami masalah matematika. Kesulitan yang subjek hadapi yaitu proses menyederhanakan masalah menjadi model matematika dan tahapan-tahapan penyelesaian yang harus dilakukan. Dalam mengatasi kesulitan tersebut, subjek Tipe Klarifikatif Visual dan Klarifikatif Simbolis berusaha menghasilkan gambar situasional sebagai alat untuk memahami masalah matematika. Hal ini sesuai dengan penelitian-penelitian sebelumnya (Galbraith & Stillman, 2006; Schukajlow & Leiss, 2011; Van Meter, 2001; Van Meter & Garner, 2005) yang menyatakan bahwa gambar situasional digunakan oleh subjek untuk menyederhanakan informasi agar dapat memahami masalah.

Pada tahap gambar matematis, subjek Tipe Klarifikatif Visual dan Klarifikatif Simbolis menghasilkan gambar matematis dimulai dengan memcocokkan antara gambar situasional dengan bangun datar. Hal ini dilakukan dengan cara mereduksi objek gambar situasional diganti dengan representasi matematis seperti ruas garis. Kemampuan subjek dalam mereduksi gambar situasional menjadi representasi matematis sangat bergantung pada pemahaman subjek terkait dengan konsep matematika (Reuben Selase Asempapa, 2015).

Pada tahap membuat model matematika, subjek Tipe Klarifikatif Visual dan Klarifikatif Simbolis mengawali dengan memecahkan fokus gambar matematis pada segitiga siku-siku. Akibatnya, subjek Tipe Klarifikatif Visual dan Klarifikatif Simbolis memilih Teorema Pythagoras. Manfaat yang didapatkan saat memodelkan ini sebagai sarana subjek dapat menerapkan ilmu matematika untuk memberikan solusi penyelesain masalah yang muncul dalam kehidupan sehari-hari, masyarakat, dan tempat bekerja(Reuben Selase Asempapa, 2015; Frejd & Bergsten, 2016).

5.6 Perbedaan Berpikir Modeling Tipe Klarifikatif Visual dan Klarifikatif Simbolis

Perbedaan berpikir modeling matematis Tipe Klarifikatif Visual dan Klarifikatif Simbolis dapat dilihat dari membaca masalah, membuat asumi, gambar situasional, gambar matematis, model matematika, hasil matematika, dan solusi real. Pada saat membaca masalah, subjek Tipe Klarifikatif Visual awalnya membaca masalah secara detail dan perlahan, berbeda dengan subjek Tipe Klarifikatif Simbolis yang awalnya membaca masalah secara sepintas. Dalam proses membaca, subjek Tipe Klarifikatif Visual membutuhkan waktu yang lebih lama dari subjek Tipe Klarifikatif simbolis. Perbedaan ini mempengaruhi akurasi gambar situasional yang dihasilkan. Hal ini karena saat membaca masalah, subjek mulai membangun koneksi antar informasi-informasi penting sebagai upaya untuk memahami masalah matematika(Berger, 2019).

Pada membuat asumsi masalah, subjek Tipe Klarifikasi Visual dapat menghasilkan dua situasi yang berbeda dalam bentuk ilustrasi mental sedangkan subjek Tipe Klarifikatif Simbolis hanya menghasilkan 1 asumi terkait dengan masalah. Perbedaan ini disebabkan karena proses interpretasi subjek terkait dengan masalah. Subjek Tipe Klarifikatif Visual lebih berkonsentasi pada gambar visual yang dihasilkan. Hal ini berbeda dengan subjek Tipe Klarifikatif Simbolis yang tidak memperhatikan gambar situsional. Kemampuan subjek yang berbeda-beda dalam menginterpretasi situasi dari masalah akan berdampak banyaknya ragam situasi masalah yang dihasilkan tergantung pada pemahaman masing-masing individu subjek(Busse, 2005).

Namun, setelah gambar situasional selesai dikerjakan, subjek Tipe Klarifikatif Visual dapat menentukan konsep matematika yang sesuai sehingga mengetahui langkah penyelesaian selanjutnya, sedangkan subjek Tipe klarifikatif masih merasa kesulitan untuk menentukan langkah selanjutnya karena belum juga dapat menentukan konsep matematika yang diperlukan. Hal yang berbeda, subjek Tipe Klarifikatif Visual lebih banyak menghabiskan waktu untuk menentukan gambar situasional dibandingkan dengan subjek Tipe Klarifikatif Simbolis. Hal ini disebabkan subjek Tipe Klarifikatif Visual mengandalkan proses menghasilkan gambar situasional sebagai jembatan untuk memahami dan menentukan konsep matematika yang sesuai dengan masalah.

Pada tahap menggambar matematis, subjek Tipe Klarifikatif Simbolis kebanyakan menghasilkan 2 gambar matematis yang berbeda sedangkan subjek Tipe Klarifikatif Visual hanya menghasilkan 1 gambar matematis. Hal ini disebabkan karena subjek Tipe Klarifikatif Visual sudah memiliki pemahaman yang baik pada tahap gambar situasional sedangkan subjek Tipe klarifikatif Simbolis melakukan proses pemecahan masalah pada tahap gambar matematis. Hal ini berdampak pada penggunaan waktu, subjek Tipe Klarifikatif Simbolis lebih banyak menghabiskan waktu penyelesaian masalah matematika pada saat membuat gambar matematis. Hal berbeda terjadi pada subjek Tipe Klarifikatif Visual yang tidak banyak menghabiskan waktunya untuk membuat gambar matematis. Berdasarkan uraian di atas, secara umum perbedaan berpikir modeling matematis Tipe Klarifikatif Visual dan Simbolis dapat dilihat pada Tabel 5.1 sebagai berikut.

Tabel 5.1 Perbedaan berpikir modeling matematis subjek Tipe Klarifikatif Visual dan Simbolis

	Berpikir Modeling Matematis	
	Tipe Klarifikatif Visual	Tipe Klafikatif Simbolis
Membaca Masalah	Awalnya membaca secara detail dan menyeluruh dengan memperhatikan informasi penting.	Awalanya membaca masalah matematika secara sepintas tapi tidak dapat memahami masalah.
Membuat Asusmi	Terjadi proses reversibel antara membuat asumsi dengan membaca masalah. Dapat membuat beberapa asumsi masalah secara implisit.	Hanya membuat 1 asumsi terkait masalah.
Menghasilkan Gambar Situasional	Terjadi proses reversibel antara membuat asumsi dengan menggambar situasional. Menghabiskan banyak waktu untuk menghasilkan gambar situasional. Mengecek kesesuaian gambar situasional dengan masalah Saat gambar situasional sudah dihasilkan, subjek bisa menduga konsep matematika yang sesuai. Menghasilkan 2 gambar situasional jika hasil validasi tidak sesuai dengan masalah.	Tidak membutuhkan waktu banyak untuk menghasilkan gambar situasional Tidak mengecek kesesuaian gambar situasional dengan masalah. Saat gambar situasional sudah dihasilkan, subjek tidak bisa menduga konsep matematika yang sesuai. Menghasilkan 1 gambar situasional walaupun jika hasil konfirmasi antara hasil perhitungan dan gambar matematis tidak sesuai.
Menghasilkan Gambar Matematis	Pemahaman matematika subjek yang kuat memudahkan subjek untuk menggambar matematis sehingga tidak membutuhkan waktu yang lama.	Saat menghasilkan gambar matematis membutuhkan yang lama.

	Tidak mengecek kesesuaian gambar situasional dengan masalah.	Mengecek kesesuaian gambar matematis dengan masalah.
Membuat Model Matematika	 Tidak membutuhkan waktu lama untuk membuat model matematika. Sudah dapat menentukan konsep yang sesuai karena memiliki pemahaman yang kuat.	Terjadi proses reversibel antara membuat model matematika dengan menggambar matematis. Membutuhkan waktu yang lama dalam membuat model matematika. Mengalami kesulitan dalam menentukan konsep karena tidak terlalu paham Teorema Pythagoras. Terjadi proses reversibel antara membuat model matematika dengan gambar matematis.
Hasil matematika	Tidak mengecek hasil matematika dengan gambar matematis Membutuhkan waktu yang lama karena kesulitan menyederhanakan akar kuadrat.	Mengecek Hasil matematika dengan gambar matematis. Membutuhkan waktu yang lama karena kesulitan menyederhanakan akar kuadrat. Terjadi proses reversibel antara membuat model matematika dengan hasil matematika.
Solusi real	Memvalidasi hasil perhitungan dengan masalah matematika. Jika hasil validasi tidak sesuai, maka ia akan mengulangi proses dari menggambar situasional.	Memvalidasi hasil perhitungan matematika dengan gambar matematika. Jika hasil validasi tidak sesuai, makai a akan mengulangi proses dari menggambar matematis.

BAB VI PENUTUP

6.1 Simpulan

Berdasarkan hasil kajian teoritis dan pembahasan penelitian dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa Berpikir Modeling Matematis siswa yang menggunakan bantuan gambar situasional dan gambar matematis dalam menyelesaikan masalah matematika memiliki konvergensi pada dua tipe yaitu Berpikir Modeling Matematis Klarifikatif Visual dan Klarifikatif Simbolis. Subjek tipe Berpikir Modeling Matematis Klarifikatif Visual mengandalkan teknik visualisasi sehingga banyak terkonsentarasi pada kegiatan gambar situasional dan membaca masalah. Pada Berpikir Modeling Matematis Klarifikatif Visual terjadi proses reversibel antara tiga tahapan yaitu membaca masalah, membuat asumsi masalah dan menggambar situasional. Subjek tipe Berpikir Modeling Matematis Klarifikatif Simbolis banyak menghabiskan waktu dan terkonsentrasi pada tahapan gambar matematis dan membuat model matematika. Subjek Tipe Berpikir Modeling Matematis Klarifikatif Simbolis sangat kesulitan dalam menghubungkan gambar matematis dengan konsep matematika sehingga subjek sulit saat membuat model matematika. Pada Berpikir Modeling Matematis Klarifikatif Simbolis terjadi proses reversibel antara tiga tahapan yaitu menggambar matematis, membuat model matematika, dan mendapatkan hasil matematika. Untuk melihat deskripsi yang detail tentang bagaimana proses Berpikir Modeling Matematis Klarifikatif Visual dan Berpikir Modeling Matematis Klarifikatif Simbolis dapat dijelaskan sebagai berikut;
   a. Berpikir Modeling Matematis Subjek Tipe Klarifikatif Visual menggunakan bantuan gambar situasional dan gambar matematis dalam menyelesaikan masalah matematika terjadi dalam tujuh tahapan yang dapat dijelaskan sebagai berikut: (a) subjek awalnya membaca masalah matematika secara teliti dengan frekuensi membaca lebih dari tiga kali sehingga subjek dapat memilih informasi-informasi penting dari masalah. (b) subjek membuat asumsi masalah berdasarkan informasi-informasi

penting. Subjek tipe ini dapat menghasilkan beragram asumsi masalah matematika. Hal ini didorong oleh pengetahuan non-matematika yang baik. (c) Subjek menghasilkan gambar situasional dengan cara mentransformasi informasi menjadi objek gambar berdasarkan asumsi masalah yang sudah dibuatnya. Setelah menghasilkan gambar situasional, subjek mengklarifikasi gambar situasional dengan masalah matematika dengan tujuan meyakinkan gambar situasional yang dihasilkan sesuai dengan masalah. (d) Subjek menghasilkan gambar matematis dengan cara mereduksi objek pada gambar situasional menjadi representasi matematis seperti segmen garis yang sesuai dengan konsep matematika. (e) Subjek membuat model matematika dengan cara menyesuaikan gambar matematis dengan konsep matematika. (f) Subjek menghitung model matematika agar mendapatkan hasil matematika yang sesuai. (g) Setelah mendapatkan hasil matematika, subjek menginterpretasi hasil matematika berdasarkan masalah matematika. Berpikir Modeling Tipe Klarifikatif Visual secara khusus memiliki kecenderungan untuk menggunakan teknik visualisasi sebagai alat utama untuk mengkonstruksi pemahaman masalah matematika sehingga banyak menghabiskan waktunya pada tahapan menghasilkan gambar situasional.

b. Berpikir Modeling Matematis Subjek Tipe Klarifikatif Simbolis menggunakan bantuan gambar situasional dan gambar matematis dalam menyelesaikan masalah matematika terjadi dalam tujuh tahapan yang dapat dijelaskan sebagai berikut; (a) Berpikir Modeling Matematis yang dilakukan oleh subjek diawali dengan membaca masalah secara sepintas. Setelah membaca secara sepintas, ia merasa tidak paham dengan masalah yang ada. Ketika kesulitan dalam memahami masalah, ia memperbaiki cara membaca masalah matematika dengan lebih cermat dan teliti. Hal yang dilakukan oleh subjek agar subjek dapat memilih informasi-informasi penting. (b) Setelah itu, subjek membuat asumsi terkait dengan masalah berdasarkan informasi-informasi pilihan. (c) subjek menghasilkan gambar situasional dengan cara mentransformasi informasi-informasi penting menjadi gambar situasional. (d) Setelah itu, subjek menyederhanakan gambar situasional menjadi gambar matematis dengan cara mereduksi objek gambar menjadi representasi matematis seperti ruas garis yang sesuai dengan konsep matematika. Setelah menghasilkan gambar matematis, subjek tidak langsung membuat model matematika, tetapi mengklarifikasi gambar matematis dengan masalah. Hal ini dilakukan untuk meyakinkan subjek atas gambar matematis yang sudah dibuat sehingga memudahkannya untuk menentukan model matematika. (e) Subjek membuat model matematika dengan cara menyesuaikan gambar matematis dengan konsep matematika. Subjek mengalami kesulitan dalam membangun hubungan antara gambar matematis dengan konsep matematika dan mengatasi kesulitannya dengan mengingat rumus matematika. Kesulitan ini ditandai dengan waktu yang dibutuhkan subjek pada tahapan membuat model matematika dibandingkan dengan tahapan lainnya. (f) Subjek mengerjakan perhitungan matematika, lalu mengevaluasi hasil perhitungan matematika dengan gambar matematis. Tahapan terakhir, (g) subjek menginterpretasi hasil matematika berdasarkan pertanyaan pada masalah. Subjek tidak kesulitan untuk menghasilkan gambar situasional, namun kesulitan dalam menentukan model matematika dan gambar matematis. Subjek menghabiskan banyak waktunya dalam menentukan model matematika. Subjek ini cenderung bergantung pada ingatan rumus matematika dalam menentukan setiap langkah penyelesaiannya.

6.2 Saran

Berdasarkan temuan penelitian dan pembahasan maka beberapa saran yang dapat diajukan adalah sebagai berikut.

1. Dalam penelitian ditemukan bahwa siswa dengan Tipe Klarifikatif Visual memiliki prestasi belajar matematika yang lebih baik dibandingkan dengan siswa dengan Tipe Klarifikatif Numerik sehingga perlu ada kajian lebih dalam tentang hubungan antara prestasi belajar matematika dengan Berpikir Modeling Tipe Klarifikatif Visual dan Numerik.

