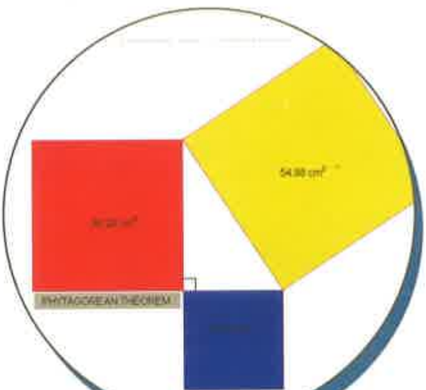
PEMBELAJARAN

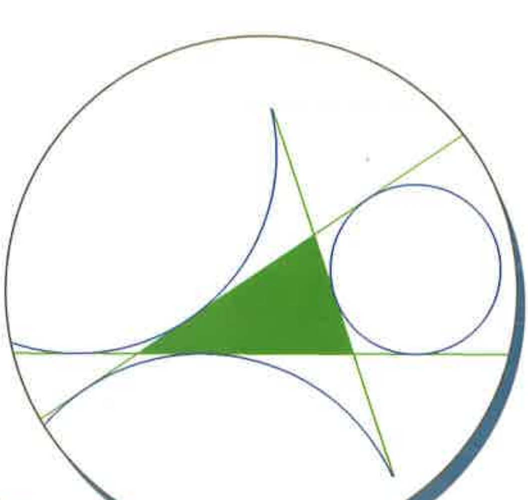
GEOMETRI

BERBANTU CABRI 2 PLUS

(PANDUAN PRAKTIS MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN MATEMATIS)

Samsul Maarif, M.Pd





IN MEDIA

SAMSUL MAARIF , M.PD

PEMBELAJARAN GEOMETRI BERBANTU *CABRI 2 PLUS*

(PANDUAN PRAKTIS MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN MATEMATIS)

IN MEDIA

Pembelajaran Geometri Berbantu Cabri II Plus
(Panduan Praktis Mengembangkan Kemampuan Matematis)

Samsul Maarif

Telp/Faks : (021) 824 253 77
Office : Vila Nusa Indah 3 Blok KD 4 no. 1
Bogor
Website : http//www.penerbitinmedia.com
E-mail : penerbitinmedia@gmail.com

Samsul Maarif

Pembelajaran Geometri Berbantu Cabri II Plus
(Panduan Praktis Mengembangkan Kemampuan Matematis)
Penerbit In Media, 2015

Anggota IKAPI no. 250/JBA/2014

1 jil, 17 x 24 cm, 301 Hal

ISBN : 978-602-0946-43-6

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT penulis panjatkan karena atas rahmat dan karunianya buku "Pembelajaran Geometri Berbantu *Cabri II Plus* (Panduan Praktis Mengembangkan Kemampuan Matematis)" ini dapat terselesaikan.

Pembelajaran matematika harus mengalami perubahan dalam konteks perbaikan mutu pendidikan sehingga dapat meningkatkan hasil pembelajaran yang optimal. Oleh karena itu, upaya terus dilakukan untuk terwujudnya suatu pembelajaran yang inovatif sesuai dengan perkembangan zaman dan tekhnologi. Kemajuan teknologi menjadi salah satu indikator dalam inovasi pembelajaran. Perkembangan teknologi sangat berpengaruh dalam mengubah paradigma lama dalam pembelajaran matematika khususnya pembelajaran geometri. Bila kualitas pendidikan dalam negeri terjamin, maka tentu pendidikan kita minimal akan menjadi tuan di negaranya sendiri. Oleh karena itu merupakan suatu hal yang logis bila kita harus lebih memperhatikan kualitas pendidikan.

Untuk itu, perlu dikembangkan sebuah pembelajaran geometri dengan pemanfaatan teknologi yaitu menggunakan suatu perangkat lunak (*software*) *Dynamics Geometry Software* (DGS). Salah satu *software* DGS yang dapat digunakan dalam pembelajaran geometri datar adalah *cabri II plus*. Beberapa hal yang dapat dilakukan oleh *cabri II plus* adalah mengkonstruksi gambar sama seperti apa yang dapat dilakukan oleh penggaris, pensil, jangka, dan lain sebagainya. Disamping mengkontruksi bangun geomertri dengan lebih akrat, bangun geometri dapat dimanipulasi dengan mudah. Hanya dengan mengklik tombol yang tersedia dalam aplikasi *cabri ii plus*, siswa dapat melakukan eksplorasi geometri utntuk membantu mengembangkan kemampuan matematis.

Buku ini ditulis dengan tujuan memberikan gambaran dan petunjuk praktis penggunaan *cabri II plus* dalam pembelajaran geometri bagi para guru, calon guru, mahasiswa ataupun praktisi pendidikan guna meningkatkan kualitas pembelajaran dalam mengembangkan kemampuan matematis.

Buku ini terdiri dari delapan bab dan dapat dideskripsikan sebagai berikut:

BAB I - menyajikan peran komputer dalam pembelajaran geometri, mengapa harus teknologi komputer?, dan manfaat teknologi komputer dalam pembelajaran.

BAB II - membahas tentang bagaimana menjalankan program *cabri II plus*, menu-menu utama pada *cabri II plus*, penggunaan *cursor* dan istilah-istilah pada *cabri II plus*.

BAB III- membahas tentang bagaimana melukis bangun-bangun geometri dengan tombol-tombol yang dtersedia pada *cabri II plus*.

BAB IV- membahas tentang kemampuan pembuktian matematis dan menyajikan contoh praktis materi geometri berbantu *cabri II plus* dalam mengembangkan kemampuan pembuktian matematis.

BAB V- membahas tentang kemampuan pemecahan masalah matematis dan menyajikan contoh praktis materi geometri berbantu *cabri II plus* dalam mengembangkan kemampuan pemecahan masalah matematis.

BAB VI- membahas tentang kemampuan komunikasi matematis dan menyajikan contoh praktis materi geometri berbantu *cabri II plus* dalam mengembangkan kemampuan komunikasi matematis.

BAB VII- membahas tentang kemampuan koneksi matematis dan menyajikan contoh praktis materi geometri berbantu *cabri II plus* dalam mengembangkan kemampuan penalaran matematis.

BAB VII-membahas tentang kemampuan penalaran matematis dan menyajikan contoh praktis materi geometri berbantu *cabri II plus* dalam mengembangkan kemampuan penalaran matematis.

Kepada semua pihak yang telah membantu dan penerbit dalam penyusunan buku ini, penulis ucapkan beribu-ribu terima kasih. Penulis berharap dengan ditulisnya buku ini dapat memberikan sedikit sumbangsih pemikiran untuk dapat dimanfaatkan dalam rangka peningkatan kualitas pembelajaran matematika. Saran dan kritik para pembaca penulis harapkan sebagai bahan masukan untuk penulisan-penulisan buku selanjutnya.

Penulis,

Samsul Maarif

DAFTAR ISI

BAB 1

PERAN TEKNOLOGI KOMPUTER DALAM PEMBELAJARAN GEOMETRI

A. MENGAPA TEKNOLOGI KOMPUTER ?

Pembelajaran matematika harus mengalami perubahan dalam konteks perbaikan mutu pendidikan. Upaya peningkatan mutu pendidikan dilakukan dalam rangka menghasilkan pembelajaran yang optimal. Oleh karena itu, perbaikan-perbaikan harus selalu dilakukan untuk terwujudnya suatu pembelajaran yang inovatif sesuai perkembangan zaman dan teknologi. Perkembangan teknologi selayaknya dijadikan suatu instrumen dalam mengembangkan pembelajaran matematika. Perkembangan teknologi dapat menentukan kualitas pendidikan. Bila kualitas pendidikan dalam negeri terjamin, maka tentu pendidikan kita minimal akan menjadi tuan di negaranya sendiri. Oleh karena itu, merupakan suatu hal yang logis bila kita harus lebih memperhatikan kualitas pendidikan.

Penggunaan teknologi komputer pada bidang pendidikan sangat berpengaruh dalam mengubah paradigma lama pembelajaran matematika. Banyak ditemui pelarangan penggunaan kalkulator pada pembelajaran matematika. Siswa dilarang menggunakan kalkulator dengan alasan guru menganggap penggunaan kalkulator saat belajar menghambat kemampuan berpikir siswa. Alasan tersebut memang relevan jika dalam pembelajaran hanya disajikan contoh soal aritmatika "tentukan $4 \times 6 =$ ___". Soal tersebut dapat dengan mudah diselesaikan dengan alat bantu kalkulator yaitu hanya dengan menekan tombol 4, tombol ×, kemudian tombol 6 sehingga didapatkan hasil perhitungan 24. Perlu ide baru untuk mendesain sebuah pembelajaran dengan memanfaatkan kalkulator tersebut. Dalam hal ini kalkulator bukan sebagai alat hitung tapi sebagai alat bantu eksplorasi dalam pembelajaran. Misalnya merubah soal tersebut dengan "Gunakanlah kalkulator untuk menentukan hasil 4×6 =___ , akan tetapi tombol 4 dan 6 tidak dapat digunakan". Setidaknya permasalahan tersebut akan membuat siswa berpikir bagaimana cara menyelesaikannya. Misalnya siswa dapat menyelesaikanya dengan menekan tombol 2, tombol ×, tombol 2, tombol ×, tombol 2, tombol ×, kemudian tombol 3 atau dituliskan 2×2×2×3 =24. Sehingga disamping siswa dapat menentukan hasil dari perhitungan yang diinginkan, siswa juga dapat mengembangkan kemampuan berpikirnya mengenai sifat-sifat dari opersi bilangan.

Contoh selanjutnya adanya fenomena jejaring sosial yang merambah kehidupan seseorang tidak terkecuali para siswa. Disetiap kegiatan, siswa tidak terlepas dari *smartphone*-nya untuk sekedar berselancar di jejaring sosial. Begitu pula pada saat pembelajaran, tidak jarang siswa mencuri-curi untuk melakukan kegiatan berselancarnya sehingga menggangu konsentrasinya dalam belajar. Hal tersebut yang menjadikan alasan seorang guru untuk melarang siswanya menggunakan *smartphone* dalam pembelajaran. Jika penggunaan jejaring sosial dirancang untuk pembelajaran maka akan menimbulkan sebuah pembelajaran yang menarik. Sebagai contoh, seorang guru tidak perlu melarang siswanya menggunaakan *smartphone* tapi sebaliknya mengajak siswanya untuk membuka *facebook* yang dimiliki siswa. Tentunya bukan untuk berselancar meng-*update* status *facebook*-nya. Tapi, *facebook* akan digunakan untuk bahan pengumpulan dan penyajian data statistik. Siswa diajak mengelompokan teman-teman yang ada di *facebook* tiap-tiap siswa berdasarkan umur, pendidikan, profesi dan lain sebagainya. Kemudian siswa mendata dan menyajikan data yang telah diperoleh dalam bentuk tabel ataupun grafik.

Hal lain juga ditemukan pada pembelajaran geometri. Pembuktian geometri akhir-akhir ini menjadi kendala bagi para siswa bahkan mahasiswa calon guru matematika sehingga dirasakan pembuktian geometri kurang berkembang. Kesulitan menganalisis sifat-sifat geometri yang diwujudkan dalam bentuk teorema-teorema sehingga tercipta sebuah konsep banyak dialami oleh siswa ataupun mahasiswa calon guru. Sebagai contoh, ketika para mahasiswa calon guru matematika dihadapkan masalah seperti berikut: "Buktikan jika pada sebuah segitiga sudut puncaknya dibagi dua sama besar, maka garis bagi sudut luar puncak dengan perpanjangan alas merupakan sudut yang sama dengan setengah selisih sudut alasnya". Ketika dihadapkan masalah seperti ini, tidak jarang mahasiswa calon guru matematika mengalami kesulitan dalam menganalisis. Kendala yang mereka alami diantaranya kesulitan untuk menggambarkan secara tepat dan benar masalah yang disajikan. Kendala lain yang dihadapi para mahasiswa adalah tidak mampu mengkonstruksi pengetahuan geometri berupa aksioma ataupun teorema yang dimilikinya sehinggga dikoneksikan dengan masalah yang dihadapinya. Alhasil, para mahasiswa calon guru matematika mengalami kebingungan untuk memulai dari mana untuk membuktikan masalah di atas. Oleh karena itu, penggunakan teknologi berupa *software* geometri dapat digunakan sebagai alat bantu eksplorasi sehingga kendala-kendala tersebut dapat diminimalisir.

Beberapa contoh di atas menggambarkan sisi positif dari penggunaan teknologi dalam pembelajaran matematika yang sangat membantu berpikir siswa jika disajikan dengan desain pembelajaran yang kreatif dan inovatif. Goldenberg (2000) mengatakan bahwa salah satu elemen yang menjadi pertumbuhan dan evolusi kekuatan matematika dan pengajaran matematika saat ini adalah adalah kekuatan teknologi baru, peranan komputer sangat membantu dalam menemukan hal baru. Sehingga, aplikasi teknologi dalam pembelajaran matematika niscaya diperlukan untuk menciptakan suatu pembelajaran yang berkualitas.

Peressini dan Knut (Jiang, 2008) mengungkapkan lima dasar mengapa teknologi komputer dipilih untuk digunakan dalam pembelajaran sebagai alat bantu dalam pembelajaran matematika, yaitu:

1. **Teknologi komputer berperan sebagai alat manajemen Kegiatan Belajar Mengajar**

   Sering kita jumpai di kantor, sekolah, lembaga swasta dan lain sebagainya yang memanfaatkan teknologi sebagai alat *menegement*. Salah satu penggunaan teknologi komputer sebagai alat *menegement* dalam dunia pendidikan yaitu komputer digunakan sebagai alat pemindah data arsip siswa, guru, dan tenaga pendidik dalam bentuk data elektronik. Data elektronik memungkinkan dapat mempercepat kerja dan mempercepat pencarian tentang data siswa. Seorang guru juga dapat menggunakan teknologi komputer untuk menyimpan materi-materi ajar dalam bentuk *file* atau data elektronik. Sehingga, *file* materi ajar dapat tersusun rapih dan memudahkan guru untuk mencari materi yang akan diajarkan dengan mudah.

2. **Teknologi komputer berperan sebagai alat komunikasi**

   Pembelajaran fitrahnya adalah proses mentransfer ilmu pengetahuan dari guru ke siswa. Untuk mentransfer ilmu pengetahuan diperlukan sebuah media sehingga informasi dapat diterima siswa dengan baik dan benar. Disamping itu, proses transfer pengetahuan diperlukan komunikasi yang baik bagi seorang guru sehingga penyampaian materi yang diajarkan mudah diterima siswa. Untuk membantu proses transfer pengetahuan, penggunaan teknologi komputer menjadi pilihan yang tepat. Teknologi komputer dapat menyajikan materi-materi matematika dalam bentuk kongkret atau semi kongkret sehingga mudah dipahami siswa.

   Teknologi komputer juga dapat berperan sebagai alat komunikasi dapat digunakan dalam pembelajaran jarak jauh dengan menggunakan fasilitas *telekonfrens, skype* atau melalui pengiriman data *e-mail*. Sehingga. pembelajaran tidak terpaku pada pembelajaran di dalam kelas, akan tetapi seorang guru dapat kapanpun saja memberikan informasi mengenai materi pembelajaran. Begitu pula siswa dapat bertanya kepada guru mengenai materi di luar jam pelajaran menggunakan layanan *telekonfrens, skype* ataupun *e-mail*. Oleh karenanya, pembelajaran dapat dilakukan dengan lebih efektif dan efisien.

3. **Teknologi komputer berperan sebagai alat evaluasi.**

   Penggunaan teknologi dalam mengolah hasil belajar akan mempercepat kerja guru. Dengan menggunakan program *excel* pengolahan nilai dapat terintegrasi secara otomatis antara nilai ulangan harian, nilai ujian semester, nilai tugas dan sebagainya. Disamping itu, Menggunakan teknologi berupa internet, kita dapat melihat bagaimana sistem pendidikan di sekolah lain. Dengan melihat itu, guru atau pakar pendidikan di sekolah tersebut dapat melakukan evaluasi terhadap mutu pendidikan di sekolahnya.

4. **Teknologi komputer sebagai alat bantu memotivasi.**

   Penyajian materi yang berbeda membuat nuansa belajar yang berbeda pula. Materi-materi matematika dapat langsung diaplikasikan dengan perangkat aplikasi komputer untuk melakukan perhitungan, menggambar grafik, membuat model dan lain sebagainya. Hal tersebut akan membuat pembelajaran lebih bermakna. Siswa tidak perlu merasa malu untuk terus mengulang materi yang mereka anggap kurang dipahami. Siswa dapat terus belajar sampai mereka merasa benar-benar menguasai materi tersebut, sifat komputer yang tidak merasa jenuh dapat digunakan untuk meningkatkan motivasi belajar siswa.

5. **Teknologi komputer berperan sebagai alat bantu pemahaman algoritma matematika**

   Dalam kapasitas peningkatan kemampuan kognitif, teknologi menawarkan sesuatu yang unik untuk siswa yaitu memberikan kesempatan untuk melakukan koneksi matematis dan dapat mengkomunikasikan konsep-konsep matematika. Siswa dapat menggunakan teknologi untuk mengeksplorasi suatu materi, menentukan konjektur, hingga dapat menyimpulkan dan mendapatkan pengetahuan baru.

B. MANFAAT TEKNOLOGI KOMPUTER DALAM PEMBELAJARAN

Salah satu komponen dalam pembelajaran adalah pemanfaatan berbagai macam strategi dan metode pembelajaran secara dinamis dan fleksibel sesuai dengan materi, siswa dan konteks pembelajaran. Sehingga dituntut kemampuan guru untuk dapat memilih model pembelajaran serta media yang cocok dengan materi atau bahan ajar yang telah dibuat. Penggunaan komputer dalam pembelajaran matematika menjadi pilihan yang cocok untuk mendorong siswa melakukan eksplorasi dan menemukan sendiri konsep-konsep matematika yang terkandung dalam program yang diberikan. Hal itu akan memicu pendayagunaan kemampuan siswa secara optimal. Sehingga diharapkan kemampuan berpikir siswa dapat ditingkatkan.

Kusumah (2010) mengungkapkan bahwa pembelajaran dengan media komputer dibandingkan dengan pembelajaran konvensional lebih efektif karena:

a. Penggunaan komputer dalam pembelajaran sebagai suplemen untuk pembelajaran konvensional menghasilkan prestasi belajar yang lebih tinggi dibandingkan dengan siswa yang hanya mendapatkan pembelajaran konvensional.
b. Pembelajaran dengan media komputer membuat siswa dapat mempelajari materi pelajaran lebih cepat dibandingkan dengan pembelajaran konvensional.
c. Pembelajaran dengan media komputer membuat siswa dapat mengingat materi pelajaran lebih baik dibandingkan dengan pembelajaran konvensional.
d. Penggunaan komputer dalam pembelajaran dapat menjadikan sikap positif siswa terhadap komputer, materi pelajaran, kualitas pembelajaran, kegiatan sekolah secara umum, dan siswa pribadi sebagai pelajar dibandingkan dengan pembelajaran konvensional. Penggunaan komputer dalam pembelajaran sangat cocok bagi siswa yang pandai maupun bagi siswa yang kurang.

C. PERANAN TEKNOLOGI KOMPUTER DALAM PEMBELAJARAN GEOMETRI

Bila kita berbicara tentang matematika maka yang terbesit dibenak pikiran kita adalah ilmu pengetahuan yang mengharuskan seseorang untuk berlogika menggunakan aturan-aturan matematika dalam bentuk postulat, aksioma dan teorema untuk menganalisis dan memecahkan segala permasalahan aljabar maupun geometri sehingga terbentuk suatu konsep atau pengetahuan matematika baru. Seperti yang diutarakan James dan James (Suherman, 2003) bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-

konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya yang terbagi ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis, dan geometri. Ketiganya memerlukan suatu perlakuan khusus supaya konstruksi suatu konsep dapat lebih dipahami oleh para pembelajar geometri.

Mempelajari matematika berarti akan mempelajari juga cabang dari matematika yaitu ilmu geometri. Semua yang ada di alam ini merupakan bangun geometri, sehingga matematika melalui cabang geometri secara mendalam mempelajari konsep yang terkandung dalam benda-benda yang ada di alam. Sehingga, pengkajian tentang pembelajaran geometri harus terus ditumbuh kembangkan. Pengembangan pembelajaran bertujuan supaya siswa mampu menganalisis benda-benda menjadi suatu konsep geometri dan dapat mengkonstruksi suatu pengetahuan geometri dengan pembuktian-pembuktian formal.

Banyak penelitian dalam pembelajaran matematika yang membuktikan bahwa dengan penggunaan perangkat *software* geometri dapat membantu dalam pembelajaran geometri di kelas Pada prinsipnya siswa dapat menganalisis dan membantu kesulitan siswa dalam pembuktian (Mariotti, 2006). Banyak studi investigasi bagaimana siswa mengenal teori geometri, menghubungkan geometri untuk mengkonstruksi pernyataan dalam menyimpulkan, memberi contoh, dan pada akhirnya dapat menyimpulkan suatu konsep geometri.

Geometri adalah materi pelajaran matematika yang membutuhkan kemampuan matematis yang cukup baik untuk memahaminya. Menurut NCTM/NCATE (2003) kemampuan yang harus dimiliki siswa dalam mempelajari geometri adalah:

1. Membangun pengetahuan tentang konsep dan prinsip-prinsip geometri datar dan ruang dari perspektif formal dan informal.
2. Berperan dalam sistem aksiomatik dan bukti dalam geometri.
3. Menganalisis karakteristik dan hubungan antara bentuk dan struktur geometri.
4. Membangun dan memanipulasi representasi dua buah objek dan memvisualisasikan kedua objek tersebut dalam perspektif yang berbeda.
5. Menentukan dan menggambarkan hubungan spesial menggunakan titik koordinat, vektor dan sistem representasinya.
6. Menerapkan transformasi menggunkan konsep simetri, kongruen dan keselarasan untuk menganalisis situasi matematika.
7. Menggunakan model gambar dan perangkat lunak (*software*) geometri untuk mengeksplorasi ide-ide geometri dan diaplikasikan dalam konteks dunia nyata.

Untuk meningkatkan kemampuan-kemampuan yang telah diterangkan di atas perlu sebuah pembelajaran yang dapat mewadahi proses berpikir siswa, sehingga siswa dengan segala kemampuan berpikirnya dapat mengembangkan kemampuan-kemampuan tersebut. Tentunya sebuah pembelajaran yang dapat mewadahi kemampuan-kemampuan yang telah disebutkan bukan sebuah pembelajaran yang konvensional yang hanya dilakukan dengan guru menerangkan, siswa mendengarkan, dan memberikan tugas. Inovasi pembelajaran harus terus dikembangkan, baik dalam metode pembelajaran, model pembelajaran, bahan ajar dan ketrampilan guru dalam mengelola kegiatan pembelajaran ataupun melalui sebuah media yang dikembangkan secara inovatif.

Pada pembelajaran geometri diperlukan sebuah kemampuan memvisualisasikan, menggunakan penalaran dan model geometri untuk memecahkan masalah. Visualisasi artinya persepsi sesorang tentang benda yang nampak dilihatnya. Visualisasi juga akan berpengaruh pada kemampuan spasial yaitu kemampuan untuk membayangkan suatu benda tanpa melihat benda dihadapanya. Keduanya saling mengkonstruksi pengetahuan siswa untuk membuat sebuah model matematika sehingga dapat digunakan dalam pemecahan masalah.

Kemajuan teknologi alat peraga manual dirubah menjadi sebuah alat peraga virtual yang diaplikasikan dalam bentuk *software* matematika. Salah satunya adalah penggunaan *Dynamic Geometry Software* (DGS) atau perangkat lunak geometri dinamis. Dengan menggunakan DGS siswa dapat memanipulasi, memvisualisasikan sebuah bangun geometri, bahkan dapat mengetahui informasi-informasi uttuk menyusun sebuah konjektur sebagai bahan penyelesaian masalah.

Fujita (Martines, 2005) mengungkapkan intuisi geometri merupakan jenis keterampilan untuk membayangkan, membuat dan memanipulasi angka geometris dalam pikiran ketika memecahkan masalah geometri. Oleh karena itu perlu pengembangan intuisi geometris dalam menciptakan dan memanipulasi gambar geometris, melihat sifat geometris dan membayangkan angka geometris dan pemecahan masalah. Kegiatan yang kami sajikan mengambil bagian dalam semua karakteristik yang diperlukan untuk pengembangan intuisi geometris. Suatu intuisi geometris harus memiliki peran penting dalam setiap kurikulum geometri dan potensi siswa. Untuk memperoleh pengetahuan geometris dapat dilakukan dengan perangkat DGS. Sehingga, pembelajaran geometri dapat lebih efektif dan efisien dalam hal eksplorasi, penemuan dan bukti geometri.

Van Hiele (Battista, 2013) mengungkapkan bahwa dalam pembelajaran geometri pada siswa terdapat lima level, yaitu:

Level 1. Visual. Pada tahap ini siswa dapat mengenal bentuk-bentuk geometris berdasarkan tampilan gambar ataupun bentuk visual suatu benda.

Level 2. Diskriptif/ analisis. Pada tahap ini siswa dapat menyampaikan alasan dari sebuah pengamatan. Siswa dapat menemukan sifat geometri dengan mengamati, mengukur, menggambar dan membuat model. Kemudian siswa dapat menentukan keteraturan dari sifat-siafat bangun geometri yang diamatinya

Level 3. Abstrak/ relasional. Pada tahap ini siswa dapat menyampaikan alasan logis dari sebuah definisi abstarak, membedakan syarat cukup dari sebuah konsep, dan memahami argumen yang disampaikan. Disamping itu siswa dapat mengklasifikasikan bangun geometri berdasarkan sifat-sifatnya.

Level 4. Deduksi formal. Dalam tahap ini siswa dapat menarik kesimpulan secara deduksi dengan membangun bukti formal. Siswa mulai memahami betapa pentingnya unsur-unsur yang tidak didefinisikan dari unsur yang terdefinisi.

Level 5. Rigor. Pada tahap ini siswa mahir menggunakan aturan-aturan formal matematis untuk digunakan dalam menyelesaikan masalah geometri.

Menurut Schuman (2000) Pada pembelajaran geometri tradisonal biasanya menggunakan alat-alat eksplorasi seperti: penggaris, busur derajat, pensil, kertas berpetak dan lain sebagainya. Alat-alat tersebut digunakan untuk mengeksplorasi atau merekonstruksi suatu bangung geometri . Proses perhitungan dan visualisasi menggunakan alat-alat tradisional mungkin dapat terpenuhi. Akan tetapi, untuk proses eksplorasi geometri alat-alat geometri tradisonal memiliki kekurangan-kekurangan diantaranya kurang mencerminkan perilaku epistimik, pembelajaran pada kemampuan spasial yaitu kemampuan untuk membayangkan suatu benda tanpa melihat benda dihadapanya. Keduanya saling mengkonstruksi pengetahuan siswa untuk membuat sebuah model matematika sehingga dapat digunakan dalam pemecahan masalah.

Kemajuan teknologi alat peraga manual dirubah menjadi sebuah alat peraga virtual yang diaplikasikan dalam bentuk *software* matematika. Salah satunya adalah penggunaan *Dynamic Geometry Software* (DGS) atau perangkat lunak geometri dinamis. Dengan menggunakan DGS siswa dapat memanipulasi, memvisualisasikan sebuah bangun geometri, bahkan dapat mengetahui informasi-informasi uttuk menyusun sebuah konjektur sebagai bahan penyelesaian masalah.

Fujita (Martines, 2005) mengungkapkan intuisi geometri merupakan jenis keterampilan untuk membayangkan, membuat dan memanipulasi angka geometris dalam pikiran ketika memecahkan masalah geometri. Oleh karena itu perlu pengembangan intuisi geometris dalam menciptakan dan memanipulasi gambar geometris, melihat sifat geometris dan membayangkan angka geometris dan pemecahan masalah. Kegiatan yang kami sajikan mengambil bagian dalam semua karakteristik yang diperlukan untuk pengembangan intuisi geometris. Suatu intuisi geometris harus memiliki peran penting dalam setiap kurikulum geometri dan potensi siswa. Untuk memperoleh pengetahuan geometris dapat dilakukan dengan perangkat DGS. Sehingga, pembelajaran geometri dapat lebih efektif dan efisien dalam hal eksplorasi, penemuan dan bukti geometri.

Van Hiele (Battista, 2013) mengungkapkan bahwa dalam pembelajaran geometri pada siswa terdapat lima level, yaitu:

Level 1. Visual. Pada tahap ini siswa dapat mengenal bentuk-bentuk geometris berdasarkan tampilan gambar ataupun bentuk visual suatu benda.

Level 2. Diskriptif/ analisis. Pada tahap ini siswa dapat menyampaikan alasan dari sebuah pengamatan. Siswa dapat menemukan sifat geometri dengan mengamati, mengukur, menggambar dan membuat model. Kemudian siswa dapat menentukan keteraturan dari sifat-siafat bangun geometri yang diamatinya

Level 3. Abstrak/ relasional. Pada tahap ini siswa dapat menyampaikan alasan logis dari sebuah definisi abstarak, membedakan syarat cukup dari sebuah konsep, dan memahami argumen yang disampaikan. Disamping itu siswa dapat mengklasifikasikan bangun geometri berdasarkan sifat-sifatnya.

Level 4. Deduksi formal. Dalam tahap ini siswa dapat menarik kesimpulan secara deduksi dengan membangun bukti formal. Siswa mulai memahami betapa pentingnya unsur-unsur yang tidak didefinisikan dari unsur yang terdefinisi.

Level 5. Rigor. Pada tahap ini siswa mahir menggunakan aturan-aturan formal matematis untuk digunakan dalam menyelesaikan masalah geometri.

Menurut Schuman (2000) Pada pembelajaran geometri tradisonal biasanya menggunakan alat-alat eksplorasi seperti: penggaris, busur derajat, pensil, kertas berpetak dan lain sebagainya. Alat-alat tersebut digunakan untuk mengeksplorasi atau merekonstruksi suatu bangung geometri . Proses perhitungan dan visualisasi menggunakan alat-alat tradisional mungkin dapat terpenuhi. Akan tetapi, untuk proses eksplorasi geometri alat-alat geometri tradisonal memiliki kekurangan-kekurangan diantaranya kurang mencerminkan perilaku epistimik, pembelajaran individual, kurang efektif, kurang mendukung visualisasi untuk membentuk pemikiran yang fleksibel dan fungsional, kurang mengembangkan strategi heusristik.

Untuk melalui tahapan-tahapan pembelajaran geometri yang telah diungkapkan di atas maka perlu sebuah alat modern salah satunya penggunaan DGS untuk membantu proses abstraksi hingga pada eksplorasi untuk menentukan deduksi formal. Selain itu, DGS dapat membantu siswa untuk mengkonstruksi masalah-maslah geometri di visualisasikan dalam bentuk gambar yang akurat dan tepat sehingga siswa dapat menganalisis hingga siswa dapat mencapai tahapan rigor.

Salah satu DGS yang dapat digunakan dalam pembelajaran geometri adalah *software cabri II plus*. Pada *software cabri II plus* menyediakan layanan untuk mengkonstruksi titik, garis, segitiga, lingkaran dan geometri datar lainya lengkap dengan perhitungan-perhitungan terkait dengan geometri. Oleh karena itu, konsep abstrak pada geometri dapat di visualisasikan dengan *software cabri II plus* sehingga dalam mempelajari dan menganalisis konsep geometri akan pembelajar geometri akan lebih mudah memahaminya. Disamping itu, perhitungan akurat pada *software cabri II plus*, memudahkan para pembelajar geometri untuk menganalisis masalah geometri dengan waktu yang lebih efektif. Sehingga dengan membelajarkan geometri melalui aplikasi *software cabri II plus* diharapkan dapat menciptakan pembelajaran yang lebih efektif.

BAB 2

MENGENAL *SOFTWARE* CABRI II PLUS

Cabri II plus adalah sebuah *software* yang termasuk dalam jenis *Dynamic Geometric Software* (DGS). *Cabri II plus* dirancang untuk membantu pengguna untuk mengkonstruksi dan mengeksplorasi bangun geometri dengan teliti dan tepat. Bangun geometri yang dikonstruksi dengan *cabri II plus* dapat dimanipulasi dan digerakan sehingga mempermudah pengguna melakukan eksplorasi tanpa mengkonstruksi kembali bangun yang sama. Disamping itu penggunaan antarmuka, terstruktur dan interaktif dengan pengguna maka *cabri II plus* dapat digunakan untuk mengeksplorasi sifat-sifat bangun datar dengan perhitungan secara teliti dan akurat. Konstruksi bangun geometri yang sulit diperoleh dengan mengkonstruksi secara manual menggunakn alat gambar manual yang sering digunakan seperti pensil, penggaris dan lain sebaginya dapat dengan mudah dan tepat jika dilakukan dengan *cabri II plus*. Sehingga, kefektifan dan efisiensi dalam mengeksplorasi dan mengkonstruksi bangun datar lebih terjamin.

Meskipun *cabri II plus* terlihat sederhana dengan menu-menu tombol yang telah disediakan, tetapi untuk mengkontruksi sebuah bangun geometri ternyata pengguna harus menggunakan kemampuan berpikirnya untuk memaknai setiap langkah konstruksi dengan konsep-konsep geometri. Sehingga, kombinasi konsep geometri dengan pemvisualisasian suatu bangun dengan *cabri II plus* akan menambah wawasan pengguna sehingga tercipta sebuah pemahaman yang mendalam terhadap geometri.

Cabri II plus dikembangkan oleh Jean Marie Laborde dan Frank Bellemain di *Institut D'Informatique et Mathematiques Appliquees de Grenoble* (IMAG), yang merupakan sebuahlaboratorium riset di *Universite Joseph Forier* di Grenoble Prancis bekerjasama dengan *Centre National de LA Recherche Scientifique* (CNRS) dan *Texas Instruments.* (Http:// en.diplodocs.com Texas Instruments Cabri Geometry II Setting Started)

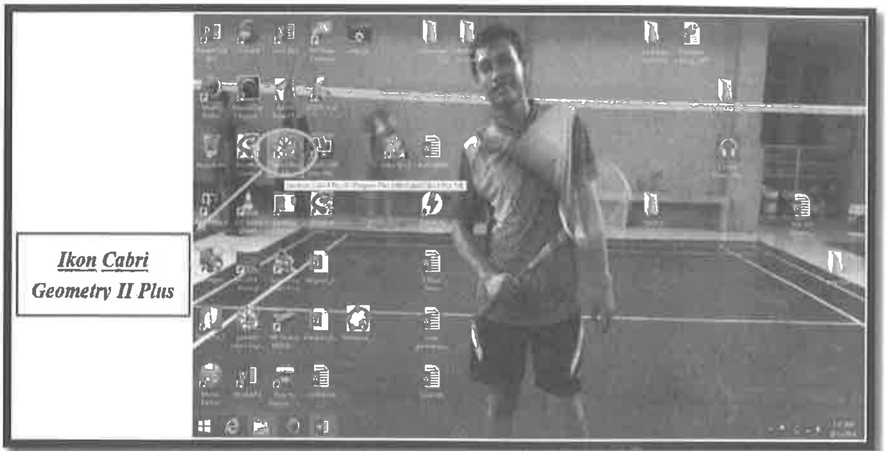
Cabri II plus adalah sebuah *software* yang bisa digunakan secara interaktif untuk pembelajaran geometri dan bisa digunakan oleh guru maupun mahasiswa calon guru (*cabrilog*). Beberapa hal yang dapat digunakan oleh *cabri II plus* adalah mengkonstruksi gambar sama seperti apa yang bisa dilakukan oleh penggaris, pensil, jangka, dan lain-lain sehingga hasilnya bisa lebih akurat, dapat dimanipulasi dengan mudah hanya dengan mengklik tool yang ada aplikasi, selain itu gambar dapat selalu di update kapan saja. Sistem operasi yang dapat digunakan untuk menggunakan software ini adalah sistem operasi yang berbasis windows, diantaranya windows 98, 98SE, ME, 2000, dan XP. *Cabri II pus* tersedia dalam beberapa versi bahasa diantaranya, Inggris, Jerman, Prancis, Spanyol, Belanda, Italia, Portugis, Jepang, Cina, Norwegia dan beberapa bahasa asing lainnya. Beberapa situs internet menyediakan program ini secara gratis untuk di-*download.* Menurut Cabrilog (Risnawati, 2012) beberapa keunggulan yang dimiliki oleh *cabri II plus* dibandingkan dengan *software-software* sejenis dan versi sebelumnya adalah:

a. Antar muka (*interface*) yang lebih mudah dipahami dan digunakan (*user friendly*) dan lebih sederhana. *Cabri II plus* memiliki tampilan yang mirip dengan *software office* yang dikeluarkan *Microsoft,* dimana terdapat menu terdapat struktur antar muka seperti *file, edit, options, window, help* dan lain-lain.
b. *Icon-icon* yang lebih baik dan jelas sehinga mudah untuk digunakan
c. Perangkat tambahan disediakan untuk memberikan nama pada setiap objek dengan jenis dan ukuran *font* yang lengkap, selain itu angka dan persamaan dapat disisipkan diantara teks dan lembar kerja.
d. Mampu menambahkan gambar pada titik, segmen, segitiga dan segiempat.
e. Beberapa garis sketsa pembentuk gambar dapat dihilangkan sehingga gambar yang dibuat lebih jelas.
f. Gambar bisa diambil dari dan ke file lain yang sejenis.

Pada bab ini akan mempelajari bagaimana menjalankan program *cabri II plus* dari *desktop.* Setelah lembar kerja terbuka di bab ini juga akan diterangkan menu-menu utama pada *cabri II plus* berikut ikon dan kegunaanya. Disamping itu, dalam bab ini juga akan diterangkan bagaimana penggunaan kursor pada *cabri II plus* untuk menentukan pernyataan dalam setiap langkah konstruksi geometri dengan *cabri II plus.* Selanjutnya untuk membantu para pembaca dalam mengoperasika tombol-tombol *cabri II plus* disajikan pula istilah-sitilah tombol dalam bahasa Indonesia yang sering digunakan dalam mengkonstruksi ataupun mengeksplorasi geometri.

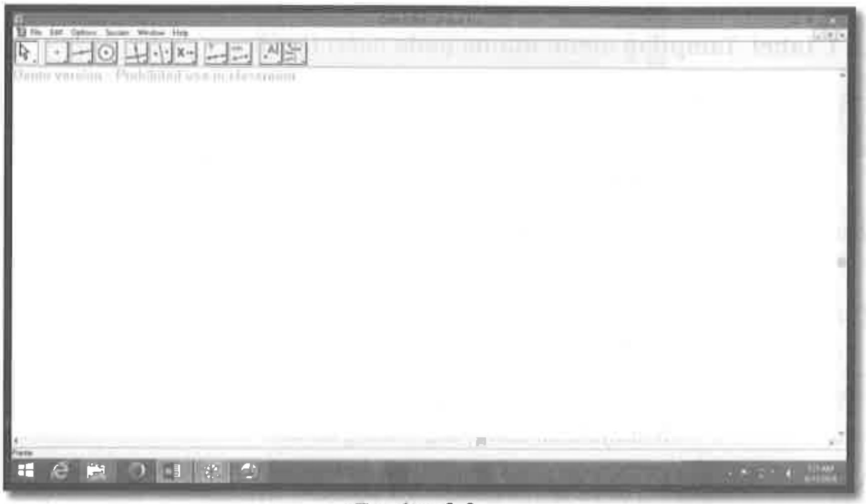
A. MENJALANKAN PROGRAM CABRI II PLUS

Untuk dapat menggunakan program aplikasi *cabri II plus,* maka kita harus terlebih dahulu menjalankan programnya, langkah-langkahnya adalah klik tombol ikon *software cabri II plus* pada *desktop.* Berikut tampilan ikon *cabri II plus* pada *desktop.*



Gambar 2.1

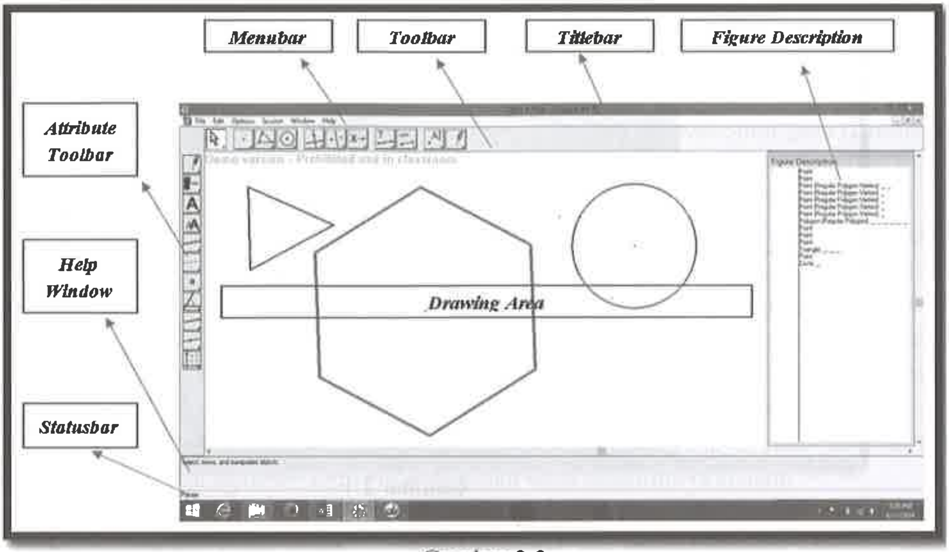
Selanjutanya, akan terbuka lembar kerja cabri II plus seperti pada gambar berikut:



Gambar 2.2

B. MENU-MENU UTAMA PADA CABRI II PLUS

Gambar di bawah ini menunjukkan menu utama pada *cabri II plus* dan bagian-bagiannya. Pada tampilan utama lembar kerja *cabri II plus* pertama di buka maka hanya ada tiga macam item yang terlihat yaitu *titlebar, menubar* dan *toolbar.* Sedangkan *attributes toolbar, help window* dan *figure description window* tidak ditampilkan. Untuk menampilkan *attribute toolbari* dapat dilakukan dengan cara mengklik *option* di *menubar* kemudian pilih item *attributes.* Selanjutnya untuk menampilkan *help window* dengan cara memilih ikon *help* di *menubar* kemudian pilih item *help.* Sedangkan untuk menampilkan *figure description* dapat dilakukan dengan cara mengklik *option* pada *menubar* kemudian pilih *show figure.* Berikut tampilan menu utama pada *cabri II plus*



Gambar 2.3

Tabel 2.1 Tabel Tampilan menu utama pada *Cabri II Plus*

Bagian	Keterangan
Titlebar	Menampilkan nama *file* pada *cabri II plus* Yang telah dibuka atau sedang aktif.
Menubar	Bagian pada *cabri II plus* yang berisikan menu-menu yang memiliki fungsi masing-masing.
Tool bar	Bagian pada *cabri II plus* yang berisikan ikon-ikon untuk mengkonstruksi geometri.
Drawing Area	Menampilkan gambar yang dibuat.
Statusbar	Menunjukkan ikon yang sedang dibuat.
Figure Description	Menunjukkan ikon apa saja yang ada di *drawing area*.

Berikut akan diterangkan beberapa bagian pada menu utama lembar kerja *cabri II plus*:

1. **Title Bar**

   Pada *titlebar* menunjukan judul *file* yang kita miliki. Biasanya sebelum *file cabri* di *save* maka pada *title bar akan* tertulis "*cabri II Plus-[Figure#1]*" yang menandakan lembar pertama pada lembar kerja *cabri II plus*, seperti terlihat pada gambar di bawah ini.

Gambar 2.4

2. **Menu Bar**

Pada *menu bar* berisikan item-item menu pada *Cabri II plus* yang memiliki fungsi tersendiri. Bagian yang ada pada *menu bar* meliputi *file, Edit, Option, Session, Windows* dan *Help* seperti tampak pada gambar berikut.

Gambar 2.5

Berikut akan diterangkan item-item yang ada pada menu bar :

a. **File**

Pada menu *File* terdapat beberapa sub menu tentang pengolahan data pada *file*, seperti membuka *file*, membuka *file* yang sudah pernah tersimpan, menyimpan *file*, dan mencetak *file* yang yang sedang dikerjakan atau yang sedang aktif. Tampilan menu *file* adalah seperti pada gambar di bawah ini.

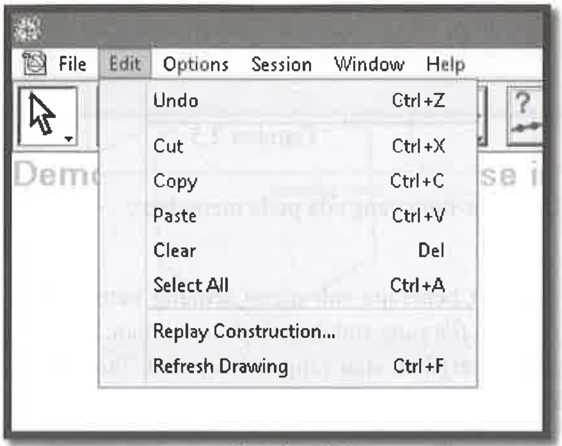
Gambar 2.6

Tabel 2.2 Tabel Submenu File Cabri II Plus

Submenu	Keterangan
New	Membuka *File* baru
Open	Membuka *File* yang sudah tersimpan
Close	Menutup suatu *File*
Save	Menyimpan *File* yang sedang dikerjakan
Save as	Menyimpan *File* dengan nama yang berbeda
Revert	Mengembalikan pada keadaan yang paling akhir
Show Page	Untuk membangun suatu konstruksi geometris
Page Setup	Mengatur bentuk, ukuran dan jenis kertas
Print	Mencetak *File* yanng sudah dibuat
Quit	Keluar dari program *cabri II plus*

b. Edit

Menu *Edit* meliputi submenu yang digunakan untuk mengedit teks yang ada di dalam *File*. Tampilan menu *Edit* adalah seperti pada gambar di bawah ini:



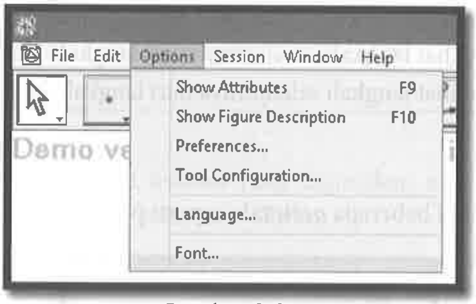
Gambar 2.7

Tabel 2.3 Submenu *Edit Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Undo	Membatalkan perintah yang baru saja dilakukan
Redo	Mengulang kembali perintah yang baru saja dilakukan
Cut	Menghapus teks yang ada di dalam lembar kerja *cabri II plus*
Copy	Menyalin teks yang ada di adalam lembar kerja *cabri II plus* dan diletakkan dalam *clipboard*
Paste	Menulis kembali salinan teks yang ada di dalam *clipboard* ke dalam lembar kerja *cabri II plus*
Clear	Menghapus objek pada lembar kerja *cabri II plus*
Select All	Memilih tiap-tiap objek untuk melakukan konstruksi gambar
Replay Construction	Perintah untuk melakukan pengulangan konstruksi gambar
Refresh Drawing	Perintah menjabarkan atau mereduksi tiap-tiap objek suatu konstruksi

c. **Options**

Menu *Options* memiliki beberapa perintah untuk menampilkan *attribute* dari alat-alat pada *cabri II plus*, menampilkan diskripsi dari gamabar yang sudah kita buat pada lembar kerja *cabri II plus* dan sebagainya seperti pada gambar di bawah ini:



Gambar 2.8

Tabel 2.4 Submenu *Options Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Show Attributes	Menunjukkan dan menyembunyikan *Attribute Toolbar*
Show Figure Descripsion	Menunjukkan deskripsi gambar
Preferences	Menentukan aspek tertentu, untuk mengkoordinir suatu sistem
Tool Configuration	Mengatur *Toolbar* yang ada pada *cabri II plus*
Languages	Mengubah bahasa
Font	Mengatur jenis tulisan

d. ***Session***

Pada menu *session* terdapat layanan untuk merekam aktifitas yang kita lakukan pada *cabri II plus*. Disamping itu kita dapat melihat langkah-langkah konstruksi dari gambar yang telah kita buat setelah atau sebelumnya. Berikut gambar sub menu pada menu *session*:

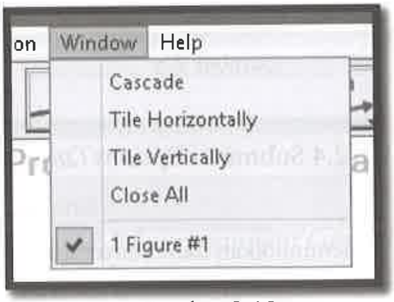
Gambar 2.9

Tabel 2.5 Submenu ***Session Cabri II Plus***

Submenu	Keterangan
Begin Recording	Memulai untuk merekam apa yang sudah kita gambar
Read a Session	Membaca sesi apa yang sudah kita gambar
Print a Session	Mencetak sesi apa yang sudah kita gambar
Previous	Melihat langkah sebelumnya dari langkah-langkah konstruksi gamabar
Next	Melihat langkah selanjutnya dari langkah-langkah konstruksi gamabar

e. **Window**

Menu *Options* memiliki beberapa perintah, seperti pada gambar di berikut ini:



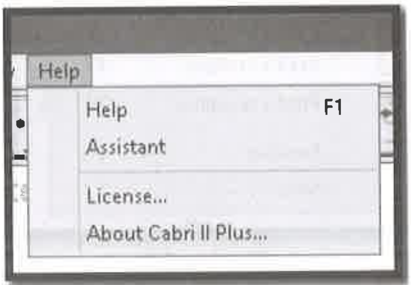
Gambar 2.10

Tabel 2.6 Submenu *Window Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Cascade	Memisahkan *drawing area* dengan *menubar* dan yang lainya
Tile Horizontally	Menampilkan layar secara mendatar
Tile Vercitally	Menampilkan layar secara vertical
Close All	Menutup *drawing area*
1 Figure #1	Menujukan lembar keberapa

f. ***Help***

Menu *Help* meliputi *submenu* yang digunakan untuk membantu kita dalam menggunakan *cabri II plus*. Tampilan menu *Help* adalah seperti pada gambar di bawah ini.



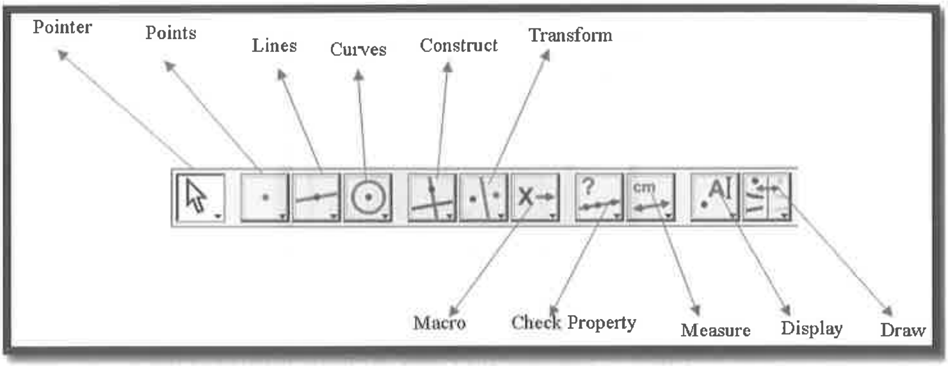
Gambar 2.11

Tabel 2.7 Submenu *Help Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Help	Menampilkan *help window*
Assistant	Menampilkan prosedur pemakaian *cabri II plus*
Licence	Mendapatkan lisensi *cabri II plus*
Abaout Cabri II Plus	Menampilkan tentang *cabri II plus*

3. **Toolbar**

Dalam *toolbar* memuat beberapa tombol yang digunakan untuk mengkonstruksi suatu bangun. Berikut tampilan *tool bar* pada *cabri II plus*:

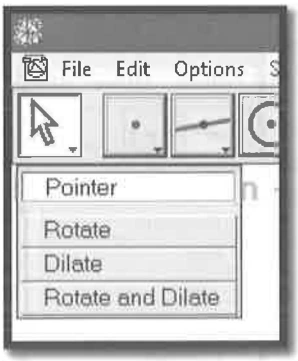


Gambar 2.12

Berikut keterangan dari bagian-bagian dari item *toolbar*:

a. **Toolbox Pointer**

Toolbox Pointer meliputi submenu yang berhubungan dengan *cabri II plus*. Gambar-gambar ini disediakan untuk memilih dan menunjukkan transformasi objek. Tampilan *toolbox pointer* adalah sebagai berikut:



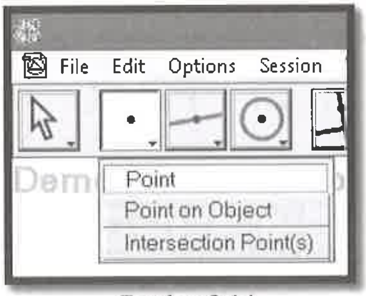
Gambar 2.13

Tabel 2.8 Submenu *Toolbox Pointer Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Pointer	Memilih atau memindahkan objek dengan kursor
Rotate	Memutar suatu objek pada pusat titik tetentu
Dilate	Memperbesar atau memperkecil objek
Rotate and Dilate	Merotasi dan men-*dilate*

b. Point Toolbox

Point Toolbox meliputi alat-alat yang berhubungan dengan perbuatan atau konstruksi titik. Tampilan menunya adalah sebagai berikut:



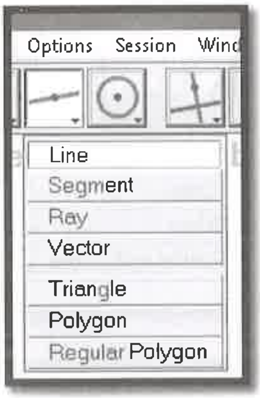
Gambar 2.14

Tabel 2.9 Submenu *Point Toolbox Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Point	Membuat titik bebas pada lembar kerja *cabri geometry II Plus*
Point on Object	Membuat titik pada suatu objek tertentu
Intersection Point	Membuat titik pada perpotongan suatu objek

c. Lines Toolbox

Fasilitas *lines toolbox* berisi alat-alat untuk membuat objek-objek garis dan segi banyak. Tampilan menunya adalah sebagai berikut:



Gambar 2.15

Tabel 2.10 Submenu *Lines Toolbox Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Line	Membuat garis
Segment	Membuat segmen garis dari dua titik
Ray	Untuk membuat garis dari satu titik
Vector	Membuat vektor dari dua buah titik
Triangle	Membuat segitiga dengan menggunakan tiga titik
Polygon	Membuat suatu segi banyak sembarang
Regular polygon	Membuat segi banyak beraturan

d. Curves Toolbox

Fasilitas *curves toolbox* yang meliputi alat-alat untuk membuat kurva, termasuk elips, parabola, dan hiperbola. *curves toolbox* terdiri dari beberapa menu, yaitu:

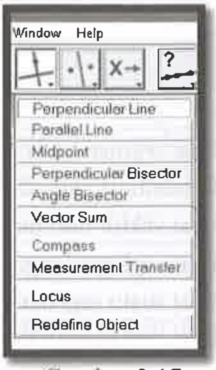
Gambar 2.16

Tabel 2.11 Submenu *Curves Toolbox Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Circle	Membuat lingkaran dengan satu titik dan jari-jari tertentu
Arc	Membuat suatu busur dari tiga titik dengan jari-jari tertentu
Conic	Membuat parabola, hiperbola, ellips dengan lima titik

e. Construct Toolbox

Fasilitas *construct Toolbox* meliputi alat-alat untuk membuat objek-objek yang berhubungan dengan objek lain. Tampilan menu *construct toolbox* adalah sebagai berikut:



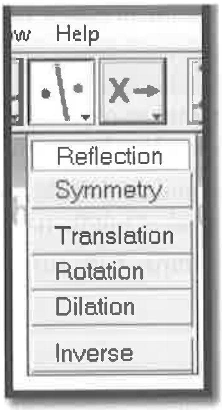
Gambar 2.17

Tabel 2.12 Submenu *Construct Toolbox Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Perpendicular Line	Membuat suatu garis melalui satu titik dan tegak lurus pada objek tertentu
Pararell Line	Membuat suatu garis melalui satu titik dan sejajar dengan suatu objek linear tertentu
Mid Point	Membuat titik tengah suatu garis, sisi segi banyak, atau diantara dua titik
Perpendicular Bisector	Membuat garis tegak lurus melalui titik tengah
Angle Bisector	Membuat suatu garis yang membagi sudut sama besar
Vector Sum	Membuat resultan vektor dari dua vektor tertentu
Compass	Membuat lingkaran dengan jari-jari sama panjangnya dengan panjang suatu garis atau jarak antara dua titik
Measurement Transfer	Membuat suatu titik pada suatu garis atau vektor, dari titik awal pada sebuah segi banyak, atau dari titik lain dengan jarak yang proporsional terhadap suatu ukuran atau nilai yang dipilih
Locus	Suatu kumpulan objek yang dibuat dari pergerakan suatu titik
Redefine Object	Memodifikasi definisi suatu objek

f. Transform Toolbox

Fasilitas *transform toolbox* meliputi alat-alat untuk melakukan translasi, refleksi, rotasi, invers dan dilatasi terhadap objek. Tampilan menu *transform toolbox* adalah sebagai berikut:



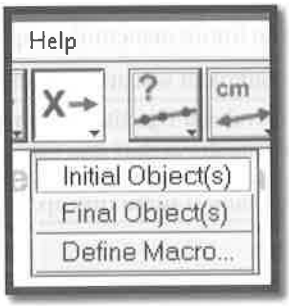
Gambar 2.18

Tabel 2.13 Submenu *Transform Toolbox Cabri II*

Submenu	Keterangan
Reflection	Untuk membuat bayangan suatu objek
Simmetry	Untuk merefleksikan suatu objek 180 derajat terhadap suatu titik
Transla-tion	Untuk membuat bayangan suatu objek yang ditranslasikan dengan suatu vektor tertentu
Rotation	Untuk memutar suatu objek dengan derajat tertentu terhadap suatu titik
Dilatation	Untuk mendilatasi suatu objek dengan faktor dilatasi tertentu dengan suatu titik
Inverse	Untuk membuat invers suatu titik

g. Macro Toolbox

Fasilitas *macro toolbox* meliputi perangkat yang berhubungan dengan pembuatan makro dalam *cabri II plus*. Tampilan menu *macro toolbox* adalah sebagai berikut:



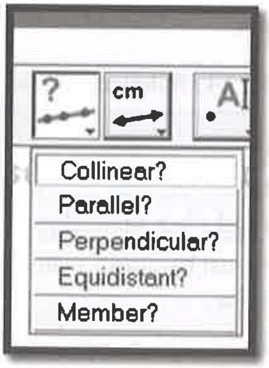
Gambar 2.19

Tabel 2.14 Submenu *Macro Toolbox Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Initial Object	Untuk menentukan objek awal yang diperlukan untuk mendefinisikan kondisi tertentu untuk suatu makro
Final Object	Untuk menentukan titik akhir yang akan dihasilkan dari objek awal yang didefinisikan untuk makro
Define Macro	Untuk menyimpan pada suatu makro

h. Check Property Toolbox

Fasilitas *check property toolbox* meliputi perangkat untuk menguji validitas dari properti geometris secara umum. Tampilan menu *check property Toolbox* adalah sebagai berikut:



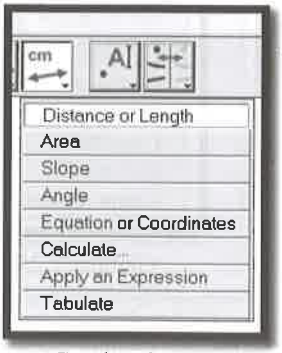
Gambar 2.20

Tabel 2.15 *Check Property* **pada Lembar Kerja** *Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Collinear	Untuk mengevaluasi tiga titik yang dipilih untuk menentukan apakah mereka terletak pada suatu garis yang sama atau tidak
Pararelel	Untuk mengevaluasi suatu kombinasi dua garis, vektor, sumbu, atau sisi suatu polligon untuk menentukan apakah paralel atau tidak
Perpendicular	Untuk membuktikan sesuatu apakah tegak lurus atau tidak
Equidistant	Untuk mengevalusai tiga titik tertentu untuk menentukan apakah titik pertama sama jauhnya dari dua titik yang lain
Member	Untuk mengevaluasi suatu titik apakah berada pada suatu objek

i. **Measure Toolbox**

Pada *measure toolbox* berisi alat-alat yanng berhubungan dengan fitur-fitur pengukuran dalam *cabri II plus.* Fasilitas ini memungkinkan pengguna untuk melakukan pengukuran dan perhitungan yang berbeda. Tampilan menu *measure toolbox* adalah sebagai berikut:



Gambar 2.21

Tabel 2.16 Submenu *Measure Toolbox Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Distance & Length	Untuk menghitung dan menampilkan jarak atau panjang radius
Area	Untuk menghitung dan menampilkan daerah suatu segi banyak
Slope	Untuk menghitung dan menampilkan kemiringan atau gradien suatu garis atau vektor
Angle	Untuk menghitung dan menampilkan suatu sudut
Equation & Coordinate	Untuk menampilkan persamaan suatu garis, persamaan lingkaran atau koordinat suatu titik
Calculate	Untuk membuka atau menampilkan kalkulator di layar bagian bawah
Tabulate	Untuk menampilkan pengaturan, perhitungan dan nilai-nilai *Numerical* yang dipilih ke dalam suatu tabel data.

j. **Display Toolbox**

Fasilitas *display toolbox* berisi alat-alat untuk memberi keterangan dan animasi objek. Tampilan menu *diaplay toolbox* adalah sebagai berikut:

Gambar 2.22

Tabel 2.17 Submenu *Display Toolbox Cabri y II Plus*

Submenu	Keterangan
Label	Untuk menambahkan label atau nama pada suatu titik, garis, lingkaran
Comments	Memberi komentar atau keterangan pada suatu objek
Numerical Edit	Membuat suatu kotak penyuntingan untuk mengedit nilai-nilai *numerical*
Mark Angle	Memberi label pada suatu sudut
Fix/Free	Untuk menentukan lokasi titik yang tetap dan bebas
Trace On/Off	Untuk melacak garis edar suatu objek
Animation	Untuk menggerakkan suatu objek sepanjang suatu garis edar tertentu secara otomatis
Multiple Animation	Untuk menggerakkan beberapa objek sepanjang suatu garis edar tertentu secara otomatis

k. Draw Toolbox

Fasilitas *Draw Toolbox* berisi alat-alat untuk mengubah tampilan sistem koordinat. berikut adalah tampilan menu *Draw Toolbox*:

Gambar 2.23

Tabel 2.18 Submenu *Draw Toolbox Cabri II Plus*

Submenu	Keterangan
Hide/Show	Untuk menyembunyikan atau menampilkan objek beserta label-label pengukurannya
Color	Untuk mengubah warna objek
Fill	Untuk mengisi suatu objek dengan warna tertentu
Thick	Untuk mengubah ketebalan suatu garis
Dotted	Untuk mengubah pola garis suatu titik
Modify Apperance	Untuk mengubah penampilan suatu titik, sudut, garis, jenis sistem koordinat atau gaya suatu keterangan
Show/Hide Axes	Untuk menampilkan sumbu-sumbu standar
New Axes	Untuk membuat sumbu-sumbu x dan y yang baru
Define Grid	Untuk menampilkan grid suatu sistem koordinat tertentu.

C. PENGGUNAAN CURSOR

Pengguna *cabri II plus* dapat berinteraksi menggunakan *mouse* sebagai alat control pada setiap perangkat lunak. Kursor yang menandakan keadaan dalam langkah kontruksi sangat perlu diperhatikan. Ketika *mouse* digunakan untuk memindahkan gambar yang telah dikonstruksi maka *cabri II plus* akan memberitahu pengguna tentang hasil yang diharapkan dari suatu klik, *double* klik ataupun *drag and drop*. Ada tiga hal yang perlu diperhatikan oleh pengguna yaitu perubahan bentuk kursor, pesan *pop up* yang ditampilkan pada kursor dan objek yang dikonstruksi sebagian ditampilkan. Berikut disajikan berbagai macam kursor beserta fungsinya:

Tabel 2.19 Macam-macam Kursor pada *Cabri II Plus*

Kursor	Keterangan
	Suatu objek gambar yang dapat dipilih
	Suatu objek gambar yang dapat dipilih, dipindahkan atau dapat digunakan dalam mengkonstruksi gambar
	Muncul ketika satu klik pada objek yang ada untuk memilih atau menggunakannya dalam konstruksi
	Sejumlah pilihan yang berbeda dapat dibuat dari klik *point* tunggal menawarkan pilihan objek di bawah kursor, pilih satu dari berbagai kemungkinan
	Muncul saat memindahkan objek
	Kursor berada di area kosong pada lembar kerja, klik dan *drag* untuk menentukan *rectangular selection*
	Penanda untuk memindahkan gambar
	Muncul saat memindahkan gambar
	Tanda untuk membuat titik pada lembar kerja
	Tanda untuk membuat satu titik pada objek
	Tanda untuk memberi warna penuh pada daerah geometri
	Tanda untuk memberi warna, ukuran, dan gaya pada garis

D. ISTILAH-ISTILAH PADA *CABRI II PLUS*

Untuk mempermudah dalam bereksplorasi dengan *Cabri II plus* , berikut ini beberapa istilah-istilah dalam bahasa Inggris yang sering dipakai dalam pembelajaran geometri datar pada *Cabri II plus* beserta padanannya dalam bahasa Indonesia.

Tabel 2.20 Istilah-istilah pada *Cabri II Plus*

Istilah dalam Bahasa Inggris	Istilah dalam Bahasa Indonesia
Pointer	Penunjuk
Rotate	Putar
Dilate	Perbesar
Point	Titik
Point on Object	Titik pada objek
Intersection Point	Titik potong
Line	Garis
Segment	Segmen garis
Ray	Sinar
Vector	Vektor
Triangle	Segitiga
Polygon	Segi banyak
Regular Polygon	Segi banyak beraturan
Circle	Lingkaran
Arc	Busur
Conic	Irisan kerucut
Perpendicular line	Garis tegak lurus
Istilah dalam Bahasa Inggris	**Istilah dalam Bahasa Indonesia**
Parallel line	Garis sejajar
Perpendicular Bisector	Garis Sumbu
Angle bisector	Garis bagi sudut
Angle	Sudut
Mark Angle	Tanda sudut
Mid point	Titik tengah
Area	Luas daerah
Distance and lengt	Jarak dan panjang
Rotasion	Rotasi
Reflection	Pencerminan
Translation	Perpindahan

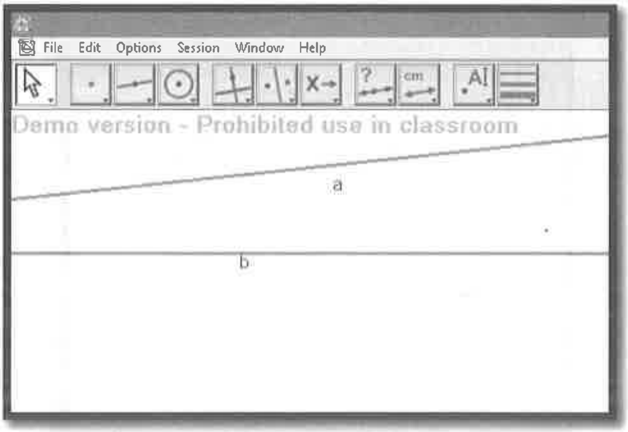
BAB 3

MELUKIS BANGUN GEOMETRI DENGAN *CABRI II PLUS*

Sebelum diterangkan lebih mendetail tentang pembelajaran geometri dengan menggunakan *software cabri II plus* pada bab-bab selanjutnya, alangkah baiknya kita pelajari terlebih dahulu bagaimana langkah-langkah melukisnya bangun geometri secara umum. Tujuan diterangkanya langkah-langkah melukis bangun geometri secara umum dengan *cabri II plus* supaya dalam eksplorasi geometri pada bab-bab berikutnya tidak terjadi pengulangan penulisan langkah kontsruksi bangun geometri. Berikut akan diterangkan beberapa cara atau langkah melukis bangun geometri secara umum.

A. MELUKIS GARIS

Untuk melukis sebuah garis dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakunakn dengan memilih tombol *line* pada *toolbar.* Kemudian klik pada lembar kerja *cabri II plus* dan dengan menggunakan *keyboard* ketik nama titik tersebut. Seperti tampak pada gambar berikut ini.

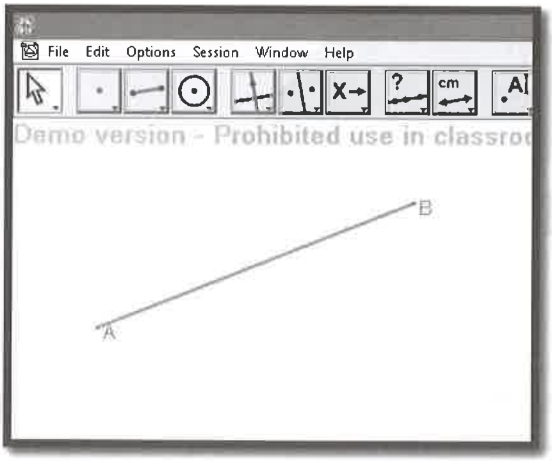


Gambar 3.1

B. MELUKIS SEGMEN GARIS

Untuk melukis sebuah segmen AB menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *segment* pada *toolbar.*
2. Klik pada lembar kerja *cabri II plus* secara berturut-turut dua buah titik. Gunakan *keyboard* ketik A dan B.
3. Segmen AB sudah terkonstruksi seperti terlihat pada gambar di bawah ini.

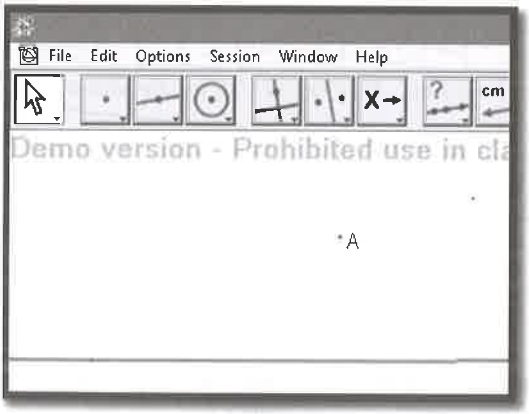


Gambar 3.2

C. MELUKIS GARIS TEGAK LURUS

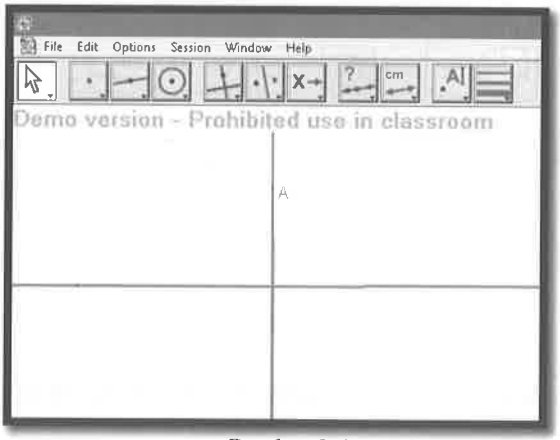
Untuk melukis sebuah garis tegak lurus melalui sebuah titik di luar garis dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Buatlah sebuah garis menggunakan tombol *line* dan sebuah titik A diluar garis dengan menggunakan tombol *point* pada *toolbar.*



Gambar 3.3

2. Untuk membuat garis tegak lurus melalui titik A, pilih tombol *perpendiculair line* pada *toolbar.* Tunjuk pada titik A hingga terlihat komentar "*through this point* "kemudian klik pada titik A. Selanjutnya tunjuk pada garis hingga terlihat komentar "*perpendicular to this line* ", kemudian klik pada garis tersebut. Garis tegak lurus melalui titik A dapat dilihat seperti pada gambar berikut.



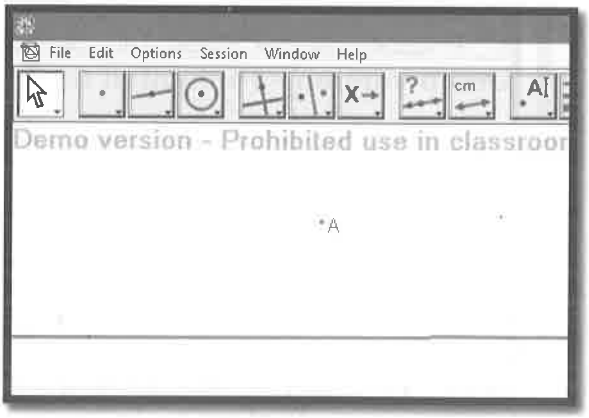
Gambar 3.4

3. Sedangkan untuk melukis sebuah garis tegak lurus melalui sebuah titik pada garis dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah yang sama. Begitu pula dengan melukis sebuah garis yang tegak lurus dengan sebuah segmen garis dapat dilakukan dengan langkah-langkah seperti melukis garis tegak lurus melalui sebuah titik di luar garis.

D. MELUKIS GARIS SEJAJAR

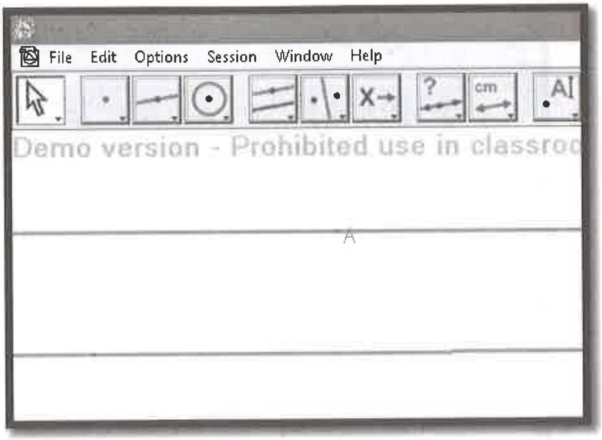
Untuk melukis sebuah garis sejajar dengan sebuah garis melalui sebuah titik menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Misalkan terdapat sebuah garis dan sebuah titik A di luar garis tersebut.



Gambar 3.5

2. Buat garis sejajar melalui A dengan memilih tombol *parallel line* pada *toolbar*, tunjuk titik A sehingga terlihat komentar "*through this point* " klik pada titik A. Selanjutnya tunjuk pada garis sehingga muncul komentar "*parallel to this line* ", kemudian klik pada garis tersebut. Garis yang terkonstruksi adalah garis sejajar melalui titik A.

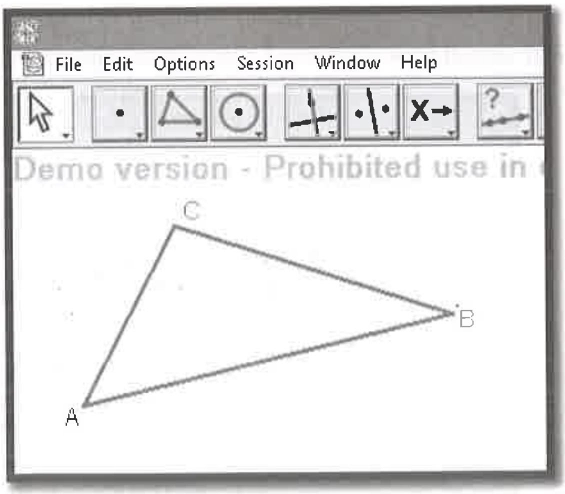


Gambar 3.6

E. MELUKIS SEGITIGA SEMBARANG

Untuk melukis sebuah segitiga ABC dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *segement* pada *toolbar* untuk mengkonstruksi segmen AB
2. Klik pada lembar kerja *cabri II plus* dan dengan menggunakan *keyboard* ketik A, B dan C.
3. Segitiga ABC sudah terkonstruksi seperti terlihat pada gambar di bawah ini.



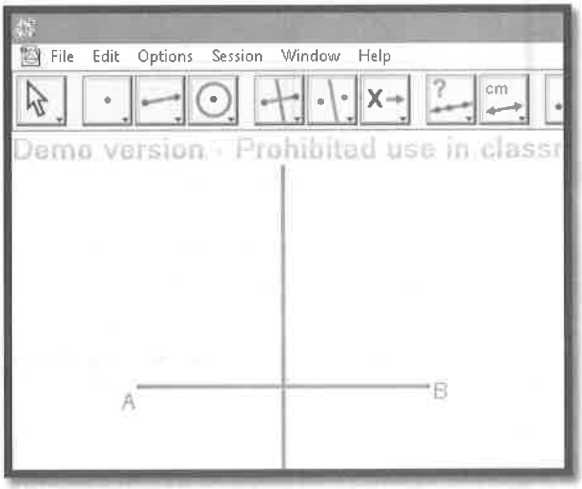
Gambar 3.7

F. MELUKIS SEGITIGA SAMA KAKI

Untuk melukis sebuah segitiga ABC yaitu segitiga sama kaki di titik A dan B menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan dua cara, berikut langkah-langkah konstruksinya:

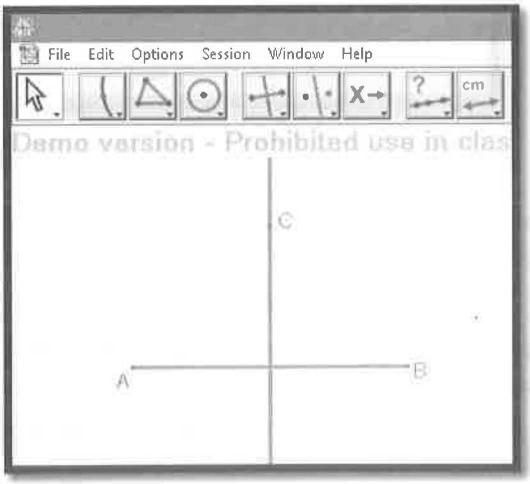
CARA 1

1. Pilih tombol *segement* pada *toolbar* untuk mengkonstruksi segmen AB.
2. Buat garis tegak lurus AB dan melalui titik tengah segmen AB dengan memilih tombol *perpendicular bisector* pada *toolbar* kemudian klik pada segmen AB.



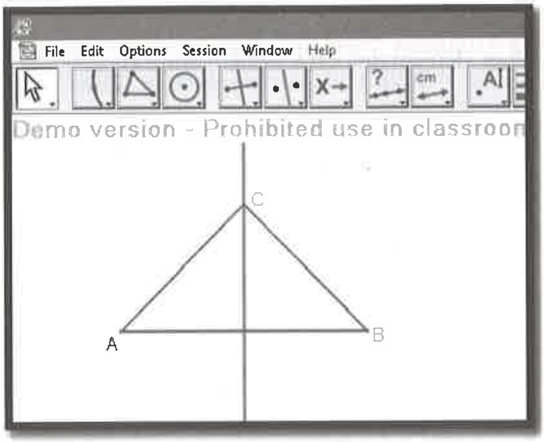
Gambar 3.8

3. Tentukan titik F pada garis tegak lurus tersebut dengan memilih tombol *point on object* pada *toolbar* kemudian klik pada garis tegak lurus tersebut.



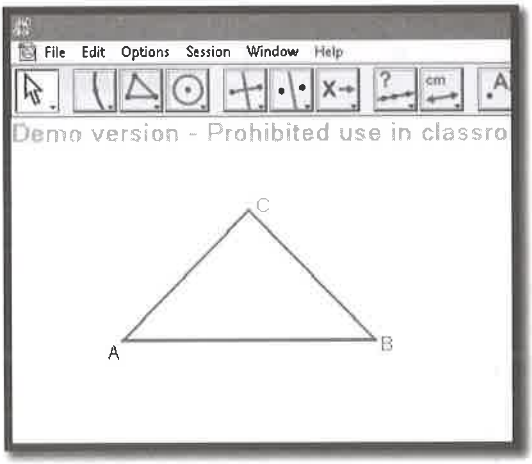
Gambar 3.9

4. Buatlah segitiga ABC dengan memilih tombol *triangle* pada *toolbar.*



Gambar 3.10

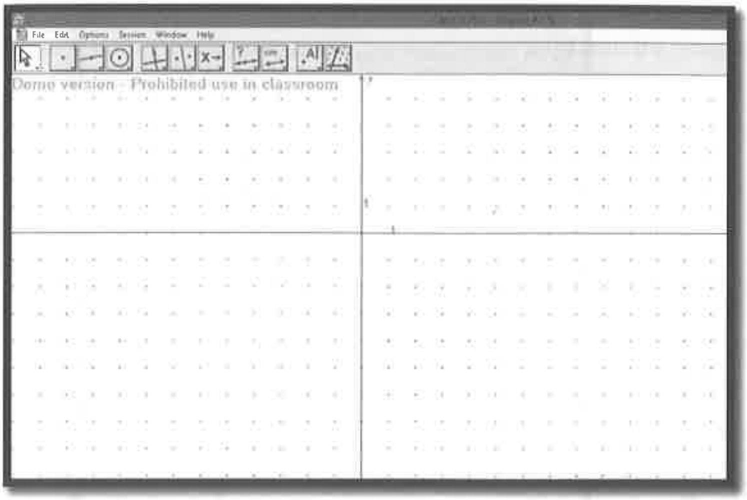
5. Sembunyikan garis tegak lurus dengan segmen DE dari lembar kerja *cabri II plus* dengan memilih tombol *hide/show* pada *toolbar.* Segitiga ABC adalah segitiga sama kaki dengan BC=AC.



Gambar 3.11

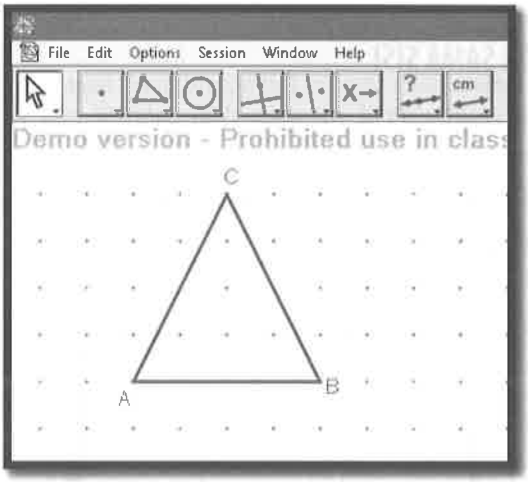
CARA 2

1. Pilih tombol *show axis* pada *toolbar* untuk memperlihatkan diagram *cartesius* pada lembar kerja *cabri II plus.*
2. Gunakan *define grid* untuk memperlihatkan koordinat-koordinat titik, klik pada diagram *cartesius* yang telah dibuat.



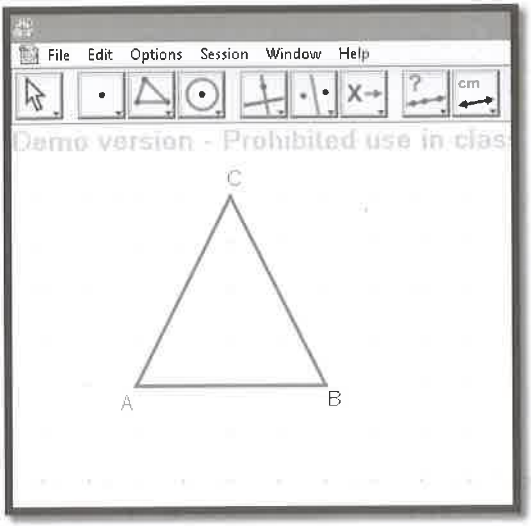
Gambar 3.12

3. Gunakan tombol *polygon* pada *toolbar* untuk membuat segitiga ABC, klik pada koordinat titik dengan memperhatikan sisi sebagai kaki segitiga sama kaki ABC.



Gambar 3.13

4. Hilangkan titik-titik koordinat dari lembar kerja *cabri II plus* menggunakan tombol *hide/ show* pada *toolbar.*
5. Segitiga ABC adalah segitiga sama kaki dengan BC=AC.

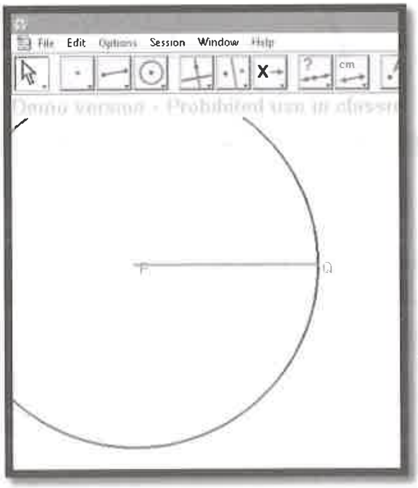


Gambar 3.14

G. MELUKIS SEGITIGA SAMA SISI

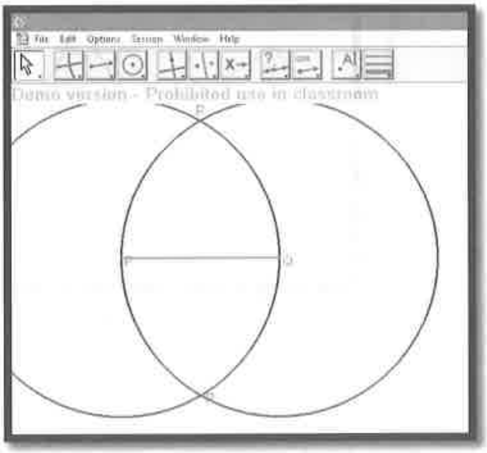
Untuk melukis sebuah segitiga PQR menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah mengkonstruksinya:

1. Pilih tombol *segment* pada *toolbar* untuk membuat segmen AB.
2. Buatlah lingkaran dengan titik pusat P dan jari-jari sepanjang PQ dengan memilih tombol *circle* pada *toolbar*.



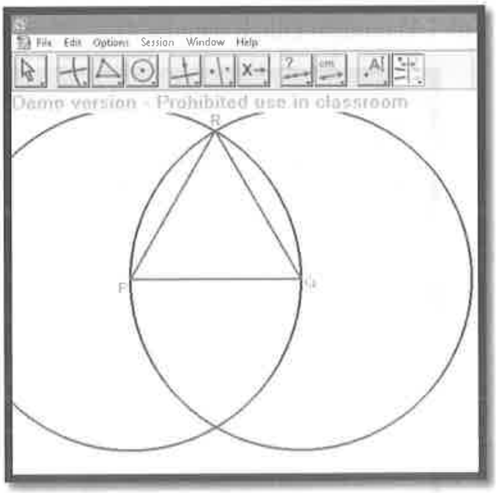
Gambar 3.15

3. Buatlah lingkaran dengan titik pusat Q dan jari-jari sepanjang PQ dengan memilih tombol *circle* pada *toolbar*. Kemudian tentukan titik potong kedua lingkaran itu dengan memilih tombol *intersection point* pada *toolbar* klik pada kedua lingkaran tersebut. Beri nama titik potong tersebut dengan titik R.



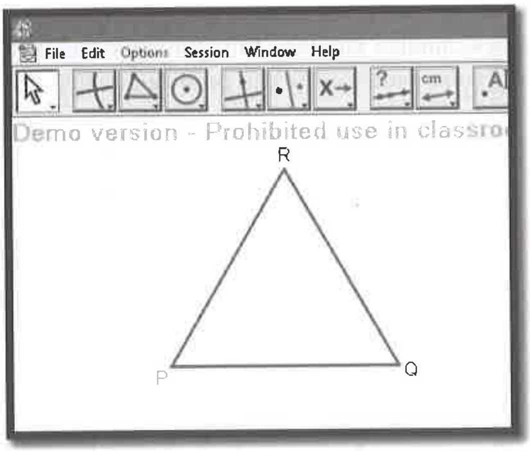
Gambar 3.16

4. Buatlah segitiga PQR dengan memilih tombol *triangle* pada *toolbar*, kemudian klik titik P, Q dan R.



Gambar 3.17

5. Sembunyikan lingkaran dari lembar kerja *cabri II plus* dengan memilih tombol *hide/show* pada *toolbar*, kemudian klik pada kedua lingkaran tersebut. Segitiga PQR adalah segitiga sama sisi.

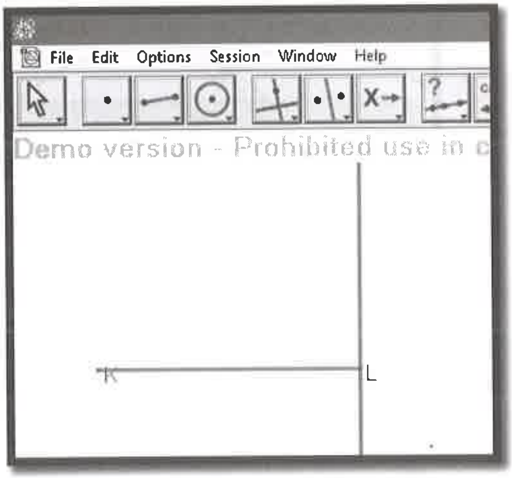


Gambar 3.18

H. MELUKIS SEGITIGA SIKU-SIKU

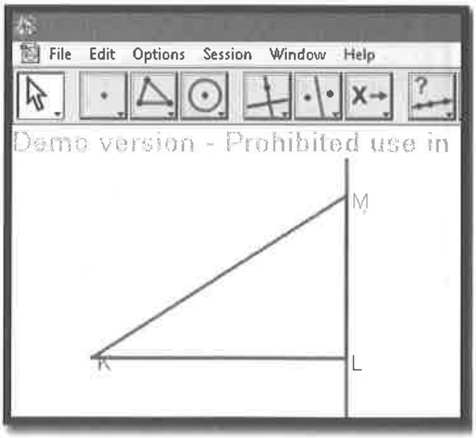
Untuk melukis sebuah segitiga KLM yaitu segitiga siku-siku di L dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *segment* pada *toolbar* untuk membuat segmen KL.
2. Buatlah garis tegak lurus KL melalui titik L dengan memilih tombol *perpendicular line* pada *toolbar*, klik pada titik L kemudian klik di segmen KL.



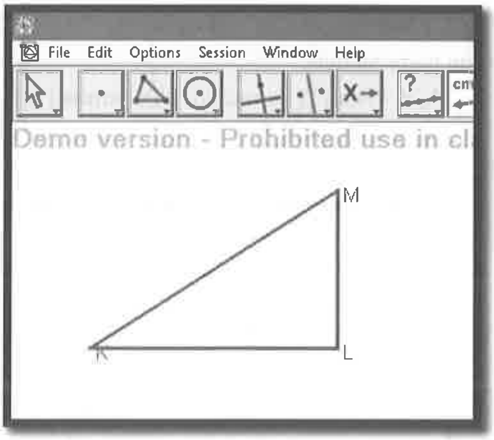
Gambar 3.19

3. Tentukan titik M pada garis tegak lurus tersebut dengan memilih tombol *point on object* pada *toolbar*, klik pada garis tersebut. Kemudian buat segitiga KLM menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar.*



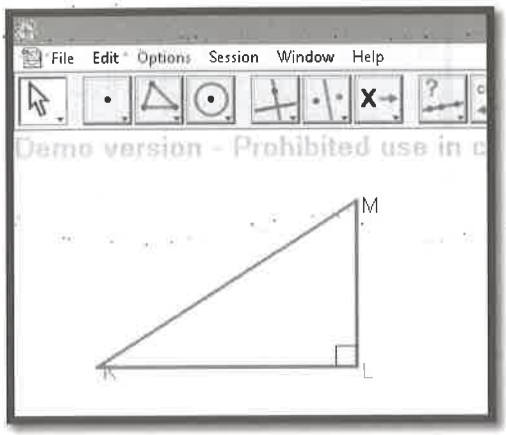
Gambar 3.20

4. Selanjutnya sembunyikan garis tegak lurus tersebut dari lembar kerja *cabri II Plus* menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*. Segitiga KLM adalah segitiga siku-siku di titik L.



Gambar 3.21

5. Buatlah tanda siku pada titik L menggunakan tombol *mark angle* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut titik K, L kemudian titik M.

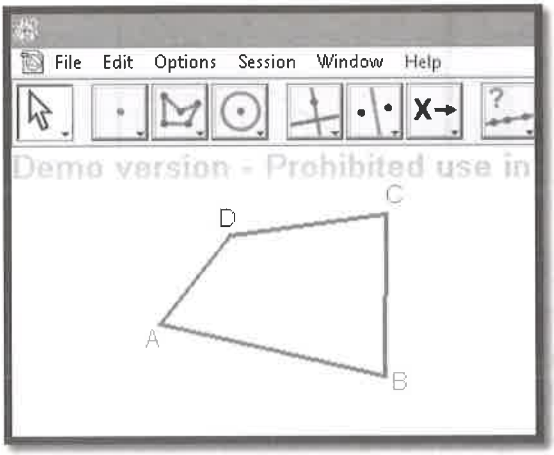


Gambar 3.22

I. MELUKIS SEGIEMPAT SEMBARANG

Untuk melukis sebuah segiempat ABCD dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *polygon* pada *toolbar.*
2. Klik sembarang titik A, B, C dan D kemudian klik kembali titik A pada lembar kerja *cabri II plus.*
3. Segiempat ABCD adalah segiempat sembarang.



Gambar 3.23

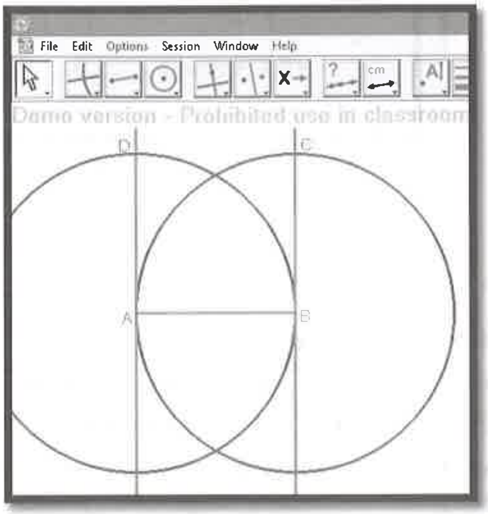
J. MELUKIS PERSEGI

Untuk melukis sebuah persegi ABCD dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan dua cara.

CARA I

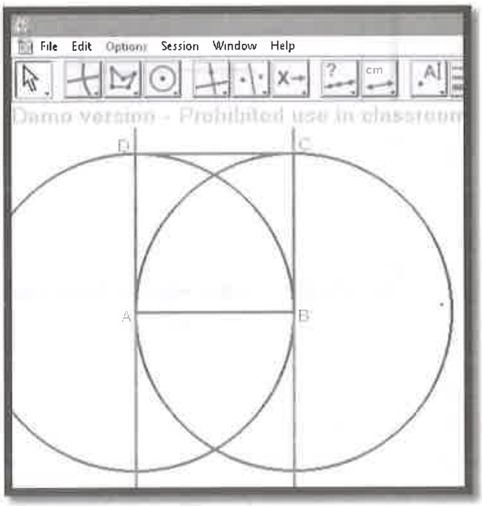
Langkah-langkah sebagai berikut:

1. Pilih tombol *segment* pada *toolbar* untuk membuat segmen AB.
2. Dengan menggunakan tombol *circle* pada *toolbar* buatlah lingkaran dengan pusat A dan jari-jari AB. Kemudian buat lingkaran dengan pusat B dan jari-jari AB.
3. Langkah berikutnya buat garis tegak lurus AB melalui titik A dan titik B dengan menggunkan tombol *perpendicular line* pada *toolbar*. Kemudian tentukan titik potong garis tersebut dengan masing-masing lingkaran menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar*. Namai titik-titik potong tersebut berturut-turut titik C dan D dengan tombol *label* pada *toolbar*, klik pada masing-masing titik potong.



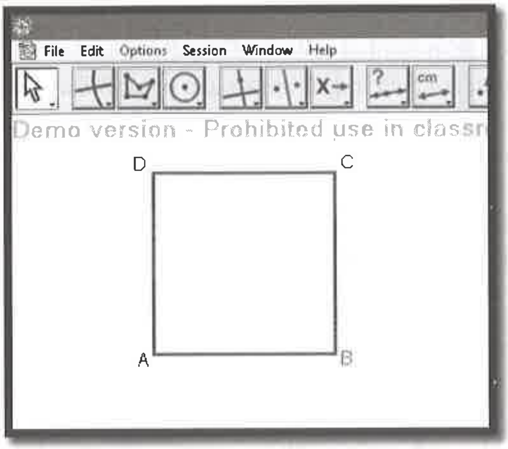
Gambar 3.24

4. Pilih tombol *polygon* pada *toolbar* untuk membuat segi empat ABCD.



Gambar 3.25

5. Sembunyikan lingkaran dan garis tegak lurus AB menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*. Segiempat ABCD adalah sebuah persegi.

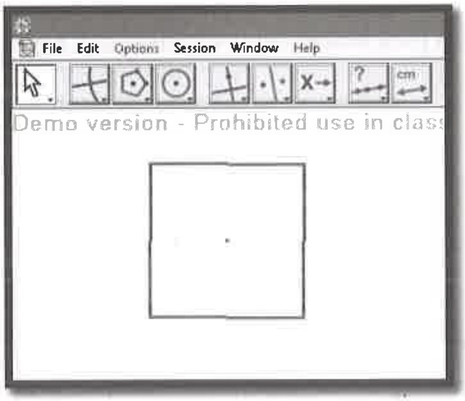


Gambar 3.26

CARA 2

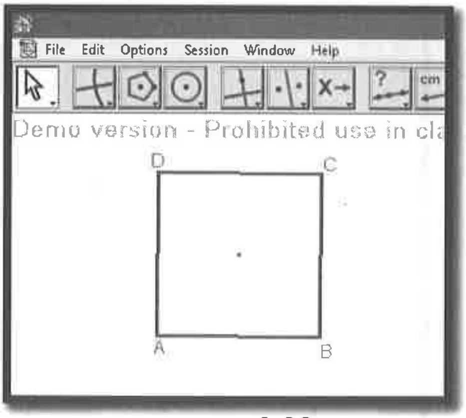
langkah-langkah sebagai berikut:

1. Pilih tombol *regular polygon* pada *toolbar*, selanjutnya klik pada lembar kerja *cabri II plus.*
2. Klik pada lembar kerja *cabri II plus* untuk menentukan titik pusat dari persegi.
3. Klik ditempat yang lain, kemudian arahkan pointer untuk memilih segi empat, kemudian tekan klik sehingga terbentuk sebuah persegi.



Gambar 3.27

4. Untuk membuat nama dari titik-titik sudutnya, pilih toblol *label* pada *toolbar*. Tunjuk pada titik sudut hingga muncul komentar "*this point*", kemudian klik pada masing-masing titik sudutnya dan dengan menggunakan *keyboard* beri nama titik A, B, C dan D. Segi empat ABCD yang terbentuk adalah sebuah persegi ABCD.

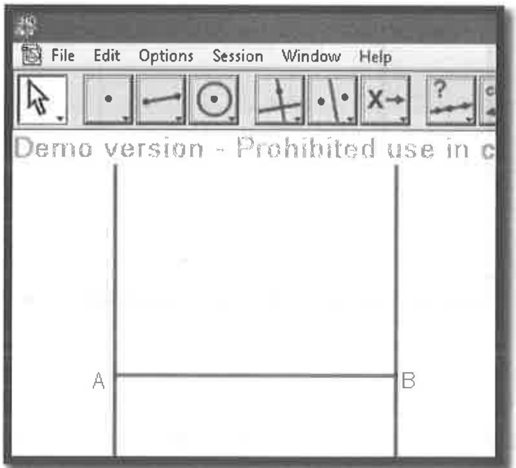


Gambar 3.28

K. MELUKIS PERSEGI PANJANG

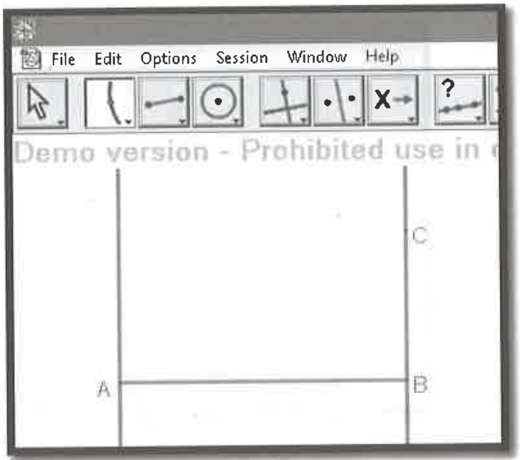
Untuk melukis sebuah persegi panjang ABCD dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *segment* pada *toolbar* untuk membuat segmen AB.
2. Buat garis tegak lurus AB melalui masing-masing titik A dan titik B dengan memilih tombol *perpendicular line* pada *toolbar.*



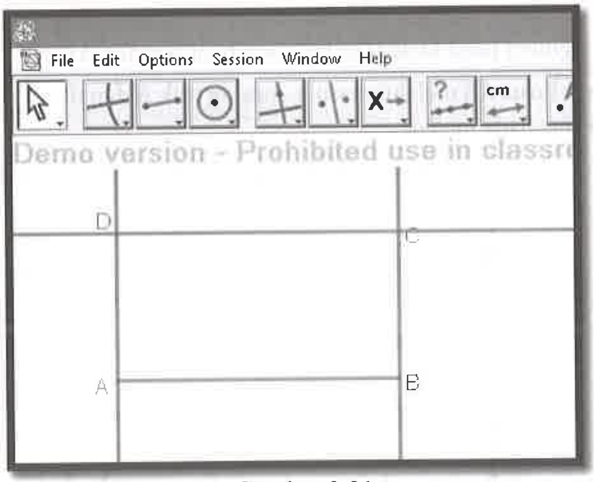
Gambar 3.29

3. Gunakan tombol *point on object* tentukan titik C pada garis tegak lurus AB melalui B.



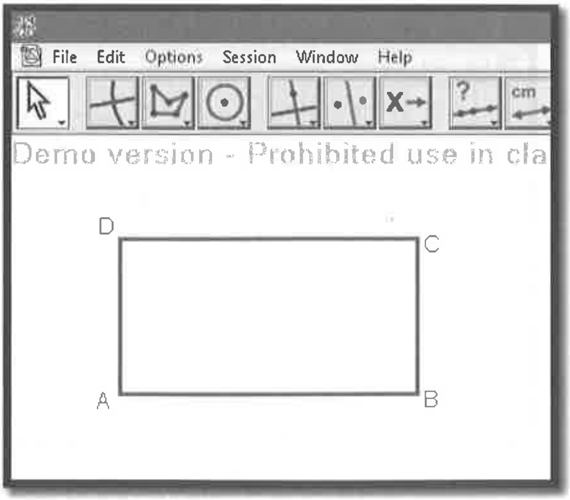
Gambar 3.30

4. Tentukan garis tegak lurus BC melalui C dengan memilih tombol *perpendicular line* pada *toolbar* hingga memotong garis tegak lurus AB yang melalui titik A. Kemudian tentukan titik potong garis tersebut dengan memilih tombol *intersection point* pada *toolbar* beri nama dengan titik D.



Gambar 3.31

5. Buat segi empat ABCD dengan memilih tombol *polygon*, kemudian sembunyikan garis-garis tegak lurus menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*. Segiempat ABCD adalah sebuah persegi panjang.