2. Penelitian ini juga mengungkap fakta bahwa siswa membutuhkan waktu yang sangat lama untuk menyelesaikan satu masalah matematika modeling sehingga kajian lebih dalam tentang alasan mengapa para siswa membutuhkan waktu yang sangat lama dalam menyelesaikan masalah matematika modeling.
3. Penelitian ini menemukan bahwa siswa Tipe Klarifikatif Simbolis tidak banyak menghabiskan waktunya dalam menghasilkan gambar situasional, namun banyak menggunakan waktunya untuk menentukan model matematika dan menghasilkan gambar matematis. Penelitian lanjutan dapat mengkaji lebih mendalam tentang kesulitan yang dialami oleh siswa dalam menentukan model matematika dan gambar matematis.

DAFTAR PUSTAKA

Ainley, M., & Ainley, J. (2011). Student engagement with science in early adolescence: The contribution of enjoyment to students' continuing interest in learning about science. *Contemporary Educational Psychology*, *36*(1), 4–12. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2010.08.001

Anhalt, C. O., & Cortez, R. (2015). Modeling : A Structure Process. *Mathematics Teacher*, *108*(6), 447–452.

Anhalt, C. O., & Cortez, R. (2016). Developing understanding of mathematical modeling in secondary teacher preparation. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *19*(6). https://doi.org/10.1007/s10857-015-9309-8

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *52*, 215–241. https://doi.org/10.1023/A:1024312321077

Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Enthusiast*, *6*(3), 331–364.

Asempapa, Reuben S. (2018). Mathematical Modeling : An Important Concept in Mathematics Education. *Journal of Education and Practice*, *9*(24), 136–143.

Asempapa, Reuben Selase. (2015). Mathematical Modeling: Essential for Elementary and Middle School Students. *Journal of Mathematics Education © Education for All Spring*, *8*(1), 16–29. Retrieved from http://educationforatoz.com/images/Asempapa_2015-Spring_.pdf

Baker, L. (2005). Developmental Differences in Metacognition: Implications for Metacognitively Oriented Reading Instruction. In S. E. Israel, C. C. Block, K. L. Bauserman, & K. Kinnucan-Welsch (Eds.), *Metacognition in Literacy Learning Theory, Assessment, Instruction, and Professional Development* (pp. 61–80). London: LAWRENCE ERLBAUM ASSOCIATES, PUBLISHERS.

Balacheff, N. (2019). The instrumental deconstruction as a link between drawing and geometrical figure. *Educational Studies in Mathematics*, 161–176.

Berger, M. (2017). Empirical Readings. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (December 2017). https://doi.org/10.1007/s10763-017-9867-6

Berger, M. (2019). Different reading styles for mathematics text. *Educational Studies in Mathematics*, *100*(1), 139–159.

Bergman, J., & Bergsten, C. (2010). On the Use of Realistic Fermi Problems in Introducing Mathematical Modelling in Upper Secondary Mathematics On the Use of Realistic Fermi Problems in Introducing Mathematical Modelling in Upper Secondary Mathematics. In *Modeling Students' Mathematical*

Modeling Competencies (pp. 331–364). https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1

Blum, W., & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(1), 45–58.

Blum, W., & Leilj, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems ? In *Mathematical modeling: Education, engineering, and economic* (pp. 222–231). Chichester: Horwood. https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221

Busse, A. (2005). Individual ways of dealing with the context of realistic tasks – first steps towards a typology. *ZDM - Mathematics Education, 37*(5), 354–360.

Cox, R. (1999). Representation construction , externalised cognition and individual differences. *Learning and Instruction*, *9*(2), 343–363.

Creswell, J. W. (2002). *Educational Research Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research* (Fourth Edi). Boston: Pearson Education.

Csíkos, C., Szitányi, J., & Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children’s mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational Studies in Mathematics*, *81*(1), 47–65. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9360-z

Czocher, J. A. (2016). Introducing Modeling Transition Diagrams as a Tool to Connect Mathematical Modeling to Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *18*(2), 77–106. https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1148530

Djepaxhija, B., Vos, P., & Fuglestad, A. B. (2016). Exploring grade 9 students ’ assumption making when mathematizing. In *Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 848–854). Prague, Czech Republic.

Dooren, W. Van, Bock, D. De, & Verschaffel, L. (2017). How students connect descriptions of real-world situations to mathematical models in different representational models. In *International Perspective on the Teaching mathematical modeling: Connecting to research and practice* (pp. 233–242). Switzerland: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2015). The Nested Epistemic Actions Model for Abstraction in Context: Theory as Methodological Tool and Methodological Tool as Theory. In & N. P. (Eds. . A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping (Ed.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 185–217). Rotterdam, The Netherlands: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6

Dym, C. L. (2004). What Is Mathematical Modeling? In *Mathematical Modelling: a way of life. Chichester: Ellis* (pp. 3–12). https://doi.org/10.1016/B978-012226551-8/50002-8

Eraslan, A. (2015). Modeling Processes of 4th-Year Middle-School Students and the Difficulties Encountered *. *Educational Sciences:Theory and Practice*, *15*(3), 809–824. https://doi.org/10.12738/estp.2015.3.2556

Ero-Tolliver, I., Lucas, D., & Schauble, L. (2013). Young Children's Thinking About Decomposition: Early Modeling Entrees to Complex Ideas in Science. *Research in Science Education*, *43*(5), 2137–2152. https://doi.org/10.1007/s11165-012-9348-4

Fallis, A. . (2013). The effect of Mathematical Modeling on Students' Affect. *Journal of Chemical Information and Modeling*, *53*(9), 1689–1699. https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004

Faruq, A., Yuwono, I., & Chandra, T. D. (2016). Representasi (eksternal-internal) pada penyelesaian masalah matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, *1*(2), 149–162.

Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 86–95. https://doi.org/10.1007/BF02655883

Ferri, R. B. (2007). *Modelling Problems From A Cognitive Perspective*. *MATHEMATICAL MODELLING (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (First Edit). Chichester, West Sussex: Horwood Publishing Limited. https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.260

Frejd, P., & Bergsten, C. (2016). Mathematical modelling as a professional task. *Educational Studies in Mathematics*, *91*(1). https://doi.org/10.1007/s10649-015-9654-7

Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 143–162. https://doi.org/10.1007/BF02655886

Galbraith, P., Stillman, G., & Brown, J. (2006). Identifying key transition activities for enhanced engagement in Identifying Key Transition Activities for Enhanced Engagement in Mathematical Modelling. In *Proceedings the 29th annual conferences of Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 237–245). Adelaide: MERGA. Retrieved from https://www2.merga.net.au/documents/RP252006.pdf

García, F. J., & Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *38*(3), 226–246. https://doi.org/10.1007/BF02652807

Garderen, D. Van. (2006). Spatial Visualization, Visual Imagery, and Mathematical Problem Solving of Students With Varying Abilities. *Journal of Learning Disabilities*, *39*(6), 496–506.

Geiger, V., Stillman, G., Brown, J., Galbriath, P., & Niss, M. (2018). Using mathematics to solve real world problems : the role of enablers, 7–19. https://doi.org/10.1007/s13394-017-0217-3

Godino, J. D., & Batanero, C. (1997). Clariying The Meaning of Mathematical Objects as a Priority Area of Research in Mathematics Education. In *An ICMI Study Book 1* (pp. 1–17). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Guerrero-Ortiz, C., Mena-Lorca, J., & Soto, A. M. (2017). Fostering Transit between Real World and Mathematical World: Some Phases on the Modelling Cycle. *International Journal of Science and Mathematics Education*, (596), 1–24. https://doi.org/10.1007/s10763-017-9856-9

Hitt, F. (2006). Student's functional representations and conceptions in the construction of mathematical concepts. An exemple: the concept of limit. *Annales de Didacqique et de Sciences Cognitives*, *11*, 251–267.

Huincahue, J., Borromeo-Ferri, R., & Mena-Lorca, J. (2018). Math modeling knowledge from reflection in math teachers initialtraining. *Ensenanza De Las Ciencias*, *36*(1), 99–115. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277

Kaiser, G., Blomhøj, M., & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 82–85. https://doi.org/10.1007/BF02655882

King, R. D., & Turnitsa, C. D. (2008). The Landscape of Assumptions. In *Proceedings of the 2008 Spring simulation multiconference* (pp. 81–88). Ottawa, Canada: Society for Computer Simulation International. Retrieved from https://dl.acm.org/doi/10.5555/1400549.1400560

Krawitz, J., & Schukajlow, S. (2017). Do students value modelling problems, and are they confident they can solve such problems? Value and self-efficacy for modelling, word, and intra-mathematical problems. *ZDM - Mathematics Education*, *0*(0), 0. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0893-1

Krug, A., & Schukajlow-wasjutinski, S. (2013). Problems with and without Connection To Reality and Students' Task-Spesifics Interest. In *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 209–216). Kiel, Germany: PME.

Lago, P., & Vliet, H. Van. (2005). Explicit Assumptions Enrich Architectural Models. In *The 27 Int. conference on Software engineering* (pp. 206–214). St. Louis, Missouri, USA: ACM. https://doi.org/10.1109/ICSE.2005.1553563

Lakner, R., Hangos, K. M., & Cameron, I. T. (2001). Assumption retrieval from process models. *European Symposium on Computer Aided Process Engineering*, *9*(1), 195–200. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1570-7946(01)80028-6

Leiss, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R., & Pekrun, R. (2010). The Role of the Situation Model in Mathematical Modelling—Task Analyses, Student Competencies, and Teacher Interventions. *Journal Fur Mathematik-Didaktik*, *31*(1), 119–141. https://doi.org/10.1007/s13138-010-0006-y

Lesh, R., Galbraith, P. L., Haines, C. R., & Hurford, A. (2010). Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13. *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies: ICTMA 13*, (June), 1–651. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1

Li, X., & Ph, D. (2013). Developing Mathematical Modeling Skills and Other Mathematical Practices Simultaneously. In *Proceeding of UCLA Curtis Center Mathematics and Teaching Conference* (pp. 200–211). Los Angeles, USA: UCLA Curtis Center.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies ? *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 113–142. https://doi.org/10.1007/BF02655885

Maria, L., & Almeida, W. De. (2015). Mathematical Modelling Tasks and the Mathematical Thinking of Students. In *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 219–228). Switzerland 2015: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8

Meter, P. Van, Aleksic, M., Schwartz, A., & Garner, J. (2006). Learner-generated drawing as a strategy for learning from content area text. *Contemporary Educational Psychology*, *31*(2), 142–166. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2005.04.001

Nutaro, J. J., Pullum, L. L., & Ramanathan, A. (2016). Analyzing the impact of modeling choices and assumptions in compartmental epidemiological models. *Simulation: Transactions Ofthe Society for Modeling and Simulation International*, *92*(5), 459–471. https://doi.org/10.1177/0037549716640877

Österholm, M. (2015). Characterizing reading comprehension of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(1), 325–346. https://doi.org/10.1007/s10649-005-9016-y

Pillay, H., Wilss, L., & Boulton-lewis, G. (1998). Sequential Development of Algebra Knowledge : A Cognitive Analysis 1, *10*(2), 87–102.

Pollak, H. (2003). A history of the teaching of modelling. In G. Stanic & J. Kilpatrick (Eds.), *A history of school mathematics* (pp. 647–671). Reston, Virginia: NCTM.

Radford, L. (2008). Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. *ZDM - Mathematics Education*, *40*(2), 317–327. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0090-3

Rellensmann, J., Schukajlow, S., & Leopold, C. (2017). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*, *95*(1), 53–78. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9736-1

Rodriguez, K. J., & Schlangen, D. (2004). Form, Intonation and Function of Clarification Requests In German Task- oriented spoken dialogues. *Computational Linguistics*, *22*(2), 148–156.

Schukajlow, S., Kolter, J., & Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM - Mathematics Education*, *47*(7), 1241–1254. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0707-2

Schukajlow, S., & Leiss, D. (2011). Selbstberichtete Strategienutzung und mathematische ModellierungskompetenzSelf-reported use of strategies and mathematical modelling. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, *32*(1), 53–77. https://doi.org/10.1007/s13138-010-0023-x

Seino, T. (2005). Understanding the Role of Assumptions in Mathematical Modeling : Analysis of Lessons with Emphasis on ' the awareness of assumptions .' In *Building connections : theory, research and practice : Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.* (pp. 664–671). Melbourne, Australia: MERGA. Retrieved from http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.544.6490&rep=rep1&type=pdf

Slavin, R. E. (2006). *Educational Psychology Theory and Practice*. (A. E. Burvikovs, Ed.) (8th ed.). United State: Pearson Education.

Solso, R. L. (2005). *Kognitive Psychologie*. Augsburg, Germany: Springer.

Stender, P., & Kaiser, G. (2015). Scaffolding in complex modelling situations. *ZDM - Mathematics Education*, *47*(7), 1255–1267. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0741-0

Stillman, Gloria. (2008). Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H-W., & Niss, M. (eds) (2007). Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study. New ICMI Study Series Volume 10. *Zdm*, *40*(2), 337–340. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0070-z

Stillman, Gloria, & Brown, J. P. (2014). Evidence of Implemented Anticipation in Mathematising by Beginning Modellers. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(1), 763–789. https://doi.org/10.1007/s13394-014-0119-6

Stillman, GloriaA., & Galbraith, P. (1998). Applying mathematics with real world connections: metacognitive characteristics of secondary students. *Educational Studies in Mathematics*, *36*(2), 157–194.

https://doi.org/10.1023/A:1003246329257

Supianto, A. A., Hayashi, Y., & Hirashima, T. (2016). Visualizations of problem-posing activity sequences toward modeling the thinking process. *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, *11*(1), 14. https://doi.org/10.1186/s41039-016-0042-4

Umam, K., Nusantara, T., Parta, I. N., & Hidayanto, E. (2018). Mathematical Meaning In Modelling Context Through The Onto-Semiotics Approach. *International Journal of Insight for Mathematics Teaching*, *01*(2), 151–159.

Umam, K., Nusantara, T., Parta, I. N., Hidayanto, E., & Mulyono, H. (2019). An Application of Flipped Classroom in Mathematics Teacher Education Programme. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (IJIM)*, *13*(03), 68. https://doi.org/10.3991/ijim.v13i03.10207

Umam, K., & Supiat. (2019). Pengaruh Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD dengan Bantuan Website terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Geometri Siswa Kelas VIII. *Jurnal Elemen*, *5*(2), 170–177. https://doi.org/10.29408/jel.v5i2.1297

Van Meter, P. (2001). Drawing construction as a strategy for learning from text. *Journal of Educational Psychology*, *93*(1), 129–140. https://doi.org/10.1037//0022-0663.93.1.129

Van Meter, P., & Garner, J. (2005). The promise and practice of learner-generated drawing: Literature review and synthesis. *Educational Psychology Review*, *17*(4), 285–325. https://doi.org/10.1007/s10648-005-8136-3

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems.* Lisse: Swets & Zeitlinger.

Zeytun, A. Sen. (2017). Understanding Prospective Teachers ' Mathematical Modeling Processes in the Context of a Mathematical Modeling Course. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*, *13*(3), 691–722. https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00639a

Zubi, I. A., Peled, I., & Yarden, M. (2018). Children with mathematical difficulties cope with modelling tasks : what develops ? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *49*(4), 506–526. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1527404

Instrumen Penelitian

TUGAS MASALAH MATEMATIKA

Nama Lengkap : …………………………. Kelas : ………………………….

Sekolah : ………………………….

PETUNJUK:

a. Kerjakan tugas di bawah ini dengan baik, cermat, dan teliti
b. Tulislah semua yang kamu pikirkan untuk menyelesaikan tugas di bawah ini
c. Apabila ada kesalahan tidak perlu dihapus atau ditip-x, tetapi cukup dicoret
d. Kerjakan pada lembar kertas yang telah disediakan.

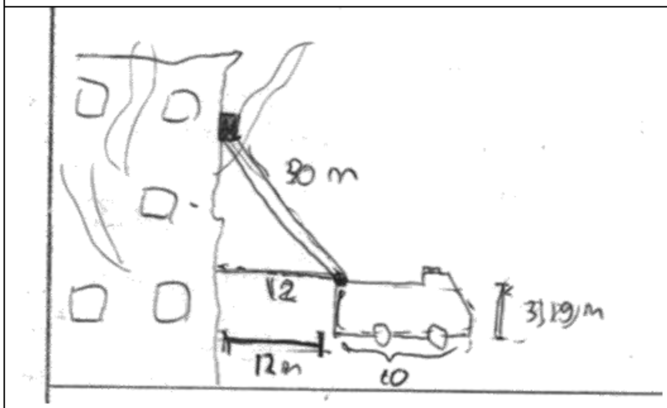
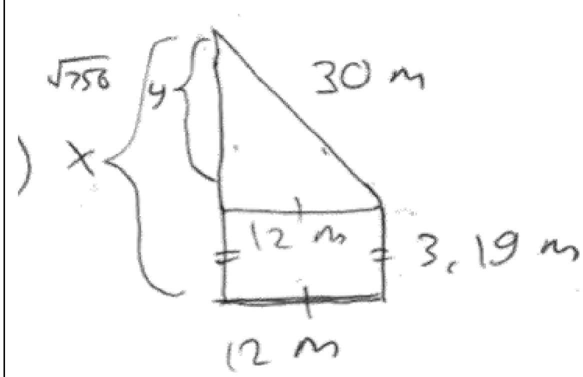
Pada tahun 2018, pemadam kebakaran Kota Malang mendapat mobil pemadam kebakaran baru dengan tangga belokan. Penggunaan sangkar di ujung tangga, memungkinkan seorang Pemadam Kebakaran untuk menyelamatkan orang-orang dari tempat-tempat yang tinggi. Menurut peraturan resmi, saat menyelamatkan orang, Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar. Data teknis Mesin Mobil Pemadam Kebakaran adalah sebagai berikut;

Model Mesin	:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Diesel;
Tahun Produksi	:	2018;
Kekuatan	:	205 kw (279 HP);
Kapasitas Air Kubik	:	6374 cm^3;
Dimensi Mobil	:	panjang 10 meter lebar 2.5 meter tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga	:	panjang 30 meter;
Berat Mesin dibongkar	:	15540 kg
Berat Total	:	18000 kg

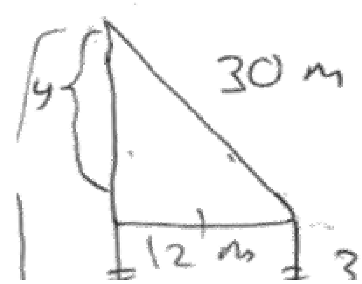
Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak dalam Gedung yang terbakar dapat diselamatkan oleh tim pemadam kebakaran Kota Malang. Selesaikan dan tuliskan bagaimana anda menemukan solusinya?

KUNCI JAWABAN MASALAH MATEMATIKA

Diketahui :Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar
Dimensi Mobil : panjang 10 meter, tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga : panjang 30 meter;
Misalkan:
x = Ketinggian Maksimal untuk menyelamatkan orang dengan mobil pemadam kebakaran atau x = (y + 3,19 meter) .
y = Tinggi untuk menyelamatkan orang dengan mobil pemadam kebakaran.

Gambar Situasional	Gambar Matematis
	

Dapat diselesaikan dengan menggunakan Teorema Pythagoras dengan cara menyederhanakan Gambar Matematis menjadi segitiga siku- siku. Hal ini dilakukan agar mendapatkan nilai dari "*y*". Jadi,



$$x = y + 3{,}19$$
$$x = \sqrt{30^2 - 12^2} + 3{,}19$$
$$x = \sqrt{900 - 144} + 3{,}19$$
$$x = \sqrt{756} + 3{,}19$$
$$x = 27{,}5 + 3{,}19$$
$$x = 30{,}69$$

Jawaban

Saat kejadian kebakaran, seorang pemadam dengan menggunakan mobil pemadam kebakaran dapat menyelamatkan orang-orang yang terjebak pada gedung yang terbakar pada ketinggian maksimal yaitu 30,69 meter.

VALIDASI AHLI TERHADAP PEDOMAN WAWANCARA

Nama Validator : Dr. Susiswo, M.Si

Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika Unit Kerja : Universitas Negeri Malang

PETUNJUK:

a) Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu mohon memberikan tanda (√) pada kolom yang tersedia. Keterangan **S** = Setuju, **KS** = Kurang Setuju, dan **TS** = Tidak Setuju.
b) Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon dituliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan atau pada komentar/saran perbaikan.

NO	KRITERIA PEDOMAN WAWANCARA	SKALA PENILAIAN			KETERANGAN/ SARAN PERBAIKAN
		S	KS	TS	
1	Pertanyaan wawancara mudah dipahmi oleh responden.	√			
2	Pertanyaan yang dibuat bersifat Bersifat menggali dan tidak bersifat menuntun.	√			
3	Pertanyaan memiliki kemampuan mengungkap bagaimana terjadinya siswa menghasilkan gambar situasional	√			
4	Pertanyaan memiliki kemampuan mengungkap bagaiman gambar situsional digunakan untuk memahami masalah.	√			
5	Pertanyaan memiliki kemampuan mengungkap bagaimana terjadinya siswa menghasilkan gambar matematis	√			
6	Pertanyaan memiliki kemampuan untuk mengungkap bagaimana siswa membuat model matematika yang sesuai dengan masalah	√			
7	Pertanyaan/Suruhan terbuka	√			
8	Pertanyaan Sesuai dengan tingkat kognitif siswa	√			
9	Pertanyaan tidak menimbulkan penafsiran ganda	√			
10	Pertanyaan tersusun secara logis	√			

Berdasarkan penilaian dari kriteria pedoman wawancara, maka pedoman wawancara ini dinyatakan *) :

a. Layak digunakan
b. Layak digunakan dengan perbaikan
c. Tidak Layak digunakan
*) Mohon dilingkari huruf sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu

Komentar/Saran Perbaikan:

....
....
....
....
....
....

Malang, Maret 2019

Validator,

Dr. Susiswo, M.Si

VALIDASI AHLI TERHADAP

TUGAS PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA (TPMM)

Nama Validator : Dr. Susiswo, M.Si
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika
Unit Kerja : Universitas Negeri Malang
Tujuan Instrumen : Mengeksplorasi Berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

Petunjuk:

1. Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu mohon memberikan tanda (√) pada kolom yang tersedia. Keterangan **S** = Setuju, **KS** = Kurang Setuju, dan **TS** = Tidak Setuju.
2. Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon dituliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan, komentar/saran perbaikan atau pada lembar TPMM.

A. Penilaian Materi

NO	KRITERIA PENILAIAN	SKALA PENILAIAN			KETERANGAN/ SARAN PERBAIKAN
		S	KS	TS	
1	Masalah sesuai untuk menjawab permasalahan penelitian	√			
2	Masalah memungkinkan subjek melakukan aktivitas berpikir modeling matematis	√			
3	Masalah sesuai untuk siswa yang akan dijadikan subjek penelitian	√			

B. Penilaian Konstruksi Masalah

NO	KRITERIA PENILAIAN	SKALA PENILAIAN			KETERANGAN/ SARAN PERBAIKAN
		S	KS	TS	
1	Kalimat masalah tidak menimbulkan penafsiran ganda	√			
2	Informasi yang diberikan sangat cukup untuk mengungkap proses berpikir modeling matematis siswa	√			
3	Masalah yang diberikan mengajak/mendorong siswa untuk menghasilkan gambar situasional.	√			

4	Masalah yang diberikan mengajak/mendorong siswa menghasilkan gambar matematis.	✓			
5	Masalah yang diberikan mengajak/mendorong siswa untuk membuat model matematika sebelum menyelesaikan masalah.	✓			

C. Penilaian Bahasa Masalah

NO	KRITERIA PENILAIAN	SKALA PENILAIAN			KETERANGAN/ SARAN PERBAIKAN
		S	KS	TS	
1	Menggunakan kaidah bahasa indonesia yang baik dan benar	✓			
2	Rumusan masalah menggunakan kata-kata atau kalimat sederhana yang dipahami oleh subjek	✓			
3	Rumusan masalah komunikatif	✓			
4	Rumusan masalah tidak menimbulkan penafsiran ganda	✓			

D. Penilaian Umum

Kesimpulan penilaian secara umum terhadap instrumen Tugas Masalah Matematika adalah:

a. Layak digunakan
b. Layak digunakan dengan perbaikan
c. Tidak Layak digunakan

*) Mohon dilingkari huruf sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu

Komentar/Saran Perbaikan:

....
....
....

Malang, Maret 2019

Validator,

Dr. Susiswo, M.Si

VALIDASI AHLI TERHADAP PEDOMAN WAWANCARA

Nama Validator : **Prof. Purwanto, Ph.D**

Bidang Keahlian : Matematika Unit Kerja : Universitas Negeri Malang

PETUNJUK:

c) Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu mohon memberikan tanda (√) pada kolom yang tersedia. Keterangan **S** = Setuju, **KS** = Kurang Setuju, dan **TS** = Tidak Setuju.
d) Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon dituliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan atau pada komentar/saran perbaikan.

NO	KRITERIA PEDOMAN WAWANCARA	SKALA PENILAIAN			KETERANGAN/ SARAN PERBAIKAN
		S	KS	TS	
1	Pertanyaan wawancara mudah dipahmi oleh responden.	√			
2	Pertanyaan yang dibuat bersifat Bersifat menggali dan tidak bersifat menuntun.	√			
3	Pertanyaan memiliki kemampuan mengungkap bagaimana terjadinya siswa menghasilkan gambar situasional	√			
4	Pertanyaan memiliki kemampuan mengungkap bagaiman gambar situsional digunakan untuk memahami masalah.	√			
5	Pertanyaan memiliki kemampuan mengungkap bagaimana terjadinya siswa menghasilkan gambar matematis	√			
6	Pertanyaan memiliki kemampuan untuk mengungkap bagaimana siswa membuat model matematika yang sesuai dengan masalah	√			
7	Pertanyaan/Suruhan terbuka	√			
8	Pertanyaan Sesuai dengan tingkat kognitif siswa	√			
9	Pertanyaan tidak menimbulkan penafsiran ganda	√			
10	Pertanyaan tersusun secara logis	√			

Berdasarkan penilaian dari kriteria pedoman wawancara, maka pedoman wawancara ini dinyatakan *) :

d. Layak digunakan
e. Layak digunakan dengan perbaikan
f. Tidak Layak digunakan

*) Mohon dilingkari huruf sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu

Komentar/Saran Perbaikan:

Perhatikan penggunaan huruf besar atau kecil pada masalah

Malang, 26 Maret 2019

Validator,

Prof. Purwanto, Ph.D

VALIDASI AHLI TERHADAP

TUGAS PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA (TPMM)

Nama Validator : **Prof. Purwanto, Ph.D**
Bidang Keahlian : Matematika
Unit Kerja : Universitas Negeri Malang
Tujuan Instrumen : Mengeksplorasi Berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

Petunjuk:

3. Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu mohon memberikan tanda (√) pada kolom yang tersedia. Keterangan **S** = Setuju, **KS** = Kurang Setuju, dan **TS** = Tidak Setuju.
4. Jika ada yang perlu dikomentari atau disarankan, mohon dituliskan pada kolom keterangan/saran perbaikan, komentar/saran perbaikan atau pada lembar TPMM.

E. Penilaian Materi

NO	KRITERIA PENILAIAN	SKALA PENILAIAN			KETERANGAN/ SARAN PERBAIKAN
		S	KS	TS	
1	Masalah sesuai untuk menjawab permasalahan penelitian	√			
2	Masalah memungkinkan subjek melakukan aktivitas berpikir modeling matematis	√			
3	Masalah sesuai untuk siswa yang ~~akan~~ dijadikan subjek penelitian	√			

F. Penilaian Konstruksi Masalah

NO	KRITERIA PENILAIAN	SKALA PENILAIAN			KETERANGAN/ SARAN PERBAIKAN
		S	KS	TS	
1	Kalimat masalah tidak menimbulkan penafsiran ganda	√			
2	Informasi yang diberikan sangat cukup untuk mengungkap proses berpikir modeling matematis siswa	√			
3	Masalah yang diberikan mengajak/mendorong siswa untuk menghasilkan gambar situasional.	√			

4	Masalah yang diberikan mengajak/mendorong siswa menghasilkan gambar matematis.	✓			
5	Masalah yang diberikan mengajak/mendorong siswa untuk membuat model matematika sebelum menyelesaikan masalah.	✓			

G. Penilaian Bahasa Masalah

NO	KRITERIA PENILAIAN	SKALA PENILAIAN			KETERANGAN/ SARAN PERBAIKAN
		S	KS	TS	
1	Menggunakan kaidah bahasa indonesia yang baik dan benar		✓		
2	Rumusan masalah menggunakan kata-kata atau kalimat sederhana yang dipahami oleh subjek	✓			
3	Rumusan masalah komunikatif	✓			
4	Rumusan masalah tidak menimbulkan penafsiran ganda	✓			

H. Penilaian Umum

Kesimpulan penilaian secara umum terhadap instrumen Tugas Masalah Matematika adalah:

d. Layak digunakan
e. Layak digunakan dengan perbaikan
f. Tidak Layak digunakan

*) Mohon dilingkari huruf sesuai hasil penilaian Bapak/Ibu

Komentar/Saran Perbaikan:

....
....
....

Malang, Maret 2019

Validator,

Prof. Purwanto, Ph.D

Pedoman Wawancara

PEDOMAN WAWANCARA

Tujuan wawancara:

Pedoman wawancara bertujuan untuk mengungkap berpikir modeling matematis siswa dalam mnyelesaikan masalah matematika.

Pelaksanaan :

1. Siswa diminta menyelesaikan masalah yang diberikan.
2. Setelah menyelesaikan masalah, siswa diajukan pertanyaan yang berhubungan dengan berpikir modeling matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematis

Keterangan :

Pedoman Wawancara ini merupakan petunjuk yang akan dijadikan pijakan dasar bagi peneliti dalam melakukan wawancara agar pertanyaan yang di ajukan tidak menyimpang dari tujuan penelitian. Beberapa pertanyaan dalam pedoman wawancara ini dapat dikembangkan sendiri oleh peneliti sesuai dengan respon subjek atau jawaban siswa.