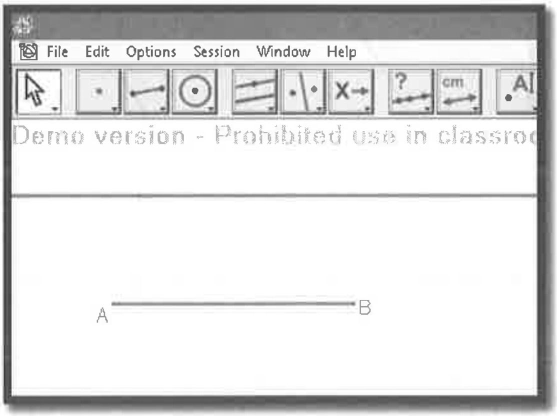


Gambar 3.32

L. MELUKIS JAJARAN GENJANG

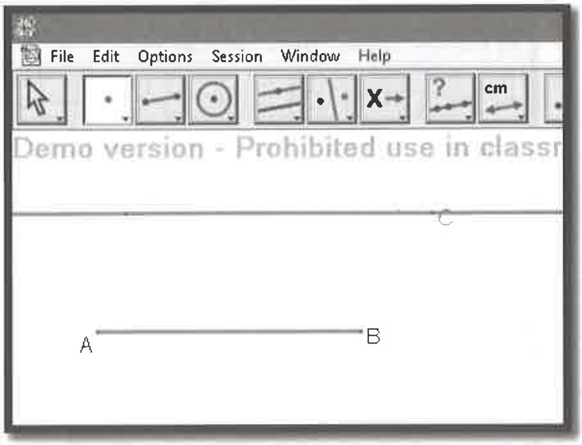
Untuk melukis sebuah jajaran genjang ABCD dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *segment* pada *toolbar* untuk membuat segmen AB
2. Buat garis sejajar dengan segmen AB dengan memilih tombol *parallel line* pada *toolbar.*



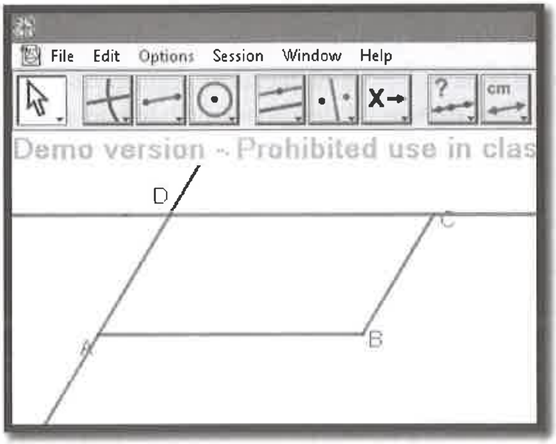
Gambar 3.33

3. Tentukan titik C pada garis sejajar tersebut dengan memilih tombol *point on object* pada *toolbar.*



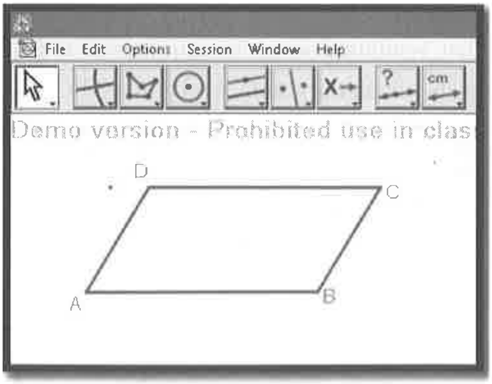
Gambar 3.34

4. Gunakan tombol *segment* pada *toolbar* buat segmen BC. Kemudian tentukan garis sejajar BC melalui titik A menggunakn tombol *parallel line* pada *toolbar*. Selanjutnya, tentukan titik potong garis sejajar tersebut dengan garis yang sejajar segmen AB menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar*, namai dengan titik D.



Gambar 3.35

5. Buatlah segiempat ABCD dengan memilih tombol *polygon* pada *toolbar*. Kemudian sembunyikan garis-garis diluar segiempat tersebut dari lembar kerja *cabri II plus* menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*. Segiempat ABCD adalah sebuah jajaran genjang.

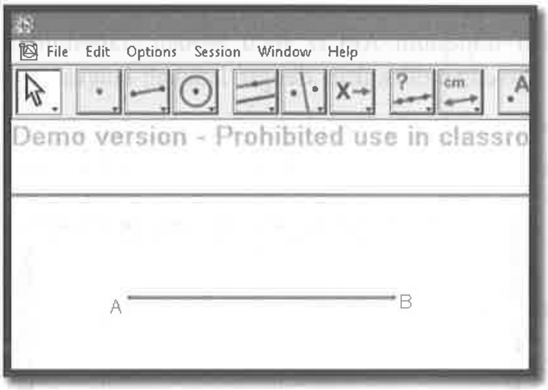


Gambar 3.36

M. MELUKIS TRAPESIUM SEMBARANG

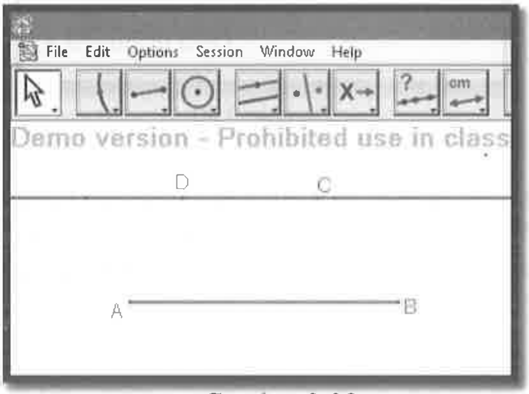
Untuk melukis sebuah trapesium ABCD dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *segment* pada *toolbar* untuk membuat segmen AB.
2. Buat garis sejajar segmen AB menggunakan tombol *parallel line* pada *toolbar.*



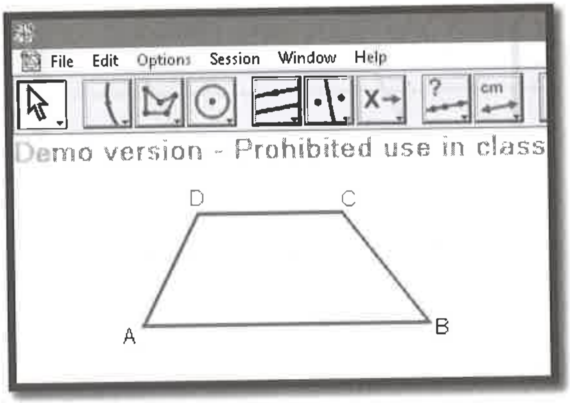
Gambar 3.37

3. Gunakan tombol *point on object* pada *toolbar* tentukan titik C dan D pada garis sejajar tersebut.



Gambar 3.38

4. Buatlah segi empat melalui titik A, B, C dan D dengan menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar.* Kemudian, sembunyikan garis sejajar tersebut dari lembar kerja *cabri II plus.* Segiempat ABCD adalah sebuah trapesium sembarang ABCD.

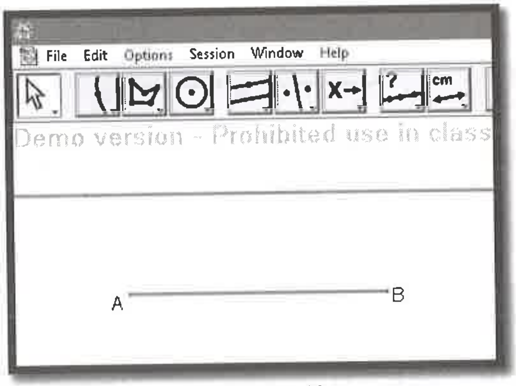


Gambar 3.39

N. MELUKIS TRAPESIUM SIKU-SIKU

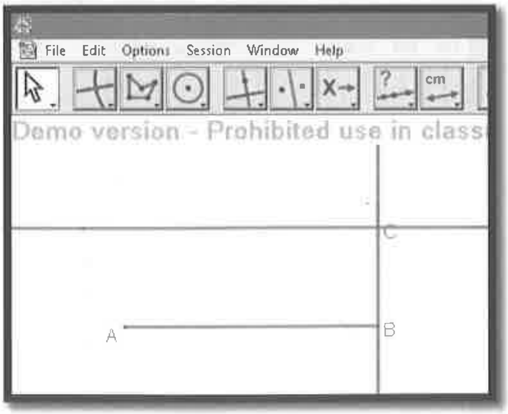
Untuk melukis sebuah trapesium ABCD yaitu sebuah trapesium siku-siku di B dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *segment* pada *toolbar* untuk membuat segmen AB.
2. Buat garis sejajar dengan segmen AB dengan memilih tombol *parallel line* pada *toolbar.*



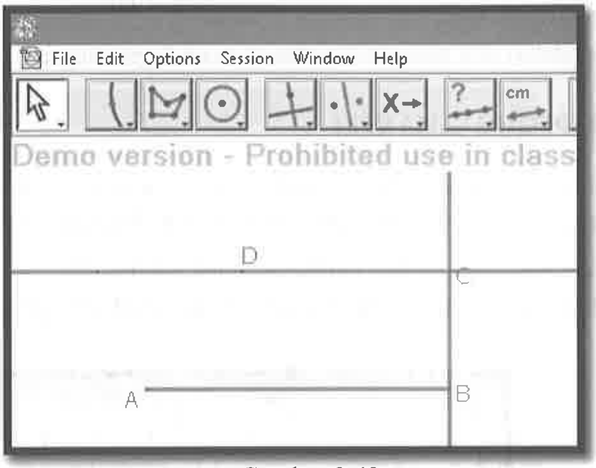
Gambar 3.40

3. Buatlah garis tegak lurus segmen AB melalui titik B dengan memilih tombol *perpendicular line* pada *toolbar*. Tentukan titik potong garis tegak lurus tersebut dengan garis sejajar AB dengan memilih tombol *intersection point* pada *toolbar* beri nama dengan titik C.



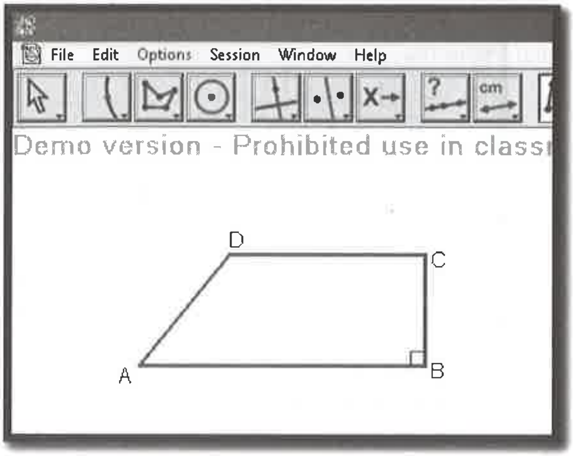
Gambar 3.41

4. Gunakan tombol *point on object* tentukan titik D pada garis sejajar AB.



Gambar 3.42

5. Buatlah segi empat ABCD dengan menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar*, kemuddian sembunyikan unsur yang ada dilembar kerja *cabri II plus* kecuali segiempat tersebut dengan memilih tombol *hide/show* pada *toolbar*.
6. Buatlah tanda siku pada titik B menggunakan tombol *mark angle* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut titik A, B kemudian titik C.



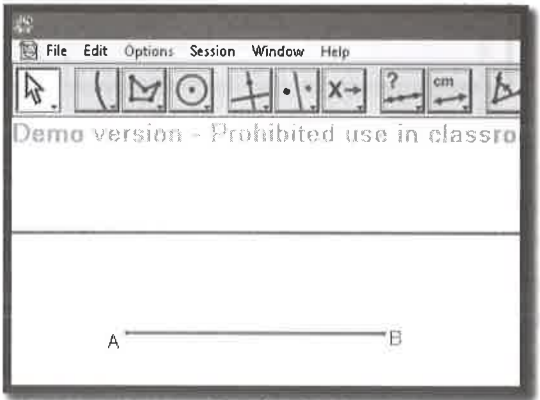
Gambar 3.43

7. Segiempat ABCD adalah trapesium siku-siku di titik B dan C.

O. MELUKIS TRAPESIUM SAMA KAKI

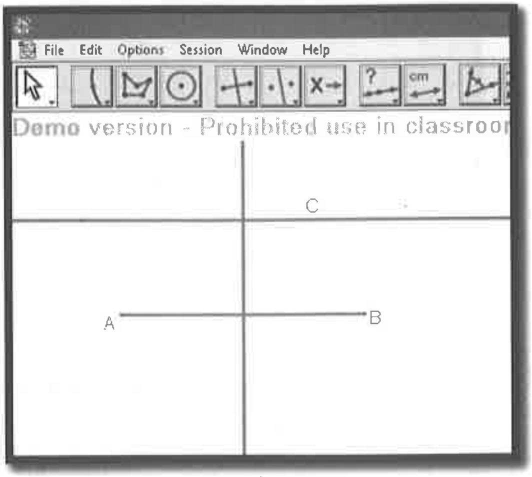
Untuk melukis sebuah trapesium ABCD yaitu sebuah trapesium sama kaki di titk A dan B dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *segment* pada *toolbar* untuk membuat segmen AB.
2. Buat garis sejajar segmen AB menggunakan tombol *parallel line* pada *toolbar.*



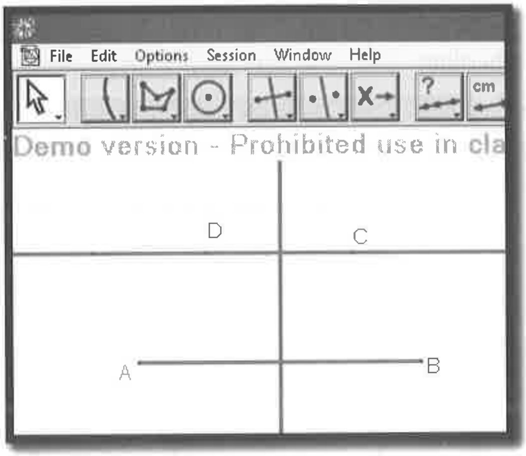
Gambar 3.44

3. Tentukan titik C pada garis sejajar tersebut dengan memilih tombol *point on object* pada *toolbar*. Kemudian buat garis tegak lurus segmen AB dan melalui titik tengah AB menggunakan tombol *perpendicular bisector.*



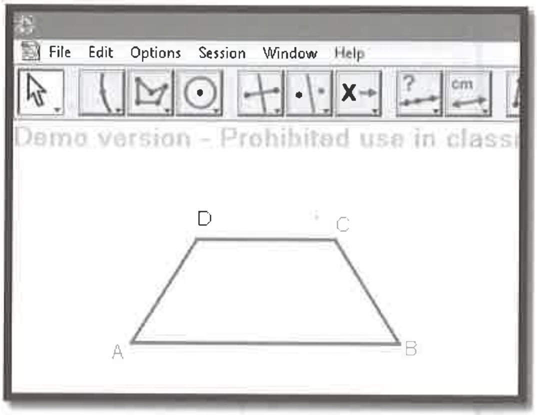
Gambar 3.45

4. Refleksikan titik C dengan garis tegak lurus tersebut menggunakan tombol *reflection* pada *toolbar*,klik titik C dan garis tegak lurus tersebut, beri nama titik refleksi dengan titik D.



Gambar 3.46

5. Buat segiempat ABCD dengan memilih tombol *polygon* pada *toolbar*, kemudian sembunyikan unsur lain kecuali segiempat ABCD dengan memilih tombol *hide/show* pada *toolbar*. Segiempat ABCD adalah trapesium sama kaki.

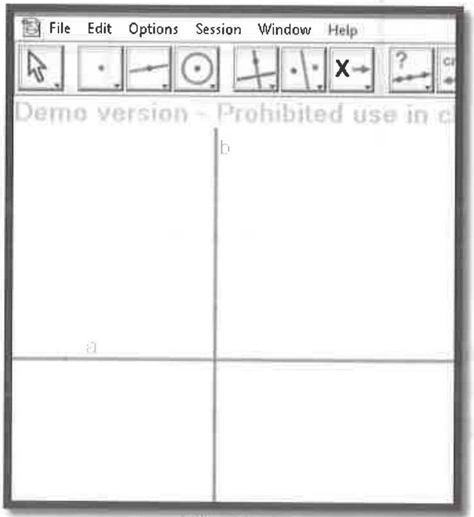


Gambar 3.47

P. MELUKIS BELAH KETUPAT

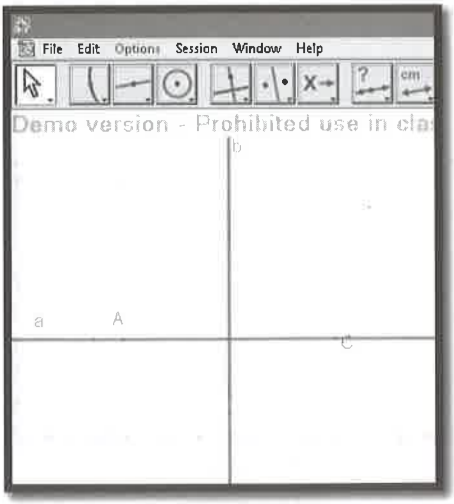
Untuk melukis sebuah belah ketupat ABCD dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *line* pada *toolbar* untuk garis namai dengan garis *a*.
2. Gunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar* buatlah sebuah garis tegak lurus dengan garis *a* namailah garis *b*.



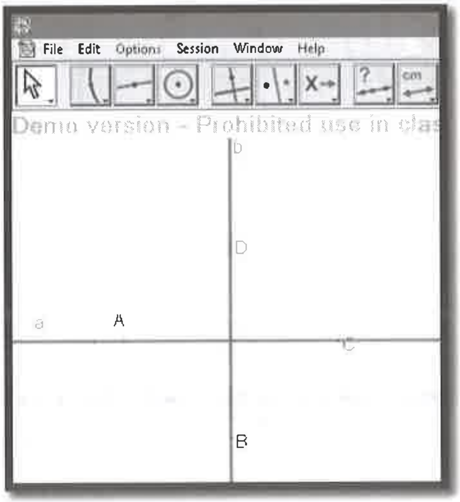
Gambar 3.48

3. Tentukan sebuah titik A pada garis *a* menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar*. Kemudian, dengan menggunakan tombol *reflection* pada *toolbar* cerminkan titik A pada garis *b*, beri nama titik cermin itu dengan titik C.



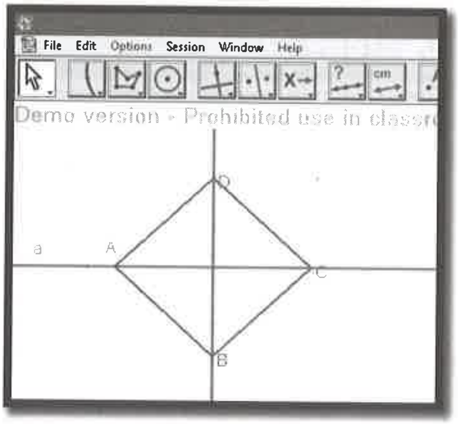
Gambar 3.49

4. Tentukan sebuah titik B pada garis *b* menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar*. Kemudian, dengan menggunakan tombol *reflection* pada *toolbar* cerminkan titik B pada garis *a*, beri nama titik cermin itu dengan titik D.



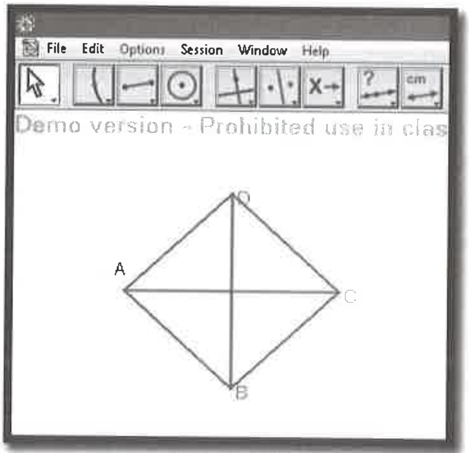
Gambar 3.50

5. Buatlah segiempat ABCD dengan memilih tombol *polygon* pada *toolbar.*



Gambar 3.51

6. Buatlah segmen AC dan BD menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.* Kemudian sembunyikan garis *a* dan *b* dengan memilih tombol *hide/show* pada *toolbar.* Segiempat ABCD merupakan sebuah belah ketupat.

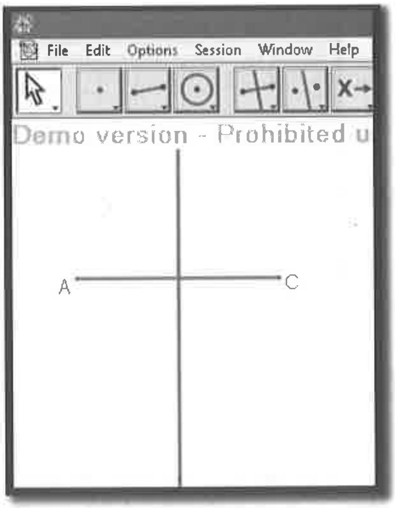


Gambar 3.52

Q. MELUKIS LAYANG-LAYANG

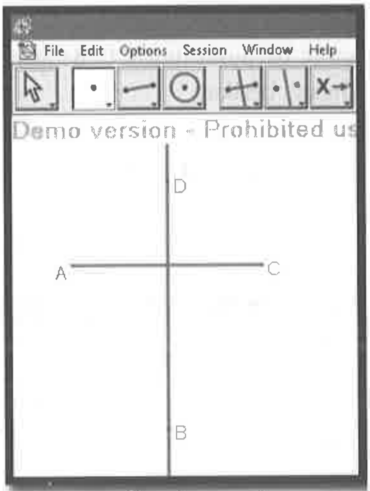
Untuk melukis sebuah layang-layang ABCD dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *segment* pada *toolbar* untuk membuat segmen AC.
2. Buat garis tegak lurus segmen AC menggunakan tombol .*perpendicular bisector* pada *toolbar.*



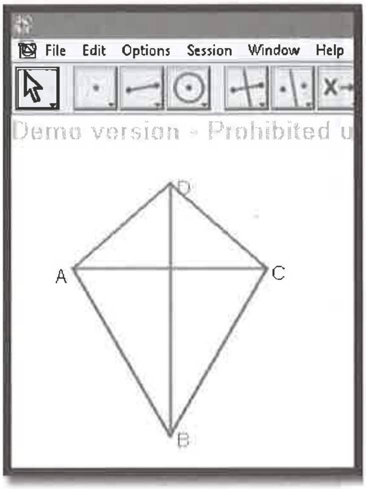
Gambar 3.53

3. Tentukan titik B di bawah segmen AC dan D di atas segmen AC masing-masing pada garis tegak lurus tersebut menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar.*



Gambar 3.54

4. Buat segiempat ABCD dengan memilih tombol *polygon* pada *toolbar*. Kemudian, buat segmen BD menggunakn tombol *segment* pada *toolbar*. Langkah selanjutnya Sembunyikan garis tegak lurus AC menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*. Segiempat ABCD adalah sebuah layang-layang.

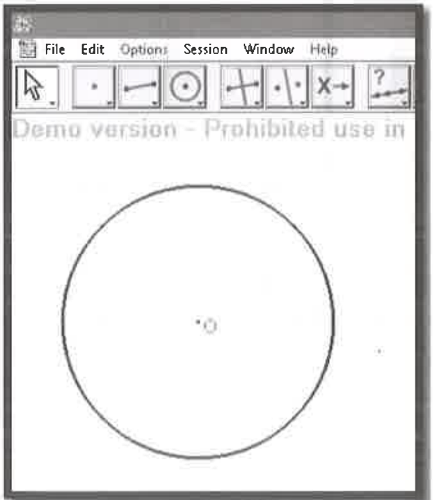


Gambar 3.55

R. MELUKIS LINGKARAN

Untuk melukis sebuah lingkaran berpusat dititik O dengan menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih tombol *circle* pada *toolbar.*
2. Klik pada lembar kerja *cabri II plus,* dengan menggunakan *key board* namai titik pusat dengan titik O.
3. Geser *pointer* sejauh jari-jari yang diinginkan, kemudian tekan klik.

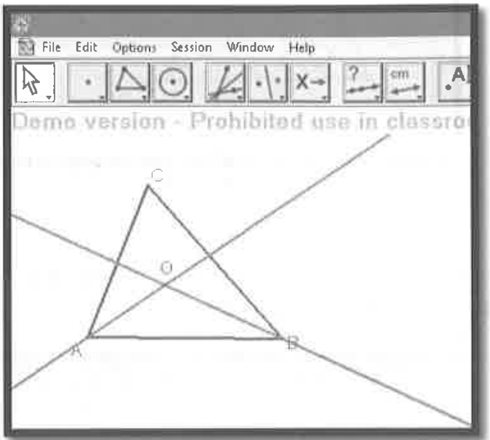


Gambar 3.56

5. MELUKIS LINGKARAN DALAM SEGITIGA

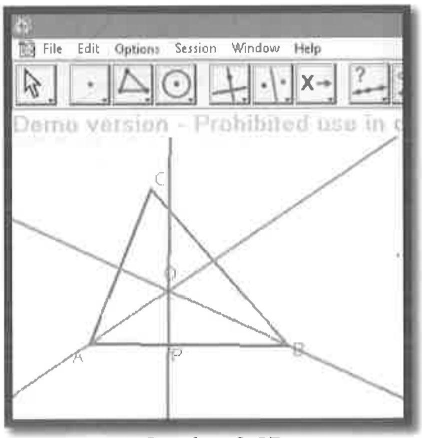
Untuk melukis sebuah lingkaran dalam segitiga ABC menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Buatlah segitiga sembarang ABC menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar.*
2. Tentukan garis bagi sudut A menggunakan tombol *angle bisector* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut titik B, A kemudian titik C.
3. Lakukan dengan cara yang sama untuk menentukan garis bagi sudut B.
4. Gunakanlah tombol *intersection point* pada *toolbar* untuk menentukan titik potong kedua garis tersebut, beri nama titik potong itu dengan titik O.



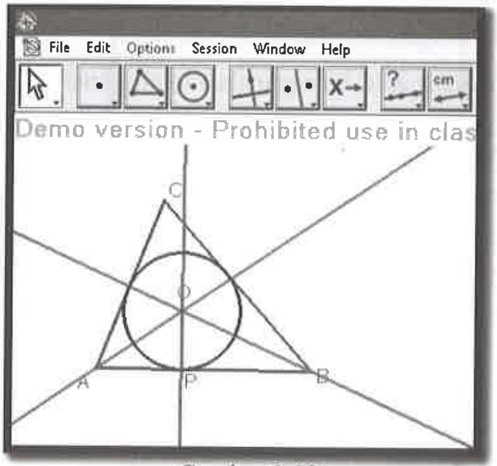
Gambar 3.57

5. Buatlah garis tegak lurus AB melalui titik O menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar*, klik titik O kemudian klik segmen AB.
6. Tentukan titik potong garis tegak lurus tersebut dengan segmen AB menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar*. Namai titik potong tersebut dengan titik P.



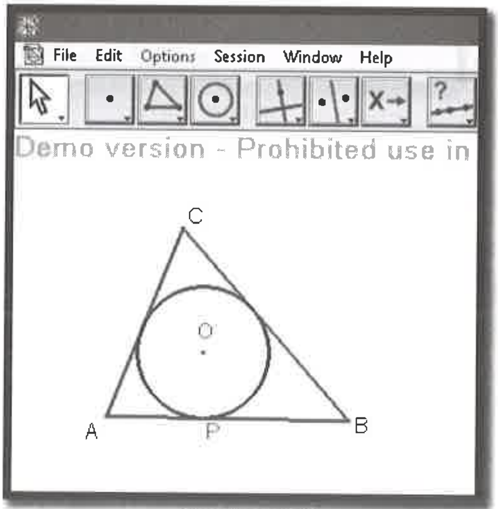
Gambar 3.57

7. Buatlah lingkaran dengan pusat di titik O dan jari-jari sepanjang OP menggunakan tombol *circle* pada *toolbar*, klik berturut-turut titik O kemudian titik P.



Gambar 3.58

8. Hilangkan unsur-unsur yang ada pada gambar 3.58 keculai segitiga ABC dan lingkaran menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar.*

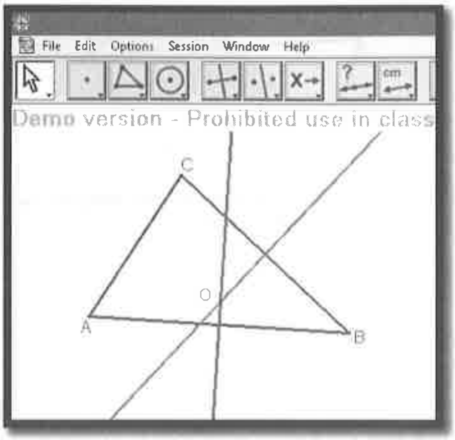


Gambar 3.59

T. MELUKIS LINGKARAN LUAR SEGITIGA

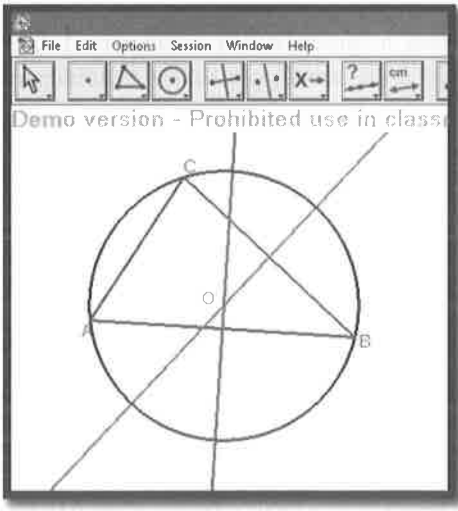
Untuk melukis sebuah lingkaran luar segitiga ABC menggunakan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Buatlah segitiga sembarang ABC menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar.*
2. Tentukan garis sumbu terhadap sisi AB menggunakan tombol *perpendicular bisector* pada *toolbar*, klik segmen AB.
3. Lakukan dengan cara yang sama untuk menentukan garis sumbu terhadap segmen BC.
4. Gunakanlah tombol *intersection point* pada *toolbar* untuk menentukan titik potong kedua garis tersebut, beri nama titik potong itu dengan titik O.



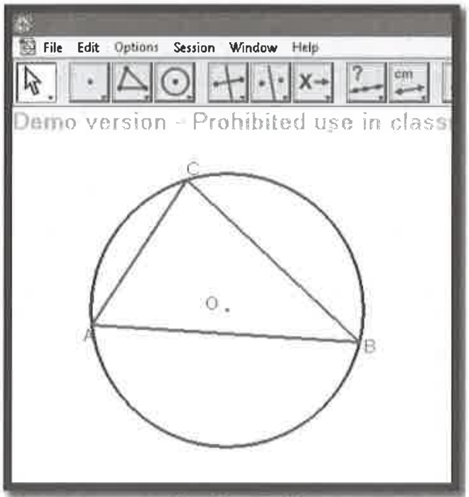
Gambar 3.60

5. Buatlah lingkaran dengan pusat di titik O dan jari-jari sepanjang OA menggunakan tombol *circle* pada *toolbar*, klik berturut-turut titik O kemudian titik A.



Gambar 3.61

6. Hilangkan unsur-unsur yang ada pada gambar 3.61 keculai segitiga ABC dan lingkaran menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar.*



Gambar 3.62

BAB 4

CABRI II PLUS UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS

A. PENGERTIAN PEMBUKTIAN MATEMATIS

Geometri merupakan bagian yang tak terpisahkan dalam pembelajaran matematika. Akan tetapi, perkembangan geometri pada pembelajaran geometri saat ini kurang berkembang. Salah satu penyebabnya adalah kesulitan siswa dalam membentuk konstruksi nyata secara teliti dan akurat, adanya anggapan bahwa untuk melukis bangun geometri memerlukan ketelitian dalam pengukuran dan memerlukan waktu yang lama, serta tidak jarang siswa mengalami kesulitan dalam proses pembuktian. Sementara itu, melukis memainkan peranan yang penting dalam pembelajaran geometri di sekolah karena lukisan geometri menghubungkan antara ruang fisik dan teori. Jika dikaji lebih lanjut mengenai kaitan antara objek-objek geometri yang abstrak dengan kesulitan siswa dalam belajar geometri, maka akan muncul dugaan bahwa sesungguhnya terdapat masalah dalam pembelajaran geometri di sekolah berkaitan dengan pembentukan konsep-konsep yang abstrak. Mempelajari konsep yang abstrak tidak dapat dilakukan hanya dengan transfer informasi saja, tetapi dibutuhkan suatu proses pembentukan konsep melalui serangkaian aktivitas yang dialami langsung oleh siswa. Rangkaian aktivitas pembentukan konsep abstrak tersebut selanjutnya disebut proses abstraksi.

Seiring perkembangan teknologi saat ini telah berkembang jenis alat peraga baru yang dikenal dengan konsep alat peraga maya. Alat ini memiliki karakteristik benda-benda semi kongkrit dan dapat dimanipulasi langsung oleh siswa dalam kegiatan pembelajaran. Contohnya jenis *Dynamic Geometry Software* (perangkat lunak geometri dinamis). Dengan demikian penggunaan teknologi berupa *software* telah dapat membantu meningkatkan kemampuan matematis siswa, sehingga diharapkan dengan penggunaan *software cabri II plus* dalam pembelajaran geometri juga akan mengembangkan kemampuan pembuktian matematis.

Mempelajari matematika berarti akan mempelajari juga cabang dari matematika yaitu ilmu geometri. Semua yang ada di alam ini merupakan bangun geometri, sehingga matematika melalui cabangnya ilmu geometri mempelajari tentang konsep yang terkandung dalam benda-benda yang ada di alam ini melalui konsep-konsep geometri. Sehingga, pengkajian tentang pembelajaran geometri harus terus dikembangkan sehingga setiap pembelajar geometri mampu menganalisis benda-benda menjadi suatu konsep geometri dan dapat mengkonstruksi suatu pengetahuan geometri dengan pembuktian-pembuktian formal.

Akan tetapi, pembuktian matematis pada materi geometri akhir-akhir ini menjadi kendala sehingga dirasakan kurang berkembang. Kesulitan menganalisis sifat-sifat geomtri yang diwujudkan dalam bentuk teorema-teorema sehingga tercipta sebuah konsep banyak dialami oleh para siswa.

Menurut Bell (1987) Secara umum, sebuah pembuktian adalah sembarang argument atau presentasi dari bukti-bukti yang meyakinkan atau membujuk seseorang untuk menerima suatu keyakinan. Setidaknya enam kriteria yang dapat diidentifikasi untuk meyakinkan diri atau orang lain untuk menerima sebuah argumen sebagai pembuktian yang meyakinkan yaitu:

1. *Personal experience*

   Salah satu tipe pembuktian adalah *Personal experience* (pengalaman seseorang). Kejadian yang dialami siswa dapat dijadikan suatu keyakinan dalam membuktikan. Aktifitas melukis, memanipulasi dan mengekplorasi bangun geometri menjadi sebuah pengalaman nyata bagi para siswa yang sedang belajar geometri. Informasi yang didapatkan digunakan untuk membuktikan sebuah teorema secara formal.

2. *Acceptane of authority*

   Acceptane of authority merupakan cara lain untuk membuktikan kebenaran dari sebuah pernyataan. Kita dapat menerima suatu pendapat dari seorang pakar matematika yang sudah ahli di bidangnya. Biasanya dalam pembelajaran geometri ada beberapa teorema-teorema yang telah diungkapkan matematikawan geometri yang dapat kita jadikan sebagai acuan pembuktian. Tentunya sebuah teorema yang kita terima sebagai sebuah kebenaran hendaknya kita uji terlebih dahulu dengan mendasarkan pada pengetahuan yang kita miliki.

   Cabri II plus dapat mengkonstruksi sebuah teorema dalam bentuk gambar geometri beserta ukuran-ukuranya yang selanjutnya dapat dilakukan perhitungan-perhitungan sehingga suatu teorema dapat teruji dengan eksplorasi perhitungan. Atas dasar perhitungan yang telah dilakukan kita dapat meyakinkan teorema yang hendak kita gunakan dalam pembuktian.

3. *Observation*s of intances

   Beberapa orang menerima *observations of intances* sebagai argumen yang bersifat umum.

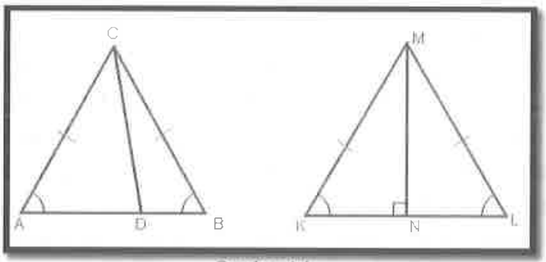
   Sebagai contoh, sebuah argumen dari pernyataan yang salah "seorang guru mengungkapkan bahwa besar nilai dari bilangan atau $\pi = \frac{22}{7}$ atau $\pi = 3{,}14$".

   Seorang siswa biasanya menerima begitu saja argumen dari seorang guru karena menganggap semua yang dikatakan oleh guru sebagai sebuah kebenaran. Memang tidak dapat disalahkan karena siswa secara inten semenjak dari SD hingga SMA informasi itu sering siswa dapat secara berulang-ulang. Sehingga, siswa tingkat SD dan SMP yang dan banyak di siswa SMA ataupun mahasiswa menggunakan *observations of instances* sebagai bukti yang bersifat umum. Jika dalam pengalaman mereka ditemukan sebuah pernyataan yang kuat, maka mereka menerima pernyataan tersebut sebagai sebuah kebenaran. Padahal pernyataan yang diungkapkan guru bahwa $\pi = \frac{22}{7}$ atau $\pi = 3{,}14$ kurang atau kurang tepat sebagaimana π adalah sebuah perbandingan antara keliling lingkaran dengan diameternya. Sebuah bilangan π seharusnya dituliskan $\pi = \frac{K}{d} \approx \frac{22}{7}$ atau $\pi = \frac{K}{d} \approx 3{,}14$.

4. *Lack of a counterexample*

Lack of a counterexample untuk sebuah argumen adalah sebuah metode keempat yang digunakan seseorang untuk membuktikan kebenaran dari sebuah pernyataan atau teorema. Siswa cenderung menggunakan metode ini untuk membuktikan kebenaran dengan cara mereka yang berbeda agar dapat menyelesaikan secara pasti masalah yang berkaitan. Jika siswa tidak mampu untuk menemukan sebuah alasan, metode ini cukup memberikan jawaban yang salah maka argumen ini seharusnya menjadi aturan yang benar. Seperti contoh untuk membuktikan sebuah pernyataan "semua bilangan prima adalah bilangan ganjil". Jika siswa menggunakan metode dengan mendata bilangan prima maka siswa mengalami kesulitan. Sehingga siswa cukup menunjukkan contoh yang salah untuk membuktikan pernyataan tersebut. Siswa dapat mengungkapkan bahwa 2 adalah bilangan prima, akan tetapi 2 adalah bilangan genap sehingga pernyataan itu salah. Artinya, tidak semua bilangan prima adalah bilangan ganjil.

Pada geometri terdapat sebuah pernyataan "dua buah segitiga yang memiliki dua pasang sisi yang sama dan satu sudut yang sama maka segitiga tersebut saling kongruen". Biasanya siswa menerima pernyataan ini dengan menuliskan dua buah segitiga saling kongruen dengan syarat (S.Sd.S), (S.S. Sd), (Sd.Sd.S) dan (S.S.S). Yang menjadi permasalahan adalah untuk syarat (S.S.Sd) atau (Sd.Sd.S) kerena ada kondisi bahwa syarat tersebut tidak berlaku. Lihat gambar berikut ini.



Gambar 4.1

>>Lihat ΔKNM dan ΔLNM

MN =NM (Berimpit)

KM = LM (ΔKLM adalah segitiga sama kaki)

$\angle MKN = \angle MLN$ (ΔKLM adalah segitiga sama kaki)

$\therefore \Delta KNM \cong \Delta LNM$ (S.S.Sd) atau (Sd.S.S)

Terlihat dua buah segitiga itu saling kongruen karena keduanya memiliki bentuk yang sama yaitu segitiga siku-siku. Tapi berbeda pada ΔADC dan ΔBDC.

>>Lihat ΔADC dan ΔBDC

CD = DC (Berimpit)

AC = BC (ΔABC adalah segitiga sama kaki)

$\angle CAD = \angle CBD$ (ΔABC adalah segitiga sama kaki)

$\therefore \Delta ADC \cong \Delta BDC$ (S.S.Sd) atau (Sd.S.S)

Jika kita mengacu pada syarat (S.S.Sd) atau (Sd.S.S) maka ΔADC dan ΔBDC dua buah segitiga yang saling kongruen. Akan tetapi tidak mungkin dua buah segitiga yang saling kongruen memiliki bentuk yang berbeda yaitu ΔADC adalah sebuah segitiga lancip sedangkan ΔBDC sebuah segitiga tumpul. Sehingga terdapat pengecualian untuk syarat (S.S.Sd) atau (Sd.S.S) dalam membuktikan dua buah segitiga saling kongruen.

5. ***The usefulness of result***

Metode kelima untuk membuktikan sebuah argumen atau keadaan adalah dengan *the usefulness of result*. Sebuah bagian dari cabang matematika yang disebut persamaan diferensial yang dikembangkan di awal tahun 1900-an sebagai alat di bidang ilmu dan rekayasa (permesinan). Beberapa dari aturan yang dikembangkan untuk menyelesaikan persamaan diferensial, diterima dan digunakan karena mereka dapat menjadi penyelesaian untuk matematika pada masalah dibidang fisika. Bahkan tidak ada pembuktian matematika yang tidak valid secara prinsip menurut aturannya, mereka dipikirkan agar menjadi kebenaran karena mereka memberikan tujuan yang bermanfaat.

Bidang geometri juga dapat digunakan untuk aplikasi bidang yang lain. Seperti contoh dalam bidang teknik sipil, seorang pekerja bangunan menggunakan teorema Pyhitagoras untuk menentukan kondisi dinding yang saling siku dengan menggunakan perbandingan sisi sehingga membentuk segitiga siku-siku. Artinya sebuah kebenaran dapat ditentuntakan dari manfaat atau dapat diaplikasikan pada ilmu lain.

6. *Deductive argument.*

Metode keenam dalam pembuktian yaitu *deductive argument* yang merupakan metode paling banyak diterima dengan baik dalam pembuktian matematika. Apabila ada sebuah pernyataan atau keyakinan yang berlandaskan pada salah satu dari kelima metode yang sebelumnya (*personal experience, acceptance of authority, observations of instances, lack of a counter-example,* dan *usefulness of result*) menyatakan salah maka argument terkuat ada pada *deductive argument.* Bagaimanapun, sebuah kesimpulan yang berlandaskan pada *deductive argument* dan menyatakan kebenaran maka hasilnya adalah benar.

Pada bidang geometri, pembuktian dengan *deductive argument* banyak digunakan. Bahkan, hamper semua pembuktian meteri geometri menggunakan metode ini dimana sebuah teorema dibuktikan dengan menggunakan teorema-teorema sebelumnya. Sebagai contoh untuk membuktian teorema luas daerah segitiga mengacu pada teorema luas daerah persegi panjang yang sudah dibuktikan terlebih dahulu.

Menurut Setya Budi (2006) untuk membuktikan sebuah pernyataan $p \to q$ bernilai benar jika p bernilai benar untuk p dan q adalah sebuah pernyataan matematis dapat dilakukan dengan beberapa cara:

1. Pembuktian langsung

   Untuk metode pembuktian bentuk ini dapat dilakukan dengan mengasumsikan pernyataan p (sebagai sebab) bernilai benar. Kemudian dengan menggunakan pernyataan implikasi (Jika p maka q) perlihatkan bahwa untuk pernyataan q juga bernilai benar. Menurut logika matematika penarikan kesimpulan seperti itu disebut dengan penarikan kesimpulan dengan *silogisme*, yaitu:

$$\begin{array}{r} p \to q \\ \underline{q \to r} \\ \therefore p \to r \end{array}$$

Berikut contoh pembuktian langsung pada materi geometri:

Pernyataan		Nilai Kebenaran
Contoh 1: Buktikan bahwa Jika sebuah segitiga memiliki dua buah sisi yang sama garis tinggi pada alas merupakan garis bagi sudut dan garis sumbu.		
Premis 1:	Jika sebuah segitiga memiliki dua buah sisi yang sama maka segitiga itu disebut segitiga sama kaki ($p \to q$)	Benar
Premis 2:	Jika ada sebuah segitiga sama kaki maka garis tinggi pada alas merupakan garis bagi sudut dan garis sumbu ($q \to r$)	Benar
Kesimpulan:	Jika sebuah segitiga memiliki dua buah sisi yang sama maka garis tinggi pada alas merupakan garis bagi sudut dan garis sumbu ($p \to r$)	Benar

Contoh 2: Buktikan bahwa Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku di titik B maka titik tengah AC adalah titik pusat lingkaran luar segitiga ABC.		
Premis 1:	Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku di titik B maka berlaku $AC^2 = AB^2 + AC^2$ ($p \rightarrow q$)	Benar
Premis 2:	Jika pada segitiga ABC berlaku $AC^2 = AB^2 + AC^2$ maka titik tengah AC adalah titik pusat lingkaran luar segitiga ABC ($q \rightarrow r$)	Benar
Kesimpulan:	Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku di titik B maka titik tengah AC adalah titik pusat lingkaran luar segitiga ABC ($p \rightarrow r$)	Benar
Contoh 3: Jika segiempat ABCD memiliki pusat lingkaran luar maka jumlah sudut yang berhadapan sama dengan 180^0.		
Premis 1:	Jika segiempat ABCD memiliki pusat lingkaran luar maka segiempat itu disebut segiempat talibusur ($p \rightarrow q$)	Benar
Premis 2:	Jika segiempat ABCD adalah segiempat talibusur maka jumlah sudut yang berhadapan sama dengan 180^0 ($q \rightarrow r$)	Benar
Kesimpulan:	Jika segiempat ABCD memiliki pusat lingkaran luar maka jumlah sudut yang berhadapan sama dengan 180^0 ($p \rightarrow r$)	Benar

2. Pembuktian tak langsung dengan kontrapositif

Pembuktian langsung dengan kontrapositif yaitu sebuah pernyataan $\neg q \rightarrow \neg p$ Sehingga pembuktian kontrapositif dilakukan dengan membuktikan secara langsung bahwa $\neg q$ benar maka $\neg p$ juga benar. Berikut contoh pembuktian materi geometri dengan menggunakan pembuktian kontrapositif: "Buktikan jika garis *a* // *b* dan garis *b* // *c* maka garis *a* // *b*"

Diketahui bahwa,

Premis 1 : garis *a* // *b* dan garis *b* // *c* ($p \rightarrow q$)

Premis 2 : garis a // b (r)

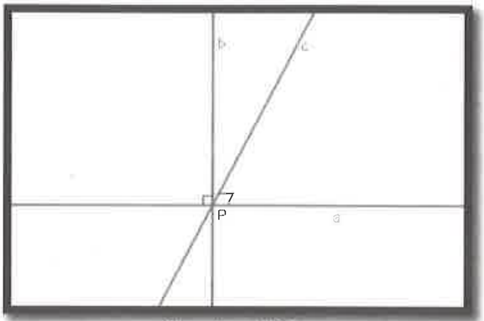
Mulailah dengan memisalkan *a* tidak sejajar garis *b* sehingga garis *a* berpotongan dengan garis *b* di titik P ($\neg r$). Sehingga menurut teorema *play fair* dapat ditarik satu garis sejajar *a* melalui titik P. Dan itu artinya garis *b* berpotongan dengan garis *c* di titik P { $p \wedge \neg q \equiv \neg(p \rightarrow q)$ }.

3. Pembuktian dengan kontradiksi

Pembuktian dengan kontradiksi dilakukan dengan memisalkan sebuah pernyataan yang ingin dibuktikan adalah salah. Sehingga, jika menginginkan sebuah pembuktian pernyataan $p \rightarrow q$, maka terlebih dahulu mengasumsikan bahwa pernyataan $p \rightarrow q$ bernilai salah. Setelah memisalkan $p \rightarrow q$ bernilai salah jabarkan asumsi tersebut sehingga terdapat penyangkal asumsi tersebut. Berikut contoh pembuktian materi geometri dengan menggunakan pembuktian kontradiktif: "Buktikan bahwa hanya ada satu garis tegak lurus terhadap sebuah garis melalui sebuah titik"

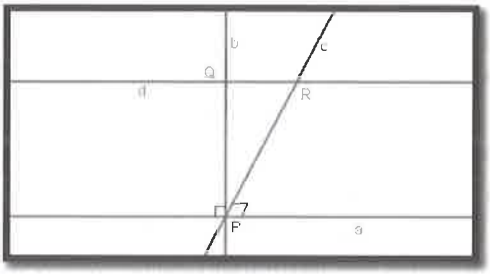
Bukti kontradiktif:

Misalkan terdapat dua buah garis $\perp a$ melalui titik P yaitu masing-masing garis c dan d seperti terlihat pada sketsa gambar berikut.



Gambar 4.2

Ambil sebuah titik Q pada garis b kemudian tentukan garis d // a melalui titik Q sehingga memotong garis c di titik R. Kerena garis a dan garis b berbeda maka terkonstruksi sebuah ΔABC. Seperti tampak pada sketsa gambar berikut.



Gambar 4.3

>> Lihat ΔABC

$\angle PQR = 90^0$ karena d // a dipotong oleh garis b sehingga membentuk sudut dalam sepihak.

$\angle PRQ = 90^0$ karena d // a dipotong oleh garis c sehingga membentuk sudut dalam sepihak.

Sehingga,

$\angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR = 90^0 + 90^0 + \angle QPR = 180^0 + \angle QPR > 180^0$

Hal tersebut bertentangan dengan teorema jumlah sudut dalam segitiga yaitu sama dengan 180^0. Artinya asumsi bahwa terdapat dua buah garis tegak lurus dengan garis *a* melalui titik P salah.

Kesimpulanya: Buktikan bahwa hanya ada satu garis tegak lurus terhadap sebuah garis melalui sebuah titik.

B. CONTOH PENERAPAN PEMBELAJARAN GEOMETRI DENGAN CABRI II PLUS DALAM MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS

Sebelum menyarankan strategi yang berguna untuk mengajarkan siswa bagaimana membangun pembuktian, alangkah baiknya untuk membahas beberapa strategi sederhana yang biasa digunakan di dalam kelas matematika. Sejak pusat aktivitas dalam berbagai pelajaran geometri sekolah menengah merupakan pembuktian teorema dan karena guru-guru geometri merasa wajib untuk memenuhi banyaknya jumlah materi, beberapa guru menggunakan strategi sederhana dalam rangka mempercepat pembelajaran pembuktian. Siswa belajar cukup alami dalam mengkonstruksi pembuktian secara perlahan dan kurang efisien. Banyak dari pembuktian valid mereka yang tidak tersusun secara rapih, walaupun ini alami. Pembuktian dari matematikawan-pun tidak tersusun secara rapih sampai mereka menuliskannya kembali untuk digunakan sebagai catatan kuliah atau publikasi dalam buku atau jurnal.

Salah satu aturan dalam pembelajaran geometri di kelas adalah bagaimana siswa mengungkapkan bukti dengan adanya fakta-fakta. Sebuah bukti akan diterima secara logis apabila sesuai dengan definisi, aksioma dan teorema sebebelunya. Menurut Mariotti (2006) Untuk membantu siswa memahami logika pengembangan bukti menggunakan ide-ide yang dimiliki oleh siswa diperlukan sebuah media yang dapat menggambarkan situasi dari sebuah teorema.

Dalam upaya untuk siswa dapat menulis pembuktian secara rapih dalam waktu singkat, beberapa guru membutuhkan siswa untuk mengikuti .daftar terurut dari instruksi ketika membuktikan teorema. sebuah contoh daftar seperti berikut:

1. Gambarkan dengan menggunakan *cabri II plus* pernyataan suatu aksioma.
2. Tentukan pembenaran dari aksioma
3. Tuliskan langkah-langkah yang terkait dengan bukti

Dibawah ini adalah contoh pebuktian dari sebuah teorema yang kemudian di konstruksi dengan menggunakan *cabri II plus* dan siswa kemudian menentukan nilai kebenaran dari sebuah teorema tersebut. Berikut disajikan tabel pembuktian postulat geometri yang dapat diterapkan dalam pembelajaran geometri.