No	Indikator Berpikir Modeling matematis	Pertanyaan
1	Membaca Masalah	▪ Apa yang kamu pikirkan pada saat melihat masalah ini? ▪ Apa yang kamu pikirkan informasi-informasi mana saja yang penting dari masalah ini? ▪ Langkah apa yang kamu pikirkan saat melihat masalah ini? ▪ Bagaimana kamu memisahkan informasi penting atau tidak?

		▪ Berapa lama waktu yang kamu butuhkan pada tahap ini?
2	Membuat Asumsi	▪ Informasi apa saja yang tidak diperlukan dalam penyelesain masalah ini? ▪ Apakah kamu membayangkan kejadian yang sesungguhnya dari masalah ini? ▪ Ada berapa kemungkinan kejadian yang dapat terjadi? ▪ Berapa lama waktu yang kamu butuhkan pada tahap ini?
3.	Menggambar Situasional	▪ Apa yang kamu pikirkan sebelum menggambar? ▪ Apakah yakin gambar yang sudah dibuat?Mengapa? ▪ Apa yang kamu pikirikan tentang gedung yang terbakar? ▪ Gambar situasional ini kamu gunakan untuk apa? ▪ Berapa lama waktu yang kamu butuhkan pada tahap ini?
3.	Menggambar Matematis	▪ Apa yang kamu pikirkan selanjutnya? ▪ Menurut pikirkanmu, apakah ada hubungan antara gambar ini dengan gambar yang sebelumnya? ▪ Apakah gambar ini dapat membantu kamu untuk menyelesaikan masalah ini? ▪ Gambar matematis ini kamu gunakan untuk apa? ▪ Mengapa gambar ini perlu diberikan informasi? ▪ Berapa lama waktu yang kamu butuhkan pada tahap ini?

4.	Membuat Model Masalah	▪ Mengapa kamu memilih teorema Pythagoras bukan yang lain? ▪ Mengapa kamu menuliskan teorema Pythagoras dengan simbol ini? ▪ Apa yang kamu pikirikan tentang huruf "a" pada model matematika? ▪ Apakah dengan menuliskan ini (model matematika), dapat membantu kamu menyelesaikan masalah ini? ▪ Berapa lama waktu yang kamu butuhkan pada tahap ini?
6.	Hasil Matematika	▪ Langkah apa yang saja yang kamu pikirkan untuk mendapatkan hasil perhitungan model matematika? ▪ Apa yang kamu pikirkan selanjutnya? ▪ Apa yang kamu pikirkan saat ragu atas hasil perhitungan yang kamu sudah lakukan? ▪ Berapa lama waktu yang kamu butuhkan untuk mendapatkan hasil perhitungan ini?
7	Solusi Real	▪ Apa yang kamu pikirkan untuk menyesuaikan hasil perhitungan dengan masalah? ▪ Apakah kamuy akin atas jawaban yang kamu telah dapatkan? ▪ Apa yang kamu pikirkan saat ragu atas jawabanmu? ▪ Berapa lama waktu yang kamu butuhkan pada tahap ini?

Transkip Wawancara dengan S1

P :*Apa yang kamu pikirkan saat melihat pertama masalah ini?*
S1 :*Awalnya saya pikir ini masalah kebakaran…ternyata bukan.*
P :*Lalu Apa yang kamu lakukan?*
S1 :*Pertama, saya baca dulu masalahnya..saya lihat gambar mobil pemadam. Tapi kok bingung…gitu*
P :*Bingung tentang apa? Mengapa kok bingung?*
S1 :*bingung maksud soalnya gimana…soalnya baru pertama mengerjakan soal seperti ini.*
P : *Apa yang ada di pikiranmu saat itu?*
S1 : *bagaimana menyelamatkan orang di gedung yang terbakar dengan mobil pemadam kebakaran*
P :*Oh gitu…terus bagaimana mengatasi bingungnya?*
S1 :*mengatasinya saya baca berulang-ulang masalahnya.*
P :*Mengapa harus baca masalahnya berulang-ulang?*
S1 :*biar paham dan jelas maksudnya…biar bisa dibayangkan.*

P :*Bisa dijelaskan bagaimana kamu melakukannya?*
S1 :*pas saya baca masalah ini…saya tandai informasi-informasi pentingnya.*
P :*Apa saja informasi-informasi penting itu?*
S1 : *informasi gedung yang terbakar, mobil pemadam, jarak tangga belokan sama tangga mobil pemadam kebakaran.*
P : *Bagaimana kamu memisahkan informasi penting atau tidak?*
S1 : *yang penting-penting itu saya tandai..kasih kotak ini.*
P : *informasi-informasi apa saja yang kamu beri tanda?*
S1 :*12 meter, panjang 10 meter,tinggi 3.19 meter, panjang 30 meter*
P : *Mengapa harus ditandai informasinya?*
S1 :*Agar saya tahu mana yang penting-penting. Mana yang tidak.*
P :*Setelah mendapatkan informasi, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S1 :*Jadi informasi-informasi yang ada itu saya gabung. Lalu saya mulai membayangkan masalahnya.*
P : *Coba cerita lebih jelas, apa yang kamu memikirkan asumsinya ?*
S1 : *jadi menurut saya ada 2, pertama menyelamatkan orang di gedung yang terbakar dengan cara menghadapkan mobil pemadam ke depan gedung yang terbakar. Yang kedua, menyelamatkan orang dengan mobil pemadam membelakangi gedung yang terbakar.*
P :*Apa yang kamu pikirkan pada asumsi pertama?*
S1:*Saya pikir..Kalo mobil pemadam menghadap ke depan gedung yang terbakar, tangga mobil pemadam kebakarannya agak pendek soalnya dikurangi panjang mobil pemadam.*
P :*Apa yang kamu pikirkan pada asumsi kedua?*

S1 :*Kalo mobil pemadam membelakangi gedung yang terbakar, tangga mobil pemadam kebakarannya itu jadi lebih dekat ke gedung. Jadi bisa lebih tinggi lagi menyelamatkan orangnya.*

P :*Setelah itu, Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S1 :*setelah itu ....saya pilih dulu asumsi yang kedua. Lalu saya mulai buat sketsanya gambar gedung sama mobil pemadam kebakaran.*

P :*Apa kamu yakin atas pilihan kamu?*

S1 :*yakin…soalnya setelah itu baca lagi untuk mencocokkan dengan masalah.*

P :*menurut kamu, berapa lama waktu yang kamu butuhkan pada tahapan ini?*

S1 :*10 menitan lebih kali yaa….*

P : *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S1 :*Ya...gambar gedung dulu…terus jarak minimal…abis itu mobil*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*

S1 :*gedung yang terbakar itu kan tinggi…kaya kotak-kotak gitu*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal?*

S1 :*Jarak untuk memposisikan mobil dari gedung yang terbakar*

P : *Apa yang kamu pikirkan mobil pemadam kebakaran?*

S1 :*Mobil pemadam kebakaran itu kaya persegi panjang…terus dikasih tangga buat menyelamatkan orangnya.*

P : *Setelah itu, apa kamu pikirkan selanjutnya?*

S1 :*Ya...gambar gedung dulu kotak terus dikasih kotak2 kecil. terus jarak minimal…abis itu mobil pemadam..baru tangga mobil pemadam*

P :*Lalu?*

S1 :*dibuat sketsa lengkapnya.*

P :*Berapa lamu kamu menyelesaikan gambar ini?*

S1 :*mungkin ada kali 30 menitan.*

P *: Setelah dibuat gambar situasi, Apa yang kamu pikirkan selanjutnya ?*

S1*: saya kasih keterangan gambarnya.*

P *: Apa saja yang diberikan keterangan pada gambar?*

S1 *: ini 3.19 meter itu tinggi mobil, 30 m itu panjang tangga belokan, 10 m itu panjang mobil, sama 12 meter itu jarak minimal mobil dengan gedung yang terbakar*

P : *Kenapa harus menggambar?*

S1 : *biar jelas...setelah gambar ini jadi…saya kan bisa paham masalahnya.*

P : *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S1 : *biar yakin…saya cek dulu gambar dengan teks. Apa gambar sesuai masalah.*

P : *Mengapa harus dicek dulu gambarnya dengan masalah?*

S1 : *harus dicek dulu gambarnya…kalo salah gambarnya nanti salah jawabannya.*

P : *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S1 : *pas yakin…kayanya ini bisa pakai Pythagoras..soalnya ada yang mirip segitiga.*

P : *Bagian mana yang mirip segitiga? Mengapa ?*

S1 : *bagian tangga mobil, tinggi gedung, dan jarak minimal serta panjang mobil pemadam.*

P : *Gambar situasi tadi, kamu gunakan untuk apa?*

S1 : *untuk memahami masalah dan mencari penyelesaiannya….*

P: *setelah gambar yang tadi, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S1: *gedung yang terbakar panjang tangga dan tinggi truk pemadam kebakaran sama jarak ..sama panjang pemadam pemadam kebakaran itu dilihat itu mirip kayak bentuk trapesium..nah trapesium .....*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang panjang tangga dan tinggi mobil pemadam itu?*

S1 : *panjang tangga itu sisi miring …tinggi mobil itu sisi terpendek*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*

S1 : *itu sisi terpanjang trapesium*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal?*

S1 : *tinggi trapesium..*

P : *Kenapa kok mirip trapesium, apa yang kamu pikirkan?*

S1 : *soalnya ini ada sisi terpanjang dan sisi terpendek…terus sama sisi miring*

P : *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S1: *trapesiumnya dibagi menjadi dua;* **persegi panjang** *sama* **segitiga.** *Jadi ini dipisah...segitiga sama persegi panjangnya.*

P : *Mengapa harus dipisah, apa yang ada dipikiranmu?*

S1: *Biar gampang untuk cari rumusnya.*

P :*Gambar segitiga itu kamu gunakan untuk apa?*

S1 :*saya gunakan untuk mencari rumus matematika biar dapat solusinya.*

P :*Berapa lamu kamu menyelesaikan gambar ini?*

S1 :*dari gambar situasi ke sini ada mungkin 10 menit.*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang Pythagoras?*

S1 : *segitiga siku-siku, sisi miring, alas, dan tinggi. A kuadrat sama dengan b kuadrat ditambah c kuardat.*

P : *apa yang kamu pikirkan tentang huruf "a", "b", "c"?*

S1 : *a itu kan sisi miring segitiga siku-siku, b itu alas segitiga siku-siku, dan c itu tinggi segitiga siku-siku.*

P : *lalu pada kasus ini, apa yang ada dipikiranmu?*

S1 : *berarti cara mencari tinggi itu c sama dengan akar kuadrat dari a kuadrat dikurangi b kuadrat.*

P : *kenapa bisa ditulis ini, apa yang kamu pikirkan?*

S1 : *karena rumus Pythagoras. kalo nyari sisi miring….akar tinggi kuadrat ditambah alas kuadrat...*

P : *Kok beda sama ini, coba jelaskan apa yang kamu pikirkan?*

S1 : *lah ini kan kita cari alas...a sama dengan ..akar dari c kuadrat min b kuadrat.*

P : *Kenapa bisa milih yang ini bukan koknsep yang lain?*

S1 :*soalnya paling mirip dan cocok yaa Pythagoras.*

P : *Apa yang dipikirkan kamu, selanjutnya?*

S1 : *dicari tinggi alas…… alas segitiganya* (Lihat ***Gambar 4.4***)

P : *Terus bagaimana kamu memikirkan cari tingginya?*

S1 *: 30 kuadrat dikurangi 22 kuadrat akar 416 kuadrat dan 20,39 meter itu ditambah sama ini .....ditambah tinggi mobil pemadam kebakarannya...jadi 23,78 meter*.

P : *Setelah itu, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S1 : *nah setelah dapat itu, saya harus mencocokkan hasil perhitungan dengan masalah.*

P : *mengapa harus dicocokkan?*

S1: *hasil perhitungannya tadi kita cocokkan ke masalah agar memasikan bahwa hasilnya sudah sesuai dengan masalah.*

P : *dari seluruh tahapan, tahapan mana yang paling membutuhkan berpikir?*

S1: *Kalo menurut saya, paling banyak membutuhkan berpikir itu saat menggambar situasi.*

P : *mengapa hal itu?apa saja yang kamu pikirkan pada tahapan itu?*

S1:*soalnya saya harus menterjemahkan cerita menjadi gambar…dan itu butuh waktu yang lama.*

Transkip Wawancara dengan S2

P : Apa yang pikirkan saat pertama mengerjakan masalah ini?
S2 : *Saya baca dulu semua cerita….sama lihat ada gambar mobil pemadam.*
P : *apa yang ada dipikiranmu saat membaca pertama?*
S2 : *saya agak bingung pas pertama baca*
P : *Apa yang kamu bingungkan?*
S2 : *saya bingung cara mengerjakannya seperti apa…*
P : *Mengapa kamu bingung?*
S2 : *soalnya baru pertama mengerjakan masalah matematika seperti ini.*

P : *langkah apa yang kamu pikirkan untuk mengatasi kebingunganmu?*
S2 : *saya baca aja masalahnya…berulang-ulang.*
P : *mengapa harus membaca berulang-ulang?*
S2 : *pas baca itu kan kita bisa milih…informasi yang penting*
P : *apa saja informasi-informasi penting itu?*
S2 : *jarak minimal 12..terus panjang mobil pemadam ini 10, tinggi mobil 3,19 meter..dan panjang tangga 30 meter.*
P : *Bagaimana kamu memisahkan informasi penting atau tidak?*
S2 : *informasi penting saya kasih garis bawah.*
P : *Informasi-informasi apa saja yang kamu garis bawahi?*
S2 : *gedung yang terbakar..ini 10..3,19..terus 30..*
P : *Mengapa harus digarisbawahi?*
S2 : *Saya menggarisbawahi ini semua agar mudah nanti membayangkan situasi dari masalah ini seperti apa.*
P : *Berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk memilih informasi ini?*
S2 : *15 menitan kali yaa…kira-kira.*
P :*setelah dapat informasi pentingnya, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2 :*nah…informasi-informasinya kaya perlu digabung.*
P :*mengapa harus digabung?*
S2 :*biar bisa membuat ilustruasi dari masalahnya…*
P :*Informasi-informasi penting itu kamu gunakan untuk apa?*
S2 : *informasi-informasi penting itu kita gunakan buat ilustrasi masalahnya.*
P :*Apa yang kamu ilustrasikan terkait masalah ini?*
S2 :*jadi cara menyelamatkan orang yang terbakar itu bisa dua asumsi…*
P :*apa yang kamu pikirkan pada asumsi pertama?*
S2 :*pertama, saya pikir bisa menyelamatkan orang kalo mobilnya diposisikan dari samping.*
P : *Apa yang kamu pikirkan pada asumsi kedua?*
S2:*asumsi kedua, saya pikir kalo mobilnya itu diposisikan menghadap ke gedung yang terbakar.*
P : *Lalu, apa yang kamu pikirkan setelah membuat dua asumsi tersebut?*

S2 :*saya pilih yang kedua…soalnya jarang kayanya kalo mobil pemadam kebakaran menyamping.*

P : *Memang biasanya, bagaimana posisi mobil pemadam yang ada dipikiranmu?*

S2 :*menghadap depan atau samping gitu…biasanya…*

P : *Berapa lama waktu yang kamu butuhkan untuk tahapan ini?*

S2: *Ada mungkin 15 menitan.*

P : *apa yang ada dipikiranmu selanjutnya?*

S2 :*setelah buat asumsi masalah, saya gambar dulu…*

P : *gambar apa saja ada dipikirkanmu untuk masalah ini?*

S2 :*gedung yang terbakar, mobil pemadam, jarak minimal.*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*

S2 :*gedung itu tinggi…terus biasaya kotak sama ada kacanya gitu.*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang mobil pemadam kebakaran?*

S2 :*mobil pemadam itu kaya persegi panjang Cuma kita kasih roda sama tangga*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal antar gedung yang terbakar dan mobil pemadam?*

S2 : *memisahkan antara mobil pemadam dengan gedung yang terbakar.*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang tangga mobil pemadam kebakaran?*

S2 : *tangga mobil pemadam itu untuk menyelamatkan orang. Jadi harus menempel dengan gedung.*

P : *Apa yang kamu pikirkan, kenapa tangganya berimpitan dengan gedung?*

S2 :*Tangga saya menempel dengan gedung agar pemadam kebakaran dapat menyelamatkan orangnya yang terjebak di gedung yang terbakar.*

P : *coba jelaskan bagaimana kamu melakukannya?*

S2 :*saya gambar gedung dulu…kaya gini…terus kasih jarak…baru gambar mobil pemadam kebakaran.*

P : *Setelah gambar situasi, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S2 : *saya kasih dulu keterangan pada gambarnya*

P : *Apa saja yang diberikan keterangan pada gambar?*

S2 :*ini jarak mobil dengan gedung itu jaraknya 12 meter…lalu ini tinggi mobil 3 meter…terus panjang mobil 10 meter…panjang tangga 30 meter… ini tangga belokan…nah ini x itu ini ketinggian maksimal* dari gedung

P : *apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S2 : *Setelah digambar situasinya…saya mengecek dulu..apa sesuai dengan masalah*.