Tabel 4.1 Pembuktian Postulat Geometri dengan *Cabri II Plus*

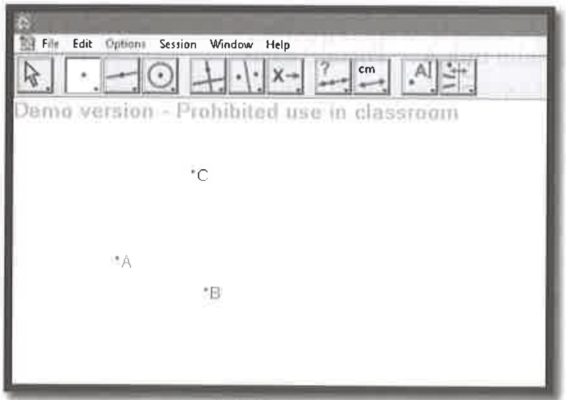
No.	Pernyataan	Pembenaran (jastifikasi)	Konstruksi di Cabri dan terkait langkah-langkah dalam bukti
1	A, B dan C adalah titik-titik yang tidak segaris (*non colinear*)	Diberikan	Gambarkan titik-titik A, B dan C yang tidak dalam satu garis (1)
2	Garis yang melalui titik A dan B ada	Postulat garis	Gambarkan Garis yang melalui titik A dan B (2)
3	Segmen AB ada	Definisi segmen garis	Gambarkan segmen AB (3)
4	Jika M adalah titik tengah segmen AB	Teorema titik tengah	Temukan titik tengah M pada segmen AB (4)
No.	Pernyataan	Pembenaran (jastifikasi)	**Konstruksi di Cabri dan terkait langkah-langkah dalam bukti**
5	Garis yang melalui titik C dan M ada	Postulat garis	Gambarkan Garis yang melalui titik C dan M (5)
6	CM = r, r>0	Postulat jarak	
7	Misalkan 0 dan r dari masing-masing titik C dan M	Postulat tempat kedudukan dan kuasa titik	Menggunakan busur, lingkaran dan pemindahan ukuran (perlu menemukan panjang CM langsung atau tidak langsung) (6)
8	Misalkan D terletak pada CM sehingga yang koordinat D adalah 2r.	Postulat kuasa titik	Gambar titik D pada CM (8)
9	0 < r < 2r	Sifat bilangan real	Pastikan bahwa M adalah titik tengah dari CD. (10, 12)
10	C-M-D	Teorem antara pertama	
11	*CM = DM.*	Sifat Transitif	
12	M adalah titik tengah segmen CM	Definisi titik tengah	
13	Segmen AB dan CD membagi dua satu sama lain	Definisi pembagian	

Berikut disajikan beberapa contoh langkah-langkah pembuktian dengan menggunakan *cabri II plus* dalam pembelajaran.

Contoh Pembelajaran 1

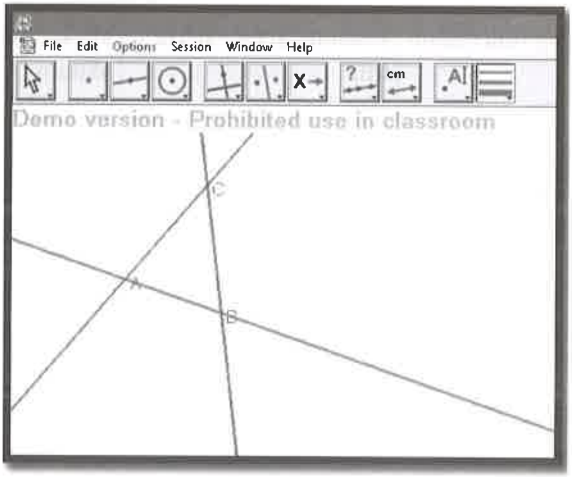
Menjastifikasi postulat garis dengan diberikan tiga buah titik A, B dan C

1. Buka *cabri II plus* dengan tobol *point* pada *toolbar.* Tentukan titik A, B dan C.



Gambar 4.4

2. Dari gambar terlihat bahwa titik A, B dan C ada. Untuk menentukan bahwa ketiga buah titik itu tidak segaris siswa dapat membuat garis dengan menekan tombol *line* pada *toolbar* klik pada masing-masing dua buah titik yang tersedia.



Gambar 4.5

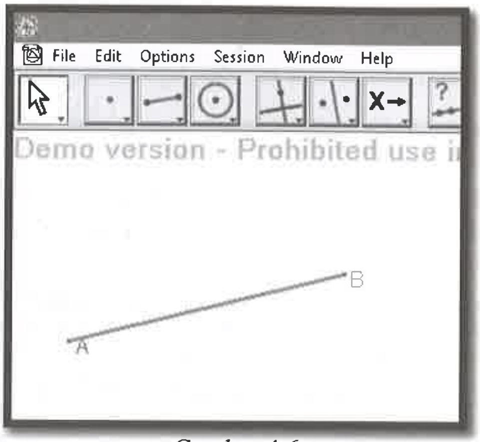
3. Terlihat bahwa ketiga buah titik tersebut tidak terletak pada satu garis atau *noncolinear.* Siswa dapat menuliskan pada kolom justifikasi bahwa terdapat tiga buah titik yang *noncolinear.*
4. Dari gambar 4.5 siswa juga dapat menyimpulkan dan menuliskan pada kolom justifikasi bahwa dua buah titik hanya dapat ditarik sebuah garis lurus.

5. Selain itu, siswa juga dapat membenarkan bahwa segmen AB itu ada yaitu terletak pada garis sudah di buat dan menuliskanya pada kolom justifikasi seterusnya sesuai dengan apa yang ada di dalam tabel.
6. Kemudian, setelah semua siswa melakukan konstruksi yang sama di cabri II plus, siswa diminta untuk membandingkan langkah-langkah konstruksi dengan pernyataan dan pembenaran bukti, yang memimpin mereka untuk menyertakan nomor langkah bukti (diberikan dalam kurung) setelah setiap kalimat dan yang membantu mereka memahami hubungan antara bukti dan konstruksi.

Contoh Pembelajaran 2

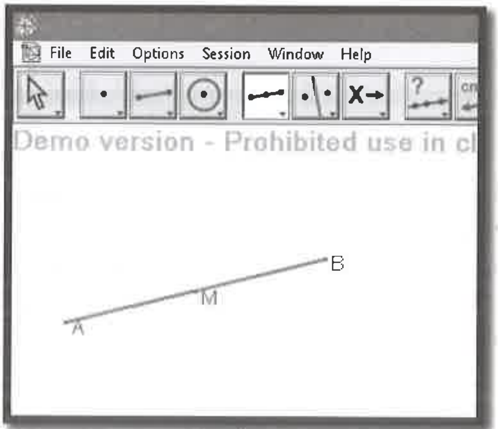
Menjastifikasi definisi segmen denagan diberikan segmen AB

1. Siswa dapat menggambarkan segmen AB menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*.



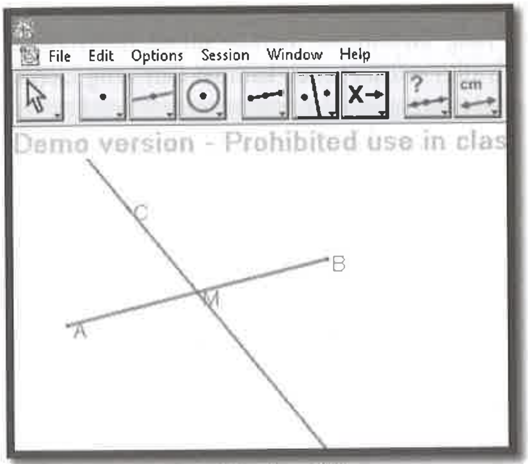
Gambar 4.6

2. Gunakan tombol *midpoint* pada *toolbar* dengan mengklik masing-masing titik A dan B untuk menentukan titik tengah AB beri nama titik M. Siswa dapat menuliskan pada kolom justifikasi bahwa titik tengah suatu segmen itu ada.



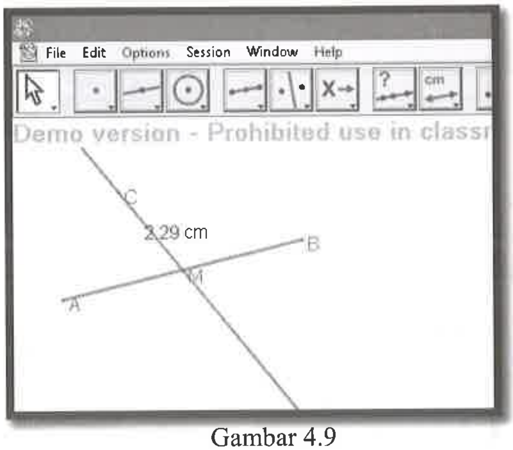
Gambar 4.7

3. Selanjutnya siswa dapat membuat sebuah titik C di luar segmen AB dengan tombol *point* pada *toolbar*, dilanjutkan membuat sebuah garis yang melalui titik M dan C mengggunakan tombol *line* pada *toolbar.* Siswa dapat menuliskan pada kolom jastifikasi bahwa garis yang melalui titik M dan titik C itu ada.



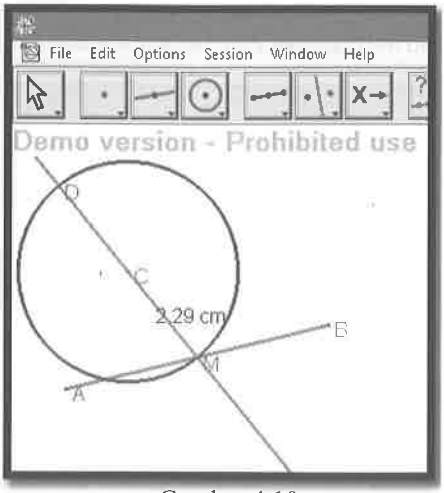
Gambar 4.8

4. Tentukan panjang segmen AB menggunakan tombol *distance and length* pada *toolbar.* Siswa dapat mengisikan pada kolom justifikasi jika jarak misalnya "r" itu ada dan jarak antara titik M dan C lebih dari 0 sehingga r>0.



Gambar 4.9

5. Selanjutnya siswa dapat menentukan sebuah titik D pada garis yang melalui MC sehingga jaraknya 2r. Untuk memastikan bahwa jarak titik M ke titik D 2r diperlukan sebuah busur lingkaran. Sehingga, dengan menggunakan tombol *circle* pada *toolbar* siswa dapat membuat sebuah lingkaran dengan pusat titik C dengan jari-jari CM. Siswa dapat menuliskan pada kolom justifikasi bahwa jarak r akan terletak 0<r<2r.



Gambar 4.10

6. Dan seterusnya siswa dapat mengeksplorasi dan menuliskan hasil dari eksplorasi pada kolom jastifikasi pada tabel 4.1.

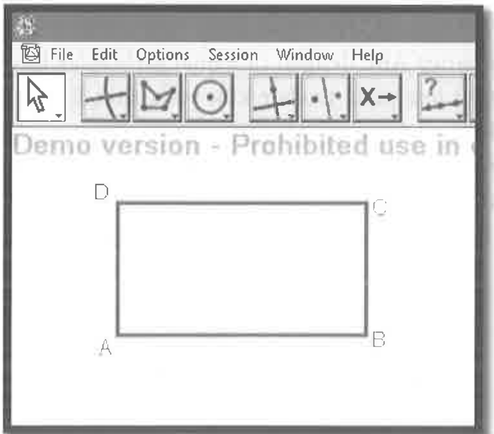
Selain dari ekplorasi aksioma-aksioma yang telah disampaikan di atas, kita juga dapat mengarahkan siswa untuk membuktikan teorema-teorema terkait dengan materi geometri yang lainya. Teorema luas daerah bangun geometri menjadi bagian penting dalam pembelajaran geometri. Berikut disajikan langkah-langkah pembelajaran untuk membuktikan teorema geometri.

Contoh Pembelajaran 3

Membuktikan teorema luas daerah segitiga ABC yaitu $L = \frac{1}{2} \times alas \times tinggi$.

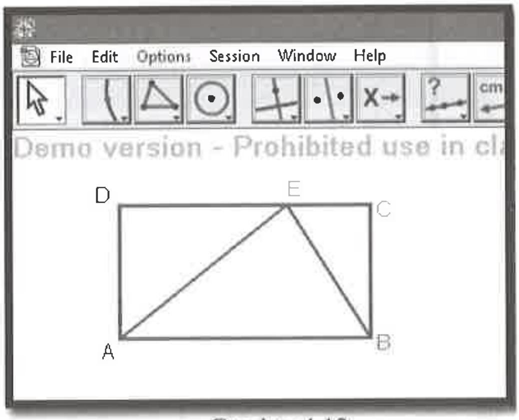
Untuk menentukan luas daerah segitiga menggunakan *software Cabri II Plus* siswa dapat mengeksplorasi dengan langkah-langkah berikut:

1. Buatlah sebuah persegi panjang ABCD (langkah-langkah mengkonstrusksi sebuah persegi panjang sudah diterangkan pada bab III sebelumnya).



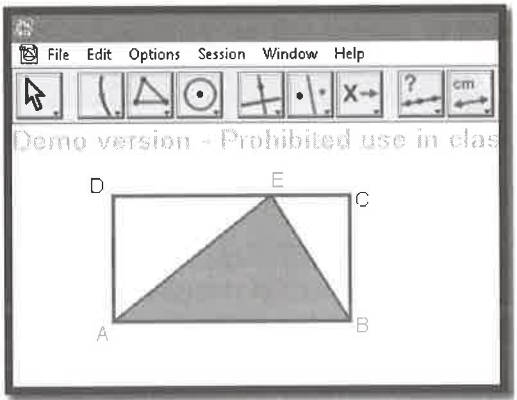
Gambar 4.11

2. Kemudian tentukan sebuah titik E pada CD menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar.* Kemudian konstruksi segitiga ABF dengan tombol *triangle* pada *toolbar.*



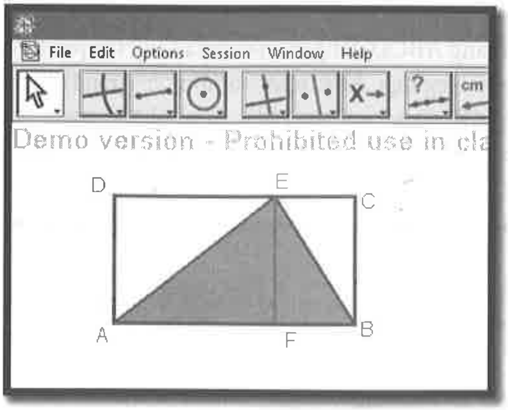
Gambar 4.12

3. Agar lebih terlihat menarik area segitiga ABE dapat diberikan warna menggunakan tombol *fill* pada *toolbar* pilih warna yang diinginkan, kemudian pointer tunjuk pada segitiga hingga muncul tulisan "*this polygon* atau *this triangle*" kemudian klik.



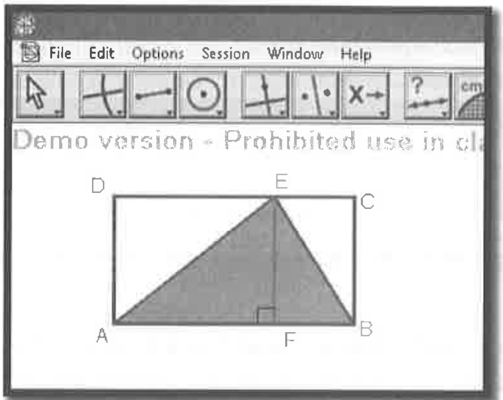
Gambar 4.13

4. Konstruksi tinggi segitiga ABE dengan cara buat garis tegak lurus AB melalui titik E dengan tombol *perpendicular line* pada *toolbar* klik pada titik E dan segmen AB. Tentukan titik potong garis tegak lurus tersebut dengan segmen AB menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar* klik pada garis tersebut dan segmen AB, beri nama titik potong tersebut dengan titik F. Buatlah segmen EF menggunakan tombol *segment* pada *toolbar* klik masing-masing pada titik E dan F. Selanjutnya sembunyikan garis tegak lurus AB dengan tombbol *hide/show.*



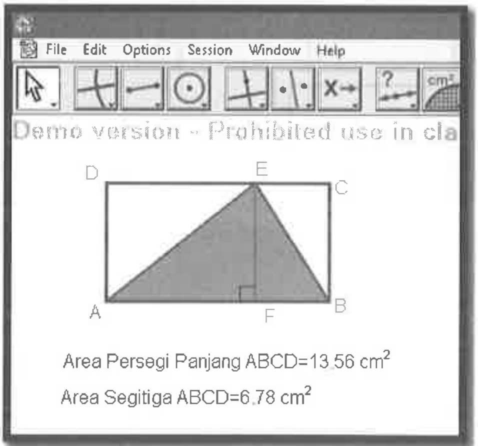
Gambar 4.14

5. Untuk menunjukkan bahwa EF adalah garis tinggi segitiga ABE kita dapat memberi tanda siku menggunakan tombol *mark angle* pada *toolbar* klik berturut-turut titik E, F dan B.



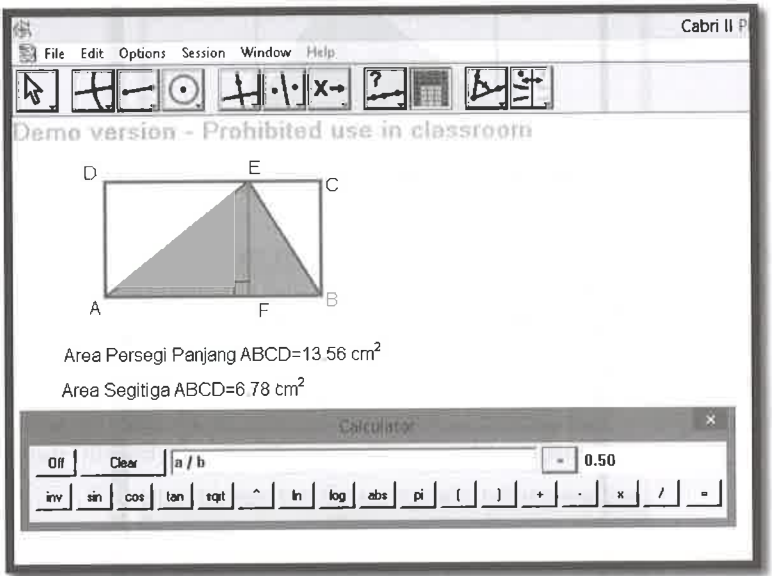
Gambar 4.15

6. Tentukan area persegi panjang ABCD dan segitiga ABE menggunakan tombol *area* pada *toolbar* , kemudian klik pada persegi pajang dan segitiga tersebut.



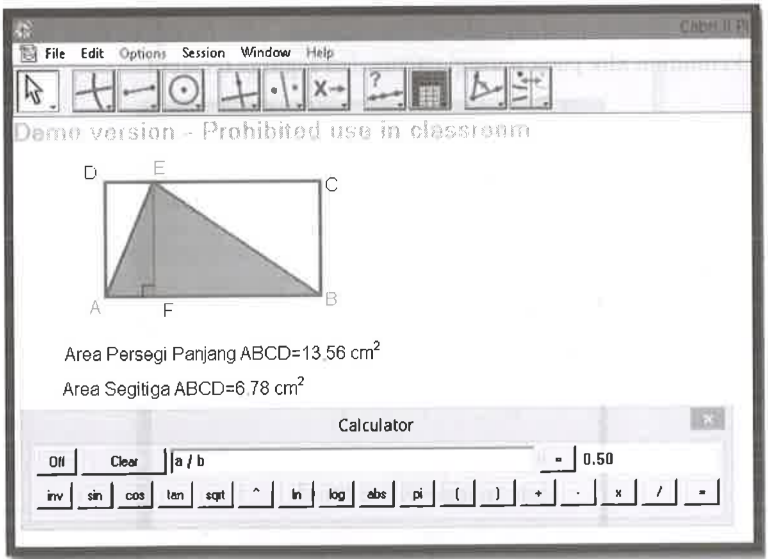
Gambar 4.16

7. Gunakan tombol *calculate* pada *toolbar* tentukan perbandingan area segitiga ABE dan area persegi panjang ABCD dengan meletakan kursor pada kolom di jendela kalkulator klik besarnya area segitiga ABE pilih tombol ":" (bagi) kemudian klik besarnya area persegi panjang ABCD selanjutnya klik tombol "=" pada jendela kalkulator sehingga hasilnya 0,5 yang artinya area segitiga ABE adalah setengah dari area persegi panjang ABCD.



Gambar 4.17

8. Apakah hal ini berlaku untuk setiap kondisi, maka kita dapat men-*draging* titik E menggeser ke kiri atau ke kanan. Terlihat perbandingan segitiga ABE dan persegi panjang ABCD tetap.



Gambar 4.18

9. Dari eksplorasi yang telah kita lakukan kita dapat menuliskan bukti formalnya. Perbandingannya selalu tetap yanitu luas daerah segitiga setengah dari luas daerah segi empat dan dapat dituliskan dalam bentuk aljabar:

$$\begin{aligned}\text{Luas daerah segitiga ABE} &= \frac{1}{2}\times \text{ luas daerah persegi panjang ABCD}\\ &= \frac{1}{2}\times AB\times BC\\ &= \frac{1}{2}\times AB\times EF\\ &= \frac{1}{2}\times \textit{alas} \times \textit{tinggi}\end{aligned}$$

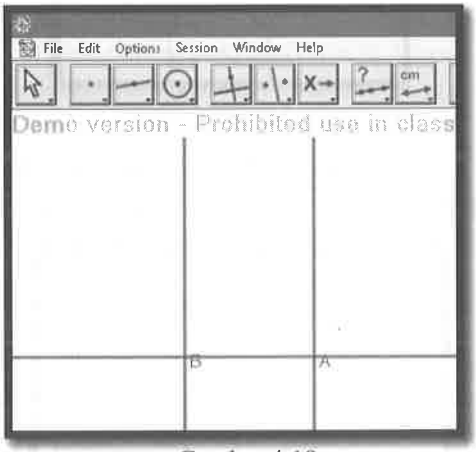
Contoh Pembelajaran 4

Pembuktian Teorema Phytagoras.

Pada *cabri II plus* kita dapat memvisualisasikan teorema Phytagoras. Kemudian siswa dapat mengeksplorasi dengan mengumpulkan data untuk menyimpulkan teorema Phytagoras. Ada beberapa cara untuk membuktikan teorema Phytagoras. Berikut langkah-langkah pembuktianya:

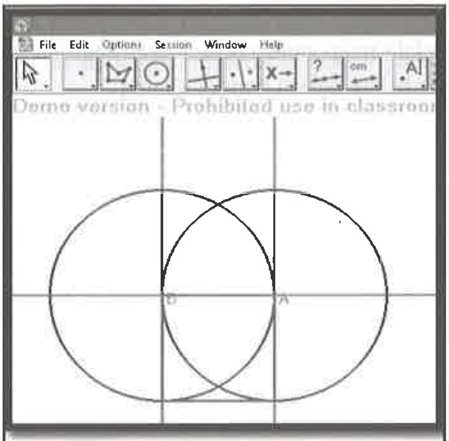
CARA I

1. Untuk membuat segitiga siku-siku dengan tiga buah persegi yang pada ketiga buah sisi segitiga itu, mulai dengan membuat sebuah garis menggunakan tombol *line* pada *toolbar.* Selanjutnya tentukan titik A dan titik B pada garis tersebut dengan menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar*. Buat garis tegak lurus garis melalui titik A dan B dengan tombol *perpendicular line* pada *toolbar*.



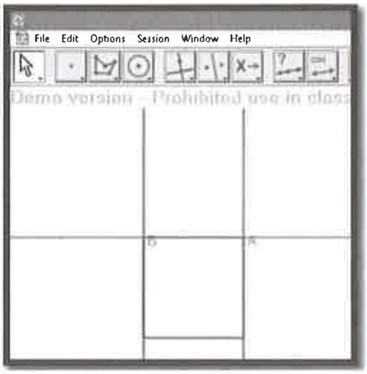
Gambar 4.19

2. Buatlah dua buah lingkaran masing-masing dengan titik pusat di titik A dan B dan panjang jari-jari sepanjang AB n menggunakan tombol *circle* pada *toolbar*. Selanjutnya tentukan titik potong lingkaran-lingkaran tersebut dengan garis tegak lurus yang melalui titik A dan B. Kemudian buat segmen melalui titik-titik potong tersebut menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.*



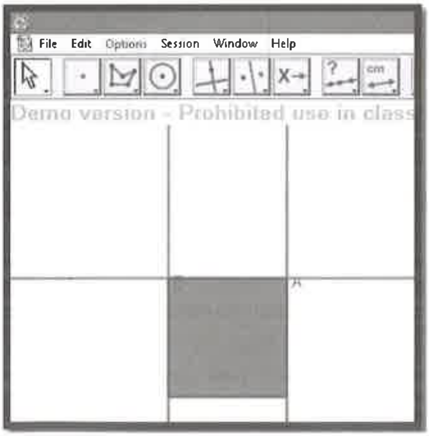
Gambar 4.20

3. Gunakan tombol *hide/show* pada *toolbar* untuk menghilangkan lingkaran yang sudah dibuat dari lembar kerja *cabri II plus*. Selanjutnya buat persegi dengan tombol *polygon* pada *toolbar* melalui titik A, B dan dua buah titik potong yang telah dibuat.



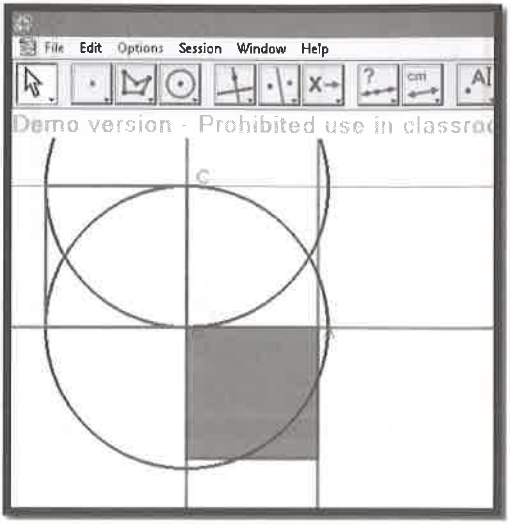
Gambar 4.20

4. Langkah selanjutnya gunakan tombol *fill* pada *toolbar* berilah warna persegi yang telah dibuat sebut saja dengan persegi I dengan waran hijau.



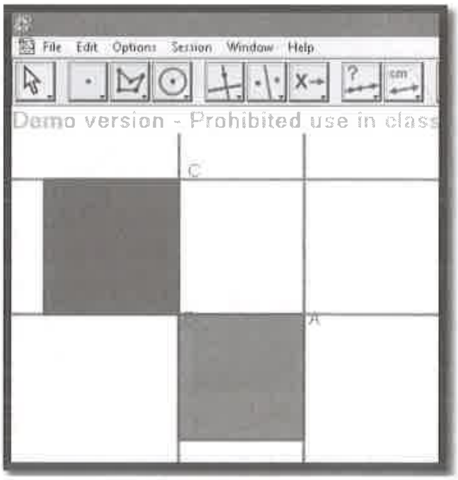
Gambar 4.21

5. Tentukan titik C pada garis tegak lurus yang melalui B menggunakan tombol *point on object.* Buat garis tegak lurus melalui titik C tersebut menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar.* Buatlah lingkaran masing-masing dengan titik pusat di titik B dan C dengan panjang jari-jari sepanjang BC. Gunakan tombol *circle* pada *toolbar* untuk membuat lingkaran tersebut. Tentukan titik-titik potong garis dengan lingkaran kemudian buat segmen melalui kedua buah titik potong tersebut menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.*



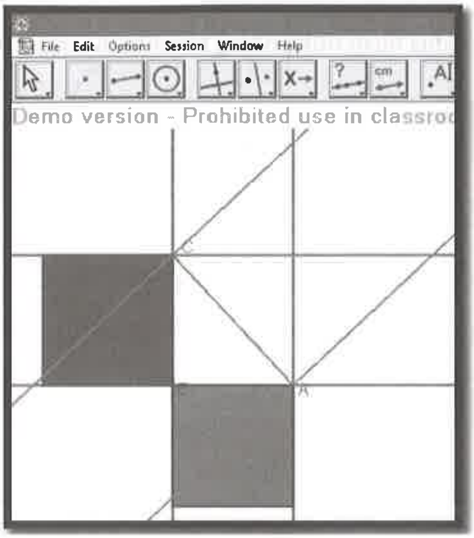
Gambar 4.22

6. Hilangkan lingkaran yang telah dibuat pada gambar 4.22 menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*. Buatlah persegi dengan menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar* melalui titik B, C dan kedua buah titik potong pada gamabr 4.22. Warnai persegi sebut saja persegi II dengan warna merah dengan menggunakan tombol *fill* pada *toolbar*.



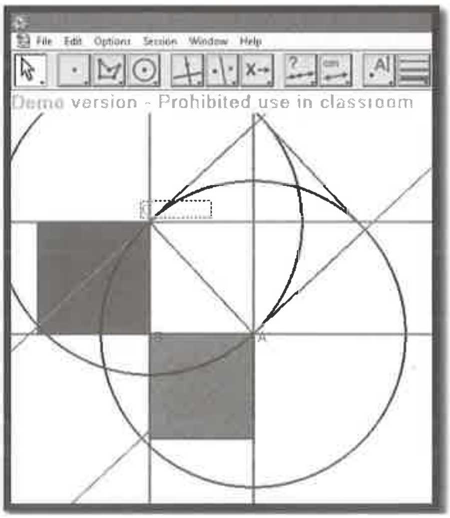
Gambar 4.23

7. Buatlah segmen melalui titik A dan C menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.* Tentukan garis tegak lurus AC melalui titik A dan titik C menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar.*



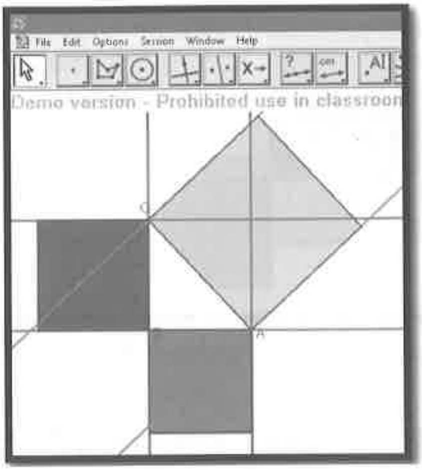
Gambar 4.24

8 Buatlah dua buah lingkaran masing-masing dengan titik pusat di titik A dan C dengan panjang jari-jari sepanjang AC. Gunakan tombol *circle* pada *toolbar* untuk membuat lingkaran tersebut. Tentukan titik-titik potong garis dengan lingkaran kemudian buat segmen melalui kedua buah titik potong tersebut menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.*



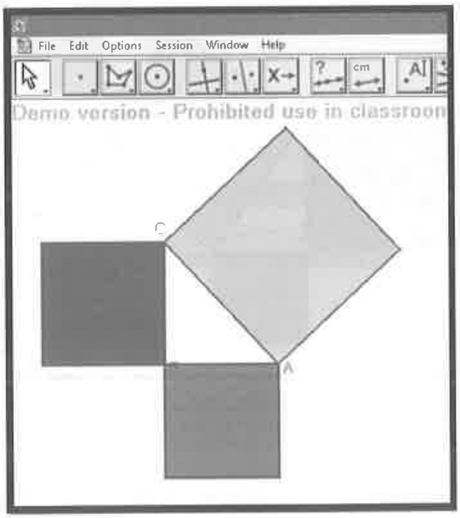
Gambar 4.25

9. Hilangkan lingkaran yang telah dibuat pada gambar 4.25 menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar.*
10. Buatlah persegi menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar* melalui titik A, C dan kedua buah titik potong pada gamabr 4.25.
11. Warnai persegi sebut saja persegi III dengan warna kuning menggunakan tombol *fill* pada *toolbar.*



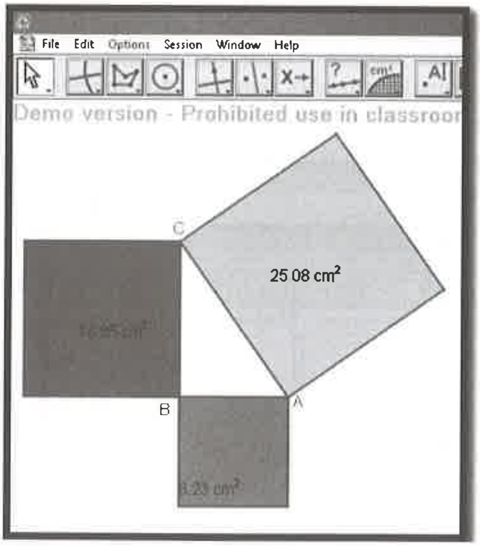
Gambar 4.26

12. Hilangkan garis-garis bantu hingga tersisa ketiga buah persegi yang telah dibuat menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar.*



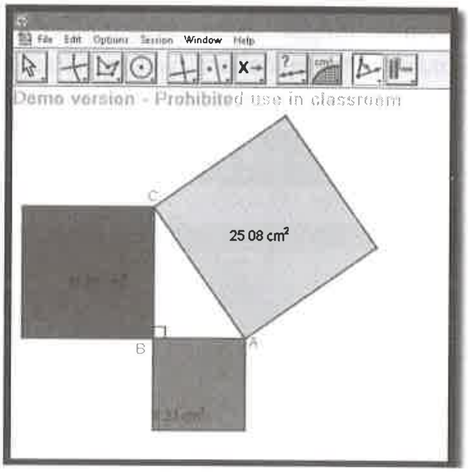
Gambar 4.27

13. Tentukan area masing-masing persegi menggunakan tombol *area* pada *toolbar* klik pada masing-masing persegi.



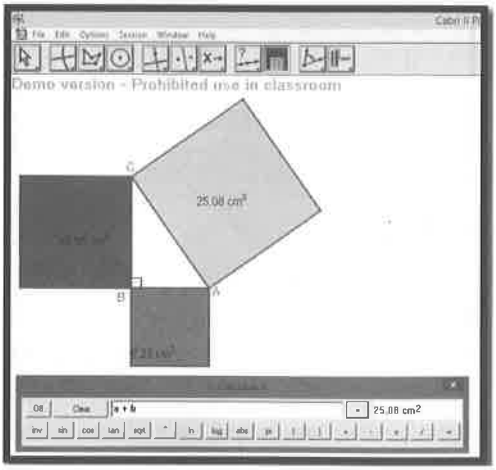
Gambar 4.28

14. Untuk memastikan bahwa segitiga ABC adalah segitia siku-siku, beri tanda siku pada sudut B menggunakan tombol *mark angle* pada *toolbar* klik berturut-turut titik A, B dan C.



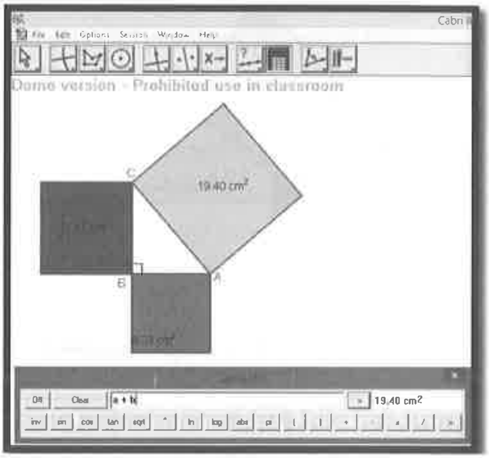
Gambar 4.29

15. Tentukan penjumlahan persegi I (berwarna hijau) dan persegi II (berwarna merah) menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar* hingga muncul jendela kalkulator. Letakan kursor pada kolom perhitungan, klik besarnya area masing-masing persegi dengan operasi penjumlahan kemudian klik "=" hingga didapat hasil penjumlahanya. Ternyata jumlah kedua area persegi sama dengan area persegi yang ke III (berwarna kuning).



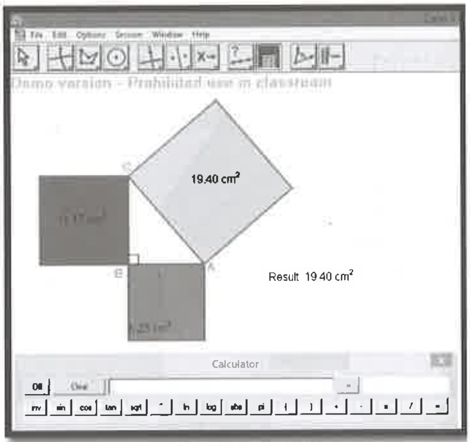
Gambar 4.30

16. Apakah hal tersebut pada gambar 4.30 berlaku untuk kondisi yang lain *dragging* titik C atau titik A sehingga didapat ukuran persegi yang berbeda akan tetapi jumlah area kedua persegi akan selalu sama dengan persegi yang ketiga.



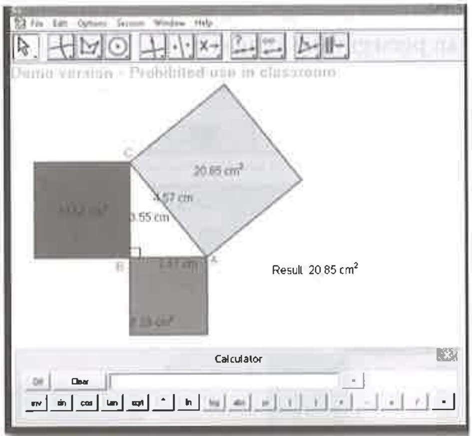
Gambar 4.31

17. Hasil penjumlahan pada jendela kalkulator dapat diletakan pada lembar kerja *cabri II plus* dengan men- *dragging* tanda "=" pada jendela kalkulator seret letakan pada lembar kerja *cabri II plus.*



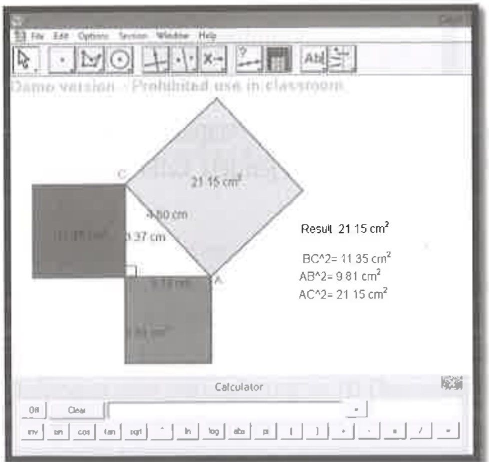
Gambar 4.32

18. Selanjutnya tentukan panjang masing-masing sisi segitiga ABC yaitu sisi tegak sisi AB dan BC serta sisi miring AC menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar*.



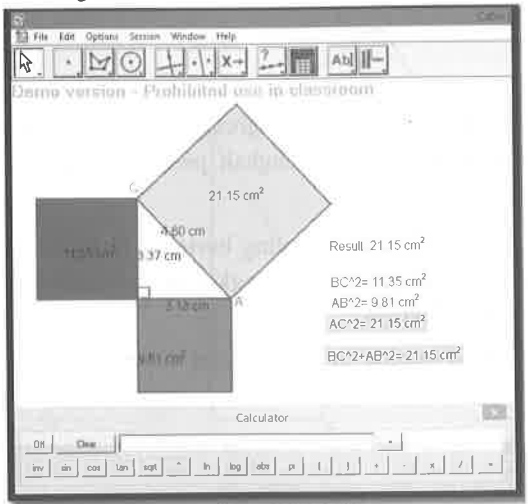
Gambar 4.33

19. Kemudian tentukan kuadrat dari nilai dari masing-masing panjang sisi kubus.



Gambar 4.34

20. Tentukan jumlah kuadrat sisi tegak segitiga ABC yaitu sisi AB dan BC pada jendela kalkulator. Kita bisa lihat ternyata jumlah kuadrat sisi tegak segitiga siku-siku ABC sama dengan kuadrat sisi miring AC.



Gambar 4.35

21 Siswa dapat mengambil data dari gambar 4.35 dengan men-*draging* titik A atau C kemudian menuliskannya pada tabel berikut.

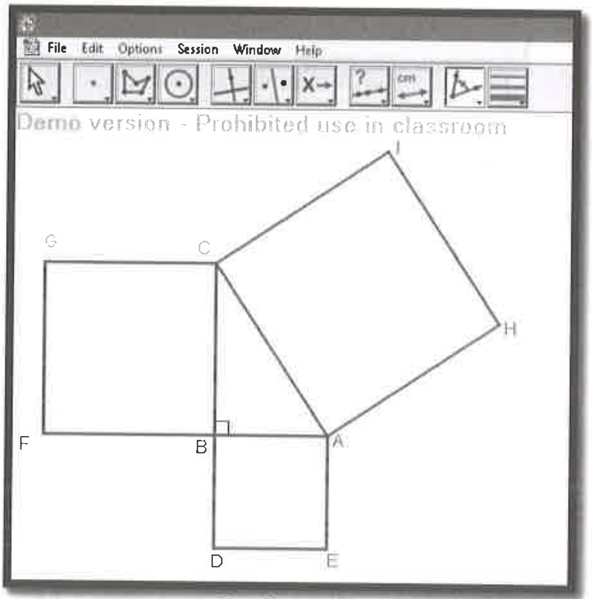
No	AB	AC	BC	Luas Daerah Persegi I atau AB^2	Luas Daerah Persegi II atau BC^2	Luas Daerah Persegi III atau AC^2	AB^2+BC^2
1.	......	......	......	....	....	....	....
2.	......	......	......	....	....	....	....
3.	......	......	......	....	....	....	....
4.	......	......	......	....	....	....	....
5.	......	......	......	....	....	....	....
6.	......	......	......	....	....	....	....
7.	......	......	......	....	....	....	....
8.	......	......	......	....	....	....	....
9.	......	......	......	....	....	....	....
10.	......	......	......	....	....	....	....
dst	......	......	......	....	....	....	....

22. Dari data yang diambil oleh sisiwa diharapkan siswa dapat menyimpulkan teorema phytagoras yaitu pada segitiga siku-siku jumlah kuadrat sisi tegak akan sama dengan kuadrat sisi miringnya.

CARA II

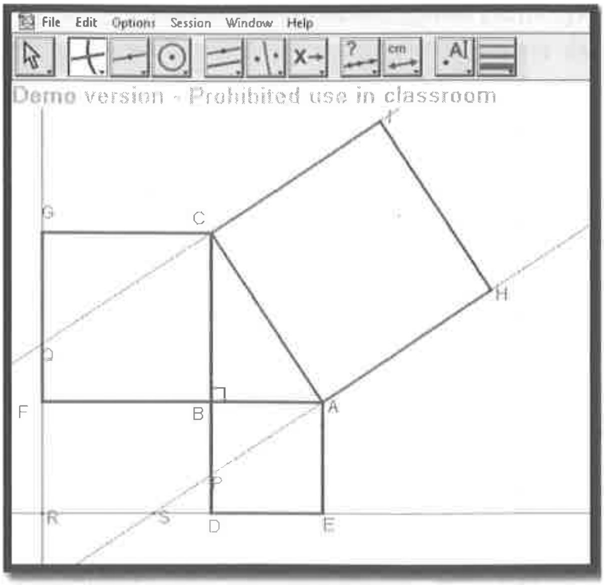
Berikut cara pembuktian teorema Phytagoras selanjutnya, yaitu pembuktian dengan pendekatan luas daerah persegi. Langkah-langkah pembuktianya dapat diterangkan sebagai berikut:

1. Konstruksilah tiga buah persegi yang saling bertemu di tiga titik menggunakan *cabri II* seperti tampak pada gambar 4.36. (Cara mengkonstruksi gambar sama seperti pada CARA I pembuktian teorema Phytagoras).
2. Kemudian beri label pada masing-masing persegi menggunakan *label* pada *toolbar* seperti tamapak pada gambar berikut.



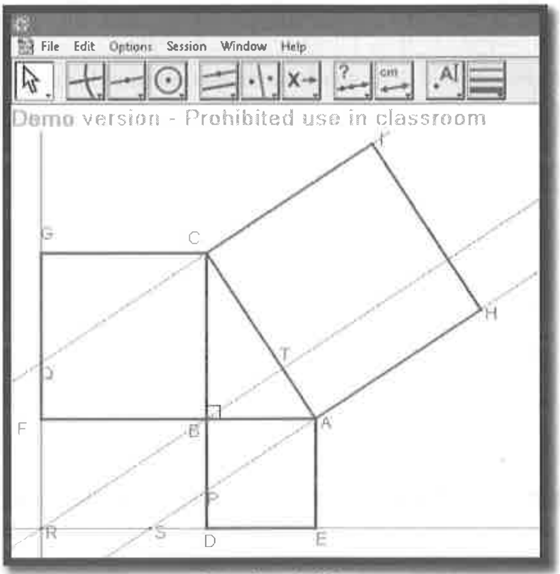
Gambar 4.36

3. Buatlah perpanjangan segmen AH, CI, DE dan GF menggunakan tombol *line* pada *toolbar.*
4. Tentukan titik-titik potong masing-masing garis dan titik potong terhadap persegi dengan tombol *intersection point* pada *toolbar.*
5. Beri nama titik-titik potong yang sudah di kontruksi melalui tombol *label* pada *toolbar.*



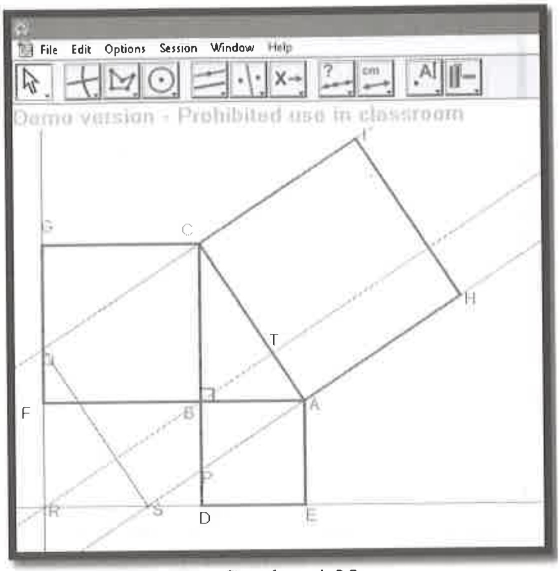
Gambar 4.37

6. Buatlah garis sejajar dengan segmen AH melalui titik B menggunakan tombol *parallel line* pada *toolbar*.
7. Tentukan titik potong garis tersebut dan beri nama titik itu menggunakan tombol *label* pada *toolbar*.



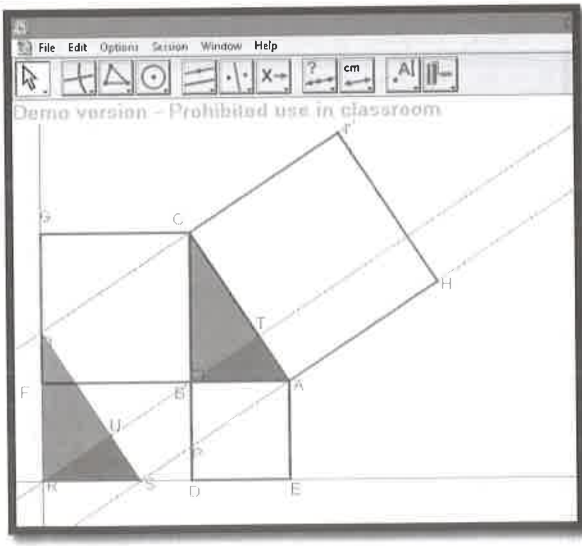
Gambar 4.38

8. Buatlah persegi SACQ menggunakan tombol *polygon.*



Gambar 4.39

9. Tentukan titik potong QS dengan RT menggunakan tombol *intersection point.*
10. Buatlah segitiga-segitiga RUQ, RSU, ABT dan BTC dengan menggunakan tombol *triangle.*
11. Warnai segitiga RUQ dan segitiga RSU dengan warna yang sama menggunkan tombol *fill* pada *toolbar.* Begitu pula dengan segitiga ABT dan segitiga BTC warnai dengan warna yang sama.



Gambar 4.40

12. Buatlah trapesium CQUB dan SABU menggunakan tombol *polygon.*
13. Tentukan luas daerah jajaran genjang RBCQ dan jajaran genjang RSAB dengan menggunakan tombol *area* pada *tollbar.* Kemudian jumlahkan kedua luas daerah jajaran genajang tersebut dengan menggunakan tombol *calculate.*

14. Tentukan luas daerah persegi ASCQ dengan menggunakan tombol *area* pada *toolbar.* Ternyata luas daerah persegi ASCQ akan sama dengan jumlah luas daerah luas daerah jajaran genjang RBCQ dan jajaran genjang RSAB.

15. Mengacu pada eksplorasi yang telah dilakukan, kita dapat melakukan pembuktian secara aljabar dengan melihat gambar 4.40.

    Luas daerah persegi ASCQ = AC^2

    Luas daerah jajaran genjang RBCQ = alas × tinggi
    = BC × BF (BF=BC)
    = BC × BC
    = BC^2

    Luas daerah jajaran genjang RSAB = alas × tinggi
    = AB × BD (AB=BD)
    = AB × AB
    = AB^2

    Luas daerah persegi ASCQ = luas daerah jajaran genjang RBCQ + jajaran genjang RSAB.

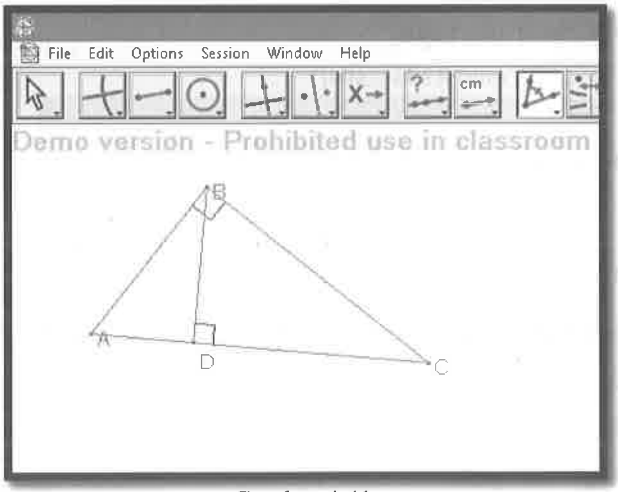
    $$AC^2 = BC^2 + AB^2$$

16. Sehingga dapat disimpulkan teorema phytagoras yaitu pada segitiga siku-siku jumlah kuadrat sisi tegak akan sama dengan kuadrat sisi miringnya.

CARA III

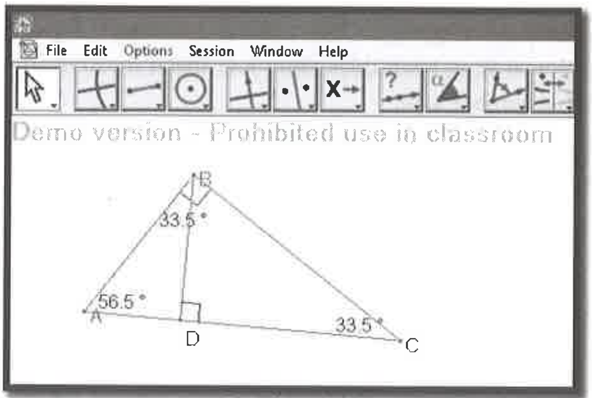
Berikut cara pembuktian teorema Phytagoras selanjutnya dengan pendekatan kesebanguna dua buah segitiga. Langkah-langkah pembuktianya dapat diterangkan sebagai berikut:

1. Buatlah segitiga ABC yaitu segitiga siku-siku di titik B.
2. Tentukan garis tinggi terhadap sisi AC menggunakan tombol *perpendicular bisector.* Kemdudian tentukan titik potongnya beri nama dengan titik D menggunakan tombol *label.*
3. Buatlah segmen BD dengan tombol *segment* pada *toolbar.* Sembunyikan garis tegak lurus AC menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar.*



Gambar 4.41

4. Tentukan besar $\angle BAC$, $\angle ABD$ dan $\angle BCA$ menggunakan tombol *angle* pada *toolbar.*



Gambar 4.42

>>Lihat ΔADC dan ΔABC

$$\begin{aligned}
&\angle BAD = \angle CAB \text{ (Berimpit)}\\
&\angle BDA = \angle ABC \text{ (sudut siku - siku)}\\
&\angle ABD = \angle ACB\\
\hline
&\therefore \Delta ADC\ sebangun\ dengan \Delta ABC
\end{aligned}$$

Akibatnya $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AB}{AC} => AB^2 = AD \times AC......persamaan(i)$

>>Lihat ΔBDC dan ΔABC

$$\begin{aligned}
&\angle BCD = \angle ACB \text{ (Berimpit)}\\
&\angle BDC = \angle ABC \text{ (sudut siku - siku)}\\
&\angle DBC = \angle BAC\\
\hline
&\therefore \Delta BDC\ sebangun\ dengan \Delta ABC
\end{aligned}$$

Akibatnya $\dfrac{BD}{BC} = \dfrac{BC}{AC} => BC^2 = BD \times AC......persamaan(ii)$

Dengan menjumlahkan *persamaan* (*i*) dan *persamaan* (*ii*) maka didapat

$AB^2 + BC^2 = (AD \times AC) + (BD \times AC)$

$AB^2 + BC^2 = (AD + BD) \times AC$

$AB^2 + BC^2 = AC \times AC$

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

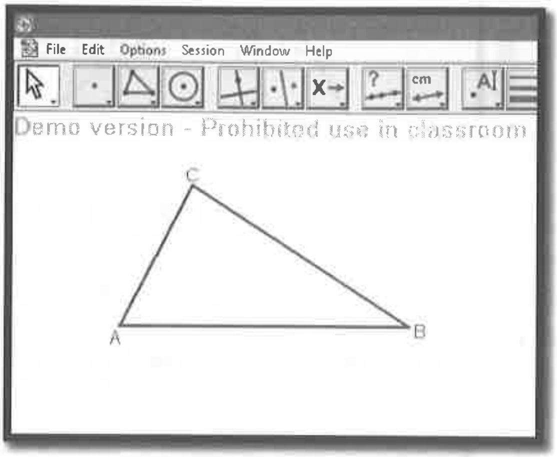
5. Sehingga dapat disimpulkan teorema phytagoras yaitu pada segitiga siku-siku jumlah kuadrat sisi tegak akan sama dengan kuadrat sisi miringnya.

Contoh Pembelajaran 5

Pembuktian teorema luas daerah segitiga dengan pendekatan keliling segitiga

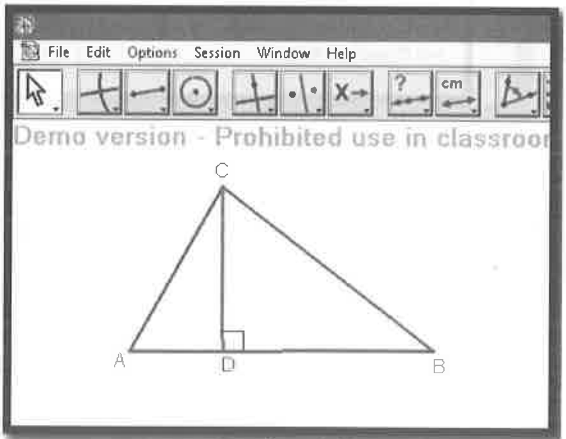
Untuk mengeksplorasi teorema luas daerah segitiga dengan pendekatan keliling segitiga dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Dengan menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar* buatlah segitiga ABC.



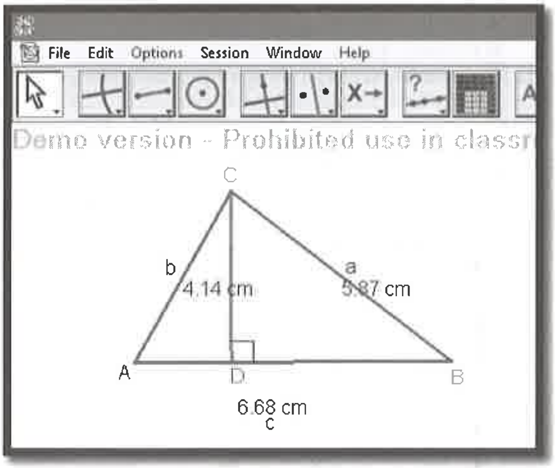
Gambar 4.43

2. Tentukan garis tinggi terhadap segmen AC menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar*. Beri nama titik potong garis tinggi tersebut dengan sisi AB dengan titik D. Buat segmen AD dengan tombol *segment* lalu hilangkan garis tegak lurus tersebut dengan tombol *hide/show* pada *toolbar*. Beri tanda siku pada garis tinggi itu dengan menggunakan tombol *mark angle* pada *toolbar*.



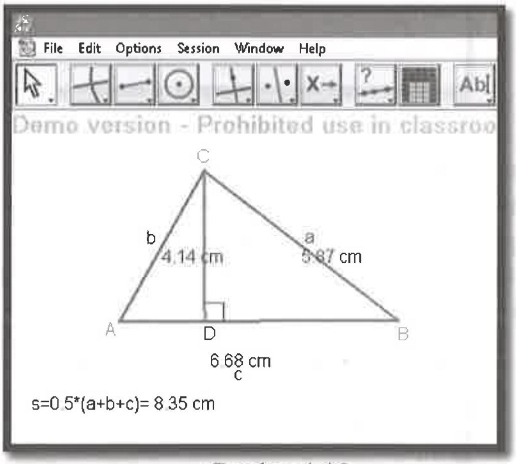
Gambar 4.44

3. Berilah label sisi BC, AC dan AD berturut-turut dengan *a*, *b* dan *c* dengan menggunakan tombol *label* pada *toolbar*. Tentukan panjang masing-masing sisi segitiga ABC menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar*.



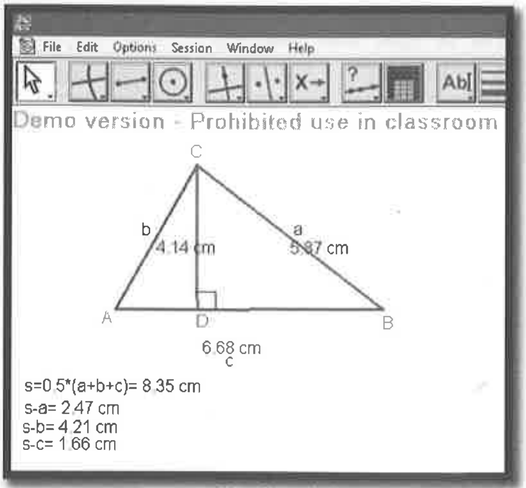
Gambar 4.45

4. Gunakan tombol *calculator* pada *toolbar* tentukan besar "*s*" yang merupakan setengah keliling segitiga ABC.



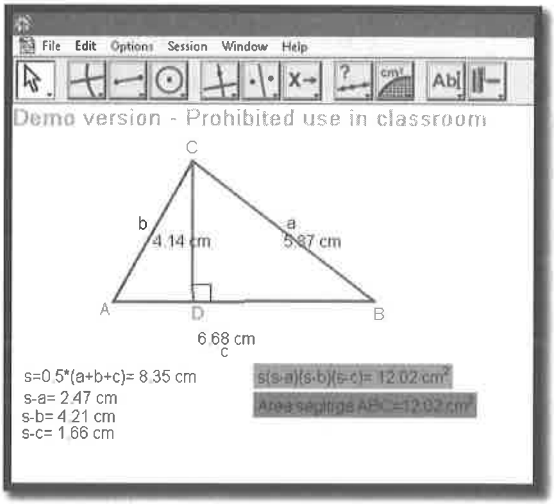
Gambar 4.46

5. Tentukan selisih antara "*s*"dengan tiap-tiap sisi segitiga dengan tombol *calculate* pada *toolbar*.



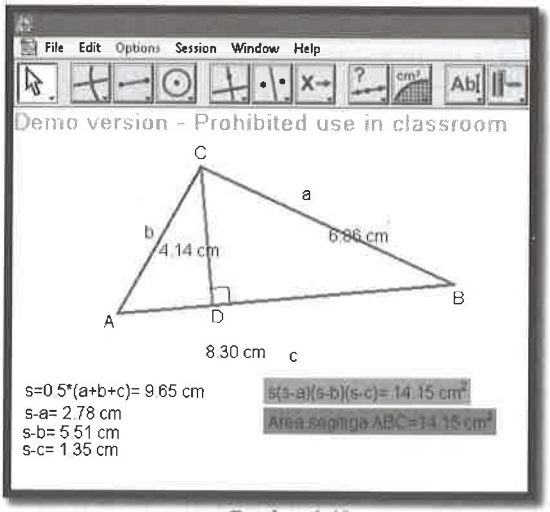
Gambar 4.47

6. Gunakan tombol *calculate* tentukan akar dari perkalian selisih antara "*s*"dengan tiap-tiap sisi segitiga. Tentukan juga luas daerah segitiga dengan tombol *area* pada *toolbar*. Terlihat bahwa nilai luas daerah segitiga akan sama dengan akar dari perkalian selisih antara "*s*"dengan tiap-tiap sisi segitiga.



Gambar 4.48

7. Apakah hal itu berlaku pada kondisi lain, kita dapat men-*draging* salah satu titik pada segitiga.



Gambar 4.49

8. Ternyata luas daerah segitiga tetap sama dengan akar dari perkalian selisih antara "*s*"dengan tiap-tiap sisi segitiga.
9. Selanjutnya kita dapat melakukan perhitungan secara aljabar untuk membuktikan luas daerah segitiga ABC dengan pendekatan keliling. Lihatlah segitiga ABC pada gambar 4.49. Misalkan tinggi $\Delta ABC = DC = h$

>>Lihat ΔADC

$$AD^2 = b^2 - h^2$$
$$AD = \sqrt{b^2 - h^2}$$

>>Lihat ΔBDC

$$BD^2 = a^2 - h^2$$
$$BD = \sqrt{a^2 - h^2}$$
$$AD + BD = \sqrt{b^2 - h^2} + \sqrt{a^2 - h^2}$$
$$c = \sqrt{b^2 - h^2} + \sqrt{a^2 - h^2}$$
$$c - \sqrt{b^2 - h^2} = \sqrt{a^2 - h^2}$$
$$\left(c - \sqrt{b^2 - h^2}\right)^2 = \left(\sqrt{a^2 - h^2}\right)^2$$
$$c^2 - 2c\sqrt{b^2 - h^2} + b^2 - h^2 = a^2 - h^2$$
$$c^2 - 2c\sqrt{b^2 - h^2} + b^2 = a^2$$
$$2c\sqrt{b^2 - h^2} = c^2 + b^2 - a^2$$
$$\left(2c\sqrt{b^2 - h^2}\right)^2 = \left(c^2 + b^2 - a^2\right)^2$$
$$4c^2\left(b^2 - h^2\right) = \left(c^2 + b^2 - a^2\right)^2$$
$$4b^2c^2 - 4c^2h^2 = \left(c^2 + b^2 - a^2\right)^2 ......persamaan(i)$$

>>Lihat ΔABC

Luas daerah $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times alas \times tinggi$

Misalkan luas daerah $\Delta ABC = L$, maka

$$L = \frac{1}{2} \times alas \times tinggi$$

$$L = \frac{1}{2} ch$$

$$2L = ch$$

$$4L^2 = c^2 h^2 \,......... persamaan (ii)$$

Substitusikan *persamaan* (*ii*) ke dalam *persamaan* (*i*)

$$4b^2c^2 - 4c^2h^2 = (c^2 + b^2 - a^2)^2$$

$$4b^2c^2 - 4(4L^2) = (c^2 + b^2 - a^2)^2$$

$$4b^2c^2 - 16L^2 = (c^2 + b^2 - a^2)^2$$

$$16L^2 = 4b^2c^2 - (c^2 + b^2 - a^2)^2$$

$$16L^2 = (2bc)^2 - (c^2 + b^2 - a^2)^2$$

$$16L^2 = (2bc + c^2 + b^2 - a^2)(2bc - c^2 - b^2 + a^2)$$

$$16L^2 = \{(b^2 + 2bc + c^2) - a^2\}\{a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)\}$$

$$16L^2 = \{(b + c)^2 - a^2\}\{a^2 - (b - c)^2\}$$

$$16L^2 = \{(b + c + a)(b + c - a)\}\{(a + b - c)(a - b + c)\}$$

$$16L^2 = (a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c) \,.......... persamaan (iii)$$

Diketahui "*s*" adalah setengah keliling ΔABC, sehingga

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

$$2s = a + b + c$$

$$2s - a = b + c$$

$$2s - b = a + c$$

$$2s - c = b + c \,........ persamaan (iv)$$

Substitusikan *persamaan* (*iv*) ke dalam *persamaan* (*iii*)

$$16L^2 = (a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)$$

$$16L^2 = (2s)(2s - a - a)(2s - b - b)(2s - c - c)$$

$$16L^2 = (2s)(2s - 2a)(2s - 2b)(2s - 2c)$$

$$16L^2 = 2s.2(s - a).2(s - b).2(s - c)$$

$$16L^2 = 16s(s - a)(s - b)(s - c)$$

$$L^2 = s(s - a)(s - b)(s - c)$$

$$L = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

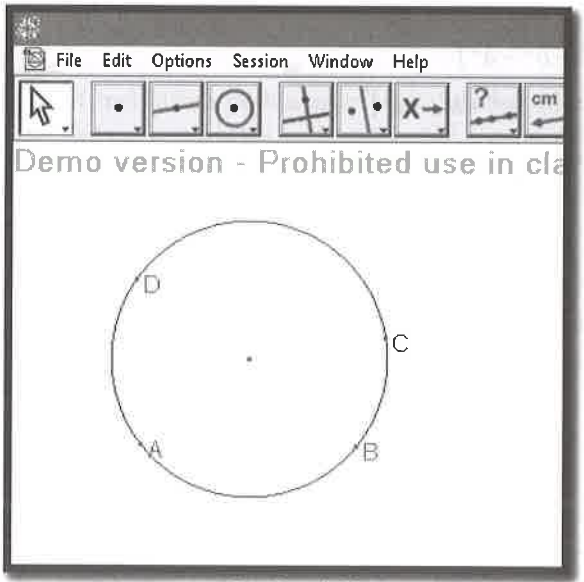
10. Sehingga terbukti bahwa ternyata luas daerah segitiga= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, untuk "*s*"adalah setengah keliling segitiga dan *a*, *b* dan *c* masing-masing sisi segitiga.

Contoh Pembelajaran 6

Pembuktian teorema luas daerah segi empat dengan pendekatan keliling segi empat.

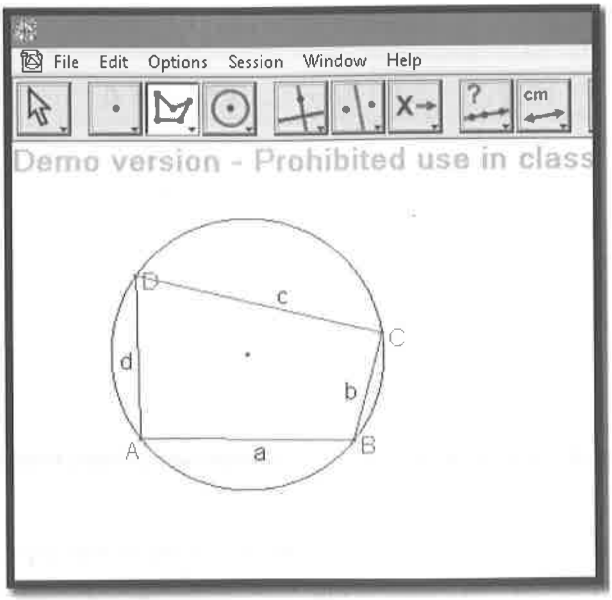
Untuk mengeksplorasi teorema luas daerah segitiga dengan pendekatan keliling segitiga dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Dengan menggunakan tombol *circle* pada *toolbar* buatlah sebuah lingkaran. Tentukan titik A, B, C dan D pada lingkarang dengan menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar.*



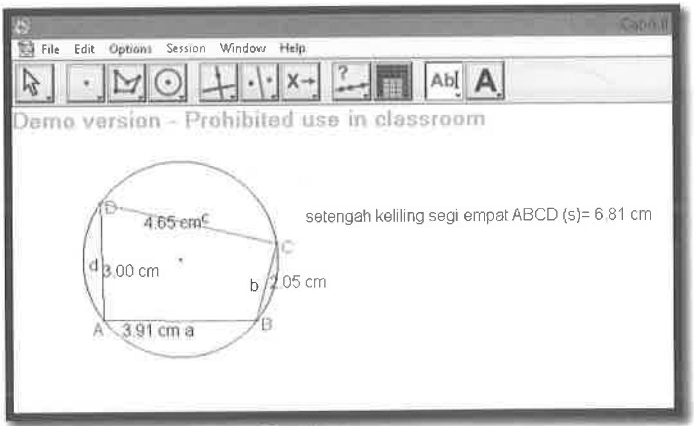
Gambar 4.50

2. Buatlah segiempat ABCD dengan menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar.* Selanjutanya beri nama sisi AB, BC, CD, dan AD masing-masing dengan *a*, *b*, *c*, dan *d* dengan tombol *label.*



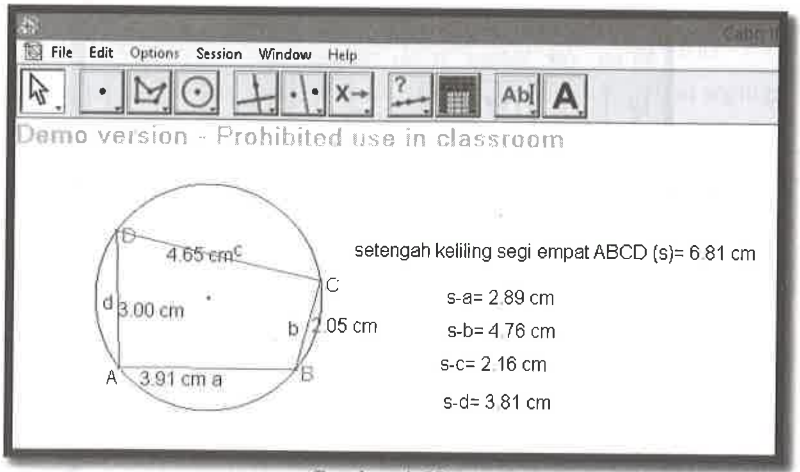
Gambar 4.43

3. Kemudian tentukan panjang masing-masing sisi segiempat ABCD dengan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Tentukan setengah keliling segiempat ABCD dengan menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar.*



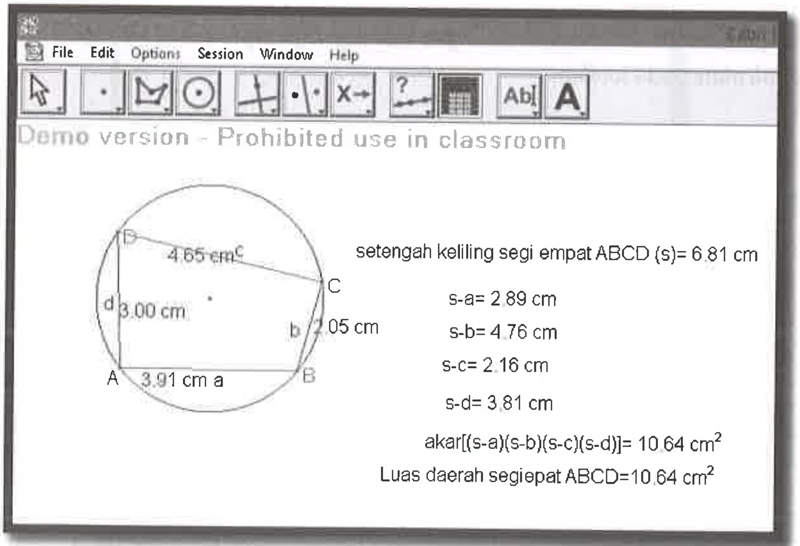
Gambar 4.51

4. Dengan tombol *calculate* tentukan akar dari perkalian selisih antara "*s*"dengan tiap-tiap sisi segitiga.



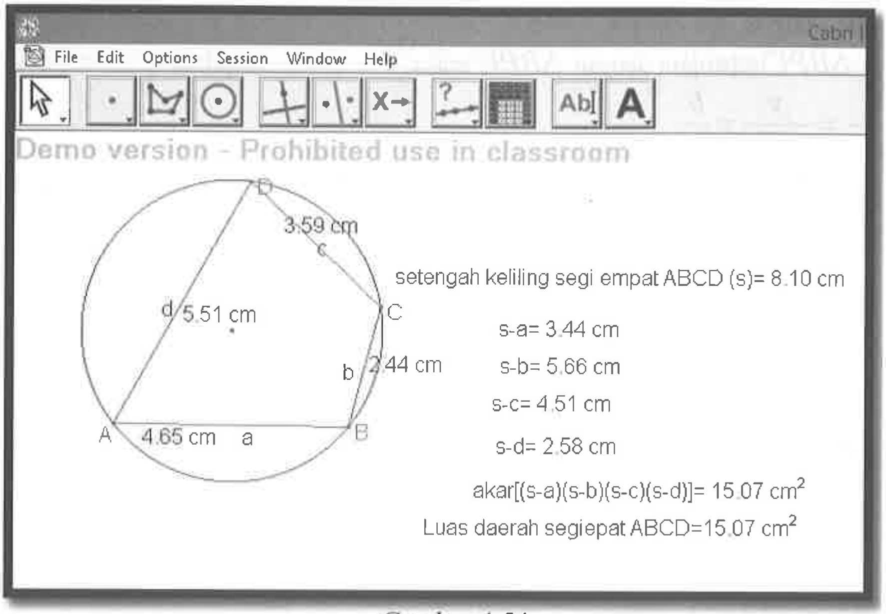
Gambar 4.52

5. Tentukan akar dari perkalian selisih antara "*s*"dengan tiap-tiap sisi segiempat dengan tombol *area* pada *toolbar*. Tentukan juga luas daerah segiempat ABCD. Terlihat bahwa nilai luas daerah segiempat akan sama dengan akar dari perkalian selisih antara "*s*"dengan tiap-tiap sisi segiempat.



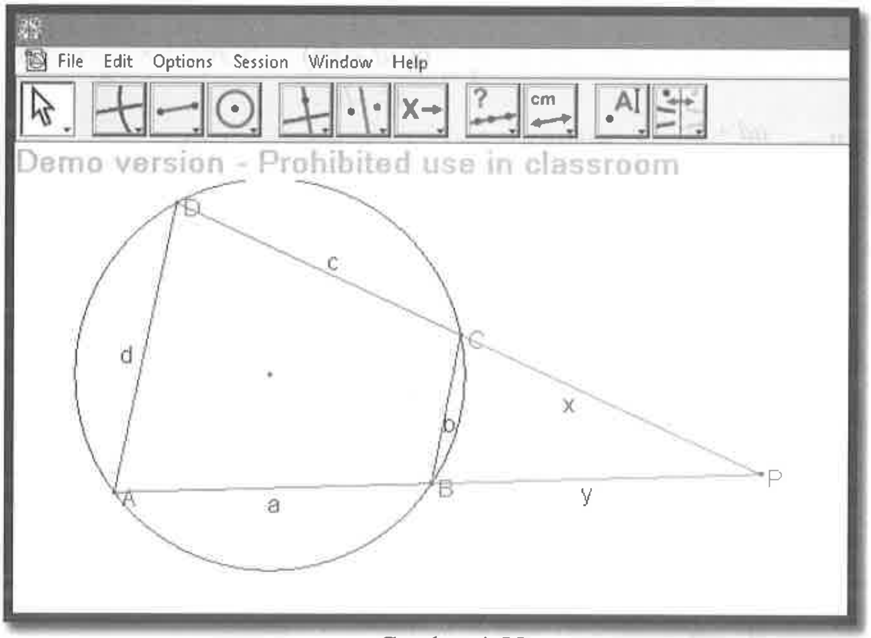
Gambar 4.53

6. Apakah hal itu berlaku pada kondisi lain, kita dapat men-*draging* salah satu titik pada segiempat ABCD.



Gambar 4.54

7. Ternyata luas daerah segiempat tetap sama dengan akar dari perkalian selisih antara "*s*"dengan tiap-tiap sisi segi empat.
8. Selanjutnya kita dapat melakukan perhitungan secara aljabar untuk membuktikan luas daerah segi empat dengan pendekatan keliling. Lihatlah gambar berikut.



Gambar 4.55

>> Lihat ΔBPC dan ΔBPC

Keran ΔBPC sebangun dengan ΔBPC maka,

$$\frac{x}{a+y}=\frac{y}{c+x}=\frac{b}{d}$$

Ambil $\frac{x}{a+y}=\frac{b}{d}$, sehingga:

$$\frac{x}{a+y}=\frac{b}{d} \quad => \quad dx = ab + by$$

$$dx - by = ab..........persamaan(i)$$

Ambil $= \frac{y}{c+x}=\frac{b}{d}$, sehingga:

$$\frac{y}{c+x}=\frac{b}{d} \quad => \quad dy = bc + bx$$

$$-bx + dy = bc..........persamaan(ii)$$

Dari *persamaan* (*i*) dan *persamaan* (*ii*) didapat:

$$\begin{array}{r|l} dx - by = ab & \times d \\ -bx + dy = bc & \times b \end{array} \qquad \begin{array}{r} d^2x - bdy = abd \\ \underline{-b^2x + bdy = b^2c +} \\ (d^2 - b^2)x = abd + b^2c \end{array}$$

$$x = \frac{abd + b^2c}{d^2 - b^2}$$

$$x = \frac{b(ad + bc)}{d^2 - b^2}$$

Misalkan: $\frac{ad+bc}{d^2-b^2} = k$, maka $x = bk$........*persamaan* (*iii*)

$$\begin{array}{r|l} dx - by = ab & \times b \\ -bx + dy = bc & \times d \end{array} \qquad \begin{array}{r} bdx - b^2y = ab^2 \\ \underline{-bdx + d^2y = bcd +} \\ (d^2 - b^2)y = ab^2 + bcd \end{array}$$

$$y = \frac{ab^2 + bcd}{d^2 - b^2}$$

$$y = \frac{b(ab + cd)}{d^2 - b^2}$$

Misalkan: $\frac{ab+cd}{d^2-b^2} = l$, maka $x = bl$........*persamaan* (*iv*)

Dari $\dfrac{x}{a+y}=\dfrac{b}{d}$ didapat $a+y=\dfrac{dx}{b}$ dan dari $\dfrac{y}{c+x}=\dfrac{b}{d}$ didapat $c+x=\dfrac{dy}{b}$ sehingga,

$$\frac{L\Delta BCP}{L\Delta ADP}=\frac{\frac{1}{2}xy\sin\angle P}{\frac{1}{2}(a+y)(c+x)\sin\angle P}$$

$$=\frac{xy}{(a+y)(c+x)}$$

$$=\frac{xy}{\frac{dx}{b}.\frac{dy}{b}}$$

$$=\frac{xy}{\frac{d^2xy}{b^2}}$$

$$=\frac{b^2}{d^2}$$

$$\frac{L\Delta BCP}{L\Delta ADP}=\frac{b^2}{d^2}$$

$$L\Delta ADP=\frac{d^2}{b^2}\times L\Delta BCP$$

$$Luas\,daerah\,segiempat\,ABCD=L\Delta ADP-L\Delta BCP$$

$$=\frac{d^2}{b^2}\times L\Delta BCP-L\Delta BCP$$

$$=\left(\frac{d^2}{b^2}-1\right)\times L\Delta BCP..........persamaan(v)$$

Lihat ΔBCP Lihat dengan sisi-sisinya x, y dan b sehingga

$$\Delta BCP = \sqrt{s(s-x)(s-y)(s-b)} \qquad \text{untuk } s = \frac{1}{2}(x+y+b)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{x+y+b}{2}\right)\left(\frac{x+y+b}{2}-x\right)\left(\frac{x+y+b}{2}-y\right)\left(\frac{x+y+b}{2}-b\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{x+y+b}{2}\right)\left(\frac{x+y+b-2x}{2}\right)\left(\frac{x+y+b-2y}{2}\right)\left(\frac{x+y-2b}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{x+y+b}{2}\right)\left(\frac{x+y+b-2x}{2}\right)\left(\frac{x+y+b-2y}{2}\right)\left(\frac{x+y-2b}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{x+y+b}{2}\right)\left(\frac{y-x+b}{2}\right)\left(\frac{x-y+b}{2}\right)\left(\frac{x+y-b}{2}\right)} \text{.............} persamaan(vi)$$

Substitusikan *persamaan* (*iii*) dan *persamaan* (*iv*) ke dalam *persamaan* (*vi*)

$$L\Delta BCP = \sqrt{\left(\frac{x+y+b}{2}\right)\left(\frac{y-x+b}{2}\right)\left(\frac{x-y+b}{2}\right)\left(\frac{x+y-b}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{bk+bl+b}{2}\right)\left(\frac{bl-bk+b}{2}\right)\left(\frac{bk-bl+b}{2}\right)\left(\frac{bk+bl-b}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{b(k+l+1)}{2}\right)\left(\frac{b(l-k+1)}{2}\right)\left(\frac{b(k-l+1)}{2}\right)\left(\frac{b(k+l-1)}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{b(k+l+1)}{2}\right)\left(\frac{b(l-k+1)}{2}\right)\left(\frac{b(k-l+1)}{2}\right)\left(\frac{b(k+l-1)}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{b(k+l+1)}{2}.\frac{b(l-k+1)}{2}.\frac{b(k-l+1)}{2}.\frac{b(k+l-1)}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{b^4}{16}(k+l+1)(l-k+1)(k-l+1)(k+l-1)}$$

$$= \frac{b^2}{4}\sqrt{(k+l+1)(l-k+1)(k-l+1)(k+l-1)} \text{................} persamaan(vii)$$

Sebelumnya kita ketahui bahwa $\frac{ad+bc}{d^2-b^2} = k$ dan $\frac{ab+cd}{d^2-b^2} = l$ sehingga,

$$k+l+1 = \frac{ad+bc}{d^2-b^2} + \frac{ab+cd}{d^2-b^2} + 1$$

$$= \frac{a(d+b)+c(d+b)}{d^2-b^2} + 1$$

$$= \frac{a+c}{d-b} + \frac{d-b}{d-b}$$
$$= \frac{a+c+d-b}{d-b} \text{.........} persamaan(viii)$$

$$l-k+1 = \frac{ab+cd}{d^2-b^2} - \frac{ad+bc}{d^2-b^2} + 1$$
$$= \frac{ab+cd-ad-bc}{d^2-b^2} + 1$$
$$= \frac{-a(d-b)+c(d-b)}{d^2-b^2} + 1$$
$$= \frac{(d-b)(c-a)}{d^2-b^2} + 1$$
$$= \frac{(d-b)(c-a)}{(d+b)(d-b)} + 1$$
$$= \frac{c-a}{d+b} + 1$$
$$= \frac{c-a}{d+b} + \frac{d+b}{d+b}$$
$$= \frac{c-a+d+b}{d+b}$$
$$= \frac{c+b+d-a}{d+b} \text{.........} persamaan(ix)$$

$$k-l+1 = -(l-k)+1$$
$$= -\left(\frac{c-a}{d+b}\right) + 1$$
$$= \frac{a-c}{d+b} + 1$$
$$= \frac{a-c}{d+b} + \frac{d+b}{d+b}$$
$$= \frac{a-c+d+b}{d+b}$$
$$= \frac{a+b+d-c}{d+b} \text{........} persamaan(x)$$

$$
\begin{aligned}
k+l-1 &= \frac{a+c}{d-b}-1 \\
&= \frac{a+c}{d-b}-1 \\
&= \frac{a+c}{d-b}-\frac{d-b}{d-b} \\
&= \frac{a+c-d+b}{d-b} \\
&= \frac{a+b+c-d}{d-b} \ldots\ldots\ldots\ldots persamaan(xi)
\end{aligned}
$$

Substitusikan nilai k dan l ke dalam *persamaan* (*viii*), *persamaan* (*ix*), *persamaan* (*x*) dan *persamaan* (*xi*) ke dalam *persamaan* (*vii*), sehingga

$$
\begin{aligned}
L\Delta BPC &= \frac{b^2}{4}\sqrt{(k+l+1)(l-k+1)(k-l+1)(k+l-1)} \\
&= \frac{b^2}{4}\sqrt{\left(\frac{a+c+d-b}{d-b}\right)\left(\frac{b+c+d-a}{d+b}\right)\left(\frac{a+b+d-c}{d+b}\right)\left(\frac{a+b+c-d}{d-b}\right)} \\
&= \frac{b^2}{4}\sqrt{\frac{(a+c+d-b)(b+c+d-a)(a+b+d-c)(a+b+c-d)}{\left(d^2-b^2\right)^2}} \\
&= \frac{b^2}{4d^2-b^2}\sqrt{(b+c+d-a)(a+c+d-b)(a+b+d-c)(a+b+c-d)} \\
&\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots persmaan(xii)
\end{aligned}
$$

Diketahui bahwa

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{1}{2}(a+b+c+d) \\
2s &= a+b+c+d
\end{aligned}
$$

sehingga,

$$
\begin{aligned}
2s-a &= b+c+d \\
2s-b &= a+c+d \\
2s-c &= a+b+d \\
2s-d &= a+b+c \ldots\ldots\ldots\ldots persamaan(xiii)
\end{aligned}
$$

stitusikan *persamaan* (*xiii*) ke dalam *persamaan* (*xii*), sehingga ıpat

$$
\begin{aligned}
BPC &= \frac{b^2}{4d^2 - b^2}\sqrt{(b+c+d-a)(a+c+d-b)(a+b+d-c)(a+b+c-d)} \\
&= \frac{b^2}{4d^2 - b^2}\sqrt{(2s-a-a)(2s-b-b)(2s-c-c)(2s-d-d)} \\
&= \frac{b^2}{4d^2 - b^2}\sqrt{(2s-2a)(2s-2b)(2s-2c)(2s-2d)} \\
&= \frac{b^2}{4d^2 - b^2}\sqrt{2(s-a).2(s-b).2(s-c).2(s-d)} \\
&= \frac{b^2}{4d^2 - b^2}\sqrt{16(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \\
&= \frac{b^2}{d^2 - b^2}\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \text{.........} persamaan(xiv)
\end{aligned}
$$

stitusikan *persamaan* (*xiv*) ke dalam *persamaan* (*v*), sehingga didapat

$$
\begin{aligned}
\text{ıs daerah segiempat } ABCD &= L\Delta ADP - L\Delta BCP \\
&= \frac{d^2}{b^2} \times L\Delta BCP - L\Delta BCP \\
&= \left(\frac{d^2}{b^2} - 1\right) \times \frac{b^2}{d^2 - b^2}\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \\
&= \frac{d^2 - b^2}{b^2} \times \frac{b^2}{d^2 - b^2}\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \\
&= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}
\end{aligned}
$$

Tapi perlu diingat bahwa Teorema ini hanya berlaku untuk segi empat tali busur.

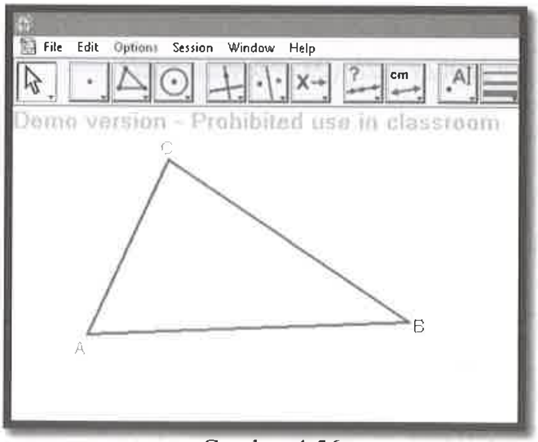
Sehingga terbukti bahwa ternyata luas daerah segiempat= $\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$, untuk "*s*"adalah setengah keliniling segitiga dan *a*, *b*, *c* dan *d* masing-masing sisi segiempat.

Contoh Pembelajaran 7

Pembuktian teorema Euler.

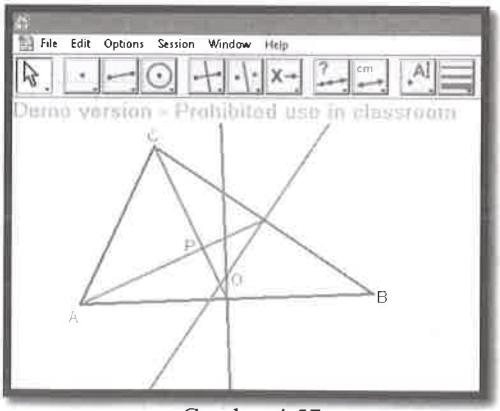
Garis euler ditarik dari tiga buah titik yaitu titik pusat lingkaran luar segitiga, titik potong garis tinggi segitiga dan titik potong garis berat segitiga dengan perbandingan jaraknya 3: 2: 1. Untuk mengeksplorasi teorema garis euler terlebih dahulu kita dapat mengkonstruksi garis euler dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Dengan menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar* buatlah sebuah segitiga ABC.



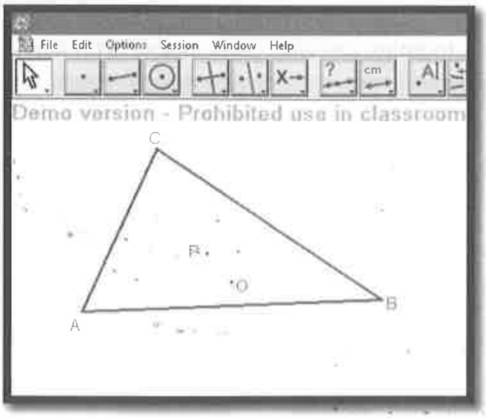
Gambar 4.56

2. Kemudian konstruksi garis sumbu tiap-tiap sisi segitiga menggunakan tombol *perpendicular bisector* dan garis bagi sudut dengan tombol *angle bisector.* tentukan titik potong masing-masin garis sumbu dan garis bagi sudut. Tentukan titik potong masing-masing garis sumbu dan garis berat masing-masing di titik O dan P dengan tombol *intersection point* pada *toolbar.*



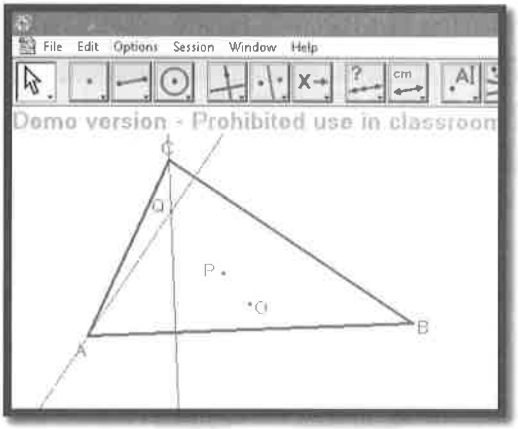
Gambar 4.57

3. Hilangkan garis-garis tersebut dengan tombol *hide/show* pada *toolbar*.



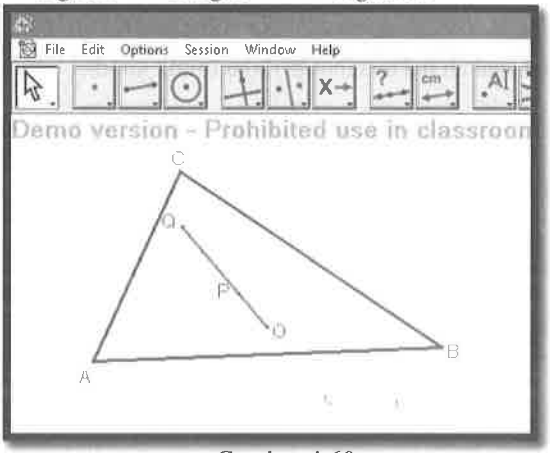
Gambar 4.58

4. Selanjutnya menentukan garis tinggi menggunkan tombol *perpendicular line* pada *toolbar*, kemudian tentukan titik potongnya. Beri nama titik potong itu dengan titik Q.



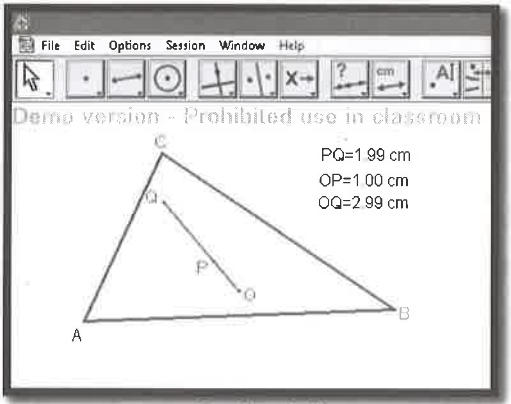
Gambar 4.59

5. Gunakan *hide/show* pada *toolbar* hilangkan garis tinggi dari lembar kerja *cabri II plus*. Kemudian tentukan segmen OQ dengan tombol *segment*.



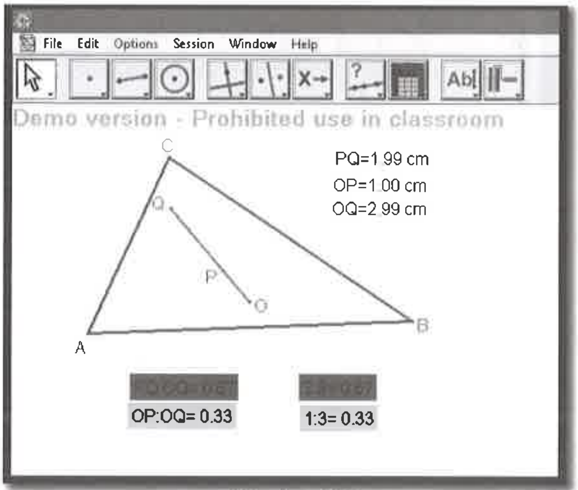
Gambar 4.60

6. Terlihat bahwa ketiga titik tersebut terletak pada satu garis (*coliner*).
7. Dengan menggunakan toombol *calculate* pada *toolbar* tentukan jarak masing-masing titik.



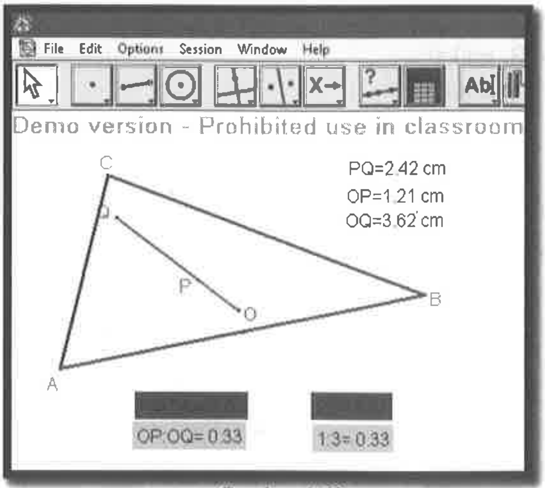
Gambar 4.61

8. Tentukan perbandingan jarak masing-masing titik dengan tombol *calculate* pada *toolbar.* Terlihat bahwa perbandinganya yaitu OQ: PQ: PO = 3 : 2: 1.



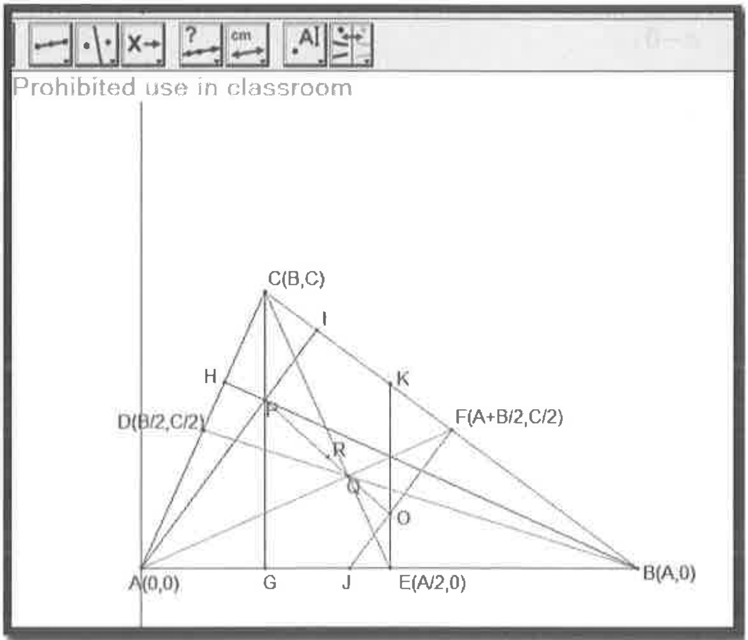
Gambar 4.62

9. Untuk menentukan apakah hal tersebut berlaku untuk kondisi lain, *dragging* salah satu titik segitiga ABC.



Gambar 4.63

10. Terlihat perbandingan masih tetap yaitu OQ: PQ: PO = 3 : 2: 1.
11. Selanjutnya kita dapat melakukan perhitungan secara aljabar. Lihatlah gambar berikut.



Gambar 4.64

Misalkan m adalah suatu gradient, contoh m (AB): gradient dari segmen garis AB, maka:
>> Lihat egmen garis AB

$$m(AB) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$= \frac{0 - 0}{a - 0}$$
$$= 0$$

Sehingga persamaan garis AB yaitu garis yang melalui titik B(a,0) dan m = 0 adalah
$y - y_1 = m\ (x - x_1)$
$y - 0 = 0\ (x - a)$
$y = 0$ ....*persamaan* (*i*)

>> Lihat segmen garis AC

$$m(AC) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$= \frac{c - 0}{b - 0}$$
$$= \frac{c}{b}$$

Sehingga persamaan garis AC yaitu garis yang melalui titik A(0,0) dan $m = \frac{c}{b}$
adalah
$y - y_1 = m\ (x - x_1)$
$y - 0 = \frac{c}{b}\ (x - 0)$
$y = \frac{c}{b}x$ ....*persamaan* (*ii*)

>>> Lihat segmen garis BC
m (BC) = $(y_2 - y_1)$ / $(x_2 - x_1)$
= $(c - 0)$ / $(b - a)$
= $c/(b - a)$

$$m(BC) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$= \frac{c - 0}{b - a}$$
$$= \frac{c}{b - a}$$

Sehingga persamaan garis BC yaitu garis yang melalui titik B(a,0) dan $m = \dfrac{c}{b-a}$ adalah

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

$$y - 0 = \left(\frac{c}{b-a}\right)(x-a)$$

$$y = \left(\frac{c}{b-a}\right)(x-a) \text{ ....} \textit{persamaan (iii)}$$

>>> Lihat segmen garis AF

$$m(AF) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{\frac{c}{2} - 0}{\frac{a+b}{2} - 0}$$

$$= \frac{c}{2} \times \frac{2}{a+b}$$

$$= \frac{c}{a+b}$$

Sehingga persamaan garis AF yaitu garis yang melalui titik A(0,0) dan $m = \dfrac{c}{a+b}$ adalah

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

$$y - 0 = \left(\frac{c}{a+b}\right)(x-0)$$

$$y = \left(\frac{c}{a+b}\right)x \text{ ....} \textit{persamaan (iv)}$$

>>> Lihat segmen garis BD

$$m(BD) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{\frac{c}{2} - 0}{\frac{b}{2} - a}$$

$$= \frac{\frac{c}{2} - 0}{\frac{b-2a}{2}}$$

$$= \frac{c}{2} \times \frac{2}{b-2a}$$

$$= \frac{c}{b-2a}$$

Sehingga persamaan garis BD yaitu garis yang melalui titik B(a,0) dan $m = \dfrac{c}{b-2a}$ adalah

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

$$y - 0 = \left(\frac{c}{b-2a}\right)(x-a)$$

$$y = \left(\frac{c}{b-2a}\right)(x-a)\text{............}persamaan\ (v)$$

>> Lihat segmen garis CE

$$m(CE) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{c-0}{b-\dfrac{a}{2}}$$

$$= \frac{c}{\dfrac{2b-a}{2}}$$

$$= c \times \frac{2}{2b-a}$$

$$= \frac{2c}{2b-a}$$

Sehingga persamaan garis CE yaitu garis yang melalui titik E(a/2,0) dan $m = \dfrac{2c}{2b-a}$ adalah

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

$$y - 0 = \left(\frac{2c}{2b-a}\right)\left(x - \frac{a}{2}\right)$$

$$y = \left(\frac{2c}{2b-a}\right)\left(x - \frac{a}{2}\right)\text{.............}persamaan\ (vi)$$

>> Lihat segmen garis AI

Segmen garis AI adalah segmen garis yang tegak lurus BC melalui titik I sehingga,

$$m(AI) = -\left\{\frac{1}{m(BC)}\right\}$$

$$= -\left(\frac{1}{\dfrac{c}{b-a}}\right)$$

$$= \frac{a-b}{c}$$

Sehingga persamaan garis AI yaitu garis yang melalui titik A(0,0) dan $m = \frac{a-b}{c}$ adalah

$y - y_1 = m\,(x - x_1)$

$$y - 0 = \left(\frac{a-b}{c}\right)(x - 0)$$

$$y = \left(\frac{a-b}{c}\right)x \text{ ....}\textit{persamaan (vii)}$$

>>> Lihat segmen garis BH

Segmen garis BH adalah segmen garis yang tegak lurus AC melalui titik H sehingga,

$$m(BH) = -\left\{\frac{1}{m(AC)}\right\}$$

$$= -\left(\frac{1}{\frac{c}{b}}\right)$$

$$= \frac{-b}{c}$$

Sehingga persamaan

garis AI yaitu garis yang melalui titik B(a,0) dan $m = \frac{-b}{c}$ adalah

$y - y_1 = m\,(x - x_1)$

$$y - 0 = \left(\frac{-b}{c}\right)(x - a)$$

$$y = \left(\frac{-b}{c}\right)(x - a)\text{............}\textit{persamaan (viii)}$$

>> Lihat segmen garis CG

Segmen garis CG adalah segmen garis yang tegak lurus AB melalui titik G sehingga,

$$m(CG) = -\left\{\frac{1}{m(AB)}\right\}$$

$$= -\left(\frac{1}{0}\right)$$

$$= \textit{tak terdefinis i}$$

Sehingga persamaan garis CG yaitu $y - y_1 = m\,(x - x_1)$

$x = b$............I*persamaan* (ix)

>> Lihat segmen garis JF
Segmen garis JF adalah segmen garis yang tegak lurus BC melalui titik F sehingga,

$$m(JF) = -\left\{\frac{1}{m(BC)}\right\}$$

$$= -\left(\frac{1}{\frac{c}{b-a}}\right)$$

$$= \frac{a-b}{c}$$

Sehingga persamaan garis JF yaitu garis yang melalui titik $F(\frac{a+b}{2},\frac{c}{2})$ dan $m = \frac{a-b}{c}$ adalah

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

$$y - \frac{c}{2} = \left(\frac{a-b}{c}\right)x - \left(\frac{a+b}{2}\right) \text{.......}\textit{persamaan}\ (x)$$

>> Lihat segmen garis KE
Persamaan garis KE adala $x = \frac{a}{2}x$ ....*persamaan*(xi)

>> Menentukan titik berat Q atu titik potong segmen garis AF dan BD
Lihat *persamaan* (iv) dan *persamaan*.(v)

$$\left(\frac{c}{a+b}\right)x = \left(\frac{c}{b-2a}\right)(x-a)$$

$$\frac{cx}{a+b} = \frac{c(x-a)}{b-2a}$$

$$\frac{x}{a+b} = \frac{x-a}{b-2a}$$

$$\frac{x-a}{x} = \frac{b-2a}{a+b}$$

$$\frac{x}{x}-\frac{a}{x}=\frac{b-2a}{a+b}$$
$$1-\frac{a}{x}=\frac{b-2a}{a+b}$$
$$1-\frac{b-2a}{a+b}=\frac{a}{x}$$
$$\frac{a+b}{a+b}-\frac{b-2a}{a+b}=\frac{a}{x}$$
$$\frac{a+b-b+2a}{a+b}=\frac{a}{x}$$
$$\frac{3a}{a+b}=\frac{a}{x}$$
$$x=\frac{a(a+b)}{3a}$$
$$x=\frac{a+b}{3}\text{.............}persamaan(xii)$$

Substitusikan nilai x ke *persamaan.*(*iv*), sehingga didapat

$$y=\left(\frac{c}{a+b}\right)x$$
$$y=\left(\frac{c}{a+b}\right)\left(\frac{a+b}{3}\right)$$
$$y=\frac{c}{3}\text{..........}persamaan(xiii)$$

Sehingga didapat titik berat yaitu di titik $Q(\frac{a+b}{3},\frac{c}{3})$

>> Menentukan koordinat titik tinggi P atau titik potong antara segmen garis AI dan CG
Lihat *persamaan* (*vii*) dan *persamaan* (*ix*)
Untik $x = b$ maka,

$$y=\left(\frac{a-b}{c}\right)x$$
$$y=\left(\frac{a-b}{c}\right)b$$
$$y=\frac{b(a-b)}{c}$$

>> Menentukan titik berat O atau titik potong segmen garis JF dan KE

Lihat *persamaan* (*x*) dan *persamaan* (*xi*)

$x = \frac{a}{2}$, maka

$$y - \frac{c}{2} = \left(\frac{a-b}{c}\right)\left(\frac{a}{2} - \frac{a+b}{2}\right)$$

$$y - \frac{c}{2} = \left(\frac{a-b}{c}\right)\left(\frac{b}{2}\right)$$

$$y - \frac{c}{2} = \frac{b(a-b)}{2c}$$

$$y = \frac{b(a-b)}{2c} + \frac{c}{2}$$

$$y = \frac{ab-b^2}{2c} + \frac{2c^2}{2c}$$

$$y = \frac{ab-b^2+2c^2}{2c} \quad \text{.........} persamaan(xiv)$$

Sehingga didapat titik berat yaitu di titik sumbu atau titik pusat lingkaran luar segitiga ABC yaitu $O(\frac{a}{2}, \frac{ab-b^2+2c^2}{2c})$

Dengan menggunakan aturan menentukan jarak yaitu untuk A(x_1 , y_1) dan B(x_2 , y_2) sehingga jarak AB = $\sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2}$,

Sehingga didapat:

$$PO = \frac{1}{2c}\sqrt{10c^2b^2 - 10c^2ab + c^2a^2 + 9a^2b^2 - 18ab^3 + c^4}$$

$$PQ = \frac{1}{3c}\sqrt{10c^2b^2 - 10c^2ab + c^2a^2 + 9a^2b^2 - 18ab^3 + c^4} = \frac{2}{3}PO$$

OQ = PO – PQ = PO - $\frac{2}{3}$ PO = $\frac{1}{3}$ PO

Sehingga PO : PQ : OQ = 3 : 2 : 1

12. Terbukti bahwa perbandingan antara jarak titik potong garis tinggi, titik potong garis berat, dan titik potong garis sumbu selalu tetap yaitu 3 : 2 : 1.