P : *bagaimana kamu melakukan pengecekan itu?*

S2 : *Saya baca masalah sambil melihat gambar situasinya…sesuai tidak dengan ceritanya….*

P : *mengapa harus dicek terlebih dahulu?*

S2 : *untuk memastikan bahwa ilustrasi yang dibuat itu sudah sesuai dengan masalah.*

P: *Setelah itu apa kamu pikirkan selanjutnya?*

S2: *gambar situasi ini kok seperti segitiga siku-siku.*

P: *Coba tunjukkan, mana yang seperti segitiga siku-siku?*

S2: *tangga belokan…tinggi maksimal gedung, dan jarak minimal tambah panjang mobil..kan mirip segitiga siku-siku*

P: *Kenapa kok mirip segitiga siku-siku?*

S2: *soalnya ini gambar tangga mobil pemadam dan tinggi mobil pemadam kan bisa jadi sisi miring segitiga, terus panjang mobil pemadam ditambah jarak minimal bisa jadi alas segitiganya…kan yang dicari tinggi gedungnya…jadi mirip kaya segitiga siku-siku*

P: *Setelah itu, apa yang kamu pikirkan?.*

S2: *Saya gambar dulu segitiganya….*

P: *Setelah gambar segitiga, langkah apa yang kamu pikirkan selanjutnya?.*

S2: *setelah gambar segitiga, saya tulis 30 sebagai sisi miring segitiga siku-siku…terus 22 sebagai alas segitiga siku-sikunya…terus x itu ketinggian maksimal yang akan dicari.*

P: *Dapat 22 itu dari mana, coba jelaskan apa yang dipikiranmu?*

S2: *10 ditambah 12. 12 itu jarak minimal, dan 10 itu panjang mobil pemadam*

P :*setelah gambar segitiga, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S2 : *Setelah gambar segitiga siku-siku…yang saya cari kan x, jadi bisa menggunakan Teorema Pythagoras…..*

P : *Kenapa harus Teorema Pythagoras?*

S2 : *karena kalo segitiga siku-siku…mencari tinggi dari segitiga itu bisa dari hasil akar sisi miring kuadrat dikurangi alas segitiga kuadrat*

P : *coba jelaskan, apa yang ada dipikiranmu?*

S2 : *Jadi mencari tinggi maksimal itu x ….caranya 33 kuadarat dikurangi 22 kuadarat…x itu tinggi maksimal, 33 itu ini…jumlah panjang tangga dengan tinggi mobil …22 kuadrat itu jumlah dari panjang mobil pemadam dan jarak minimal antara mobil dengan gedung*

P: *Apa yang kamu pikirikan selanjutnya?*

S2*: 33 kuadrat dikurangi 22 kuadrat akar sama dengan 1089 dikurangi 484 sama dengan 416...jadi hasilnya itu x sama dengan akar 416 sama dengan 20,39.*

P: *Maksudnya akar* 416*itu apa?*

S2*: Akar* 416 *itu ketinggian maksimal seorang pemadam dapat menyelamatkan orang yang terjebak pada gedung yang terbakar*

P : *apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S2 : *ilustrasi masalahnya kan sudah saya revisi…nah saya gambar lagi sekarang*

P : *gambar apa saja yang dibutuhkan ?*

S2 : *mobil pemadam kebakaran, gedung yang terbakar, jarak minimal, tangga mobil pemadam kebakaran*

P : *apa yang kamu pikirkan tentang posisi mobil pemadam?*

S2 : *posisi mobil pemadam itu harus dibelakang, jadi tangga mobil pemadam nya lebih tinggi.*

P : *apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal?*

S2 *: jarak yang memisahkan antar gedung yang terbakar dengan posisi mobil pemadam.*

P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*
S2 :*gedung itu tinggi…terus biasaya kotak sama ada kacanya gitu.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang mobil pemadam kebakaran?*
S2 :*mobil pemadam itu kaya persegi panjang*
P : *apa yang kamu pikirkan tentang tangga mobil pemadam?*
S2 *: tangga mobil pemadam itu panjang…bisa miring terus ada belokkannya agar bisa menyelamatkan orang.*
P : *coba sekarang, jelaskan bagaimana kamu menggambarnya?*
S2 *: saya gambar gedungnya dulu …ini kotak, terus kasih jarak segini…baru gambar mobil pemadamnya…posisinya membelakangi gedung. Baru saya gambar tangga mobil pemadam untuk menyelamatkan orang.*
P *: Setelah merevisi gambar situasi, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2 *: saya kasih keterangan dulu?*
P *: apa saja yang diberikan keterangan pada gambar?*
S2 *: ini 3.19 meter itu tinggi mobil, 30 m itu panjang tangga belokan, 10 m itu panjang mobil, sama 12 meter itu jarak minimal mobil dengan gedung yang terbakar*
P *: apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2 *: saya cek lagi gambar situasinya dengan masalah.*
P *: bagaimana kamu melakukan pengecekkannya?*
S2 *: saya cocokkan antara gambar dengan cerita yang ada di masalah.*
P *: mengapa harus dicek kembali?*
S2 *: biar jelas aja..biar yakin gitu.*
P: *Apa yang selanjutnya kamu lakukan?*
S2: *menurut saya gambar situasi ini mirip dengan segitiga siku-siku.*
P: *Mengapa mirip dengan segitiga siku-siku?*
S2: *soalnya tangga mobil pemadam itu jadi sisi miring segitiga siku-siku, terus jarak minimal itu alas segitiga siku-siku, terus tinggi gedung itu tinggi segitiga siku-siku.*
P: *Apa yang selanjutnya kamu lakukan?*
S2: *saya gambar dulu segitiga siku-sikunya….*
P: *coba bisa dijelaskan?*
S2: *ini tangga mobil pemadam saya bikin jadi sisi miring segitiga siku-siku, terus jarak minimal saya bikin jadi alas segitiga siku-siku, dan tinggi gedung jadi tinggi segitiga siku-siku.*
P: *setelah itu, apa yang kamu selanjutnya?*
S2: *saya kasih dulu…keterangan pada segitiga siku-sikunya.*
P: *keterangan apa saja yang kamu berikan pada segitiga siku-siku?*
S2: *30 buat sisi miringnya, 12 itu jarak minimalnya, terus x itu ketinggian gedung.*
P: *Mengapa kamu harus menggambar segitiga siku-siku?*
S2: *agar mudah cari rumusnya.*
P: *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S2: *dicari tinggi segitiga siku-siku…jadi pakai Teorema Pythagoras.*
P: *Apa yang ada pikirkanmu tentang Teorema Pythagoras?*

S2: *Pythagoras itu dipakai dalam segitiga siku-siku. Sisi miring kuadarat sama dengan alas kuadrat ditambah tinggi kuadrat.*

P: *Apa yang kamu pikirkan Pythagoras pada masalah ini?*

S2: *dicari tinggi segitiga siku-siku, jadi tinggi kuadrat sama dengan sisi miring kuadrat dikurangi alas kuadrat.*

P: *Apa yang kamu pikirkan selanjutnyai?*

S2: *djadi x kuadrat sama dengan 30 kuadrat dikurangi 12 kuadrat sama dengan 900 dikurangi 144. x kuadrat sama dengan 756. Jadi x sama dengan akar 756.*

P: *apa yang anda pikirkan selanjutnya?*

S2: *hasilnya itu saya cocokkan terlebih dahulu dengan masalah.*

P : *mengapa harus dicocokkan?*

S2 : *hasil perhitungannya tadi kita cocokkan ke masalah agar memasikan bahwa hasilnya sudah sesuai dengan masalah.*

P: *setelah dapat hasilnya, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S2: *saya bandingkan hasil yang pertama itu kan akar 945, hasil yang kedua itu akar 756*

P: *Lalu, apa yang kamu pikiran antara dua hasil tersebut?*

S2: *karena hasilnya lebih besar yang kedua, maka saya pikir yang kedua itu maksimal, sedangkan yang pertama itu minimal.*

P: *Setelah itu, apa yang kamu pikirkan tentang minimal dan maksimal? Apa maksudnya?*

S2 : *kalo minimal itu…berarti menyelamatkan orang minimal tingginya segitu, kalo maskimal berarti menyelamatkan orang dengan mobil pemadam bisa paling tinggi itu nilainya segitu.*

P : *dari seluruh tahapan, tahapan mana yang paling membutuhkan berpikir?*

S2 : *Kalo menurut saya, paling banyak membutuhkan berpikir itu saat menggambar situasi…*

P : *mengapa hal itu?apa saja yang kamu pikirkan pada tahapan itu?*

S2 : *soalnya saya harus menterjemahkan cerita menjadi gambar…dan itu butuh waktu yang lama.*

P : *berapa lama waktu yang ada butuhkan saat menggambar?*

S2 : *ada 30 menitan pak.*

Transkip Wawancara dengan S3

P :*Apa yang kamu pikirkan saat pertama melihat masalah ini?*
S3 :*awalnya saya baca cepat masalahnya…Cuma masih bingung.*
P : *Kenapa bingung?*
S3 : *ini cari yang ditanya sama ..sama yang diketahui….tidak tahu caranya.*
P : *Lalu, apa yang kamu lakukan agar kamu tidak bingung?*
S3 : *saya baca ulang lagi masalahnya…agar mengerti maksud masalahnya*
P : *apa kamu pikirkan?*
S3 : *langkah bagaimana menyelesaikan masalah ini...*
P : *langkah apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3 :*Saya baca masalahnya lagi…baca berulang masalahnya.*
P :*Mengapa harus membaca berulang? Apa yang kamu pikirkan?*
S3 :*saya baca masalahnya lagi agar saya paham…saya pikir kalo baca berulang nanti saya paham.*
P :*Apa saja yang kamu lakukan saat membaca berulang?*
S3 :*kalo ketemu informasi yang penting.. digaris bawahi…kaya ini 12 meter…terus gedung…pas baca spesifikasi mobil saya lama bacanya…soalnya saya harus tahu mana yang penting. Akhirnya saya garisbawahi 3,19 meter …dan 30 meter.*
P : *Mengapa informasi-informasi itu penting?*
S3 : *penting soalnya buat nanti saya pakai untuk gambar.*
P : *Gambar apa? Kenapa harus menggambar?*
S3 : *Gambar gedung yang terbakar, jarak minimal, mobil pemadam…soalnya biar paham masalahnya.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*
S3 : *gedung itu kan biasanya tinggi..terus kotak ya..*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal?*
S3 :*jarak yang membatasi gedung dan mobil pemadam.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang mobil pemadam kebakaran?*
S3 :*mobil pemadam itu biasanya kotak….terus ada tangganya..sama semprotan air untuk memadamkan api.*
P : *Setelah itu, apa saja yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3:*Nah dari informasi yang sudah saya garis bawahi itu, lalu saya mikir bagaimana caranya agar bisa mengetahui tinggi maksimal menyelamatkan orangnya. Akhirnya, saya gabung informasi-informasinya.*
P : *setelah itu apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3 :*setelah itu saya gambar …jadi saya gambar dulu gedung yang terbakar ini…terus kasih jarak untuk gambar mobil pemadamnya…karena membelakangi gedung…saya gambar mobilnya kaya gini …terus kasih tangga yang nempel ke gedung agar bisa menyelamatkan orang.*

P :*setelah itu, langkah apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S3 :*setelah gambar selesai..saya kasih keterangan…ini gedung…terus ini 30 meter tangga …ini mobil..ini 3,19 meter tinggi mobil..panjang mobilnya 10 meter…terus 12 m itu jarak antar mobil dan gedung…nah ini sudutnya siku-siku..*

P : *gambar yang kamu hasilkan ini untuk apa?*

S3 : *saya gambar situasi ini biar saya mengerti soalnya.*

P : *setelah gambar, apa kamu paham? apa yakin gambarnya sesuai masalah?*

S3 : *yakin …soalnya setelah gambar situasi masalahnya….saya belum terlalu yakin…Cuma sudah mulai mengerti sedikit….masalahnya apa…tapi masih agak bingung…cara mencari ketinggiannya bagaimana.*

P :*Mengapa harus gambar ini dulu?* (Lihat **Gambar 4.14**)

S3 :*saya gambar ini biar paham …soalnya susah kalo dibayangin saja… nanti saya bisa menentukan cara mencari tingginya.*

P: *setelah gambar situasional, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S3 : *saya cari gambar situasi ini mirip dengan bangun datar apa ya..*

P : *Lalu, apa yang kamu pikirkan?*

S3 : *pas saya pikir…mirip segitiga..*

P : *Mengapa mirip segitiga, apa yang ada dipikiranmu?*

S3 : *soalnya panjang tangga tinggi truk pemadam kebakaran itu jadi sisi miring segitiga. Jarak mobil pemadam dengan gedung itu jadi alas segitiga. Nah…tinggi segitiga itu yang dicari….*

P: *Apakah kamu yakin gambar situasi itu mirip segitiga?*

S3 : *awalnya agak ragu siih…*

P: *Coba cerita apa yang kamu pikirkan?*

S3 : *sama..segitiga..ya tadi tangga itu jadi sisi miring, jarak minimal itu alas, gedung itu tinggi segitiga.*