Contoh Pembelajaran 8
Pembuktian teorema Ceva.

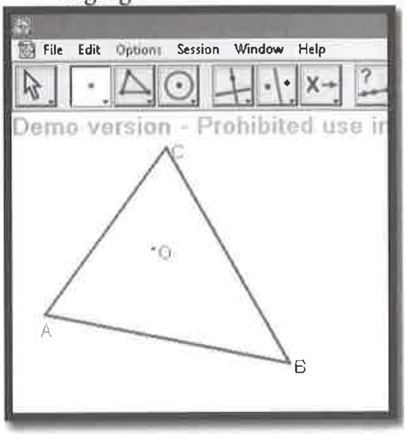
Sebelum kita mengeksplorasi teorema Ceva terlebih dahulu kita mengetahui isi dari teorema Ceva, yaitu: "**Jika terdapat sebuah segitiga ABC dengan titik P, Q dan R masing-masing pada sisi AB, BC dan AC, maka berlaku:**

$$\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RA} = 1$$

dengan syarat AQ, BR dan CP berpotongan di satu titik".

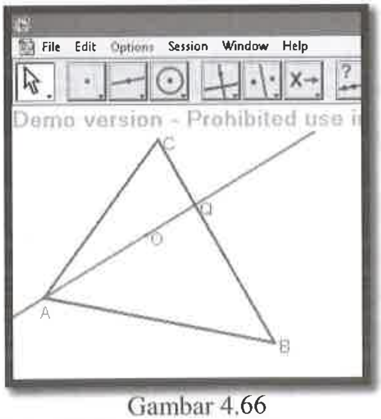
Untuk mengeksplorasi teorema Ceva terlebih dahulu kita dapat mengkonstruksi menggunakan *cabri II plus* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Buatlah segitiga ABC menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar.*
2. Tentukan titik O pada *interior* segitiga ABC.



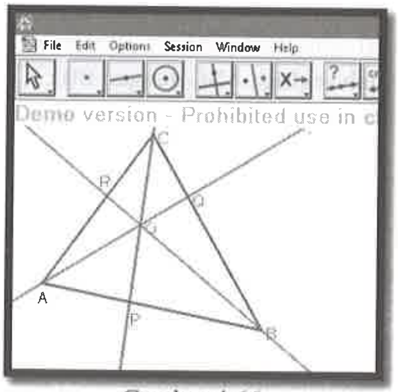
Gambar 4.65

3. Gunakan tombol *line* pada *toolbar* untuk menentukan garis yang melalui titik A dan titik O. tentukan titik potong garis itu menggunkan tombol *intersection point*, beri nama titik potong itu dengan titik Q.



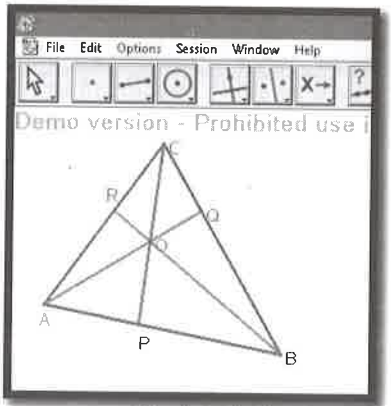
Gambar 4.66

4. Dengan cara yang sama buat garis melalui titik B dan titik O serta garis melalui titik C dan titik O. Kemudian tentukan titik potong dengn sisi-sisi segitiga, beri nama titik itu dengan titik P dan Q.



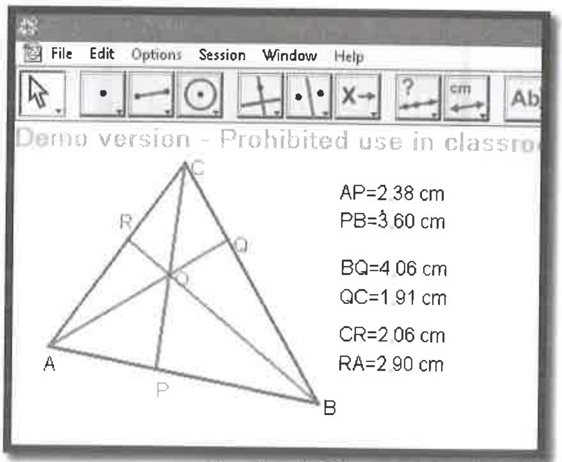
Gambar 4.66

5. Hilangkan garis-garis yang melalui titik O menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar.*
6. Selanjutnya tentukan segmen AQ, BR dan CP menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.*



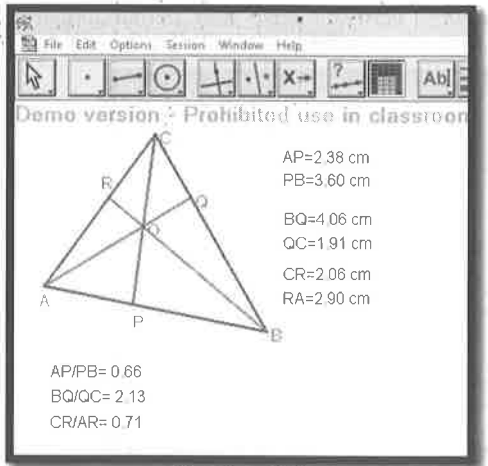
Gambar 4.67

7. Tentukan panjang AQ, BQ, CR, AR, CP, dan BP menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.*



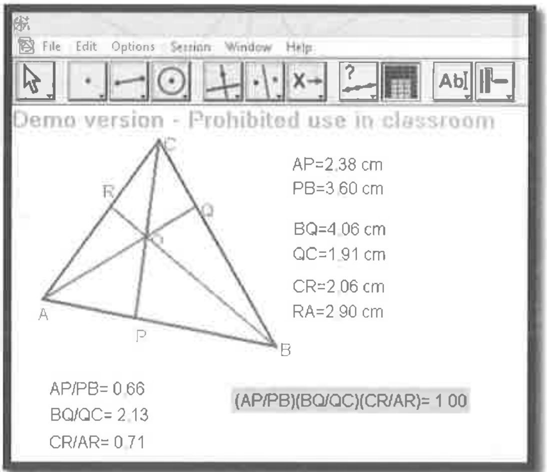
Gambar 4.68

8, Gunakan tombol *calculate* pada *toolbar* lakukan perhitungan menentukan perbandingan $\frac{AP}{PB}$, $\frac{BQ}{CQ}$ dan $\frac{CR}{AR}$.



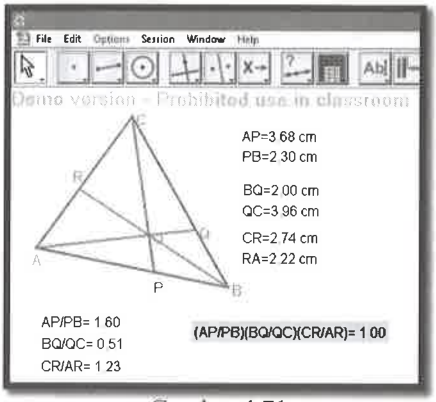
Gambar 4.69

9. Tentukan perkalian $\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RA}$ menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar.*



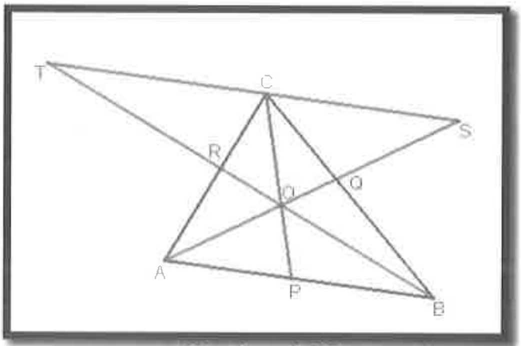
Gambar 4.70

10. Ternyata hasil perkalianya sesuai dengan teorema Ceva yaitu $\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RA} = 1$.
11. Apakah kondisi itu berlaku untuk kondisi yang lain, geser titik O dengan men-*dragging*. Ternyata hasil kali perbandinganya masih tetap.



Gambar 4.71

12. Selanjutnya lakukan pembuktian dengan sistem aksiomatis gemetri. Lihat gambar berikut ini.



Gambar 4.72

>>Lihat ΔCRT dan ΔARB
$\angle CTR = \angle ABR$ (Sudut dalam berseberangan)
$\angle TCR = \angle RAB$ (Sudut dalam berseberangan)
$\angle TRC = \angle ARB$ (Sudut bertolak belakang)

$\therefore \Delta CRT$ sebangung dengan ΔARB $(Sd.Sd.Sd.)$, sehingga :

$$\frac{CR}{RA} = \frac{TC}{AB} \text{......} persamaan(i)$$

>>Lihat ΔCQS dan ΔABQ
$\angle CSQ = \angle BAQ$ (Sudut dalam berseberangan)
$\angle QCS = \angle ABQ$ (Sudut dalam berseberangan)
$\angle CQS = \angle AQB$ (Sudut bertolak belakang)

$\therefore \Delta CQS$ sebangun dengan ΔABQ $(Sd.Sd.Sd.)$, sehingga :

$$\frac{QC}{BQ} = \frac{CS}{AB} \text{ atau } \frac{BQ}{CQ} = \frac{AB}{C} \text{......} persamaan(ii)$$

>>Lihat ΔAOP dan ΔCOS
$\angle OAP = \angle OSC$ (Sudut dalam berseberangan)
$\angle APO = \angle SCO$ (Sudut dalam berseberangan)
$\angle AOP = \angle COS$ (Sudut bertolak belakang)

$\therefore \Delta AOP$ sebangun dengan ΔCOS $(Sd.Sd.Sd.)$, sehingga :

$$\frac{AP}{CS} = \frac{OP}{CO} \text{......} persamaan(iii)$$

$\angle OBP = \angle OTC$ (Sudut dalam berseberangan)
$\angle BPO = \angle TCO$ (Sudut dalam berseberangan)
$\angle BOP = \angle COT$ (Sudut bertolak belakang)

$\therefore \Delta BOP$ sebangun dengan ΔCOT $(Sd.Sd.Sd.)$, sehingga :

$$\frac{PB}{CT} = \frac{OP}{CO} \text{......} persamaan(iii)$$

Dari *pernyataan* (*iii*) dan *pernyataan* (*iv*) didapat,

$$\frac{AP}{CS} = \frac{OP}{CO} = \frac{PB}{CT} \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{CS}{CT} \text{........} persamaan(v)$$

Dari *pernyataan* (*i*), *pernyataan* (*ii*) dan *pernyataan* (*iv*) didapat,

$$\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RA} = \frac{CS}{CT} \times \frac{AB}{CS} \times \frac{CT}{AB} = 1$$

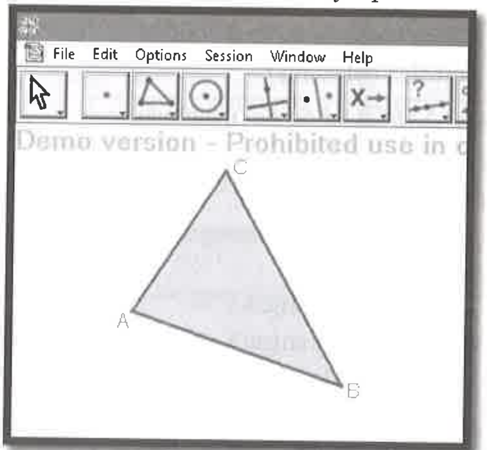
Terbukti bahwa teorema Ceva berlaku.

Contoh Pembelajaran 9

Pembuktian teorema Napoleon.

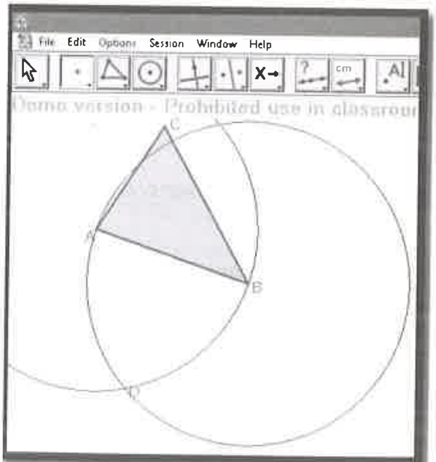
Teorema Napolean, yaitu: "**Terdapat sebuah segitiga ABC dibuat segitiga-segitiga sama sisi pada ketiga buah sisinya, jika pusat lingkaran luar segitiga itu dihubungkan satu sama lain maka akan terbentuk sebuah segitiga sama sisi**". Untuk mengeksplorasi teorema Napoleon terlebih dahulu kita dapat mengkonstruksi menggunakan *cabri II plus* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Buatlah segitiga ABC menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar.*
2. Beri warna segitiga ABC itu menggunakan tombol *fill* pada *toolbar*.



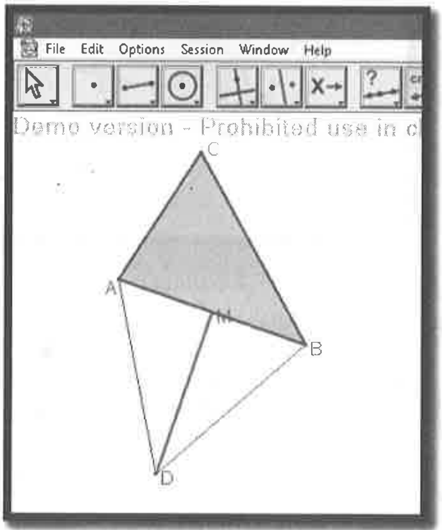
Gambar 4.73

3. Buatlah segitiga sama sisi ABE dengan cara buat lingkaran dengan pusat di titik A dan jari-jari sepanjang AB *circle* pada *toolbar.*
4. Tentukan sebuah lingkaran dengan pusat di titik B dan jari-jari sepanjang AB *circle* pada *toolbar.*
5. Lanjutkan dengan menentukan titik potong dua buah lingkaran tersebut, beri nama titik potong itu dengan titik D.



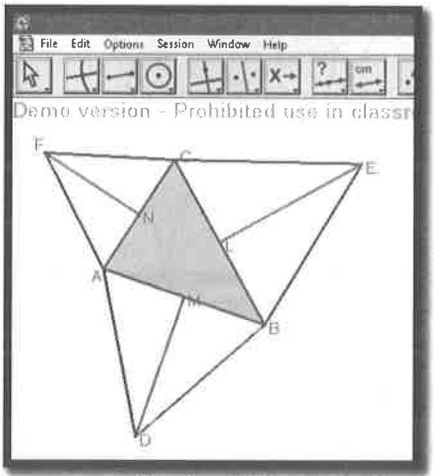
Gambar 4.74

6. Buat garis tegak lurus AB melalui titik D menggunakan tombol *perpendicular line*. Tentukan titik potong garis tersebut dengan sisi AB.
7. Beri nama titik potong tersebut dengan titik M.
8. Selanjutnya buat segmen DM menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*.
9. Sembunyikan garis tegak lurus AB dan lingkaran dari lembar kerja *cabri II plus* menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*.



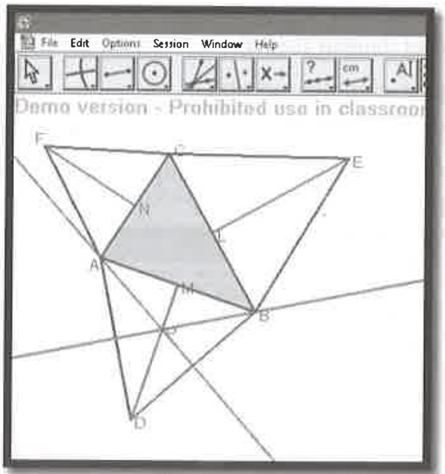
Gambar 4.75

10. Gunakan cara yang sama untuk mengkonstruksi segitiga sama sisi pada sisi BC dan AC.



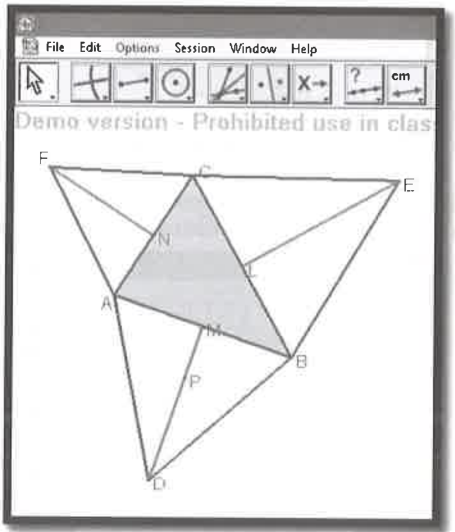
Gambar 4.76

11. Tentukan garis bagi sudut pada segitiga ABD menggunakan *angle bisector* pada *toolbar*.
12. Tentukan titik potong garis bagi sudut tersebut menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar*, beri nama dengan titik P.



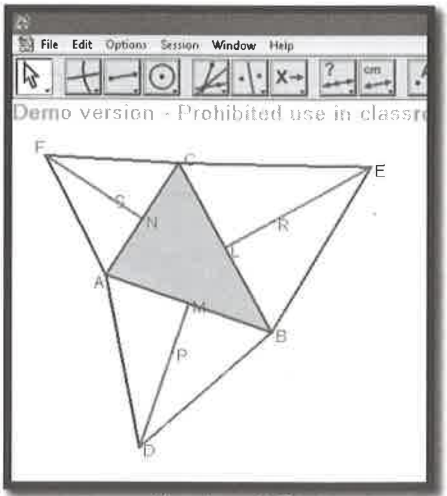
Gambar 4.77

13. Sembunyikan garis bagi yang telah dikonstruksi dari lembar kerja *cabri II plus* menggunakan tombol *hide/show.*



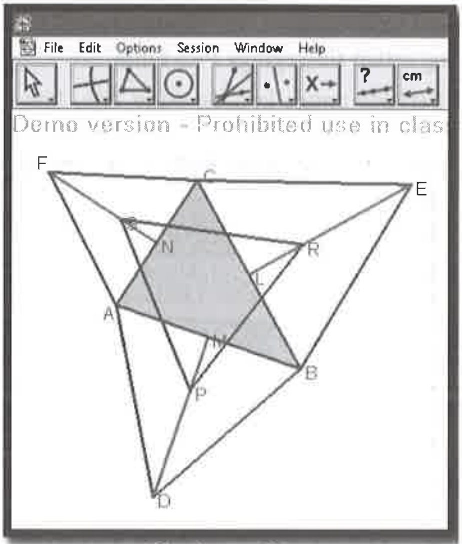
Gambar 4.78

14. Titik P adalah pusat lingkaran dalam segitiga ABD.
15. Gunakan cara yang sama untuk menentukan titik pusat lingkaran dalam segitiga BCE dan segitiga ACF, masing-masing di titik R dan S.



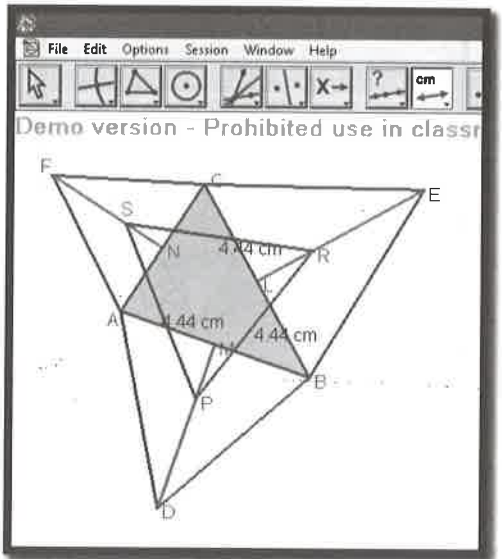
Gambar 4.79

16. Buatlah segitiga PRS menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar.* Segitiga PRS adalah segitiga sama sisi.



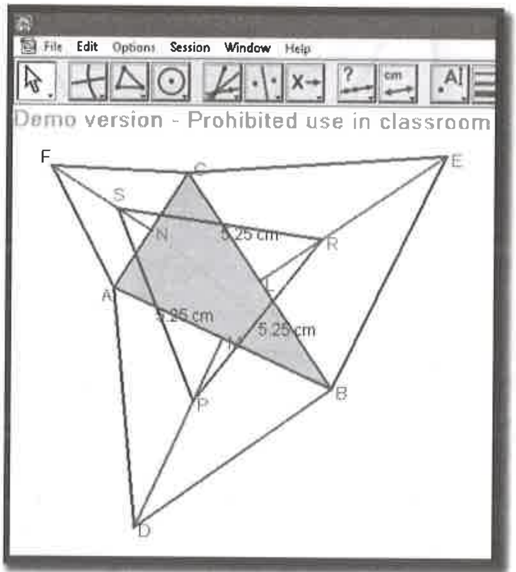
Gambar 4.80

17. Untuk meyakinkan bahwa segitiga PRS adalah segitiga sama sisi, kita dapat menentukan panjang dari masing-masing segitiga PRS menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.*



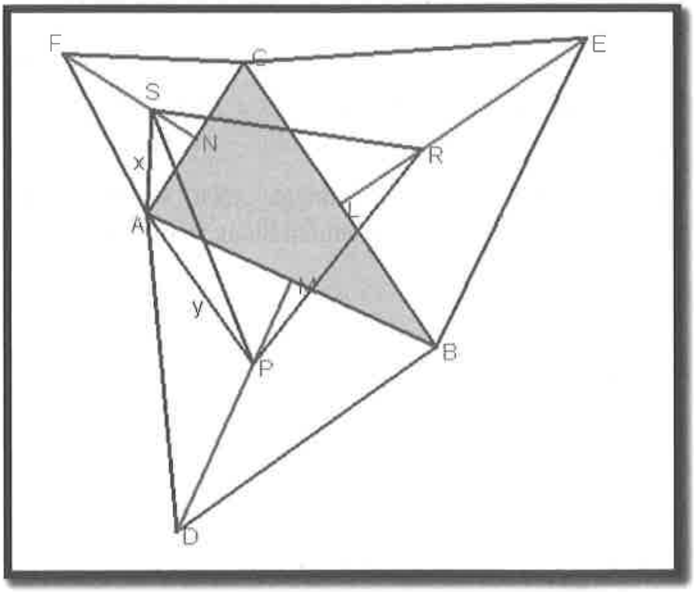
Gambar 4.81

18. Terlihat bahwa panjang setiap sisi segitiga PRS sama.
19. Apakah kondisi itu berlaku untuk kondisi yang lain, kita dapat menggeser titik sudut segitiga ABC dengan cara men-*draging* titik sudut tersebut.



Gambar 4.81

20. Ternyata segitiga PRS tetap sebagai segitiga sama sisi.
21. Selanjutnya lakukan pembuktian dengan sistem aksiomatis gemetri. Lihat gambar berikut ini.



Gambar 4.82

>>Lihat ΔABD

ΔABD adalah segitiga sama sisi sehingga besartiap-tiap sudutnya adalah 60^0. AP adalah garis bagi $\angle DAB$ maka $\angle PAB = \angle PAD = \frac{1}{2}\angle DAB = 30^0$

>>Lihat ΔPAB

ΔPAB adalah segitiga sama kaki sehingga $\angle PAB = \angle PBA = 30^0$ dan $\angle APB = 60^0$. Dengan menggunakan aturan Sinus, maka berlaku:

$$\frac{y}{\sin \angle PAB} = \frac{AB}{\sin \angle APB}$$

$$\frac{y}{\sin 30^0} = \frac{AB}{\sin 60^0}$$

$$y = \frac{AB.\sin 30^0}{\sin 60^0}$$

$$y = \frac{AB.\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$$

$$y = \frac{AB}{\sqrt{3}}......persamaan(i)$$

>>Lihat ΔABD

ΔACF adalah segitiga sama sisi sehingga besartiap-tiap sudutnya adalah 60^0. AS adalah garis bagi $\angle FAC$ maka $\angle FAS = \angle SAC = \frac{1}{2}\angle FAC = 30^0$

>>Lihat ΔACS

ΔACS adalah segitiga sama kaki sehingga $\angle SAC = \angle SCA = 30^0$ dan $\angle ASC = 60^0$. Dengan menggunakan aturan Sinus, maka berlaku:

$$\frac{x}{\sin \angle SAC} = \frac{AC}{\sin \angle ASC}$$

$$\frac{x}{\sin 30^0} = \frac{AC}{\sin 60^0}$$

$$x = \frac{AC.\sin 30^0}{\sin 60^0}$$

$$x = \frac{ABC\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{AC}{\sqrt{3}} \ldots\ldots persamaan(ii)$$

>>Lihat ΔPAS

Kerena $\angle PAB = \angle SAC = 30^0$ maka dengan menggunakan aturan Cosinus, didapat:

$$PS^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos\angle PAS$$

$$PS^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos(\angle PAB + \angle A + \angle SAC)$$

$$PS^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos\{(\angle PAB + \angle SAC) + \angle A\}$$

$$PS^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos(60^0 + \angle A)$$

$$PS^2 = x^2 + y^2 - 2xy(\cos 60^0 \cos\angle A - \sin 60^0 \sin\angle A)$$

$$PS^2 = x^2 + y^2 - 2xy(\frac{1}{2}\cos\angle A - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\angle A)$$

$$PS^2 = x^2 + y^2 - xy(\cos\angle A - \sqrt{3}\sin\angle A) \ldots\ldots\ldots\ldots persamaan(iii)$$

Dari *persamaan* (i), *persamaan* (ii) dan *persamaan* (iii) didapatkan:

$$PS^2 = x^2 + y^2 - xy(\cos\angle A - \sqrt{3}\sin\angle A)$$

$$PS^2 = \left(\frac{AC}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{AB}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{AC}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{AB}{\sqrt{3}}\right)(\cos\angle A - \sqrt{3}\sin\angle A)$$

$$PS^2 = \frac{AC^2}{3} + \frac{AB^2}{3} - \frac{AC.AB}{3}(\cos\angle A - \sqrt{3}\sin\angle A)$$

$$PS^2 = \frac{1}{3}\left\{AC^2 + AB^2 - AC.AB(\cos\angle A - \sqrt{3}\sin\angle A)\right\}$$

$$3PS^2 = AC^2 + AB^2 - AC.AB\cos\angle A - \sqrt{3}AC.AB\sin\angle A ....(iv)$$

>> Lihat ΔABC
Dengan menggunakan aturan Cosinus, maka:

$$AB^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC.AB.\cos\angle A$$

$$\cos\angle A = \frac{AC^2 + AB^2 - AB^2}{2AC.AB} ....(v)$$

Selanjutnya, gunakan aturan Sinus dengan pendekatan luas daerah ΔABC

$$Luas\,daerah\,\Delta ABC = \frac{1}{2}AC.AB.\sin\angle A$$

$$2L\Delta ABC = AC.AB.\sin\angle A$$

$$\sin\angle A = \frac{2L\Delta ABC}{AC.AB} ....(vi)$$

Dari *persamaan* (*iv*), *persamaan* (*v*) dan *persamaan* (*vi*) didapatkan:

$$3PS^2 = AC^2 + AB^2 - AC.AB\cos\angle A - \sqrt{3}AC.AB\sin\angle A$$

$$3PS^2 = AC^2 + AB^2 - AC.AB\left(\frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{AC.AB}\right) - \sqrt{3}AC.AB\left(\frac{2L\Delta ABC}{AC.AB}\right)$$

$$3PS^2 = AC^2 + AB^2 - \frac{1}{2}\left(AC^2 + AB^2 - BC^2\right) - 2\sqrt{3}.L\Delta ABC$$

$$3PS^2 = AC^2 + AB^2 - \frac{1}{2}AC^2 - \frac{1}{2}AB^2 + \frac{1}{2}BC^2 - 2\sqrt{3}.L\Delta ABC$$

$$3PS^2 = \frac{1}{2}AC^2 + \frac{1}{2}AB^2 + \frac{1}{2}BC^2 - 2\sqrt{3}.L\Delta ABC$$

$$3PS^2 = \frac{1}{2}\left(AC^2 + AB^2 + BC^2\right) - 2\sqrt{3}.L\Delta ABC$$

$$PS^2 = \frac{1}{6}\left(AC^2 + AB^2 + BC^2\right) - \frac{2}{3}\sqrt{3}.L\Delta ABC$$

Analogi dengan cara pengerjaan yang sama maka akan didapat:

$$PR^2 = RS^2 = PS^2 = \frac{1}{6}\left(AC^2 + AB^2 + BC^2\right) - \frac{2}{3}\sqrt{3}.L\Delta ABC$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa $PR = RS = PS$ yang artinya ΔABC adalah segitiga sama sisi.

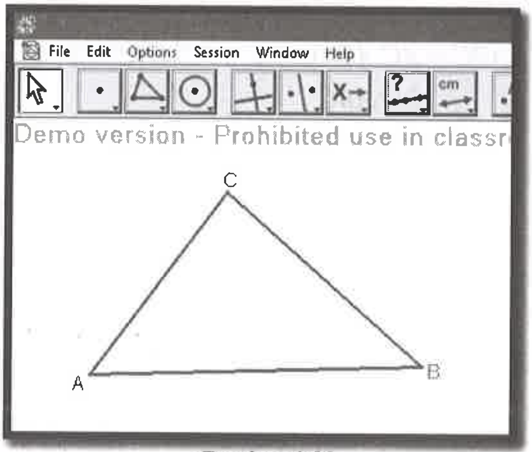
Contoh Pembelajaran 10

Pembuktian teorema Stewart.

Teorema Stewart, yaitu: "**Terdapat sebuah segitiga ABC dengan titik D pada AB, maka berlaku: $CD^2 \times AB = BC^2 \times AD + AC^2 \times BD - AD \times BD \times AB$**"

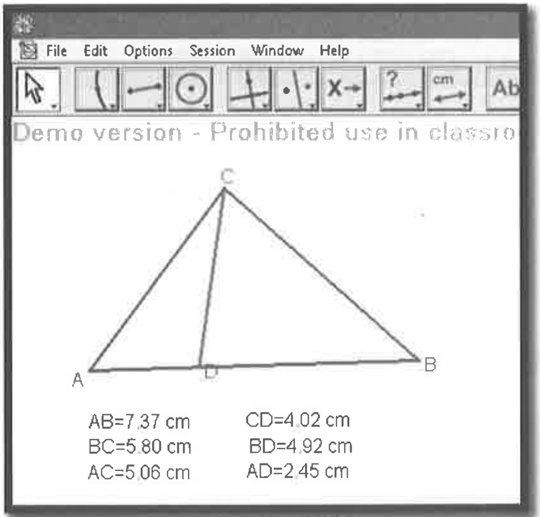
Untuk mengeksplorasi teorema Napoleon terlebih dahulu kita dapat mengkonstruksi menggunakan *cabri II plus* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Buatlah segitiga ABC menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar.*



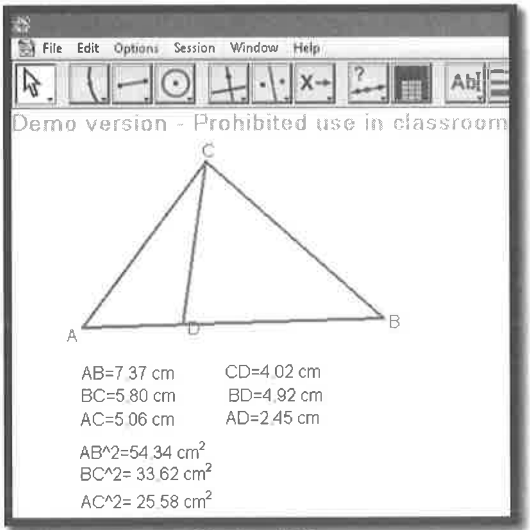
Gambar 4.83

2. Tentukan titik D pada sisi AB menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar.*
3. Buatlah segmen CD menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.*
4. Gunakan tombol *distance or length* pada *toolbar* untuk menentukan panajnag AB, BC, AC, AD, BD, dan CD.



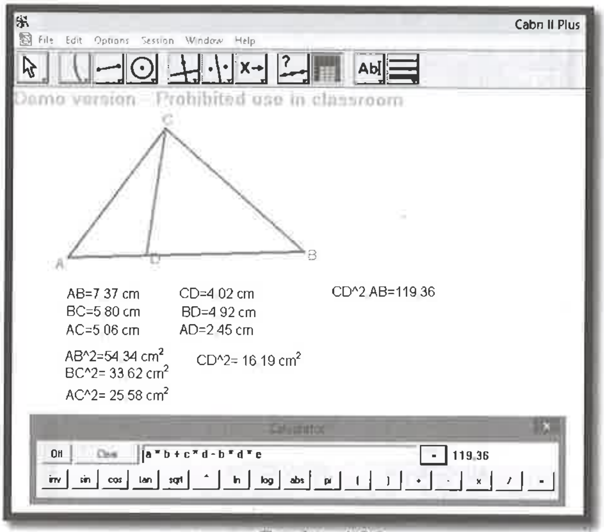
Gambar 4.84

5. Tentukan kuadrat dari AB, BC dan AC menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar.*



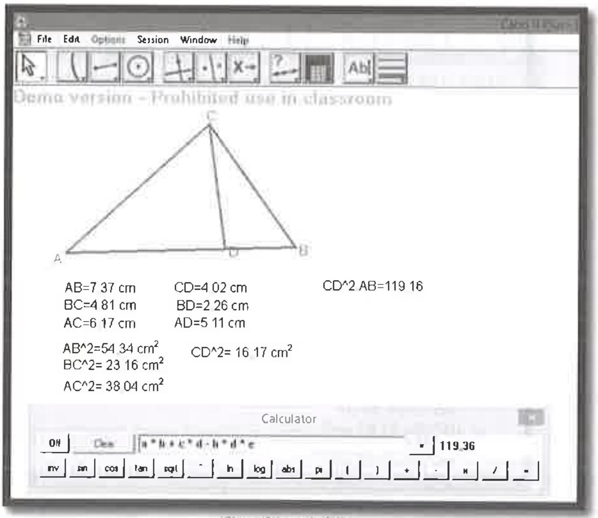
Gambar 4.85

6. Gunakan tombol *calculate* untuk menentukan $CD^2 \times AB$.
7. Tentukan juga $BC^2 \times AD + AC^2 \times BD - AD \times BD \times AB$" dengan menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar.*



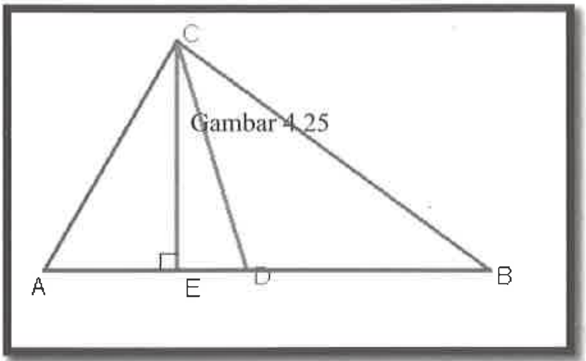
Gambar 4.86

8. Terlihat bahwa $CD^2 \times AB = BC^2 \times AD + AC^2 \times BD - AD \times BD \times AB$.
9. Apakah hal itu berlaku untuk kondisi lain, *dragging* titik P atau salah satu titik sudut segitiga.



Gambar 4.87

10. Dapat dilihat ternyata masih berlaku:
    $CD^2 \times AB = BC^2 \times AD + AC^2 \times BD - AD \times BD \times AB$
11. Selanjutnya kita lanjutkan untuk pembuktian secara aljabar. Lihat gambar berikut ini.



Gambar 4.88

>>Lihat ΔBEC

ΔBEC adalah segitiga siku-siku, sehingga:

$$BC^2 = CE^2 + BE^2$$

$$BC^2 = CE^2 + (ED + BD)^2 \text{............} persamaan(i)$$

>>Lihat ΔDEC

ΔDEC adalah segitiga siku-siku, sehingga:

$$CE^2 = CD^2 - ED^2 \text{...............} persamaan \quad (ii)$$

Dari *persamaan* (i) dan *persamaan* (ii) didapat:

$$BC^2 = CE^2 + (ED + BD)^2$$

$$BC^2 = CD^2 - ED^2 + (ED + BD)^2$$

$$BC^2 = CD^2 - ED^2 + ED^2 + 2ED \times BD - BD^2$$

$$BC^2 = CD^2 + 2ED \times BD - BD^2 \text{.................} persamaan(iii)$$

>>Lihat ΔAEC

ΔAEC adalah segitiga siku-siku, sehingga:

$$AC^2 = CE^2 + AE^2$$

$$AC^2 = CE^2 + (AD - ED)^2 \text{...............} persamaan(iv)$$

>>Lihat ΔCED

ΔCED adalah segitiga siku-siku, sehingga:

$$CE^2 = CE^2 - ED^2 \text{...............} persamaan \quad (v)$$

Dari *persamaan* (*iv*) dan *persamaan* (*v*) didapat:

$$AC^2 = CE^2 + (AD - ED)^2$$

$$AC^2 = CD^2 + ED^2 + (AD - ED)^2$$

$$CD^2 = AC^2 - ED^2 + AD^2 - 2AD \times ED + ED^2$$

$$CD^2 = AC^2 + AD^2 - 2AD \times ED \text{..........} persamaan(vi)$$

Kalikan *persamaan* (*iii*) dengan AD, sehingga:

$$BC^2 \times AD = (CD^2 + BD^2 + 2ED \times BD) \times AD$$

$$BC^2 \times AD = CD^2 \times AD + BD^2 \times AD + 2ED \times BD \times AD \text{..........} persamaan(vi$$

Kalikan *persamaan* (*vi*) dengan BD sehingga:

$$AC^2 \times BD = (CD^2 + AD^2 - 2ED \times AD) \times BD$$

$$AC^2 \times BD = CD^2 \times BD + AD^2 \times BD - 2ED \times AD \times BD \text{..........} persamaan(vii$$

Jumlahkan *persamaan* (*vii*) dan *persamaan* (*viii*) sehingga didapat:

$$(BC^2 \times AD) + (AC^2 \times BD) = (CD^2 \times AD + BD^2 \times AD + 2DE \times BD \times AD) +$$
$$(CD^2 \times BD + AD^2 \times BD - 2ED \times AD \times BD)$$
$$BC^2 \times AD + AC^2 \times BD = CD^2 \times AD + BD^2 \times AD + 2BD \times ED \times AD) +$$
$$CD^2 \times BD + AD^2 \times BD - 2AD \times ED \times BD$$
$$AC^2 \times AD + AD^2 \times BD = CD^2(AD + BD) + BD^2 \times AD + AD^2 \times BD$$
$$AC^2 \times AD + AD^2 \times BD = CD^2(AD + BD) + AD \times BD(BD + AD)$$
$$AC^2 \times AD + AD^2 \times BD = CD^2 \times AB + AD \times BD \times AB$$
$$CD^2 \times AB = AC^2 \times AD + AD^2 \times BD - AD \times BD \times AB$$

Terbukti bahwa teorem Stewart berlaku.

BAB 5

CABRI II PLUS UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS

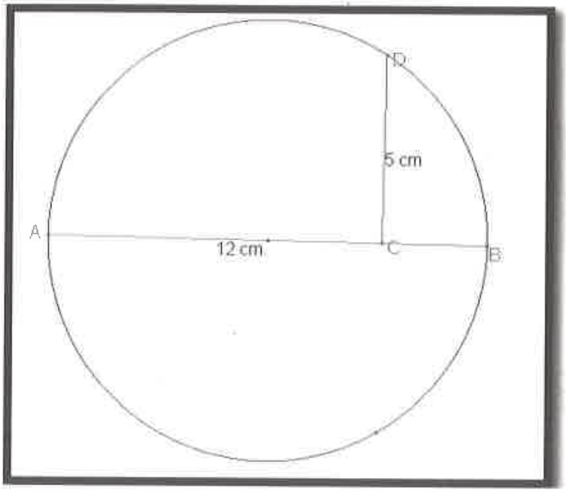
A. PENGERTIAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS

Masalah muncul ketika manusia memiliki tujuan dan mengharapkan tujuan itu tercapai. Bagaimana tujuan itu tercapai menjadi bagian yang sangat penting bagi manusia perlu langkah untuk menyelesaikanya. Setiap kali seseorang ingin mencapai suatu tujuan yang diinginkan, maka akan ada sebuah tindakan yang harus dilakukan. Sedangkan tidakan dilakukan harus didasarkan pada proses berpikir seseorang. Menurut Robertson (2005) proses berpikir bertujuan untuk merancang beberapa tindakan untuk memediasi antara masalah yang dihadapi dengan tujuan yang ingin dicapai. Sehingga, seberapa besar kemampuan sesesorang menggunakan proses berpikirnya akan berpangaruh pada kemungkinan masalah akan dengan baik.

Pada pembelajaran matematika, siswa sering dihadapkan pada masalah-masalah terkait dengan penyelesaian suatu soal ataupun tes untuk evaluasi. Tujuan siswa menyelesaikan soal adalah supaya siswa dapat menemukan jawaban dari soal yang telah diberikan oleh guru. Apabila seorang siswa menyelesaikan soal dengan benar dapat dikatakan siswa tersebut memahami materi dengan baik sehingga tujuan pembelajaran tercapai. Sebaliknya jika siswa tidak dapat menyelesaikan soal dengan benar tujuan pembelajaran belum tercapai.

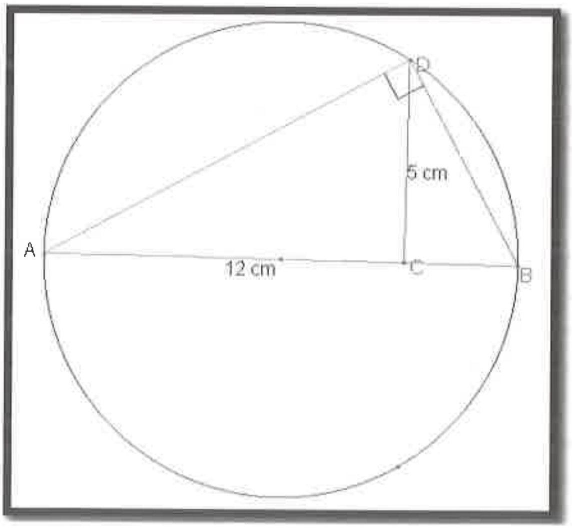
Masalah dalam matematika terdiri dari dua macam, yaitu masalah untuk menemukan dan masalah untuk membuktikan (Hudojo, 2001). Masalah untuk menemukan berarti masalah matematis yang tujuan akhirnya pada penemuan sebuah jawaban terkait nilai sebuah ukuran panjang, luas daerah, volume, perbandingan, besar sudut dan lain sebagainya. Sedangkan masalah untuk membuktikan dapat diartikan masalah yang berkaitan dengan pembuktian suatu teorema, lema atau akibat-akibatnya.

Berikut contoh masalah matematika sebagai masalah untuk menemukan pada materi geometri: "Pada garis tengah AB pada sebuah lingkaran, ditentukan sebuah garis tinggi di titik C yang memotong lingkaran itu di titik D. Jika CD = 5 cm dan AC = 12 cm. Hitunglah garis tengah AB". Tujuan akhir dari penyelesain masalah tersebut adalah ditemukanya ukuran panjang diameter atau garis tengah lingkaran dengan mengacu informasi yang diketahui. Lihat gambar berikut ini.



Gambar 5.1

Gambar di atas adalah sketsa gambar dari masalah yang diketahui. Untuk dapat mengarahkan konjektur terhadap jawaban yang diinginkan kita dapat membuat segmen AD dan segmen BD sehingga terbentuk ΔABC yang merupakan segitiga siku-siku.



Gambar 5.2

Diketahui: Titik C pada segmen AB

$CD \perp AB$

AC = 12 cm

CD = 5 cm

ΔACD adalah segitiga siku-siku

Ditanyakan: panjang AB= . . .?

Jawab:

>> Lihat ΔACD

ΔACD adalah segitiga siku-siku sehingga,

$$AD^2 = AC^2 + CD^2$$
$$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2}$$
$$AD = \sqrt{12^2 + 5^2}$$
$$AD = \sqrt{144 + 25}$$
$$AD = \sqrt{169}$$
$$AD = 13\,cm$$

>> Lihat ΔACD dan ΔABD

$\angle DAC = \angle DAB$ (berimpit)

$\angle ACD = \angle ADB$ (sudut siku - siku)

$\angle ADC = \angle ACB$ (jumlah sudut segitiga)

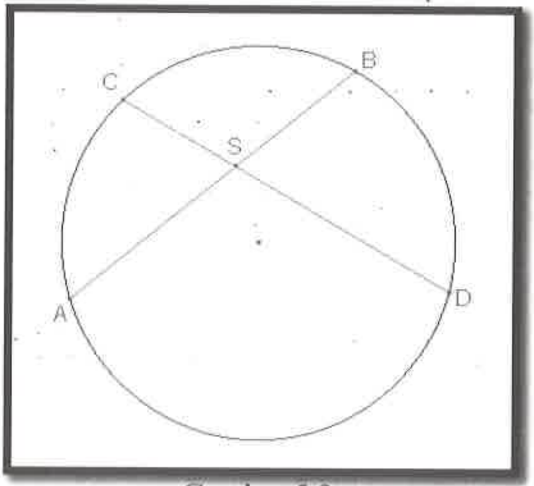
$\therefore \Delta \text{ADC}$sebangun dengan ΔABD(Sd.Sd.Sd)

Sehingga,

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \quad AD^2 = AC \times AB$$
$$13^2 = 12 \times AB$$
$$169 = 12 \times AB$$
$$AB = \frac{169}{12} \approx 14{,}08\ cm$$

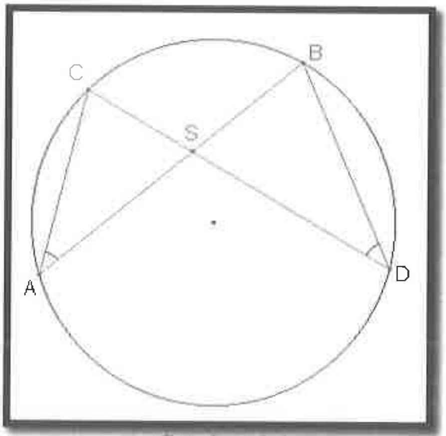
Adapun contoh masalah matematika sebagai masalah untuk dibuktikan pada materi geometri adalah sebagai berikut: "AS da CD adalah talibusur lingkaran yang saling berpotongan di titik S. Buktikan bahwa AS×BS = CS×DS ". Tujuan akhir dari masalah tersebut adalah terbuktinya sebuah persamaan yang merupakan sebuah teorema dari talibusur lingkaran. Solusi dari masalah tersebut yaitu:

Lihat gambar di bawah ini.



Gambar 5.3

Tentukan segmen AC dan segmen BD, sehingga gambarnya menjadi.



Gambar 5.4

Diketahui: AC dan BC adalah tali busur lingkaran
P: titik potong segmen AC dan BC

Buktikan: AS×BS = CS×DS.
Jawab:
$\angle CAB$ dan $\angle CDB$ adalah sudut keliling lingkaran yang sama-sama menghadap $\angle CAB$ busur BC, sehingga:

$$\angle CAB = \angle CBD = \angle CAS = \angle BDS = \frac{1}{2} busur\, BC \,.......pernyataan\ (i)$$

>> Lihat ΔASC dan ΔBSD

$\angle CAS = \angle BDS$ (diketahui di pernyataan(i))

$\angle ASC = \angle BSD$ (sudut bertolak belakang)

$\angle ACS = \angle DBS$ (jumlah sudut segitiga)

$\therefore \Delta CAB$ sebangun dengan ΔBSD (Sd.Sd.Sd)

Sehingga,

$$\frac{AS}{DS} = \frac{CS}{BS} \Rightarrow AS \times BS = CS \times DS$$

Kedua contoh masalah di atas baik masalah untuk menemukan ataupun masalah untuk membuktikan, keduanya memerlukan sebuah pemahaman terhadap materi geometri dan strategi untuk menyelesaikanya. Untuk itu diperlukan sebuah kemampuan dalam pemecahan masalah matematis.

Pemecahan masalah pada materi geometri dapat dilakukan dengan mengawali membangun sebuah gambar sesuai informasi yang diketahui dengan benar. Kemudian, mengacu dari gambar yang telah dibuat menuliskan informasi yang diketahui beserta akibat dan koneksi antar informasi. Dengan menggunakan *cabri II plus* permasalahan baik yang akan ditemukan dan dibuktikan dapat dikonstruksikan secara teliti sehingga dapat dieksplorasi hal-hal yang terkait dengan permasalahan tersebut.