P: *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S3 : *saya bikin gambar segitiga ini cuma saya memastikan mirip tidak dengan masalah...jadi gambar segitiga ini cocok dengan masalahnya…*

P: *Mengapa harus memastikan dulu ke gambar situasi?Apa yang kamu pikirikan?*

S3: *Gambar segitiga ini kan saya buat berdasarkan gambar situasi. Jadi saya perlu cocokkan kembali. Kan gambar situasi ini sudah saya cek berulang dengan teks. Jadi kalo segitiga ini sesuai dengan gambar situasi…pasti sesuai juga dengan masalah.*

P: *berapa lama waktu yang kamu butuhkan pada tahapan ini?*

S3: *sekitar 10 menitan.*

P : *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3 : *setelah gambar segitiga ini…saya bingung lagi…cara mencari tingginya gimana ya…*
P : *Apa yang membuat kamu bingung awalnya?*
S3 : *saya agak bingung pake rumus apa gitu…*
P : *kenapa bisa ragu, apa yang ada dipikiranmu terkait angka di segitiga?*
S3 : *soalnya angka-angkanya tidak seperti yang biasa diajarkan.*
P : *bagaimana mengatasi keraguanmu?*
S3 : *karena ada sisi miring, alas, dan tinggi..kayanya bisa pakai Pythagoras..*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang Pythagoras?*
S3 : *segitiga siku-siku, sisi miring, alas, dan tinggi. A kuadrat sama dengan b kuadrat ditambah c kuardat.*
P : *apa yang kamu pikirkan tentang huruf "a", "b", "c"?*
S3 : *a itu kan sisi miring segitiga siku-siku, b itu alas segitiga siku-siku, dan c itu tinggi segitiga siku-siku.*
P : *lalu pada kasus ini, apa yang ada dipikiranmu?*
S3 : *berarti cara mencari tinggi itu c sama dengan akar kuadrat dari a kuadrat dikurangi b kuadrat.*
P : *Kenapa bisa milih yang Pythagoras, bukan koknsep yang lain?*
S3 : *…Paling cocok ini. Soalnya kan Pythagoras itu identik dengan segitiga siku-siku.*
P: *Apanya yang dicari ini?*
S3: *dicari tinggi alas…… alas segitiganya (Lihat* ***Gambar 4.13****)*
P: *Coba bisa dituliskan?*
S3: *Menuliskan b kuadarat sama dengan akar c kuadrat dikurangi a kuadrat.*
P: *Terus apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3*: 30 kuadrat dikurangi 12 kuadrat akar 416 kuadrat dan 20,39 meter itu ditambah sama ini …..ditambah tinggi mobil pemadam kebakarannya...jadi 23,78 meter*.

P: *Setelah itu, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S3 : *nah setelah dapat itu, saya harus mencocokkan hasil perhitungan dengan masalah.*
P : *mengapa harus dicocokkan?*
S3 : *hasil perhitungannya tadi kita cocokkan ke masalah agar memasikan bahwa hasilnya sudah sesuai dengan masalah.*
P : *dari seluruh tahapan, tahapan mana yang paling membutuhkan berpikir?*
S3: *Kalo menurut saya, paling banyak membutuhkan berpikir itu saat menggambar situasi.*
P : *mengapa hal itu?apa saja yang kamu pikirkan pada tahapan itu?*

S3:*soalnya saya harus menterjemahkan cerita menjadi gambar…dan itu butuh waktu yang lama.*

Transkip Wawancara dengan S4

P : *Apa yang kamu pikirkan saat pertama mengerjakan masalah ini?*
S4 : *saya pikir awalnya ini..masalah kebakaran…pas say abaca ternyata bukan…jadi bingung saya.*
P : *Apa yang kamu bingungkan?*
S4 : *maksud masalah ini seperti apa…terus bagaimana cara mengerjakannya.*
P : *Kenapa kamu bingung?*
S4 : *kayanya saya baru pertama mengerjakan masalah ini. Jadi agak bingung gitu.*
P : A*pa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4 : *Saya baca lagi masalahnya. Saya baca berualang-ulang.*
P : *Mengapa kamu harus membaca berulang-ulang?*
S4 : *saya baca berulang untuk memilih informasi yang penting*
P : *informasi-informasi apa saja yang penting menurut pikiranmu?*
S4 : *Gedung yang terbakar, jarak minimal, tinggi mobil pemadam kebakaran, tangga mobil pemadam kebakaran*
P : *Bagaimana kamu membedakan antara informasi yang penting dan tidak?*
S4 : *saya tandai yang penting itu dengan menggarisbawahi*
P : *Apa yang saja yang penting menurut pikiranmu?*
S4 : *ini 12 meter, 30 meter, panjang mobil 10 meter, tinggi mobil 3,19 meter*
P : *Dari mana kamu mengetahui bahwa itu informasi penting?*
S4 : *saya pilih informasi pas baca.*
P :*Setelah dapat informasi-informasi tadi, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4: *informasi-informasi itu saya gunakan untuk mengilustrasikan masalah.*
P: *Bagaiaman cara kamu mengilustrasikan masalahnya?*
S4: *caranya saya bayangin dulu kejadian dari masalah.*
P : *Coba jelaskan 2 ilustrasi apa saja yang ada dipikiranmu?*
S4: *ilustrasi pertama mobil pemadam kebakarannya itu itu menghadap depan gedung yang terbakar.*
P: *apa yang kamu pikirkan terkait asumsi yang kamu buat? Coba jelaskan?*
S4: *saya bayangin kalo menyelamatkan orangnya itu dengan mobil pemadam kebakaran seperti di masalah. Jadi dari gedung yang terbakar itu dikasih jarak minimal 12 meter. Nah posisi mobil itu menghadap ke depan gedung yang terbakar. Terus kasih tangga mobil pemadam kebakarannya nempel ke gedung.*
P: *apa yang ada dipikiranmu terkait posisi mobil menghadap ke depan gedung?*
S4 : *jadi menghadap ke depan gedung itu berarti. Depan mobilnya itu menghadap ke gedung yang terbakar.*
P : *Nah…tangganya menempel ke gedung, bisa jelaskan, apa yang kamu pikirkan itu?*

S4:*Tangga saya buat dekat dengan gedung agar pemadam kebakaran dapat menyelamatkan orangnya yang terjebak di gedung yang terbakar.*
P: *setelah membuat asumsi masalah, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4: *setelah terbayangkan ilustrasi masalahnya itu…baru kita gambar.*
P : *Gambar apa? Kenapa harus menggambar?*
S4: *gambar ilustrasi masalah ini…karena kalo tidak digambar jadi susah pahamin masalahnya.*
P : *Gambar apa? Kenapa harus menggambar?*
S4: *gambar ilustrasi masalah ini…karena kalo tidak digambar jadi susah pahamin masalahnya.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang gedung yang terbakar?*
S4: *gedung itu kan biasanya tinggi…ama ada kacanya…jadi saya gambar gedung itu kotak sama ada kotak kecilnya.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang mobil pemadam kebakaran?*
S4: *mobil pemadam kebakaran itu biasanya panjang…ada depan dan ada belakangnya…ama ada tangga mobilnya*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang jarak minimal?*
S4: *jarak yang memisahkan antara gedung yang terbakar dengan mobil pemadam.*
P : *Apa yang kamu pikirkan tentang tangga mobil pemadam ?*
S4: *tangga mobil pemadam itu harus dekat dengan gedung…jadi gampang menyelamatkan orangnya.*
P : *coba jelaskan, bagaimana kamu mengubah asumsi itu menjadi gambar?*
S4: *pertama, saya gambar dulu gedung yang terbakarnya…kotak tinggi, terus kasih jarak, baru gambar mobil pemadamnya…..*
P*: Setelah gambar selesai, apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4: *saya kasih keterangan pada gambar*
P: *coba jelaskan lebih rinci, apa yang kamu lakukan?*
S4*: saya tulis 3,19 itu kan tinggi mobil pemadam..terus, 30 itu panjang tangga mobil peadam, 10 itu panjang mobil, sama 12 meter itu jarak minimal mobil dengan gedung yang terbakar*
P: *gambar situasional ini kamu gunakan untuk apa?*
S4: *saya gambar…biar saya paham.*
P: *gambar situasional ini kamu gunakan untuk apa?*
S4: *saya gambar…biar saya paham.*
P: *gambar situasional ini kamu gunakan untuk apa?*
S4: *saya gambar…biar saya paham.*
P: *Apa selanjutnya yang kamu lakukan?*
S4: *gambar situasi **ini itu mirip dengan segitiga siku-siku**.*
P: *Kenapa kok mirip segitiga siku-siku?.*
S4 : *soalnya ini gambar tangga mobil pemadam dan tinggi mobil pemadam kan bisa jadi sisi miring segitiga, terus panjang mobil*

pemadam ditambah jarak minimal bisa jadi alas segitiganya…kan yang dicari tinggi gedungnya…jadi mirip kaya segitiga siku-siku

P : *terus bagaimana?*

S4: *saya buat lagi segitiganya…ini kan 10 tambah 12 jadi 22…ini alas segitiganya…terus ini panjang tangga mobil kan 30 ditambah 3 jadi 33…jadi sisi miring segitiganya 33..terus 22 itu alasa segitiganya…nah sekarang tinggal cari tinggi gedungnya itu.*

P : *Apanya yang dicari ini?*

S4: *dicari tinggi segitiganya….*

P : *Apa yang selanjutnya kamu lakukan?*

S4 : *nah…karena ini gambar segitiga siku-siku..terus kita ingin mencari tinggi maksimal ...jadi bisa menggunakan Teorema Pythagoras.*

P : *Kenapa harus Teorema Pythagoras?*

S4 : *karena kalo segitiga siku-siku…kalo ada salah satu sisinya dicari bisa menggunakan Teorema Pythagoras*

P : *Kenapa bisa milih yang ptyhagoras?*

S4 : *…yang paling pas ini soalnya*

P : *Bisa dijelaskan apa itu huruf a, b, dan c?*

S4 : *a itu tinggi gedungnya…b itu sisi miringnya..terus c itu alas segitiganya.*

P: *Apanya yang dicari ini?*

S4: *dicari tinggi alas…... alas segitiganya (Lihat* ***Gambar 4.4****)*

P: *Terus apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S4*: 30 kuadrat dikurangi 22 kuadrat akar 416 kuadrat dan 20,39 meter itu ditambah sama ini .....ditambah sama tinggi mobil pemadam kebakarannya...jadi 23,78 meter*.

P :*Apakah kamu yakin hasil pekerjaanmu?*

S4 : *setelah selesai mengerjakan ini…kok saya masih ragu…*

P :*Lalu apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S4 :*jadi saya lihat kembali gambar matematisnya…saya pikir kok kayanya mobilnya bisa diletakkan di belakang. Jadi tidak 22 jadi 12*

P : *Lalu apa yang kamu lakukan?*

S4 : *Karena saya hanya pakai jarak minimal saja. Jadi kan 30 tidak dikurangi 22 tapi 12 saja..(****Indikasi indentifikasi masalah)***

P :*Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*

S4 : *saya ganti gambar segitiganya…jadi sisi miring itu 30, alas 12, terus tinggi segitiga yang ditanyakan. Sama tinggi mobil pemadam 3,19 meter*

P: *setelah gambar yang tadi gimana?*

S4: ***panjang tangga tinggi truk pemadam kebakaran*** *sama* ***jarak ..sama panjang pemadam pemadam kebakaran*** *itu dilihat itu mirip kayak bentuk trapesium..nah trapesium ….itu bisa dibagi menjadi dua bangun datar* ***persegi panjang*** *sama* ***segitiga****.*

S4 : Kenapa kok mirip trapesium?.

S4 : *soalnya ini ada dua sisi yang berhadapan sama.. dua sudut siku-siku.*

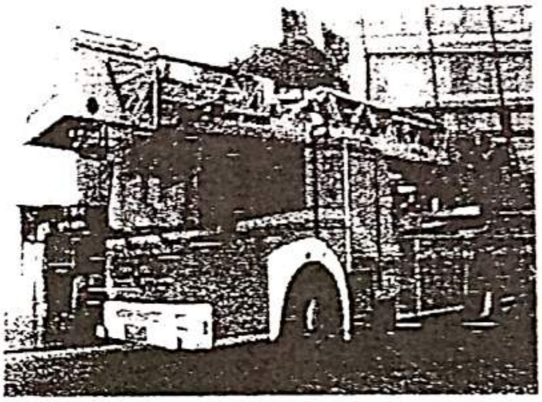
P : *terus apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4: *segitiga nya tadi ini dipisah...sama persegi panjangnya.*
P : *Apa yang kamu lakukan?*
S4: *dicari tinggi segitiganya….*
P: Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?
S4: kita ganti huruf-hurufnya dengan angka, jadi 30 kuadrat dikurangi 12 kuadrat
P: Lalu, apa yang kamu pikirikan selanjutnya?
S4: 30 kuadrat dikurangi 12 kuadrat akar jadi 900 dikurangi 144 sama dengan akar 756.
P: Apa kamu yakin jawabanmu?
S4: Belum…hasil ini ditambah dengan tinggi mobil pemadam kebakaran.
P: *Apa yang kamu pikirkan selanjutnya?*
S4: *setelah mendapatkan hasil perhitungannya…saya harus menjawab pertanyaanya.*
P: *Apa yang ada dipikiranmu?*
S4: *Soalnya itu kan menanyakan ketinggian maksimal untuk menyelamatkan orang.*
P: *Lalu apa yang kamu lakukan?*
S4: *jadi jawabannya ketinggian maksimal untuk menyelamatkan orang digedung yang terbakar adalah 27,49 ditambah 3,19*
P: *Apa kamu yakin jawabanmu?*
S4: *yakin ini lebih tinggi dari sebelumnya…soalnya kan 900 dikurangi 144 bukan 484.*
P: *Dari seluruh tahapan, bagian mana yang paling banyak membutuhkan proses berpikir?*
S4: *menurut saya….itu saat menentukan rumusnya…*
P: *Berapa lama waktu yang kamu butuhkan?*
S4: *sekitar 30 menitan kali yaa.*

TUGAS MASALAH MATEMATIKA

PETUNJUK:

a. Kerjakan tugas di bawah ini dengan baik, cermat, dan teliti
b. Tulislah semua yang kamu pikirkan untuk menyelesaikan tugas di bawah ini
c. Apabila ada kesalahan tidak perlu dihapus atau ditip-x, tetapi cukup dicoret
d. Kerjakan pada lembar kertas yang telah disediakan.

Pada tahun 2018, pemadam kebakaran Kota Malang mendapat mobil pemadam kebakaran baru dengan tangga belokan. Penggunaan sangkar di ujung tangga, memungkinkan seorang Pemadam Kebakaran untuk menyelamatkan orang-orang dari tempat-tempat yang tinggi. Menurut peraturan resmi, saat menyelamatkan orang, Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar. Data teknis Mesin Mobil Pemadam Kebakaran adalah sebagai berikut;



Model Mesin	:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Diesel;
Tahun Produksi	:	2018;
Kekuatan	:	205 kw (279 HP);
Kapasitas Air Kubik	:	6374 cm^3;
Dimensi Mobil	:	panjang 10 meter lebar 2.5 meter tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga	:	panjang 30 meter;
Berat Mesin dibongkar	:	15540 kg
Berat Total	:	18000 kg

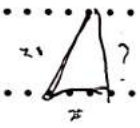
Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak dalam Gedung yang terbakar dapat diselamatkan oleh tim pemadam kebakaran Kota Malang. Selesaikan dan tuliskan bagaimana anda menemukan solusinya?

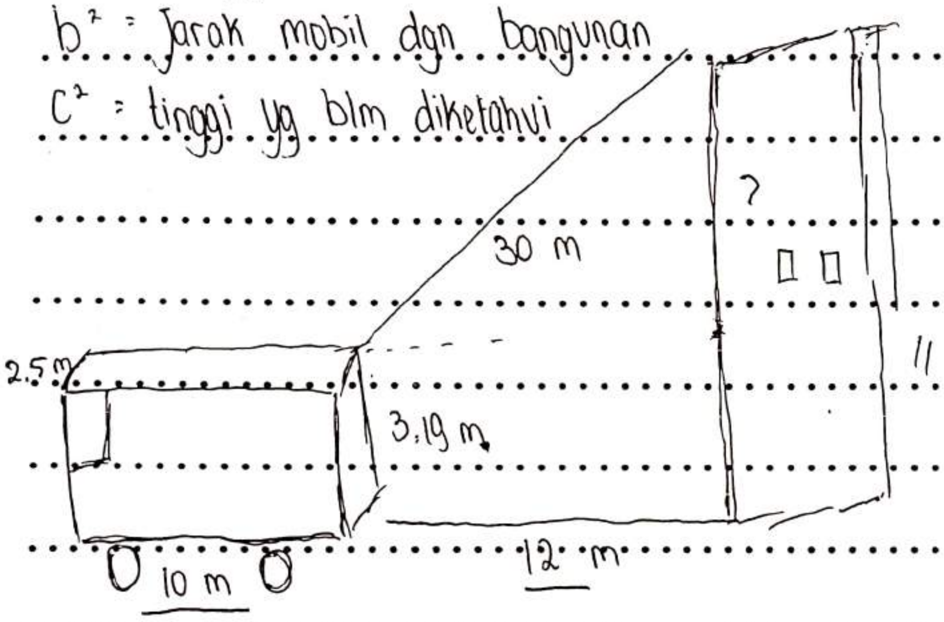
LEMBAR JAWABAN

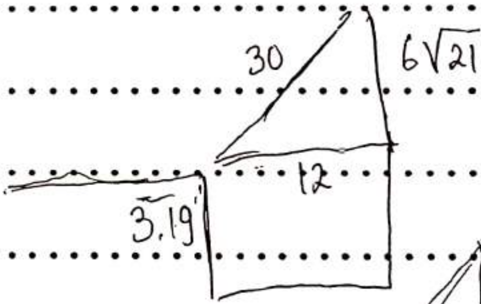
a^2 : tangg

b^2 : Jarak mobil dgn bangunan

c^2 : tinggi yg blm diketahui







Cara : $a^2 - b^2 = c^2$

$30^2 - 12^2 = c^2$

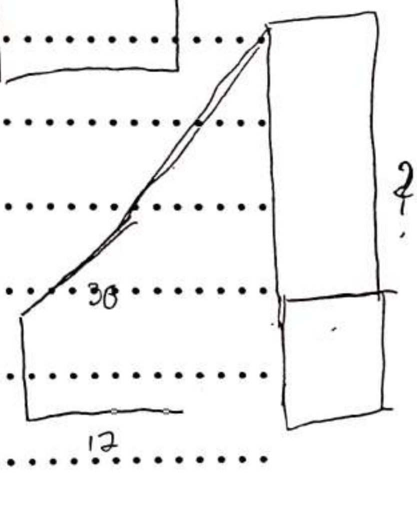
$900 - 144 = c^2$

$756 = c^2$

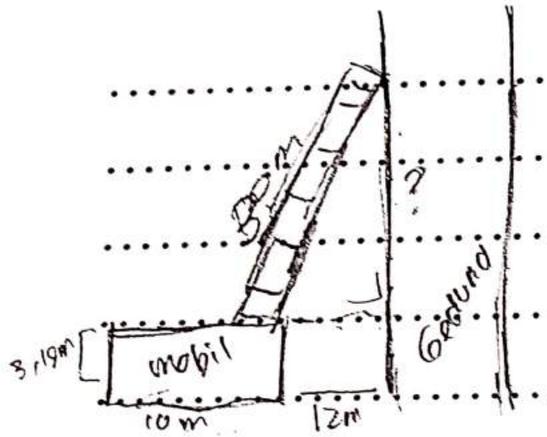
$c = \sqrt{756} = \sqrt{36.21}$

$= 6\sqrt{21}$

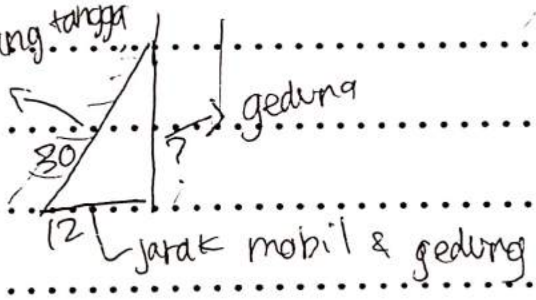
$= 6\sqrt{21} + 3,19$ m



LEMBAR JAWABAN



~~minimal~~ maksimal $= \sqrt{\text{panjang tangga}^2 - \text{jarak mobil \& gedung}}$



$$\text{ketinggian} = \sqrt{30^2 - 12^2}$$
$$= \sqrt{900 - 144}$$
$$= \sqrt{756}$$
$$= \sqrt{36 \cdot 21}$$
$$= \sqrt{36} \cdot \sqrt{21}$$
$$= 6\sqrt{21}$$

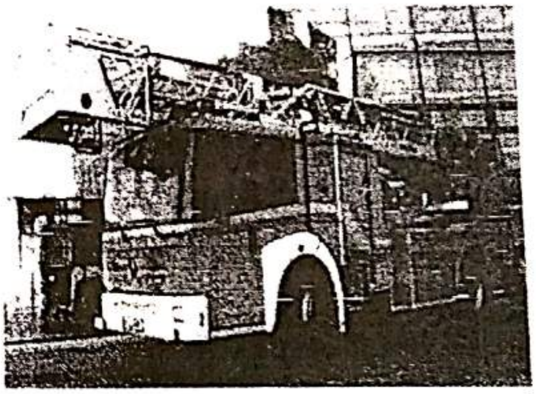
tinggi gedung max = hasil pytagoras + 3,19 m
$$= 6\sqrt{21} + 3{,}19\,m$$

Jadi" ketinggian maksimal orang yang dapat diselamatkan yaitu $\underline{\underline{6\sqrt{21} + 3{,}19\ m}}$

TUGAS MASALAH MATEMATIKA

PETUNJUK:
a. Kerjakan tugas di bawah ini dengan baik, cermat, dan teliti
b. Tulislah semua yang kamu pikirkan untuk menyelesaikan tugas di bawah ini
c. Apabila ada kesalahan tidak perlu dihapus atau ditip-x, tetapi cukup dicoret
d. Kerjakan pada lembar kertas yang telah disediakan.

Pada tahun 2018, pemadam kebakaran Kota Malang mendapat mobil pemadam kebakaran baru dengan tangga belokan. Penggunaan sangkar di ujung tangga, memungkinkan seorang Pemadam Kebakaran untuk menyelamatkan orang-orang dari tempat-tempat yang tinggi. Menurut peraturan resmi, saat menyelamatkan orang, Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar. Data teknis Mesin Mobil Pemadam Kebakaran adalah sebagai berikut;



Model Mesin	:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Diesel;
Tahun Produksi	:	2018;
Kekuatan	:	205 kw (279 HP);
Kapasitas Air Kubik	:	6374 cm^3;
Dimensi Mobil	:	panjang 10 meter lebar 2.5 meter tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga	:	panjang 30 meter;
Berat Mesin dibongkar	:	15540 kg
Berat Total	:	18000 kg

Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak dalam Gedung yang terbakar dapat diselamatkan oleh tim pemadam kebakaran Kota Malang. Selesaikan dan tuliskan bagaimana anda menemukan solusinya?

LEMBAR JAWABAN

Diket : jarak minim 12 meter dri gedung yg terbakar

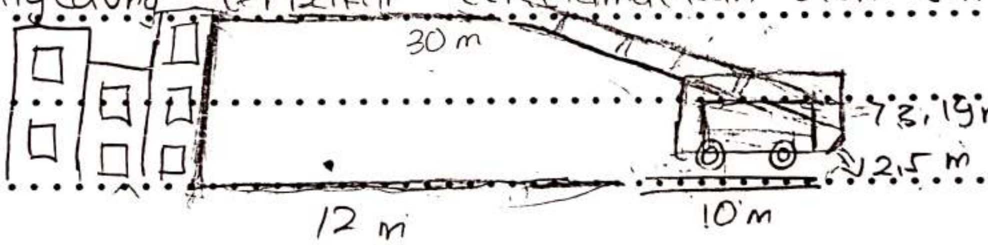
= kekuatan mobil pemadam = 205 kW (279 HP) X

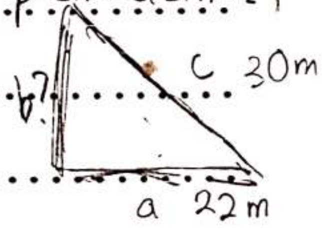
= dimensi mobil = p = 10 m , l = 2,5 m , t = 3,19 m

= dimensi tangga = p = 30 m

Dit = dari ketinggian max berapa seorang yg terjebak digedung terbakar terselamatkan oleh tim pemadam ?,

Jwb :





= 12m + 10m = 22m (a)

= 30m (c)

$b = c^2 - a^2$

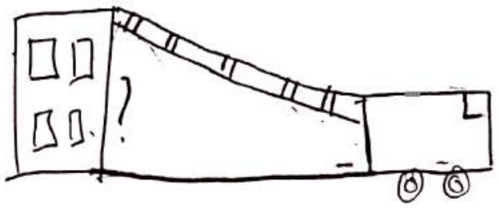
$= 30^2 - 22^2$

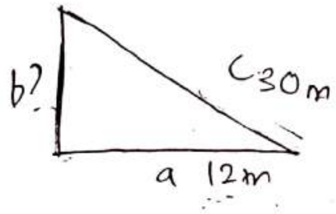
$= 900 - 484 = 416$ [tinggi gedung]

$= \sqrt{416} = \sqrt{4 \cdot 104}$

$= \sqrt{4} \cdot \sqrt{104}$

$= 2\sqrt{104} + 3,19$





= 12m (alas) / a
= 30 m (sisi miring) / c

$b^2 = c^2 - a^2$
$= 30^2 - 12^2$
$= 900 - 144$
$= 756$ [tinggi gedung]

$= \sqrt{756} = \sqrt{9 \cdot 84}$
$= \sqrt{9} \cdot \sqrt{84}$
$= 3\sqrt{84}$ +3,19

jadi, dari ketinggian max $3\sqrt{84}$ +3,19 seorang yg terjebak dalam gedung yg terbakar bisa diselamatkan oleh tim pemadam.

LEMBAR JAWABAN

Diketahui : Kekuatan mobil kebakaran 205 kw (279 HP)

Kapasitas Air kubik Mobil kebakaran 6374 cm^3

dimensi mobil Kebakaran P : 10M, L : 2,5M, T : 3,19 M

" Tangga = 30 M

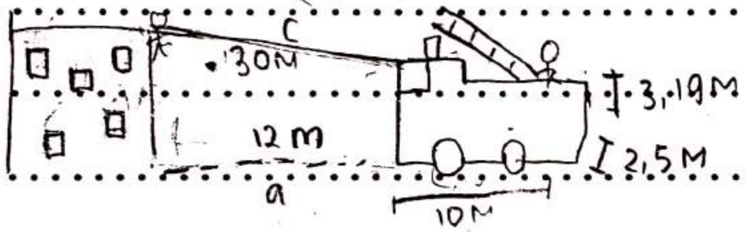
Berat mobil dibongkar : 15540 kg

Berat total : 18000 kg

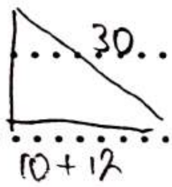
Jarak minimal 12M

Ditanya : dari ketinggian maksimal berapakah orang yg terjebak dalam gedung yg terbakar

Jawab :



x



$= 12 + 10 = 22$ m (a)

$= 30$ m (c)

$b = c^2 - a^2$

$= 30^2 - 22^2$

$= 900 - 484 = 416$

$= \sqrt{416} = \sqrt{4.104}$

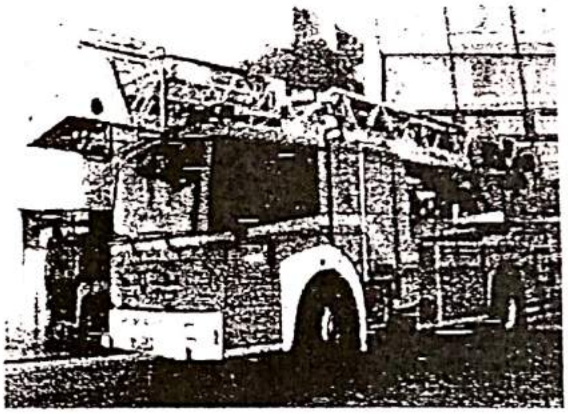
1 34,9 $\quad = \sqrt{4} . \sqrt{104}$

$= 2\sqrt{104} + 3,19$

3 756

TUGAS MASALAH MATEMATIKA

PETUNJUK:
a. Kerjakan tugas di bawah ini dengan baik, cermat, dan teliti
b. Tulislah semua yang kamu pikirkan untuk menyelesaikan tugas di bawah ini
c. Apabila ada kesalahan tidak perlu dihapus atau ditip-x, tetapi cukup dicoret
d. Kerjakan pada lembar kertas yang telah disediakan.



Pada tahun 2018, pemadam kebakaran Kota Malang mendapat mobil pemadam kebakaran baru dengan tangga belokan. Penggunaan sangkar di ujung tangga, memungkinkan seorang Pemadam Kebakaran untuk menyelamatkan orang-orang dari tempat-tempat yang tinggi. Menurut peraturan resmi, saat menyelamatkan orang, Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar. Data teknis Mesin Mobil Pemadam Kebakaran adalah sebagai berikut;

Model Mesin	:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Diesel;
Tahun Produksi	:	2018;
Kekuatan	:	205 kw (279 HP);
Kapasitas Air Kubik	:	6374 cm^3;
Dimensi Mobil	:	panjang 10 meter lebar 2.5 meter tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga	:	panjang 30 meter;
Berat Mesin dibongkar	:	15540 kg
Berat Total	:	18000 kg

Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak dalam Gedung yang terbakar dapat diselamatkan oleh tim pemadam kebakaran Kota Malang. Selesaikan dan tuliskan bagaimana anda menemukan solusinya?