Stacey (Anderson, 2009) mengungkapkan bahwa pemecahan masalah dapat diartikan sebagai keterampilan penting dalam hidup seseorang yang melibatkan berbagai proses termasuk menganalisis, menafsirkan, penalaran, memprediksi, mengevaluasi dan mereflesikan proses kegiatan. Pemecahan masalah merupakan salah satu tujuan atau komponen fundamental dari kurikulum matematika sekolah di berbagai negara. Akan tetapi, kegiatan pemecahan masalah merupakan kegiatan yang komplek yang membutuhkan berbagai kemampuan berpikir. Oleh karena itu, kemampuan pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika harus dikembangkan.

Menurut Sumarmo (2010) pemecahan masalah matematis mempunyai dua makna, yaitu pemecahan masalah sebagai suatu pendekatan pembelajaran dan pemecahan masalah sebagai suatu kegiatan yang meliputi: mengidentifikasi kecukupan data; membuat model matematika; memilih dan menerapkan strategi penyelesaian masalah; menjelaskan dan memeriksa hasil jawaban; dan menerapkan matematika secara bermakna.

Pemecahan masalah sebagai suatu pendekatan pembelajaran digunakan untuk membangun sebuah konsep matematika berdasarkan masalah. Pada pembelajaran dengan pendekatan masalah diawali dengan penyajian masalah kemudian melalui induksi siswa menemukan pengetahuan matematika. Eksplorasi dengan *cabri II plus* akan membantu siswa untuk memahami sebuah materi geometri melalui kegiatan memanipulasi bangun geometri, menentukan konjektur dan menemukan konsep matematika. Konsep geometri dapat tervisualisasi secara jelas dan akurat menggunakan *cabri II plus*, sehingga prinsip-prinsip konsep geometri dapat dikuasai dengan baik.

Misalkan pada pembelajaran segitiga untuk menentukan pertidaksamaan segitiga, Pembelajaran dimulai dengan memberikan masalah: Dapatkah kamu mengkonstruksikan segitiga dengan ukuran-ukuran di bawah ini:

a. ΔABC dengan panjang sisi AB = 8 cm, BC= 4 cm dan AC = 3 cm
b. ΔDEF dengan panjang sisi DE = 3 cm, EF= 4 cm dan DF = 5 cm
c. ΔPQR dengan panjang sisi PQ = 7 cm, QR= 8 cm dan PR = 8 cm
d. ΔKLM dengan panjang sisi KL= 10 cm, KM= 5 cm dan AC = 3 cm
e. ΔRST dengan panjang sisi RS = 8 cm, ST= 4 cm dan RT = 3 cm
f. ΔXYZ dengan panjang sisi XY = 8 cm, YZ= 4 cm dan XZ = 7 cm

Selanjutnya siswa diajak mengeksplorasi masalah di atas dengan bantuan *cabri II plus* dengan mengkonstruksi kemudian menuliskan hasil eksplorasi. Selanjutnya siswa diajak untuk menentukan hubungan antar gambar-gambar segitiga yang telah dibuat apakah ada kesamaan atau perbedaan. Lakukan perhitungan secara aljabar sehingga pada akhirnya dapat menyimpulkan bahwa pada sebuah segitiga jumlah panjang dua buah sisi akan lebih besar dari sisi yang lainya.

Pemecahan masalah sebagai kegiatan atau strategi pemecahan masalah diawali dengan mengumpulkan data. Kecukupan data dapat diperoleh dengan cepat dan akurat dengan memanipulasi bangun geometri yang terkonstruksi menggunakan cabri II plus. Efektifitas waktu akan menjadi hal yang sangat penting jika kita dihadapkan dengan permasalahan geometri yang membutuhkan ketelitian dan keakuratan dalam perhitungan. Sehingga, dengan alat bantu cabri II plus seseorang dengan mudah mendapatkan data yang diinginkan dalam pemecahan masalah.

Data yang diperoleh dapat dijadikan acuan untuk seseorang membuat model matematikanya. Eksplorasi akan dapat dilakukan lebih leluasa tanpa ada rasa ketakutan akan kesalahan sehingga strategi yang terkait dengan sifat ataupun teorema-teorema dapat dibangun secara benar hingga dapat diterapkan untuk menyelesaikan permasalahan hingga menemukan sebuah jawaban.

Setelah menemukan sebuah jawaban dari permasalahan hendaknya diperiksa kembali apakah langkah-langkah penyelesain sudah sesuai dengan prinsip-prinsip matematika. Disamping itu, pemeriksaan kembali nilai perhitungan sangat penting dilakukan. Hal tersebut untuk menghindari kesalahan perhitungan dari operasi aritmatika ataupun aljabar.

Polya (1957) secara garis besar mengemukakan empat langkah utama dalam pemecahan masalah yaitu: Memahami masalah, menyusun rencana, melaksanakan rencana dan memeriksa kembali hasil yang diperoleh. Secara rinci keempat langkah itu diuraikan sebagai berikut:

1. Memahami Permasalahan

   Pada tahapan ini seorang siswa yang akan menyelesaikan masalah matematika harus memahami masalah dan mengetahui hal apa yang ditanyakan pada masalah tersebut. Pahami masalah berdasarkan istilah, simbol, kalimat perkalimat sehingga tidak terjadi kesalahan memahami masalah. Buatlah pemodelan dari masalah yang dihadapi dengan menggambarkan bentuk geometri. Pada tahap ini siswa juga harus menuliskan informasi-informasi yang diketahui dengan mengacu pada pemodelan yang sudah dibuat. Dengan menggunakan *cabri II plus* seorang siswa dapat mengkonstruksi masalah dengan menggambarkannya dalam bentuk geometri secara tepat.

2. Menyusun Rencana

   Pada tahap ini siswa menyusun rencana solusi dari masalah. Siswa dapat memiliki rencana dengan baik apabila mengetahui secara garis besar, yang mana kalkulasi, komputasi, atau konstruksi yang mereka punya untuk menunjukkan dalam rangka mendapatkan yang diketahui. Siswa juga akan mencobakan idenya untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Ide ini akan muncul setelah siswa mengeksplorasi permasalahan dengan menggunakan *cabri II Plus* sehingga memberikan pertanyaan yang mengarahkan siswa kepada solusinya.

3. Melaksanakan Rencana

   Setelah siswa mendapatkan rencana penyelesaian dalam bentuk dugaan-dugaan, siswa dapat mengaitkanya dengan perhitungan-perhitungan aljabar atau secara axiomatis sehingga ditemukan sebuah solusi. Pemahaman terhadap teorema-teorema sangat dibutuhkan untuk mengaitkan dugaan-dugaan yang sudah dikonstruksi. Sehingga, pemahaman terhadp teorema-teorema sangat dibutuhkan untuk melaksanakan rencana menemukan sebuah solusi.

4. Memeriksa Kembali Hasil Solusi yang Diperoleh

   Kebanyakan siswa setelah mendapatkan solusi atau jawaban permaslahan matematis merasa puas dengan jawabanya tanpa memperhatikan apakah solusi yang sudah dibuat benar atau tidak. Oleh karena itu, tahap memeriksa kembali hasil solusi yang diperoleh sangat dibutuhkan. Dengan memeriksa kembali hasil yang telah didapat, mempertimbangkan kembali dan menguji kembali hasilnya dan jalan yang mengarah ke sana, mereka dapat memperkuat pengetahuan mereka dan mengembangkan kemampuan mereka untuk menyelesaikan masalah.

   Sedangkan menurut Osborn (Stamatis, 2002) terdapat sepuluh langkah dalam pemecahan masalah yang disebut dengan teknik"*brainstorming*", meliputi:

   Langkah 1. Pikirkan semua tahapan masalah
   Langkah 2. Pilih sub masalah yang akan ditemukan
   Langkah 3. Pikirkan data-data yang dapat membantu memecahkan masalah.
   Langkah 4. Pilih sumber yang paling mungkin dari data
   Langkah 5. Bayangkan semua ide yang mungkin menjadi kunci masalah
   Langkah 6. Pilih ide yang paling mungkin menyebabkan solusi.
   Langkah 7. Pikirkan semua cara untuk menguji
   Langkah 8. Pilihlah cara yang paling anda anggap yakin untuk menguji
   Langkah 9. Bayangkan semua keterwakilan yang mungkin
   Langkah 10. Tentukan jawaban akhir.

Posamentier (2009) mengungkapkan dalam melakukan pemecahan masalah dapat dilakukan dengan strategi-strategi diantaranya pengorganisiran data, membuat sebuah daftar, membuat tabel, menebak dan, memecahkan masalah sederhana dari masalah yang sama, menemukan pola dan mengadopsi pandangan yang berbeda. Berikut akan dijabarkan beberapa strategi yang telah di sebutkan.

1. Pengorganisiran data

   Data atau fakta hasil eksplorasi dapat diperoleh dari proses perhitungan baik secara aritmatika maupun secara aljabar. Data yang telah dikumpulkan hendaknya disusun secara sistematis sehingga dapat diorganisasikan sebagai satu kesatuan pengetahuan. Eskplorasi untuk mendapatkan data dapat dilakukan dengan melihat sifat tiap-tiap bagian yang ada pada permasalahan. Sebagai contoh ketika dihadapkan dengan masalah geometri maka kita dapat mengumpulkan data terkait dengan panjang sisi, besar sudut, luas daerah, keterkaitan antar teorema dan lain sebagainya.

2. Membuat sebuah daftar

   Setelah data dirasakan cukup untuk menyelesaikan masalah, kita dapat menuliskanya dengan mendaftar apa yang diketahui dari sebuah permasalahan. Penulisan daftar informasi yang diketahui jangan sampai keluar dari permasalahan yang ada. Sebagai contoh jika diketahui sebuah segitiga sama kaki, kita cukup menuliskan bahwa dua buah sisi dan dua buah sudut besarnya sama, sedangkan untuk satu sudut dan sisi yang lainya kita tidak boleh menentukan besarnya.

3. Membuat tabel

   Jika diperlukan tuliskan data ataupun daftar informasi yang diketahui pada permasalahan dalam sebuah tabel. Penulisan pada sebuah tabel akan mempermudah kita untuk menyusun dugaan-dugaan pada kolom-kolom tabel yang telah kita buat. Sebagai contoh jika dihadapkan dengan masalah menentukan keumuman dari besarnya jumlah sudut dalam suatu segi-*n* (*polygon*), setelah dilakukan eksplorasi menggunakan *cabri II plus* dapat dituliskan pada sebuah tabel berikut.

Tabel 5.1. Data Eksplorasi Jumlah Sudut Dalam Segi-*n*

Segi-*n*	Banyaknya segitiga yang terbentuk	Jumalah sudut dalam segitiga	Jumlah sudut dalam segi-*n*	Hubungan banyaknya sisi segi-*n* dengan banyaknya segitiga yang terbentuk
3	1	180^0	1×180^0	$(3-2)\times180^0$
4	2	180^0	2×180^0	$(4-2)\times180^0$
5	3	180^0	3×180^0	$(5-2)\times180^0$
6	4	180^0	4×180^0	$(6-2)\times180^0$
7	5	180^0	5×180^0	$(7-2)\times180^0$
8	6	180^0	6×180^0	$(8-2)\times180^0$
9	7	180^0	7×180^0	$(9-2)\times180^0$
10	8	180^0	8×180^0	$(10-2)\times180^0$
11	9	180^0	9×180^0	$(11-2)\times180^0$
12	10	180^0	10×180^0	$(12-2)\times180^0$
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....
...	....	...	....	....
dst	dst	180^0		$(n-2)\times180^0$

4. Menebak dan menguji

   Strategi ini dilakukan dengan menebak jawaban dari permasalahan berdasarkan pengetahuan yang dimiliki siswa. Apabila tebakan tidak sesuai dengan dugaan yang telah dipunyai maka kita dapat menentukan tebakan lain yang sesuai dengan dugaan yang kita miliki. Ketepatan menebak tergantung sejauh mana pengetahuan siswa terhadap unsur-unsur yang ada pada masalah yang dihadapinya. Setelah siswa menebak sesuai dengan dugaanya, siswa langsung melakukan pengujian apakah dugaan sudah sesuai sehingga berakhir pada penemuan sebuah jawaban.

Sebagai contoh: "tentukan luas maksimum dari sebuah persegi panjang dengan keliling 20 cm". Untuk menyelesaikan masalah tersebut kita dapat melakukan teknik menebak jawaban untuk kemudian di uji sesuai perhitungan luas daerah persegi panjang, tulisakan percobaan pada sebuah tabel seperti berikut:

Tabel 5.2. Hasil Tebakan Jawaban Luas Daerah Maksimum Suatu Persegi Panjang

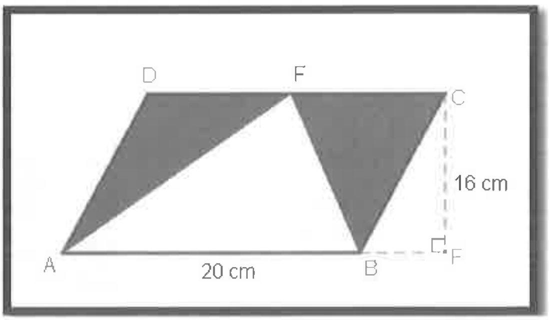
Panjang (cm)	Lebar (cm)	Keliling Persegi Panjang (cm)	Luas Daerah Persegi Panjang (cm^2)
9	1	$(2\times9)+(2\times1)=20$	$9\times1=9$
8	2	$(2\times8)+(2\times2)=20$	$8\times2=16$
7	3	$(2\times7)+(2\times3)=20$	$7\times3=21$
6	4	$(2\times6)+(2\times4)=20$	$6\times4=24$
5	5	$(2\times5)+(2\times5)=20$	$5\times5=25$
4	6	$(2\times4)+(2\times6)=20$	$4\times6=24$
3	7	$(2\times3)+(2\times7)=20$	$3\times7=21$
2	8	$(2\times2)+(2\times8)=20$	$2\times8=18$
1	9	$(2\times1)+(2\times9)=20$	$1\times9=9$

Dengan menebak kemudian mengujinya terlihat luas daerah maksimum yaitu 25 cm^2 dengan panjang masing-masing sisi yaitu 5 cm × 5 cm berupa sebuah persegi.

5. Memecahkan masalah secara sederhana dari masalah yang sama

Masalah biasanya dapat diselesaikan lebih dari beberapa cara. Akan tetapi, kita sering memilih pemecahan masalah yang kompleks dan rumit. Untuk itu strategi pemecahan masalah yang dapat dilakukan adalah dengan memilih solusi yang paling sederhana dari masalah yang sama. Misal terdapat masalah seperti berikut.

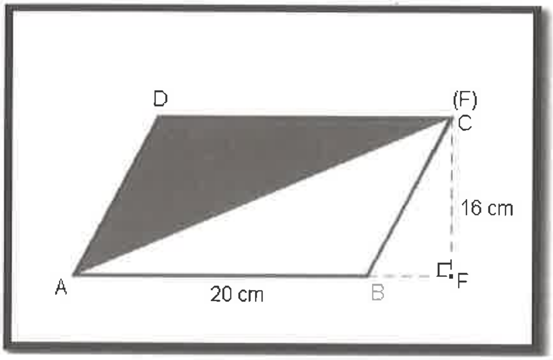
Tentukan luas daerah yang diarsir pada gambar di bawah ini.



Gambar 5.5

Jawab:

Untuk mentukan luas daerah yang diarsir dapat dilakukan dengan beberapa cara. Akan tetapi, kita dapat memilih cara yang paling sederhana dari masalah tersebut. Manipulasilah gambar sehingga memudahkan menentukan solusi dari permasalahan, seperti dengan menentukan titik tempat kedudukan titik F pada titik C. Seperti tampak pada gambar berikut.



Gambar 5.6

Luas daerah ΔADC + Luas daerah ΔADC = Luas daerah ΔADC

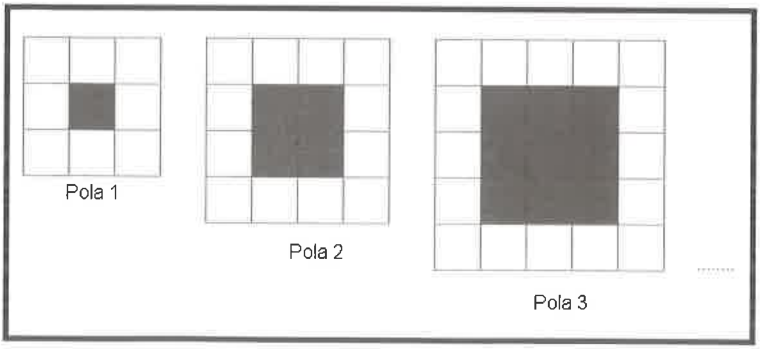
$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \times CD \times CF \\
&= \frac{1}{2} \times 20 \times 16 \\
&= 10 \times 16 \\
&= 160 \text{ cm}^2
\end{aligned}$$

Sehingga didapat bahwa luas daerah yang diarsir adalah 160 cm^2.

6. Menemukan pola

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menentukan pola untuk memecahkan masalah sehari-hari. Sebagai contoh seorang siswa dapat menentukan pola dari sebuah kegiatan (misalkan: jam makan siang, waktu tidur, waktu beribadah) berdasarkan pengalaman yang telah dirasakan. Cara terbaik untuk belajar menemukan pola adalah dengan membiasakan diri berlatih menemukan pola-pola dari masalah yang berbeda.

Lihat gambar berikut.



Gambar 5.7

Tentukan banyaknya kotak berwarna putih apabila banyaknya kotak berwarna hitam berjumlah 25.

Jawab:

Kita dapat menentukan pola kotak berwarna hitam dan putih dengan menuliskanya pada sebuah tabel.

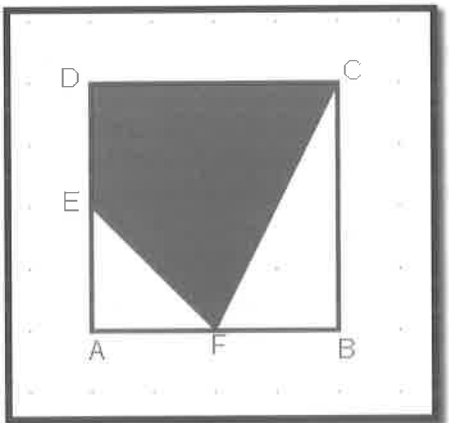
Tabel 5.3. Hasil Pola Kotak Berwarna Putih dan Hitam

Pola	Banyaknya kotak berwarna hitam	Banyaknya kotak berwarna putih
1	$1\times1 = 1$	8
2	$2\times2 = 4$	12
3	$3\times3 = 9$	16
4	$4\times4 = 16$	20
5	$5\times5 = 25$	24

Sehingga, didapat 24 kotak berwarna putih ketika kotak berwarna hitam berjumlah 25 buah.

7. Mengadopsi sudut pandang yang berbeda

Terkadang masalah dapat diselesaikan dengan cara yang lebih efektif dan efisien jika kita mendekatinya dengan cara pandang yang berbeda daripada biasanya. Artinya, menyelesaikan bukan hanya dengan cara pandang formal akan tetapi mungkin dengan cara pandang yang non formal tapi lebih efektif dan efisien untuk menemukan sebuah jawaban. Kita perlu mengingat bahwa untuk menentukan sebuah jawaban dari sebuah permasalahan matematis dapat dilakukan dengan berbagai macam cara. Sehingga, cara yang lebih efektif mungkin menjadi pilihan utama. Sebagai contoh: "Segiempat ABCD adalah sebuah persegi dengan luas daerahnya 64 cm ^{2}. Titik E dan F adalah masing-masing titik tengah AD dan AB. Seperti terlihat pada gambar berikut.

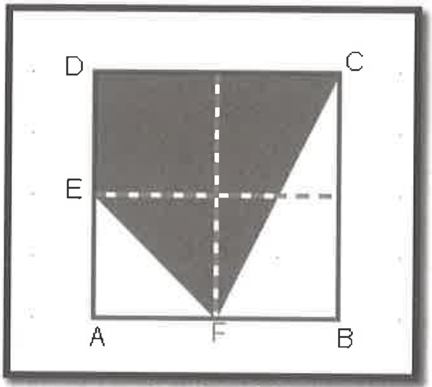


Gambar 5.8

Tentukan luas daerah yang diarsir".

Jawab:

Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut kita dapat melihat dari sudut pandang yang berbeda dan jangan terpaku pada perhitungan formal. Misalkan dengan menarik segmen pada masing-masing titik tengah sisi persegi ABCD seperti terlihat pada gambar berikut.



Gambar 5.9

$$
\begin{aligned}
L\,EFCD &= L\,ABCD - (L\Delta FAE + \Delta FBC) \\
&= L\,ABCD - \left(\frac{1}{8} L\,ABCD + \frac{1}{4} L\,ABCD\right) \\
&= L\,ABCD - \frac{1}{8} L\,ABCD \\
&= \frac{7}{8} L\,ABCD \\
&= \frac{7}{8} \times 64 \\
&= 56 \text{ cm}^2
\end{aligned}
$$

Kemampuan pemecahan masalah sangat penting utuk dikembangkan. NCTM (2000) merekomendasikan pemecahan masalah termasuk manipulasi materi, sebagai aktivitas utama dalam pembelajaran matematika, sebab ini merupakan metode yang efektif untuk meningkatkan penguasaan konsep dan pemahaman matematika dibalik algoritma perhitungan. Lebih lanjut, NCTM (2000) menyatakan dalam pembelajaran matematika diharapkan siswa mampu: (1) membangun pengetahuan baru melalui pemecahan masalah; (2) memecahkan masalah matematika maupun dalam konteks lain; (3) menerapkan dan menggunakan berbagai strategi yang tepat untuk memecahkan masalah; (4) mengamati dan merefleksikan dalam proses pemecahan masalah matematika.

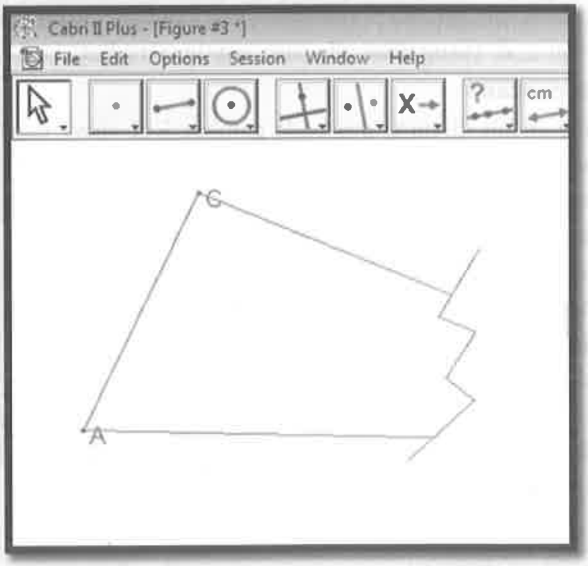
B. CONTOH PENERAPAN PEMBELAJARAN GEOMETRI DENGAN CABRI II PLUS DALAM MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS

Fujita (Martines, 2005) mengungkapkan intuisi geometri merupakan jenis keterampilan untuk membayangkan, membuat dan memanipulasi angka geometris dalam pikiran ketika memecahkan masalah geometri. *cabri II plus* dapat pengembangan intuisi geometris, menciptakan dan memanipulasi gambar geometris, melihat sifat geometris dan membayangkan angka geometris dan pemecahan masalah. Kegiatan yang dilakukan mengambil bagian dalam semua karakteristik yang diperlukan untuk pengembangan intuisi geometris. Fujita menganggap bahwa intuisi geometri harus memiliki peran penting dalam kurikulum geometri dan potensi siswa untuk memperoleh pengetahuan geometri dapat tersusun berkat ICT untuk menyelesaikan permasalahan geometri.

Cabri II plus juga dapat digunakan sebagai alat bantu untuk pemecahan masalah geometri. Dengan *cabri II plus* siswa mengkonstruksikan sebuah permasalahan yang diberikan dan mengeksplorasi sehingga menemukan dugaan-dugaan sehingga siswa dapat menemukan penyelesaian dari masalah yang telah diberikan. Berikut beberapa contoh permasalahan geometri yang dapat digunakan dalam pengembangan kemampuan pemecahan masalah matematis dengan menggunakan *cabri II Plus.*

Contoh Pembelajaran 1

Diketahui sebuah bangun geometri yang berbentuk segitiga ABC, salah satu pojok dari segitiga tersebut dipotong sehingga tampak seperti gambar berikut.



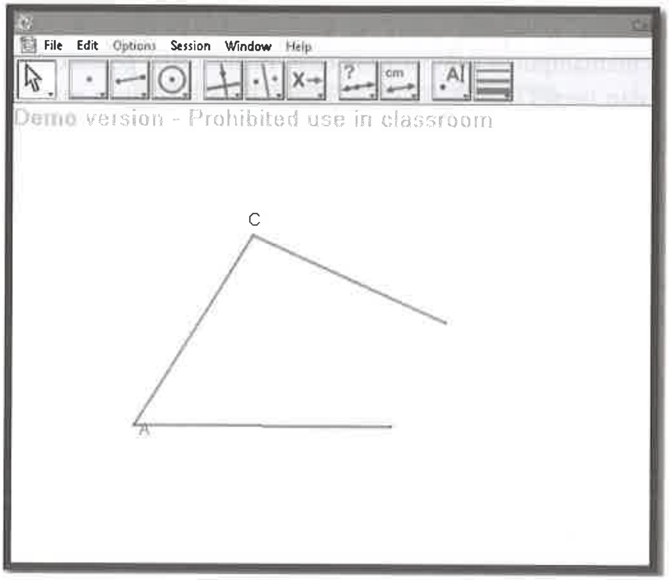
Gambar 5.10

Dengan tanpa memperpanjang garis yang melelui titik A dan B buatlah garis bagi sudut B!

Sesuai dengan tahapan-tahapan pemecahan masalah yang telah diungkapkan oleh *Polya* maka penyelesaian masalah dengan menggunakan *cabri II plus* sebagai berikut:

Tahap 1. Memahami masalah

1. Dengan menggunakan *cabri II plus* siswa dapat mengkonstruksikan permasalahan yang ada menggunakan *segment* pada *toolbar.* Konstruksi bagun sesuai dengan masalah yang ada.



Gambar 5.11

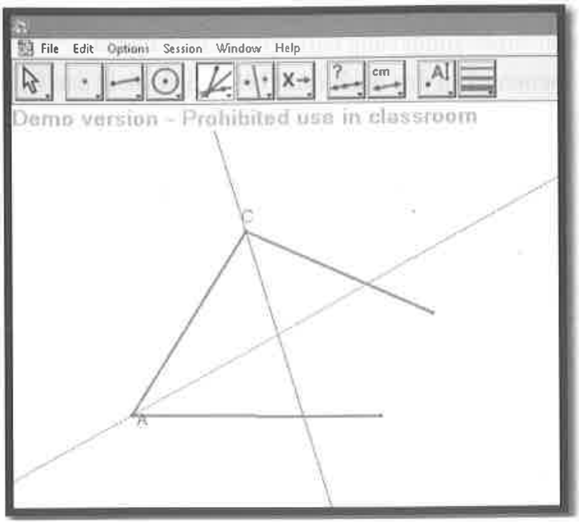
2. Pastikan siswa memahami gambar yang telah dibuat yaitu suatu segitiga ABC yang tidak utuh. Siswa juga harus mengetahui pertanyaan yang diajukan dalam masalah tersebut, yaitu membuat garis bagi $\angle B$ (yang tidak ada pada segitiga tersebut).

Tahap 2. Menyusun rencana

3. Dari gambar yang sudah dikonstruksi pada gambar 5.11 siswa dapat menyusn rencana untuk menyelasaikan permasalahan yang ada. Masalah yang dipertanyakan adalah bagaimana menentukan garis bagi terhadap sudut B sehingga siswa dapat berpikir ada keterkaitan dengan garis bagi terhadap $\angle A$ dan $\angle C$.
4. Siswa dapat memikirkan bahwa garis bagi suatu segitiga akan berpotongan di satu titik yang artinya garis bagi terhadap sudut B juga akan melalui titik potong tersebut.

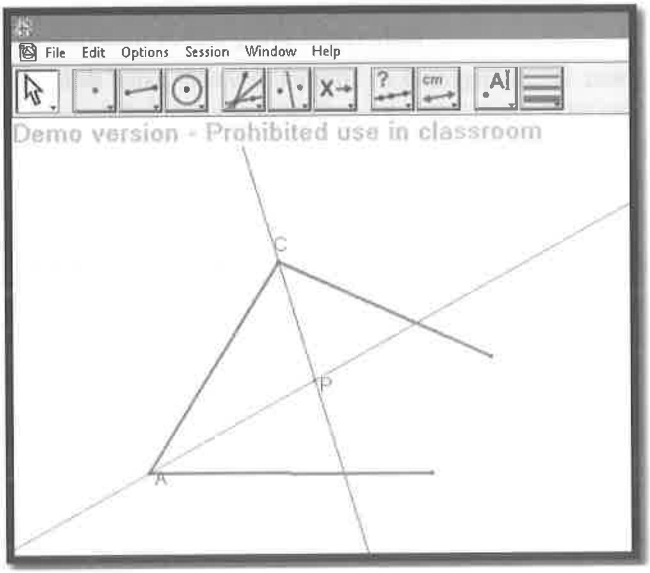
Tahap 3. Melaksanakan rencana

5. Gunakan tombol angle bisector pada toolbar untuk membuat garis bagi terhadap $\angle A$ dan $\angle C$ dengan cara mengklik secara berturut-turut titik A, B dan sebuah titik pada sisi BC untuk garis bagi terhadap $\angle C$. Sedangkan untuk garis bagi terhadap $\angle A$ dengan cara mengklik secara berturut-turut titik C, A dan sebuah titik pada sisi AB.



Gambar 5.12

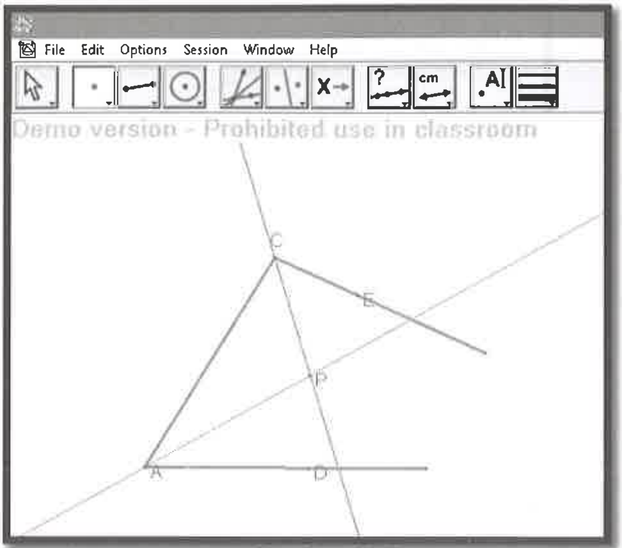
6. Langkah selanjutnya adalah menentukan titik potong kedua garis bagi tersebut. Pilih tombol *intersection point* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut pada kedua garis bagi tersebut. Beri nama titik potong itu misalkan dengan titik P.



Gambar 5.13

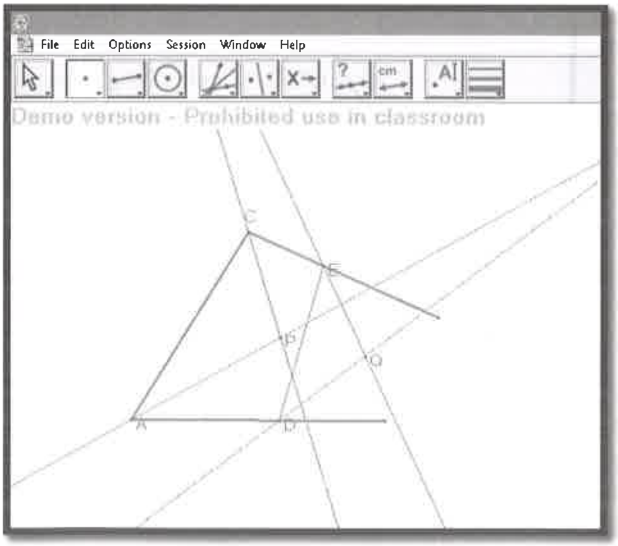
7. Pada gambar 5.13 garis bagi kedua buah sudut ada pada titik P. Artinya, garis bagi terhadap sudut B juga akan melalui titik P. Permasalahanya untuk menarik sebuah garis diperlukan dua buah titik. Sehingga, siswa diharapkan menentukan satu tempat kedudukan titik untuk menarik sebuah garis bagi terhadap $\angle B$.

8. Dari segitiga pada gambar 5.11, kita dapat menentukan segitiga dengan dua buah sisi dan satu sudutnya berimpit. Sudut yang berimpit tentunya pada $\angle B$.
9. Mulai dengan menentukan dua buah titik (misalkan titik D dan E) masing-masing pada sisi AB dan BC. Pilih tombol *point on object* pada *toolbar* untuk menentukan titik D dan E, klik sembarang pada sisi AB dan BC.



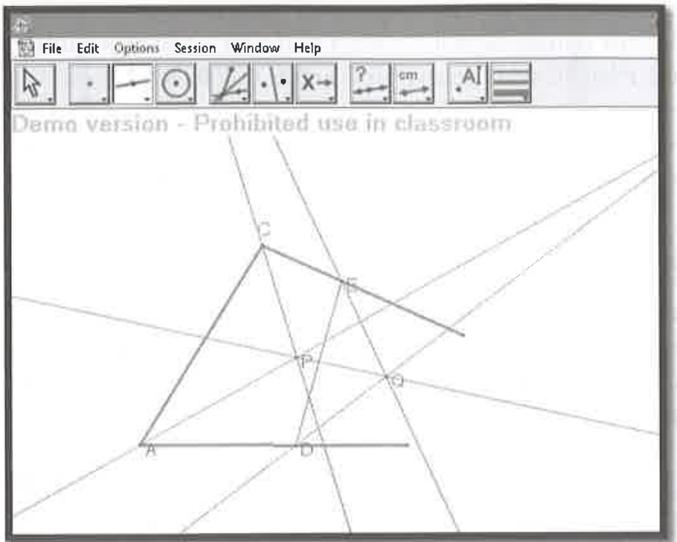
Gambar 5.14

10. Buatlah segmen DE menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.* Sehingga, terbentuk sebuah segitiga BDE tanpa $\angle B$. Kemudian gunakan tombol *angle bisector* pada *toolbar* untuk membuat garis bagi terhadap $\angle D$ dan $\angle E$. Tentukan titik potong kedua garis bagi tersebut dengan menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar*. Beri nama dengan titik Q. Artinya, garis bagi terhadap $\angle B$ juga akan melalui titik Q tersebut.



Gambar 5.15

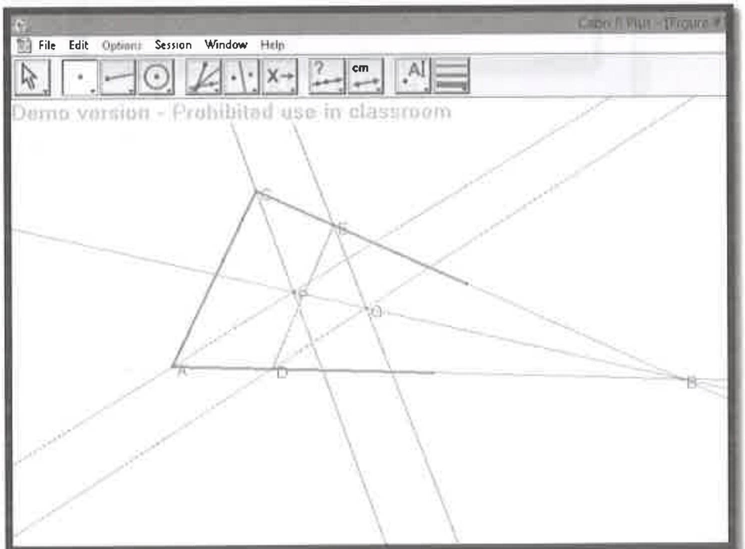
11. Menurut aksioma garis bahwa sebuah garis lurus dapat ditarik dari dua buah titik, maka siswa dapat menarik garis dari titik P dan Q dengan menggunakan tombol *line* pada *toolbar.* Garis tersebut merupakan garis bagi terhadap $\angle B$.



Gambar 5.16

Tahap 4. Memeriksa kembali solusi yang diperoleh

12. Garis yang melalui titik P dan titik Q pada gambar 5.16 merupakan garis bagi sudut $\angle B$. Untuk memeriksanya apakah garis tersebut benar-berar garis bagi terhadap sudut B siswa dapat membuktikannya dengan menggunakan tombol *ray* pada *toolbar* untuk membuat garis yang melalui titik A dan D serta melalui titik C dan E, maka perpanjangan garis tersebut akan tepat berpotongan di titik B.



Gambar 5.17

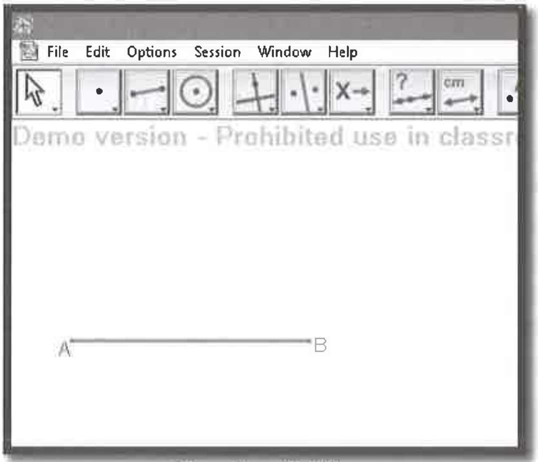
Contoh Pembelajaran 2

Setelah siswa mempelajari segitiga sama kaki siswa dihadapkan pada masalah sebagai berikut: "Diketahui segitiga sama kaki ABC dimana AC = BC. Titik P terletak pada sisi AB. Permasalahannya: dimana sajakah tepatnya letak titik P sehingga jumlah jarak P terhadap AC dan jarak titik P ke BC sama dengan jarak antara titik B terhadap AC.

Sesuai dengan tahapan-tahapan pemecahan masalah yang telah diungkapkan oleh *Polya* maka penyelesaian masalah dengan menggunakan *cabri II plus* sebagai berikut:

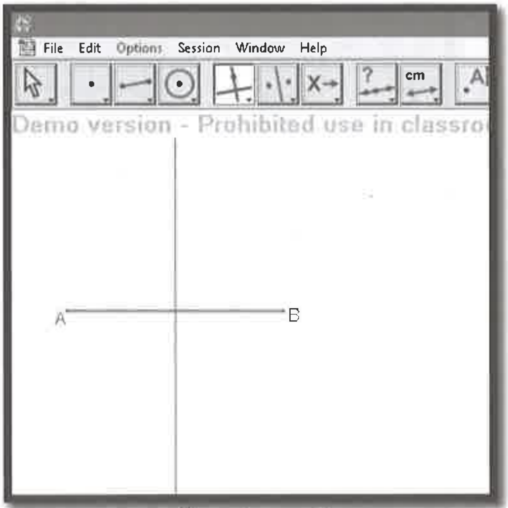
Tahap 1. Memahami masalah

1. Siswa terlebih dahulu membuat segitiga ABC yang merupakan segitiga sama kaki. Untuk membuat segitiga ABC dengan panjang AC = BC dapat dilakukan dengan membuat segmen AB sebagai alas segitiga terlebih dahulu. Gunakan tombol *segment* pada *toolbar* untuk membuat segmen AB.



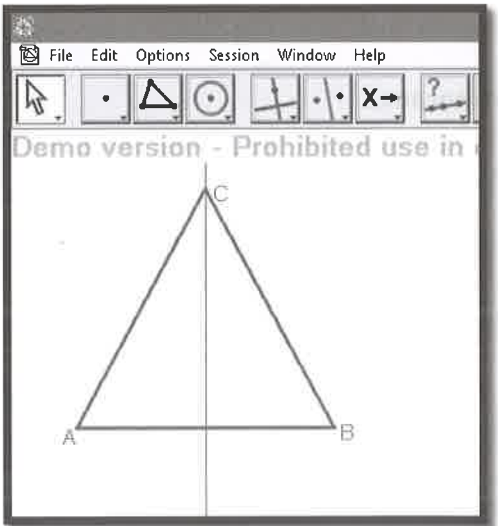
Gambar 5.18

2. Pilih tombol *midpoint* pada *toolbar* untuk menentukan titik tengah AB. Kemudian buat garis tegak lurus AB melalui titik tengah tersebut dengan menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar*, klik pada titik tengah tersebut kemudian klik segmen AB.



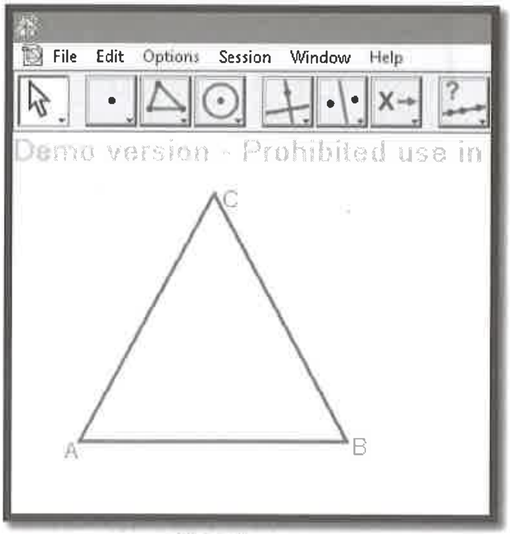
Gambar 5.19

3. Pada garis tegak lurus tersebut tentukan titik C melalui tombol *point on object*. Kemudian buat segitiga ABC dengan menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut titik A, B dan C.



Gambar 5.20

4. Agar tidak mengganggu dalam proses eksplorasi hilangkan garis tegak lurus AB dari lembar kerja *cabri II plus* menggunakan tombol *hide/show* , klik pada garis tegak lurus tersebut.

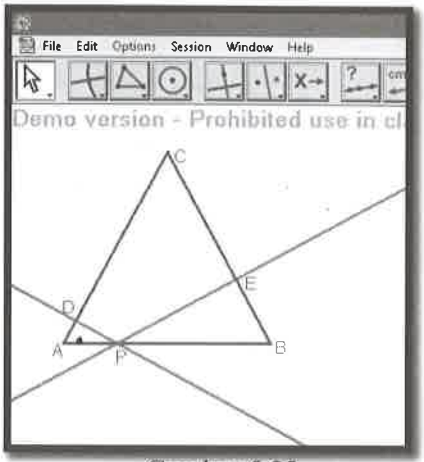


Gambar 5.21

5. Segitiga ABC pada gambar 5.21 adalah segitiga sama kaki dengan AC = BC.
6. Siswa harus mengetahui sifat segitiga sama kaki dan mengetahui apa yang ditanyakan pada permasalahan di atas.
7. Siswa juga harus mengetahui bahwa titik P berada di segmen AB dan mengetahui konsep jarak.

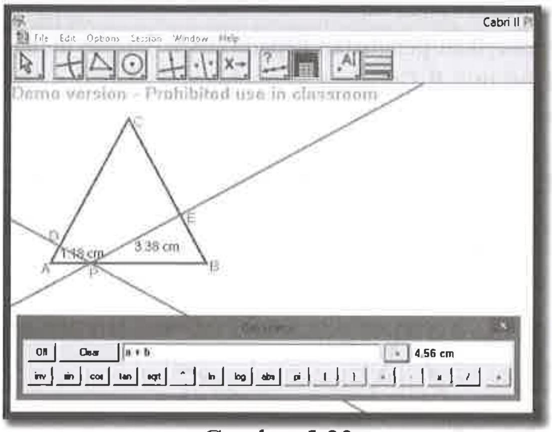
Tahap 2. Menyusun rencana

8. Siswa menyusun rencana dengan mengeksplorasi permasalahan dengan *cabri II plus.* Langkah awal siswa menentukan titik P pada segmen AB dengan tombol *point on object* pada *toolbar.*
9. Dilanjutkan membuat garis tegak lurus AC melalui P dan garis tegak lurus BC melalui P masing-masing dengan menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar.*
10. Langkah berikutnya adalah menentukan titik potong garis tegak lurus itu dengan sisi AC dan BC menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar.* Beri nama titik-titik potong tersebut masing-masing dengan titik D dan F menggunakan tombol *label* pada *toolbar.* PD merupakan jarak antara titik P dengan AC dan PE merupakan jarak antara titik P dengan BC.



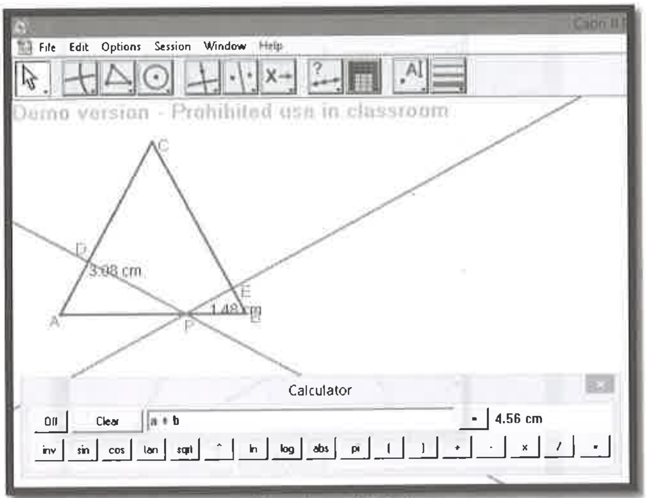
Gambar 5.22

11. Selanjutnya tentukan panjang PD dan PE menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar*. Tentukan jumlah dari kedua jarak menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar* (PD +PE).



Gambar 5.23

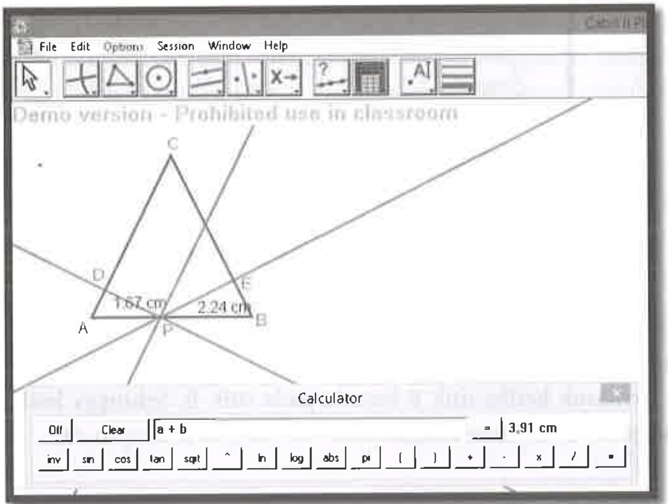
12. Eksplorasi lebih dalam konstruksi gambar yang telah dibuat dengan menggeser titik P pada AB ke kanan dan ke kiri dengan cara men-*dragging* titik P. Terlihat bahwa jumlah kedua jarak tetap, termasuk ketika titik P berada pada titik B. Sehingga kesimpulan sementara jumlah kedua jarak akan sama dengan jarak antara titik B dengan AC.



Gambar 5.24

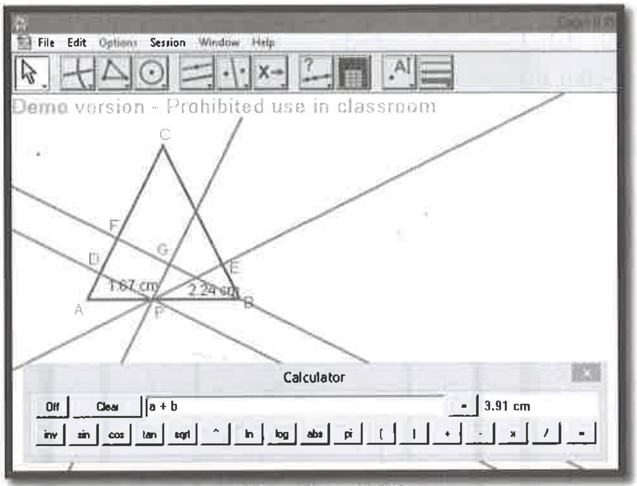
Tahap 3. Melaksanakan rencana

13. Guru dapat memberikan penguatan kepada siswa dengan mengajak siswa membuat garis sejajar AC melalui titik P. Gunakan tombol *parallel line* pada *toolbar*, klik berturut-turut pada titik P kemudian segmen AC.



Gambar 5.25

14. Kemudian siswa menentukan garis tinggi antara titik B dengan AC menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar*. Tentukan titik potong garis tersebut dengan sisi AC, beri nama dengan titik F. Selanjutnya tentukan garis sejajar dengan AC melalui titik P. Langkah berikutnya adalah menetukan titik potong garis sejajar tersebut dengan segmen FB menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar* klik pada kedua garis tersebut.



Gambar 5.26

15. Eksplorasi segiempat DPGF. Karena DF // PG dan DP // FG maka segi empat DPGF adalah suatu persegi panjang sehingga DP = FG.
16. Liahat Δ BPG dan Δ BPE

PB = BP (Berimpit)
$\angle BPG = \angle PBG$
PG = BE
$\therefore \Delta BPG \cong \Delta BPE$ (S, Sd, S) sehingga PE = BG

17. Dari kesimpulan pada no. 13 dan 14 dapat disimpulkan bahwa
FG + BG = DP + PE
BG = DP + PE
yang artinya jumlah jarak titik P ke AC dan jarak titik P ke BC sama dengan jarak antara titik B ke AC.

Tahap 4. Memeriksa kembali solusi yang diperoleh

18. Siswa pada tahap ini mengecek kembali dan memastika semua eksplorasi dengan *cabri II plus* dilakukan dengan tepat dan perhitungan menggunakan aljabar sudah sesuai dengan aturan matematik.

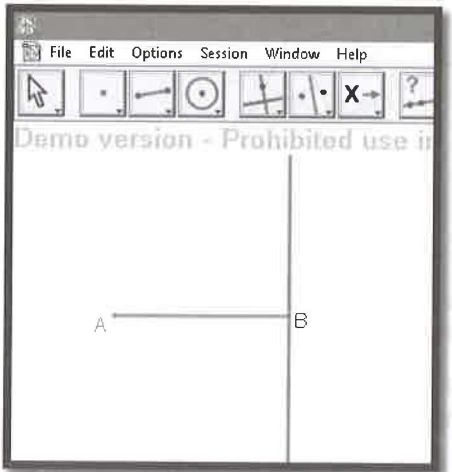
Contoh Pembelajaran 3

Pada segitiga ABC sudut B siku-siku, dibuat garis bagi dalam dan garis bagi luar $\angle C$. Garis-garis bagi dalam $\angle A$ memotong garis bagi tersebut berturut-turut di D dan E. Perlihatkan bahwa CE = CD. Kemudian buktikan.

Sesuai dengan tahapan-tahapan pemecahan masalah yang telah diungkapkan oleh *Polya* maka penyelesaian masalah dengan menggunakan *cabri II plus* sebagai berikut:

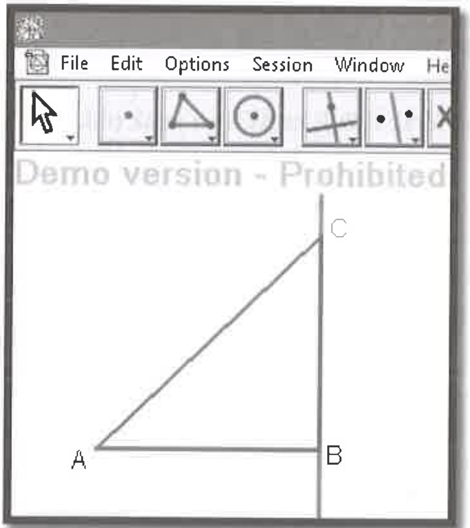
Tahap 1. Memahami masalah

1. Siswa terlebih dahulu mengkonstruksi masalah tersebut dengan *cabri II Plus.* Buatlah segitiga siku-siku dengan memulai membuat segmen AB menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.* Karena diketahui sudut siku-siku ada pada $\angle B$, buatlah garis tegak lurus AB melalui titik B menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar.*



Gambar 5.27

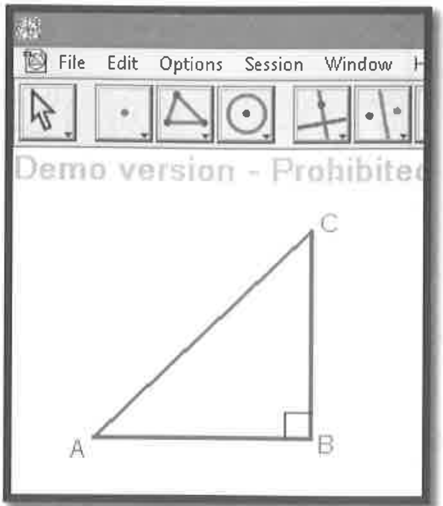
2. Tentukan titik C pada garis tegak lurus itu menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar.* Kemudian, buat segitiga ABC menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar,* klik berturut-turut titik A, B dan C.