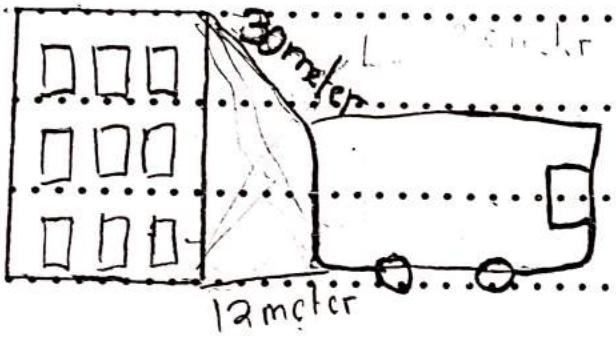
LEMBAR JAWABAN

Diketahui : Dimensi tangga : panjang 30 meter

Dimensi mobil : panjang 10 meter, lebar 2,5 meter, tinggi 3,19 meter

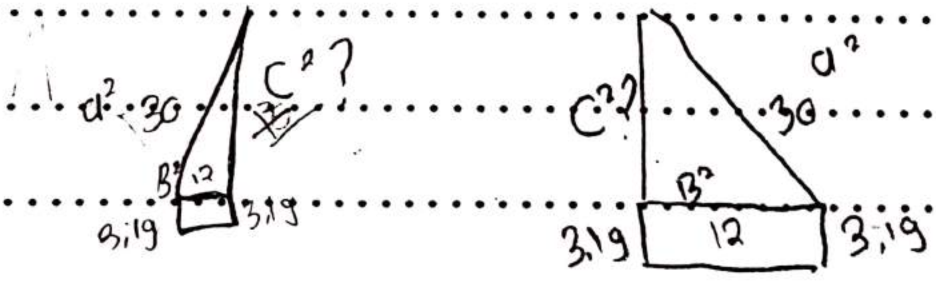
Ditanya : Seorang yang dapat diselamatkan dari gedung yang terbakar ?

Jawab :



$C^2 = a^2 - B^2$
$= 30^2 - 12^2$
$= 900 - 144$
$C = \sqrt{756}$
$= \sqrt{9 \cdot 84}$
$= \sqrt{9} \cdot \sqrt{84}$
$= 3\sqrt{84} + 3,19$

Jadi seorang pemadam dapat menyelamatkan orang dari ketinggian maksimal $3\sqrt{84} + 3,19$



TUGAS MASALAH MATEMATIKA

Nama Lengkap : Gagah Raditya P Kelas : 8G

Sekolah : SMPN 11 MALANG Tanggal : 24 - 2 - 2019

PETUNJUK:

a. Kerjakan tugas di bawah ini dengan baik, cermat, dan teliti
b. Tulislah semua yang kamu pikirkan untuk menyelesaikan tugas di bawah ini
c. Apabila ada kesalahan tidak perlu dihapus atau ditip-x, tetapi cukup dicoret
d. Kerjakan pada lembar kertas yang telah disediakan.

Pada tahun 2018, pemadam kebakaran Kota Malang mendapat mobil pemadam kebakaran baru dengan tangga belokan. Penggunaan sangkar di ujung tangga, memungkinkan seorang Pemadam Kebakaran untuk menyelamatkan orang-orang dari tempat-tempat yang tinggi. Menurut peraturan resmi, saat menyelamatkan orang, Mobil Pemadam Kebakaran harus menjaga jarak minimal 12 meter dari rumah/gedung yang terbakar. Data teknis Mesin Mobil Pemadam Kebakaran adalah sebagai berikut;

Model Mesin	:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Diesel;
Tahun Produksi	:	2018;
Kekuatan	:	205 kw (279 HP);
Kapasitas Air Kubik	:	6374 cm^3;
Dimensi Mobil	:	panjang 10 meter lebar 2.5 meter tinggi 3.19 meter;
Dimensi Tangga	:	panjang 30 meter;
Berat Mesin dibongkar	:	15540 kg
Berat Total	:	18000 kg

Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak dalam Gedung yang terbakar dapat diselamatkan oleh tim pemadam kebakaran Kota Malang. Selesaikan dan tuliskan bagaimana anda menemukan solusinya?

LEMBAR JAWABAN

Diketahui: kekuatan Mobil kebakaran 205 kw (279 HP)

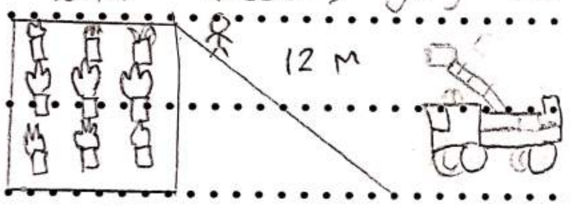
kapasitas Air kubik Mobil pemadaman 6374 cm^3

Dimensi Mobil kebakaran p: 10 M L: 2,5 M T: 3,19 M

" Tangga P: 30 M

Ditanya: Dari ketinggian maksimal berapakah seorang yang terjebak Dalam Gedung yang terbakar

Jawab:



$B^2 = C^2 - A^2$

$B^2 = 30^2 - 12^2$

$B^2 = 900 - 144$

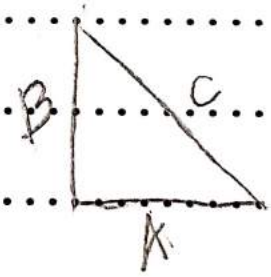
$B = 756$

$B^2 = \sqrt{756}$

$= \sqrt{9.84}$

$= \sqrt{9} . \sqrt{84}$

$= 3\sqrt{84}$



Jadi Seorang pemadam dapat menyelamatkan Orang dari ketinggian Maksimal $3\sqrt{84}$

PEMERINTAH KOTA MALANG
DINAS PENDIDIKAN
Jl. Veteran No. 19 Telp. (0341) 560946, Fax. (0341) 551333
Website : http://diknas.malangkota.go.id | Email : disdik_mlg@yahoo.co.id
Malang Kode Pos : 65145

REKOMENDASI

Nomor : 074 / 0492 / 35.73.301 / 2019

Menindaklanjuti surat dari Wakil Direktur Pascasarjana Universitas Negeri Malang tanggal 19 Maret 2019 Nomor 19.3.44/UN32.13.1/LT/2019 Perihal : Izin Penelitian, maka dengan ini Dinas Pendidikan Kota Malang memberi ijin untuk melaksanakan kegiatan dimaksud kepada :

1. Nama	:	KHOERUL UMAM
2. NIM	:	160311901305
3. Jenjang	:	S3
4. Prodi. / Jurusan	:	Pendidikan Matematika
5. Tempat Pelaksanaan	:	SMPN 3, SMPN 4, SMPN 11, SMPN 18, dan SMP Wahid Hasyim Kota Malang
6. Waktu Pelaksanaan	:	26 Maret s.d 31 Mei 2019
7. Judul	:	Berpikir Modeling Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

Dengan Ketentuan :

1. Dikoordinasikan sebaik – baiknya dengan Kepala SMPN 3, SMPN 4, SMPN 11, SMPN 18, dan SMP Wahid Hasyim Kota Malang dan Kepala Bidang Pembinaan SMP;
2. Tidak Mengganggu kegiatan;
3. Tidak melakukan penelitian yang tidak sesuai atau tidak ada kaitannya dengan judul, maksud dan tujuan penelitian;
4. Menjaga perilaku dan mentaati tata tertib yang berlaku pada lembaga tersebut di atas;
5. Menaati ketentuan peraturan perundang-undangan;
6. Selesai melaksanakan penelitian / Observasi / KKL / KKN, wajib menyampaikan laporan kepada Kepala Dinas Pendidikan Kota Malang.

Demikian untuk menjadikan periksa.

Malang, **26 Maret 2019**
A.n KEPALA DINAS PENDIDIKAN,
Sekretaris

DINAS PENDIDIKAN

Drs. TOTOK KASIANTO
Pembina Tk I/IVb
NIP.19650410 198910 1 003

Tembusan :
Yth Sdr.

1. Kepala Dinas Pendidikan Kota Malang (Sebagai Laporan)
2. Kepala SMPN 3, SMPN 4, SMPN 11, SMPN 18, dan SMP Wahid Hasyim Kota Malang
3. Wakil Direktur Pascasarjana Universitas Negeri Malang
4. Yang bersangkutan.

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS NEGERI MALANG (UM)
PASCASARJANA
Jalan Semarang 5, Malang 65145
Telepon/Faksimili: 0341-551334

Nomor : 19.3.44 /UN32.13.1/LT/2019 19 Maret 2019
Hal : Izin Penelitian

Yth. : Kepala Dinas Pendidikan Kota Malang
Jl. Veteran 19 Kota Malang

Dalam rangka kegiatan akademik, mahasiswa Program Doktor Universitas Negeri Malang, dengan hormat kami mohon agar Saudara :

Nama	:	KHOERUL UMAM
NIM	:	160311901305
Jenjang	:	Doktor
Program Studi	:	Pendidikan Matematika

diizinkan untuk melaksanakan *penelitian* berkaitan dengan kelayakan disertasi, judul: "BERPIKIR MODELING MATEMATIS SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH MATEMATIKA", yang akan dilaksanakan pada bulan Maret s.d. Mei 2019 di SMP Negeri dan SMP Swasta di Kota Malang

Besar harapan kami kiranya permohonan ini dapat dikabulkan, sehingga tugas tersebut dapat segera dilaksanakan dan selesai tepat pada waktu yang ditentukan.

Atas perhatian dan izinnya, kami sampaikan terima kasih.

a.n. Direktur
Wakil Direktur ,

Prof. Dr. Nurul Murtadho , M.Pd
NIP. 196007171986011001

Tembusan:
1. Direktur Pascasarjana UM
2. Koorprodi Pendidikan Matematika Pascasarjana UM
3. Kepala SMPN 3, SMPN 4 , SMPN 11, SMPN 18 dan SMP Wahid Hasyim Kota Malang
4. Mahasiswa yang bersangkutan

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS NEGERI MALANG (UM)
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM (FMIPA)
Jl. Semarang 5, Malang 65145
Telepon (0341) 551312 psw. 251, Telp/Fax. (0341) 562180
Laman:www.um.ac.id

SERTIFIKAT BEBAS PLAGIASI

Nomor: 30.4.18/UN32.3.1/TU/2020

Telah dilakukan cek bebas plagiasi oleh Satgas Bebas Plagiasi FMIPA UM terhadap naskah ilmiah dengan judul **"Berpikir Modeling Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika"** yang ditulis oleh:

Nama	: Khoerul Umam
NIM	: 160311901305
Program Studi/Jurusan	: S3 Pendidikan Matematika/Matematika
Jenjang	: Doktor (S3)
Jenis Naskah Ilmiah	: Disertasi

dan dinyatakan bebas plagiasi dengan kriteria toleransi $\leq 3\%$.

30 April 2020
a.n. Dekan
Wakil Dekan I,

Dr. Sisworo, S.Pd, M.Si
NIP 196704081993021001

Lampiran 16 Riwayat Hidup

RIWAYAT HIDUP

Khoerul Umam dilahirkan di Jakarta pada bulan April tanggal 23 tahun 1989. Memulai bangku sekolah dari Taman Kanak-kanak Aisiyah Margahayu Bekasi yang tidak diselesaikannya. Kemudian melanjutkan pendidikan dasarnya di SDN Cempaka Putih Barat 17 Pagi Jakarta Pusat dan pindah sekolah ke SDN Margahayu XIII Bekasi Timur. Sejak sekolah dasar, dia menunjukkan ketertarikannya pada bidang matematika yang diinspirasi oleh seorang guru kelas VI. Kemudian melanjutkan studinya ke Pesantren Daar El – Qolam. Selama menempuh studinya di pondok pesantren Daar El – Qolam. Khoerul Umam pernah menjadi muridnya disukai oleh guru matematikanya di kelas IX. Setelah menamatkan Sekolah Tingkat Menengah, Khoerul Umam melanjutkan studi di Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan(FKIP) , Universitas Muhammadiyah Prof DR HAMKA (UHAMKA), Jakarta Timur. Pada tingkat III berhasil mendapatkan beasiswa BPPA sampai akhir studinya. Setelah lulus dari UHAMKA, Khoerul Umam mendapatkan kesempatan untuk melanjutkan studi magister bidang pendidikan matematika di Universitas Negeri Surabaya dengan Beasiswa BPPS selama 2 tahun dari 2011 – 2013. Status pekerjaan saat ini sebagai staf pengajar di Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP UHAMKA sejak tahun 2013 sampai sekarang. Khoerul Umam juga mendapatkan kepercayaan tambahan untuk menjadi staff ahli pada Lembaga Penelitian dan Pengembangan UHAMKA sejak tahun 2016 sampai dengan sekarang. Setelah mengajar selama 3 tahun, pada tahun 2016, Khoerul Umam mendapatkan Beasiswa LPDP Kemenkeu Republik Indonesia untuk menempuh studi lanjut Doktor Pendidikan Matematika, pada Jurusan Matematika, Fakultas Ilmu Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FIMIPA), Universitas Negeri Malang. Selama masa studi doktoral, saya ditemani oleh Istri tercinta Indri Trisno Wibowo, dan dua putri saya yang cantik; Mischa Mahreen Nusabha dan Zareen Maryam Khumaira.

Karya ilmiah yang telah dihasilkan selama menempuh S3 Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Malang diantaranya adalah sebagai berikut (1) Publikasi Prosiding International Terindeks Scopus dengan judul "*Improving Jakarta Historical Understanding*

Ability Through Inquiry Learning Model Assisted With ICT Among Junior High School Students" yang terbit pada The Proceeding of 25th International Conference on Computers in Education. New Zealand: Asia-Pacific Society for Computers in Education 2017. (2) Publikasi Prosiding International Terindeks Scopus dengan judul "*The Effect of Think-Pair-Share Cooperative Learning Model Assisted With ICT on Mathematical Problem Solving Ability among Junior High School Students"* yang terbit pada The Proceeding of 25th International Conference on Computers in Education. New Zealand: Asia-Pacific Society for Computers in Education 2017 (3) Publikasi Jurnal Nasional Terakreditasi dengan judul "*The Effect Of Non-Routine Geometry Problem On Elementary Students Belief In Mathematics: A Case Study"* yang terbit pada jurnal Journal Of Education, Teaching And Learning, Vol. 1, No. 1 Tahun 2018. (4) Publikasi Jurnal International Berreputasi dengan judul "*An Application Of Flipped Classroom In Mathematics Teacher Education Programme"* terbit pada International Journal of Interactive Mobile Technologies (iJIM) Vol. 13 No. 3 Tahun 2019. (5) Publikasi Jurnal Nasional Terakreditasi SINTA 2 dengan judul "*Conceptual Understanding and Mathematical Representation Analysis of Realistic Mathematics Education Based on Personality Types"* terbit pada Jurnal Al-Jabar, Vol. 10, No. 2, Tahun 2019. (6) Publikasi Jurnal Nasional Terakreditasi SINTA 2 dengan judul "Pengaruh Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD Dengan Bantuan Website Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Geometri Siswa Kelas VIII" terbit Jurnal Elemen, Vol. 4, No. 2, Tahun 2019.