Gambar 5.28

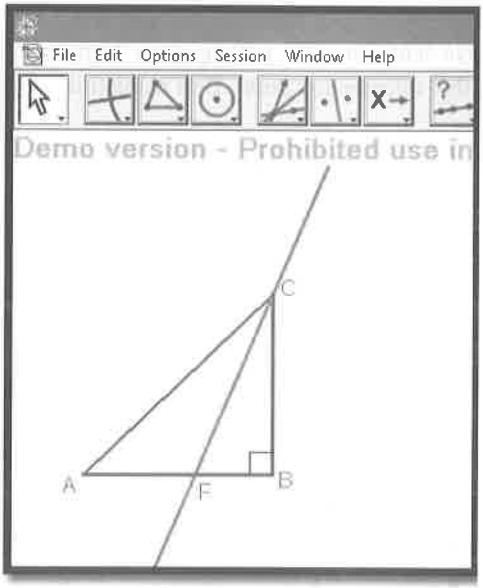
3. Agar tidak mengganggu siswa dalam proses eksplorasi, hilangkan garis tegak lurus AB dari lembar kerja *cabri II plus* menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar.* Tentukan tanda siku-siku pada $\angle B$ menggunakan tombol *mark angle* pada *toolbar,* klik secara berturut-

turut titik A, B dan C.



Gambar 5.29

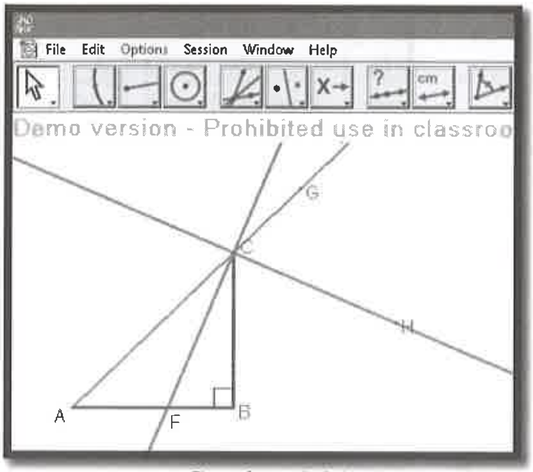
4. Tentukan garis bagi terhadap $\angle C$ dengan menggunakan tombol *angle bisector* pada *toolbar.* Kemudian, tentukan titik potong garis bagi tersebut menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar.* Beri nama titik tersebut dengan titik F.



Gambar 5.30

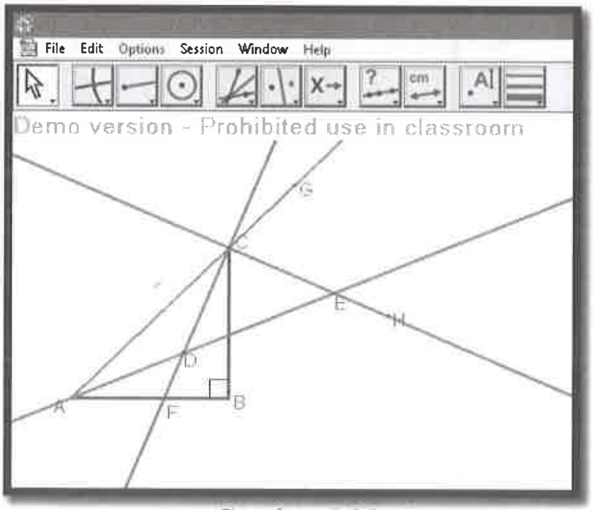
5. Untuk menentukan sudut luar $\angle C$, terlebih dahulu menentukan perpanjangan sisi AC. Siswa memperpanjang sisi AC dengan menggunakan tombol *ray* pada *toolbar,* klik secara berturut-turut titik A kemudian titik C.
6. Tentukan titik G pada perpanjang AC menggunakan *point on object* pada *toolbar.*
7. Tentukan garis bagi sudut luar $\angle C$ atau garis bagi $\angle BCG$ menggunakan tombol *angle bisector* pada *toolbar,* klik secara berturut-turut titik B, C dan G.

8. Langkah selanjutnya tentukan titik H pada garis bagi tersebut menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar.*



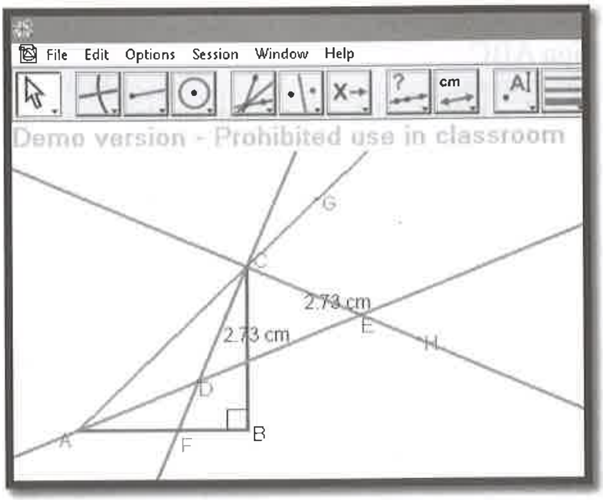
Gambar 5.31

9. Tentukan garis bagi terhadap $\angle A$ menggunakan tombol *angle bisector* pada *toolbar.*
10. Kemdian tentukan titik potong garis bagi tersebut dengan garis bagi sudut dalam dan sudut luar titik C menggunakan tombol *intersection point.* Namai titik-titik potong tersebut berturut-turut dengan titik D dan E.
11. Langkah berikutnya tentukan titik potong garis bagi terhadap $\angle A$ dengan segmen BC menggunakan tombol *intersection point.* Beri nama titik tersebut dengan titik I.



Gambar 5.32

12. Untuk meyakinkan apakah masalah yang disajikan itu benar, siswa dapat menentukan panjang segmen CD dan segmen CE menggunakan tombol *distence or length* pada *toolbar.* Terlihat panjang CD = CE.



Gambar 5.33

13. Setelah siswa mengkonstruksi masalah dengan menggunakan *cabri II plus* dan meyakinkan bahwa masalah tersebut benar, mengacu pada gambar yang telah dibuat, siswa menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Siswa dapat menuliskanya sebagai berikut:

    Diketahui:

    Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku

    Sudut A = 90^o

    CF: garis bagi $\angle C$

    CE: garis bagi $\angle BCG$

    AE: garis bagi $\angle A$

    Ditanyakan: Buktikan CD = CE

Tahap 2. Menyusun rencana

14. Dari gambar 4.56 siswa dapat mengaitkan sesuatu yang diketahui dengan akibatnya. CF: garis bagi $\angle C$ sehingga $\angle ACF = \angle BCF = \frac{1}{2}\angle C$ dan CE adalah garis bagi $\angle BCG$ sehingga $\angle BCH = \angle GCH = \frac{1}{2}\angle BCG$. Selanjutnya juga diketahui bahwa AE adalah garis bagi $\angle A$ sehingga $\angle CAI = \angle BAI = \frac{1}{2}\angle A$.

15. Dari gambar terlihat juga sebuah Δ DCE yaitu segitiga sama kaki sehingga CD = CE, siswa dapat mengarahkan apa yang diketahui untuk membuktikan Δ DCE adalah segitiga sama kaki.

Tahap 3. Melaksanakan rencana

16. Lihat segitiga ABC

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$ (Jumlah sudut dalam segitiga).......pernyataan (*i*)

$\angle CAE = \angle CAI$

$= \angle CAD$

$= \frac{1}{2}\angle A$ (Titik E, D, dan H segaris atau *coliner*)......pernyataan (*ii*)

$\angle ACF = \angle BCF$ (CF garis bagi sudut C).......................pernyatan (*iii*)

$\angle ACF = \angle ACD$ (titik D dan F segaris atau *coliner*)..........pernyataan (*iv*)

substitusikan pernyataan (*ii*), (*iii*) dan (*iv*)ke pernyataan (*i*), sehingga

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$

$2\ \angle CAD + 90^o + 2\ \angle ACD = 180^o$

$2\ \angle CAD + 2\ \angle ACD = 90^o$

$\angle CAD + \angle ACD = 45^o$ ....pernyataan (*v*)

17. Lihat segitiga ACD

$\angle CAD + \angle ACD + \angle ADC = 180^o$ (Jumlah sudut dalam segitiga)

$(\angle CAD + \angle ACD) + \angle ADC = 180^o$ ....pernyataan (*vi*)

substitusikan pernyataan (*v*) ke dalam pernyataan (*vi*), sehingga didapat

$(\angle CAD + \angle ACD) + \angle ADC = 180^o$

$45^o + \angle ADC = 180^o$

$\angle ADC = 135^o$......................................pernyataan (*vii*)

18. Lihat segitiga DCE

$\angle CDE = 180^o - \angle ADC$ (berpelurus)............................pernyataan (*viii*)

substitusikan pernyataan (*vii*) ke dalam pernyataan (*viii*), sehingga didapat

$\angle CDE = 180^o - \angle ADC$

$\angle CDE = 180^o - 135^o$

$\angle CDE = 45^o$ ....pernyataan (*ix*)

19. Lihat segitiga ACE

$\angle CAE + \angle ACE + \angle AEC = 180^0$ (Jumlah sudut dalam segitiga).....pernyataan (*x*)

$\angle BCG = 180^o - \angle A$

$\frac{1}{2}\angle BCG = 90^o - \frac{1}{2}\angle A$

$\frac{1}{2}\angle BCG = 90^o - \angle ACD$ ....pernyataan (*xi*)

$\angle BCE = \angle ECG = \frac{1}{2}\angle BCG$ (CE garis bagi $\angle BCG$ .....pernyataan (*xii*)

substitusikan pernyataan (*xi*) ke dalam pernyataan (*x*), sehingga didapat

$\angle BCE = \frac{1}{2}\angle BCG$

$\angle BCE = 90^o - \angle CAD$ ....pernyataan (*xiii*)

$\angle ACE = 2\angle ACD + \angle BCE$ ....pernyataa (*xiv*)

substitusikan pernyataan (*xiii*) ke dalam pernyataan (*xiv*), sehingga didapat

$\angle ACE = 2\ \angle ACD + 90^o - \angle ACD$

$\angle ACE = \ \angle ACD + 90^o$.. pernyataan (*xv*)

Substitusikan pernyataan (*xv*) ke dalam pernyataan (*x*), sehingga didapat

$\angle CAE + \angle ACE + \angle AEC = 180^0$

$(\angle CAE + \angle ACD) + 90^o + \angle AEC = 180^0$

$45^o + 90^o + \angle AEC = 180^o$

$\angle AEC = 180^o - 135^0$

$\angle AEC = 45^o$ ....pernyataan (*xvi*)

20. Lihat segitiga CDE

    Dari pernyatanan (*ix*) dan pernyataan (*xvi*) dapat disimpulkan bahwa

    $\angle CDE = \angle AEC = 45^o$, yang artinya segitiga ΔCDE adalah segitiga sama kaki sehingga CE = CD................................(Terbukti)

Tahap 4. Memeriksa kembali solusi yang diperoleh

21. Siswa pada tahap ini mengecek kembali dan memastika semua eksplorasi dengan *cabri II plus* dilakukan dengan tepat dan perhitungan secara aljabar sudah aturan-aturan matematika

---

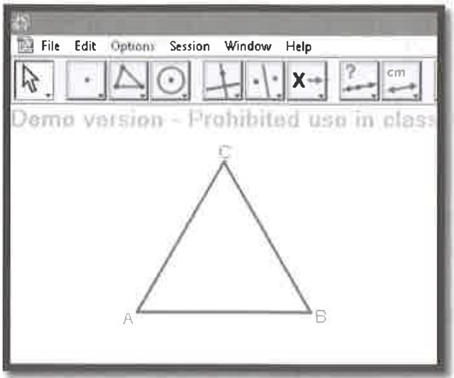
Contoh Pembelajaran 4

Jika sisi-sisi sebuah segitiga sama sisi ABC diperpanjang atau diperpendek (selalu kepihak yang sama) dengan garis yang sama dan ujung-ujungnya diperhubungkan, maka terjadilah sebuah segitiga sama sisi baru. Tunjukan dan buktikan.

Untuk menyelesaikan masalah di atas sesuai dengan tahapan-tahapan pemecahan masalah yang telah diungkapkan oleh *Polya* dengan menggunakan *cabri II plus,* perhatikan langkah-langkah berikut:

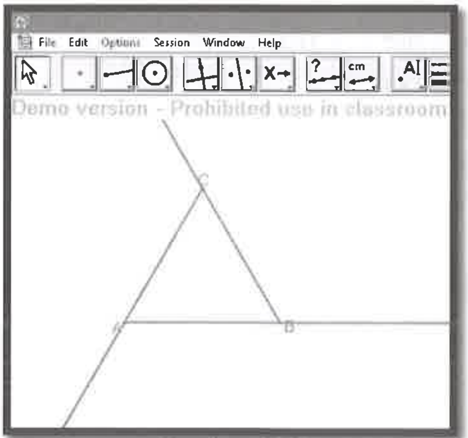
Tahap 1. Memahami masalah

1. Siswa terlebih dahulu mengkonstruksi masalah tersebut dengan *cabri II Plus.* Buatlah segitiga sama sisi dengan menggunakan tombol *regular polygon* pada *toolbar,* beri nama dengan ABC.



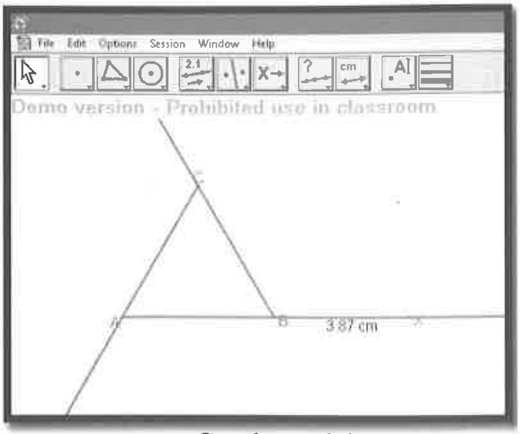
Gambar 5.34

2. Perpanjang sisi AC dengan menggunakan tombol *ray* pada *toolbar,* klik secara berturut-turut titik A kemudian titik B. Dengan cara yang sama lakukan hingga memperoleh perpanjangan sisi BC dan CA.



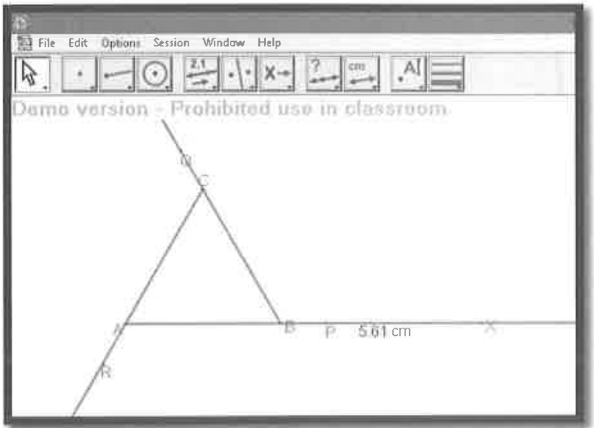
Gambar 5.35

3. Tentukan sebuah titik X pada perpanjangan AB dengan tombol *point on object* pada *toolbar* X, kemudian hitung jarak titik X tersebut dengan titik B menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar,* klik berturut-turut titik B kemudian titik X.



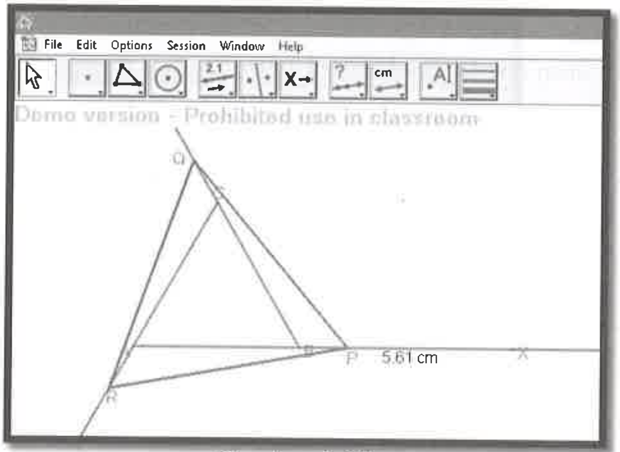
Gambar 5.36

4. Gunakan tombol *measurement transform* pada *toolbar* untuk menentukan tempat kedudukan titik Q pada perpanjangan segmen BC, klik secara berturut-turut garis perpanjangan, nilai jarak antara titik B ke titi X, kemudian titik B. Dengan cara yang sama tentukan tempat kedudukan titik R pada perpanjangan segmen CA.



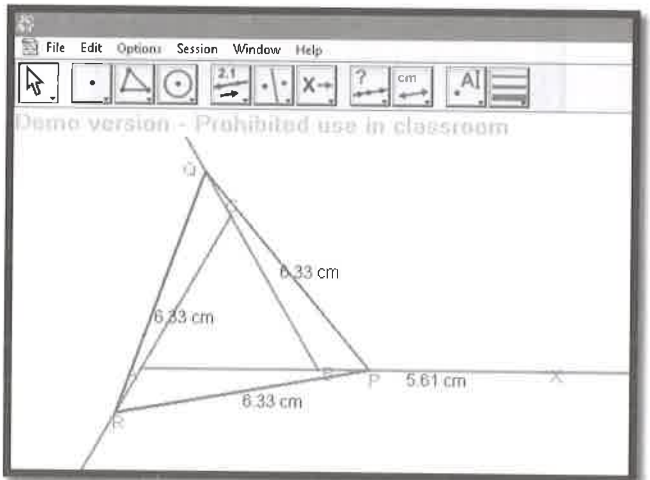
Gambar 5.37

5. Buat segitiga PQR dengan menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut titik P, Q kemudian titik R.



Gambar 5.38

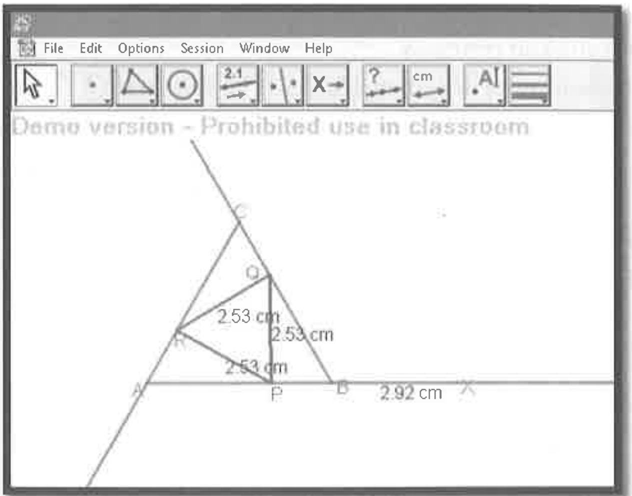
6. Tentukan panjang masing-masing segmen PQ, QR dan PR dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar*.



Gambar 5.39

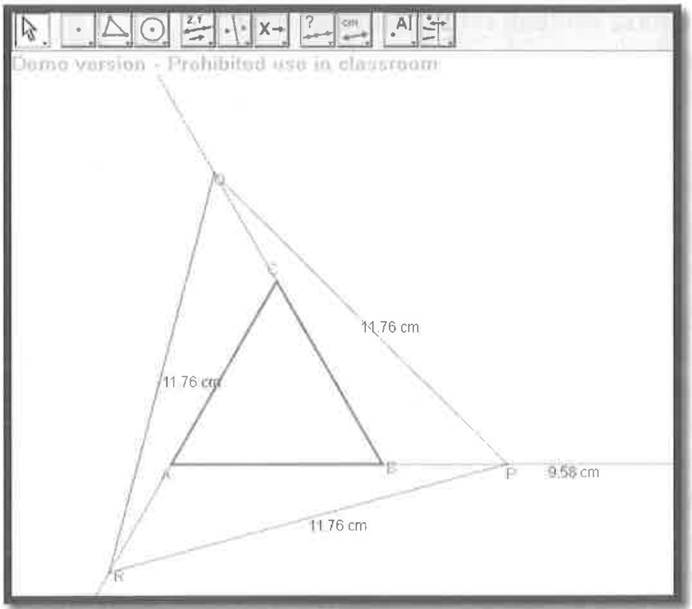
Tahap 2. Menyusun rencana

7. Siswa dapat mengeksplorasi menentukan kondisi yang lain apakah selalu berlaku segitiga sama sisi PQR. Dengan men-*draging* titik X ke kiri atau ke kanan. Terlihat segitiga PQR selalu segitiga sama sisi.



Gambar 5.40

8. Siswa dapat melihat bahwa segitiga PQR adalah segitiga sama sisi dalam kondisi sisi AB, AB dan AC diperpanjang atau diperpendek dengan panjang yang sama.



Gambar 5.41

9. Dari gambar 5.41 siswa dapat mengaitkan sesuatu yang diketahui dengan akibatnya. Terlihat terdapat tiga buah segitiga yang menghubungkan sisi-sisi ΔABC dan ΔPQR. Terdapat tiga buah segitiga yaitu ΔAPR, ΔBPQ dan ΔCQR.

10. Siswa dapat menduga bahwa ketiga buah segitiga tersebut adalah tiga buah segitiga yang saling kongruen

Tahap 3. Melaksanakan rencana

11. Siswa dapat memulainya dengan melihat ΔAPR dan ΔBPQ

    AR = BP (Peranjangan sisi AB dan CA)

    $\angle RAP = \angle PBQ$ (karena $\angle A = \angle B$ maka sudut pelurus masing-masing juga sama)

    AB = BC (Sisi segitiga sama sisi ABC)

    $\therefore \Delta APR \cong \Delta BPQ$ (S, Sd, S) sehingga PR = PQ

12. Lihat ΔRCQ dan ΔBPQ

    CQ = BP (Peranjangan sisi AB dan CA)

    $\angle RCQ = \angle PBQ$ (karena $\angle A = \angle B$ maka sudut pelurus masing-masing juga sama)

    AC = BC (Sisi segitiga sama sisi ABC)

    $\therefore \Delta RCQ \cong \Delta BPQ$ (S, Sd, S) sehingga QR = PQ

13. Dari kesimpulan pada no. 11 dan 12 dapat disimpulkan bahwa PR = PQ = QR yang artinya ΔPQR adalah segitiga sama sisi.

Tahap 4. Memeriksa kembali solusi yang diperoleh

14. Siswa pada tahap ini mengecek kembali dan memastika semua eksplorasi dengan *cabri II plus* dilakukan dengan tepat dan langkah-langkah perhitungan harus dipastikan benar.

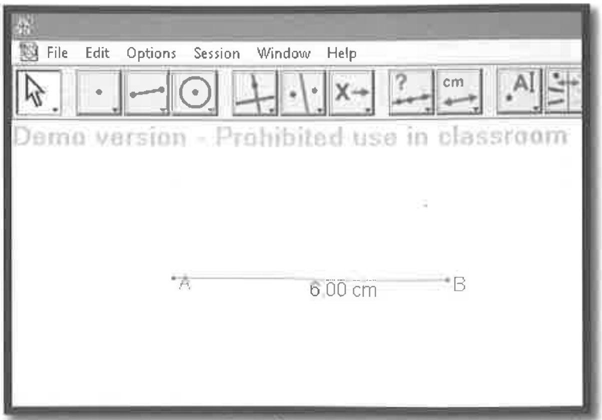
Contoh Pembelajaran 5

Diagonal yang terpanjang suatu trapesium siku-siku 6 cm, sisi siku-siku 3 cm, sedangkan sisi sejajar yang terpendek dan kaki condongnya sama panjang. Hitunglah sudut-sudut trapesium itu.

Untuk menyelesaikan masalah di atas sesuai dengan tahapan-tahapan pemecahan masalah yang telah diungkapkan oleh *Polya* dengan menggunakan *cabri II plus,* perhatikan langkah-langkah berikut:

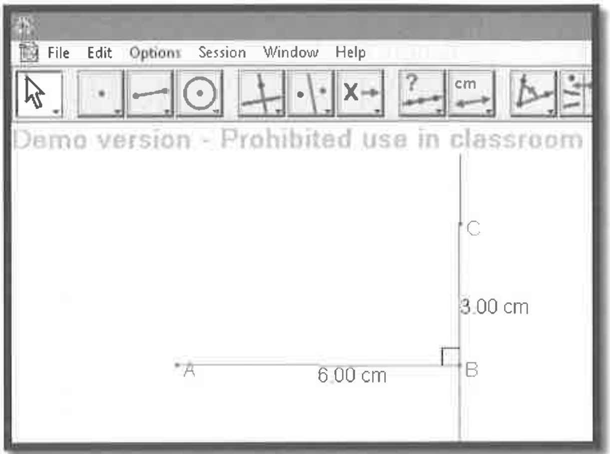
Tahap 1. Memahami masalah

1. Siswa terlebih dahulu mengkonstruksi masalah tersebut dengan *cabri II Plus.* Mulailah dengan membuat segmen AB dengan tombol *segment* pada *toolbar.*
2. Kemudian tentukan panjang segmen AB menggunakan tombol *distence or length* pada *toolbar.* Pastikan panjang sisi AB tepat 6 cm.



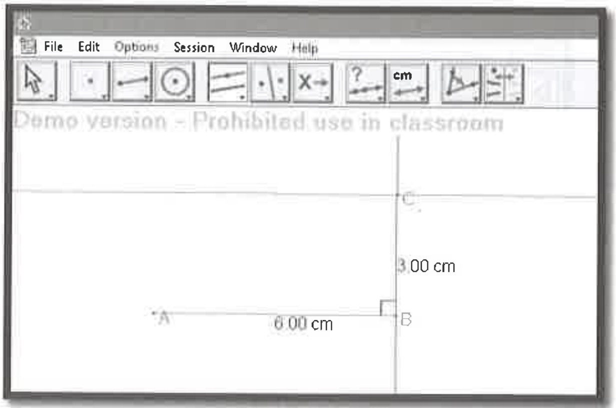
Gambar 5.42

3. Melalui titik B buat garis tegak lurus menggunakan tombol *perpendicular line*. Buat segmen BC dan tentukan panjang segmen BC 3 cm menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar*



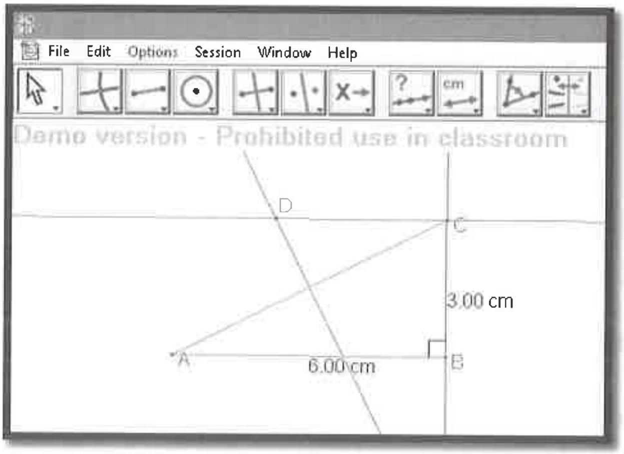
Gambar 5.43

4. Tentukan garis sejajar AB melalui titik C menggunakan tombol *parallel line* pada *toolbar*.



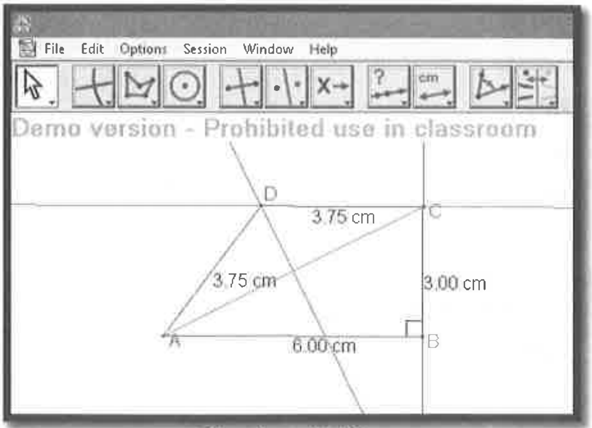
Gambar 5.44

5. Karena pada permasalahan diketahui sisi sejajar dengan sisi miring besarnya sama, maka untuk mengkonstruksi kondisi tersebut buatlah segmen AC kemudian tentukan garis sumbu sisi AC dengan menggunakan tombol *perpendicular bisector.*
6. Selanjutnya tentukan titik potong garis tersebut dengan garis sejajar AB melalui titik C. Nami titik potong tersebut dengan titik D.



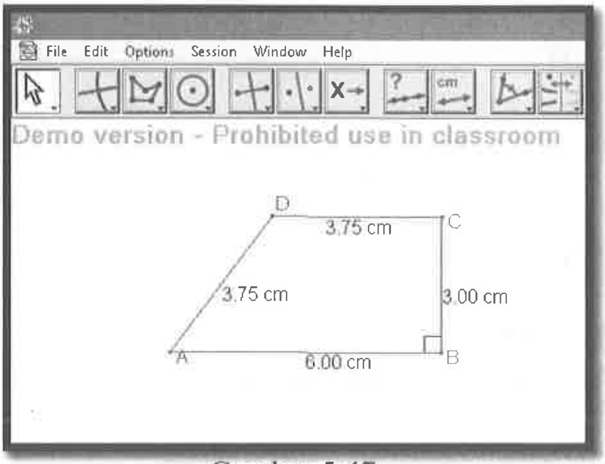
Gambar 5.45

7. Buatlah segiempat ABCD dengan tombol *polygon* pada *toolbar*. Segiempat ABCD adalah trapesium siku-siku. Untuk memperjelas bahwa sisi CD sama dengan sisi AD tentukan panjangnya dengan tombol *distance or length* pada *toolbar*.



Gambar 5.46

8. Hilangkan garis-garis selain trapesium ABCD dengan menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*.



Gambar 5.47

Tahap 2. Menyusun rencana

9. Siswa dapat merencanakan langkah untuk menyelesaikan masalah tersebut dengan menentukan besar tiap-tiap sudut dengan menggunakan tombol *angle* pada *toolbar.*
10. Untuk menentukan perhitungan secara aljabar siswa dapat memulainya dengan memperhatikan DC//AC dan membuat segmen AC sehingga terbentuk ΔACD yang merupakan segitiga sama kaki dan ΔABC yang merupakan segitia siku-siku.

Tahap 3. Melaksanakan rencana

11. Segmen DC//AC maka $\angle B + \angle C = 180^0$ (jumlah sudut dalam sepihak pada dua garis sejajar yang dipotong oleh sebuah BC).

$$\angle B + \angle C = 180^0$$
$$90^0 + \angle C = 180^0$$
$$\angle C = 180^0 - 90^0$$
$$\angle C = 90^0$$

>>Lihat ΔABC

ΔABC adalah segitiga siku-siku sehingga berlaku

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$
$$= \sqrt{6^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{36 + 9}$$
$$= \sqrt{45}$$
$$= 3\sqrt{5}$$

$$\sin \angle CAB = \frac{3}{3\sqrt{5}}$$
$$\sin \angle CAB = \frac{1}{\sqrt{5}}$$
$$\sin \angle CAB = \frac{1}{5}\sqrt{5}$$
$$\angle CAB = 25{,}62^0$$

$$\angle A = \angle CAB + \angle DAC$$
$$= 25{,}62^0 + \angle DAC .... persamaan(i)$$

>>Lihat ΔACD adalah segitiga sama kaki sehingga,

$$\angle DAC = \angle DCA .... persamaan(ii)$$
$$\angle D + \angle DAC + \angle DBA = 180^0$$
$$\angle D + 2\angle DAC = 180^0$$
$$\angle D = 180^0 - 2\angle DAC .... persamaan(iii)$$

>> Lihat AB//CD

DC//AC maka $\angle A + \angle D = 180^0$ (jumlah sudut dalam sepihak pada dua garis sejajar yang dipitong oleh sebuah AD).

$$25{,}62^0 + \angle DAC + 180^0 - 2\angle DAC = 180^0$$
$$25{,}62^0 - \angle DAC = 0$$
$$\angle DAC = 25{,}62^0$$

Dari *persamaan* (i), maka

$$\begin{aligned}\angle A &= 25{,}62^0 + \angle DAC \\ &= 25{,}62^0 + 25{,}62^0 \\ &= 51{,}25^0\end{aligned}$$

Dari *persamaan* (iii), maka

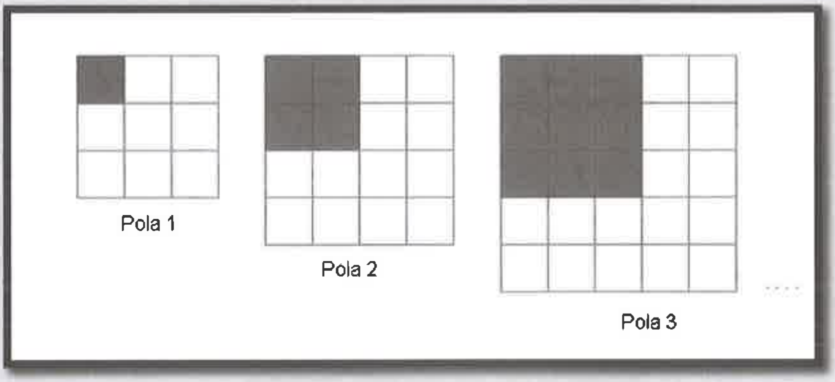
$$\begin{aligned}\angle D &= 180^0 + 2\angle DAC \\ &= 180^0 + 2.25{,}62^0 \\ &= 180^0 - 51{,}25^0 \\ &= 128{,}75^0\end{aligned}$$

Tahap 4. Memeriksa kembali solusi yang diperoleh

12. Siswa pada tahap ini mengecek kembali dan memastikan semua eksplorasi dengan *cabri II plus* dilakukan dengan tepat dan perhitungan dengan aljabar menggunakan aturan-aturan matematika.

Contoh Pembelajaran 6

Lihat pola di bawah ini.



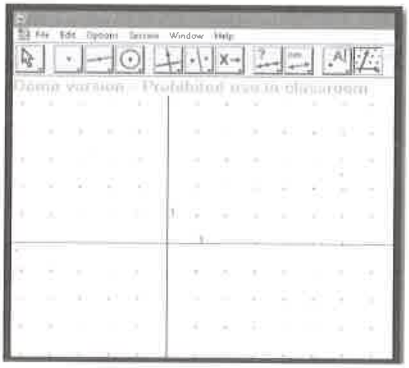
Gambar 5.48

Berapakah banyaknya kotak yang berwarna putih apabila diketahui banyaknya kotak berwarna hitam adalah 25 dan 81.

Untuk menyelesaikan masalah tersebut kita dapat menggunakan strategi membuat pola untuk dituliskan pada sebuah tabel. Sebelum menyelesaikan masalah tersebut terlebih dahulu kita dapat mengkonstruksi gambar pola dengan menggunakan *cabri II plus* melalui langkah-langkah berikut ini.

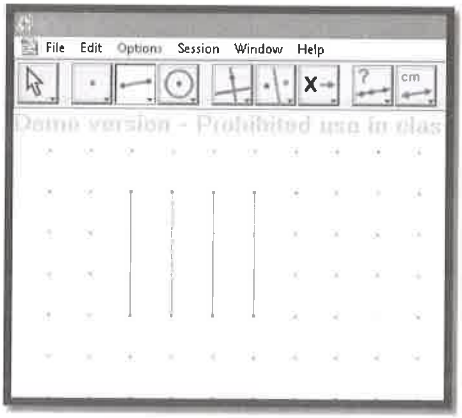
1. Tampilkan diagram *cartesius* pada lembar kerja *cabri II plus* dengan menggunakan tombol *show axis* pada *toolbar*, klik pada lembar kerja. Selanjutnya tampilkan tempat kedudukan titik-titik koordinat *cartesius* dengan menggunakan tombol *define grid* pada *toolbar*, klik

pada diagram *cartesius* tersebut. Seperti tampak pada gambar berikut ini.



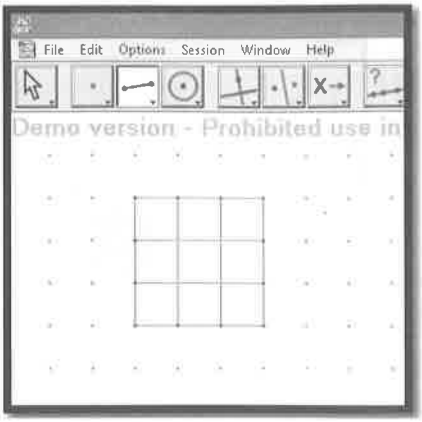
Gambar 5.49

2. Mulailah membuat kotak 3×3 dengan cara tentukan segmen vertical dengan menggunakn tombol *segment* pada *toolbar*, tunjuk pada tempat keduduk titik koordinat hingga muncul tulisan "*at this point of the grid*", klik titik tersebut kemudian klik di titik yang lain dengan melalui empat buah titik di bawahnya. Lakukan langkah tersebut sehingga terkonstruksi empat buah segmen yang sama panjang secara vertikal.



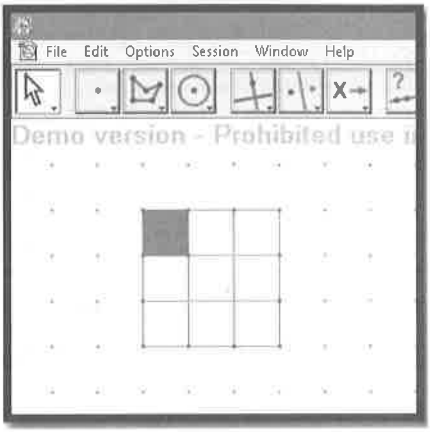
Gambar 5.50

3. Langkah selanjutnya adalah membuat segmen horizontal memotong segmen vertikal yang telah dibuat sebelumnya. Jika muncul tulisan "*which object*" plihlah *grid* untuk menentukan segmen horizontal tersebut.



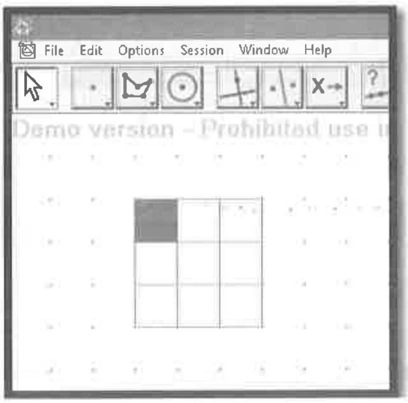
Gambar 5.51

4. Buatlah persegi 1×1 dengan tombol *polygon* kemudian berilah warna menggunakan tombol *fill* pada *toolbar.*



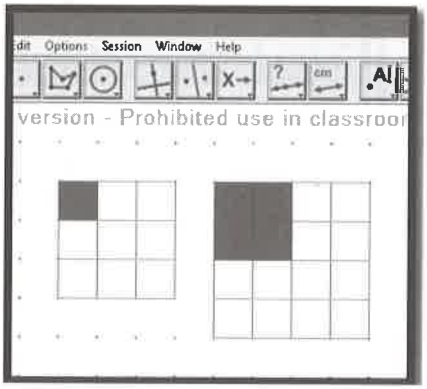
Gambar 5.52

5. Sembunyikan titik-titik potong pada kotak dengan menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*.



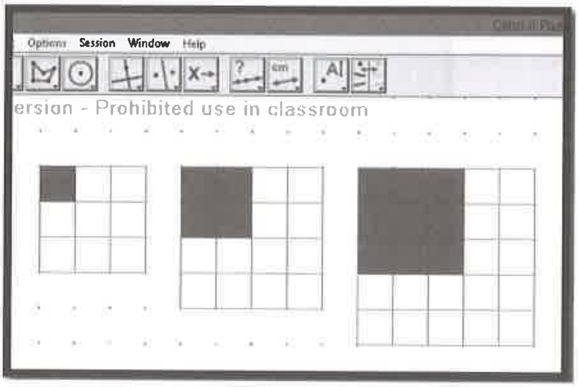
Gambar 5.53

6. Selanjutnya buatlah kotak 4×4 dengan mengacu langkah-langkah di atas.



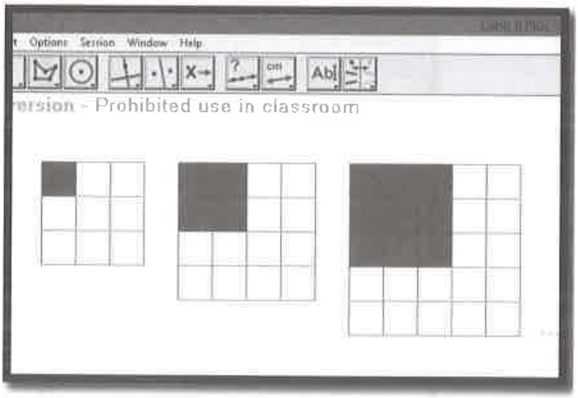
Gambar 5.54

7. Begitu pula dengan 5×5.



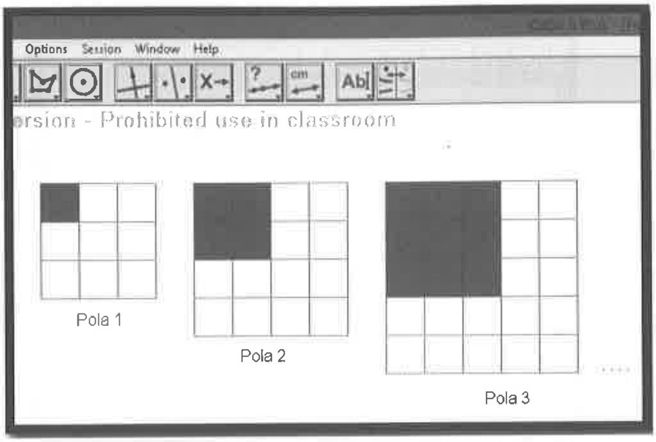
Gambar 5.55

8. Menggunakn tombol *hide/show* sembunyikan tempat kedudukan titik koordinat, klik pada titik koordinat tersebut.



Gambar 5.56

9. Beri keterangan pada pola-pola tersebut dengan tulisan "Pola 1", "Pola 2", dan "Pola 3" dengan menggunakan tombol *text* pada *toolbar*.



Gambar 5.57

10. Dari gambar 5.57 kita dapat mendata dan menuliskanya pada tabel seperti terlihat pada tabel berikut.

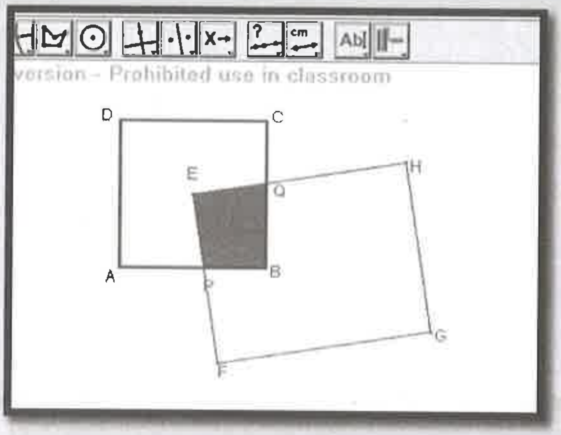
Tabel 5.4. Hasil Observasi Pola Kotak Berwarna Putih dan Hitam

Pola	Banyaknya kotak berwarna hitam	Banyaknya kotak berwarna putih
1	$1 \times 1 = 1$	8
2	$2 \times 2 = 4$	12
3	$3 \times 3 = 9$	16
4	$4 \times 4 = 16$	20
5	$5 \times 5 = 25$	24
6	$6 \times 6 = 36$	28
7	$7 \times 7 = 49$	32
8	$8 \times 8 = 64$	36
9	$9 \times 9 = 81$	40

11. Sehingga didapat bahwa terdapat 24 kotak berwarna hitam jika kotak berwarna putih berjumlah 25 dan terdapat 40 kotak berwarna hitam jika kotak berwarna putih berjumlah 81.

Contoh Pembelajaran 7

Lihat gambar bawah ini.

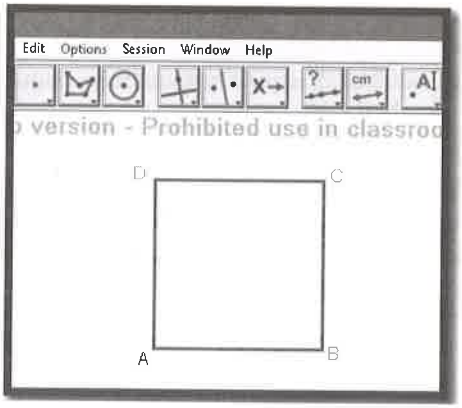


Gambar 5.58

Jika luas daerah persegi ABCD adalah 16 cm^2 dan luas daerah persegi panjang adalah 42 cm^2. Tentukan luas daerah PBQE (E adalah titik pusat persegi ABCD).

Untuk menyelesaikan masalah tersebut kita dapat menggunakan strategi mengadopsi sudut pandang yang berbeda untuk menyelesaikan masalah tersebut. Sebelum menyelesaikan masalah yang tersedia, terlebih dahulu kita dapat mengkonstruksi gambar pola dengan menggunakan *cabri II plus* melalui langkah-langkah berikut ini.

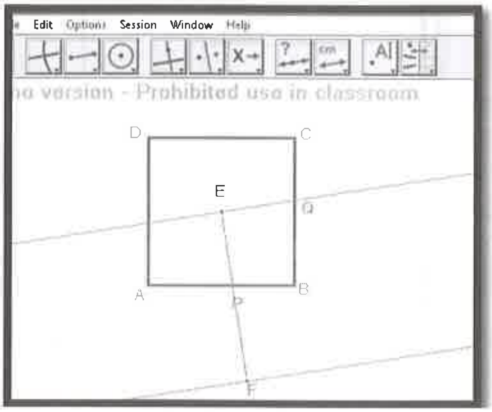
1. Buatlah sebuah persegi ABCD dengan panjang sisinya 2 cm(langkah-langkah mengkonstruksi persegi sudah diterangkan di BAB III).



Gambar 5.59

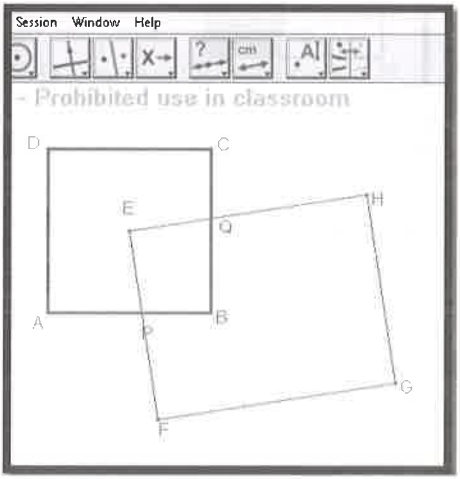
2. Tentukan titik pusat persegi dengan mengkonstruksi segmen AC dan BD menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*. Kemudian tentukan titik potong kedua segmen tersebut menggunakan tombol *intersection point*. Beri nama titik potong itu dengan titik E.

3. Buatlah sebuah segmen EF dengan titik E adalah pusat persegi dan F di luar persegi ABCD menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*.
4. Konstruksi garis tegak lurus AF melaui titik E dan F menggunakan tombol *perpendicular bisector*.



Gambar 5.60

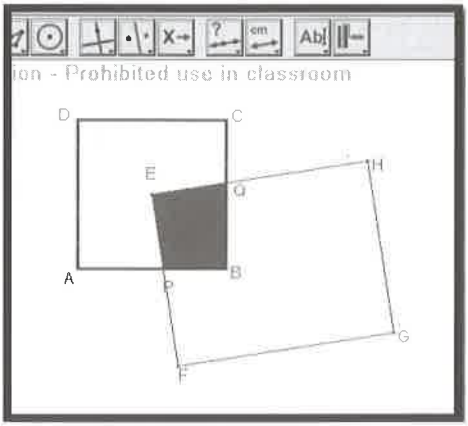
5. Tentukan titik G pada garis tegak lurus AF melalui F menggunakn tombol *point on object* pada *toolbar*.
6. Buat garis tegak lurus FG melalui G hingga berpotongan di titik H dengan garis tegak lurus AF melalui titik E menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar*.
7. Buatlah persegi panjang EFGH dengan menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar*.
8. Hilangkan garis-garis selain persegi ABCD dan persegi panjang EFGH dengan menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*.



Gambar 5.61

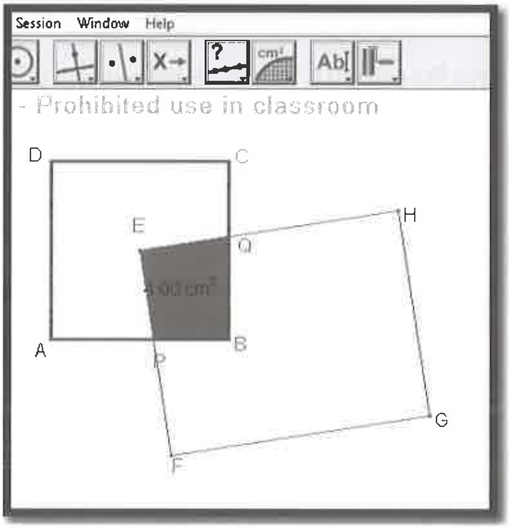
9. Dengan menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar* tentukan segiempat EPBQ.

10. Warnai segi empat itu menggunakan tombol *fill* pada *toolbar.*



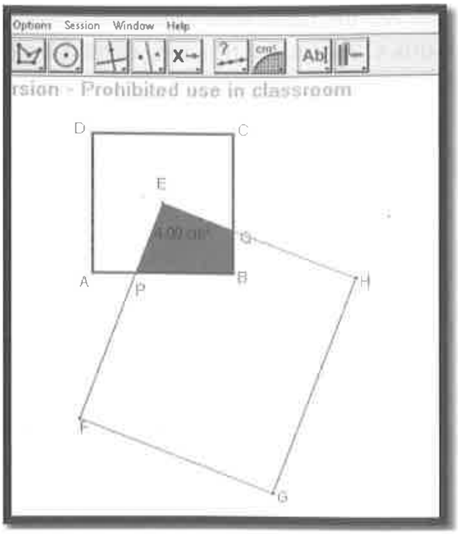
Gambar 5.62

11. Tentukan area dari segiempat EDBQ dengan menggunakn tombol *area* klik pada segiempat tersebut.



Gambar 5.63

12. Lakukan *dragging* pada titik F ke kiri atau ke kanan. Ternyata luas daerah segiempat EPBQ tetap sama.



Gambar 5.64

13. Buatlah garis tegak lurus AB melalui titik tengahnya dengan tombol *perpendicular bisector*. Dengan cara yang sama buat juga garis tegak lurus AD melalui titik tengahnya. Tentukan titik-titik potong garis-garis tegak lurus itu dengan sisi-sisi persegi menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar*.
14. Buatlah segmen garis melalui titik-titik potong itu.
15. Lakukan *dragging* pada titik F sehingga membentuk sebuah persegi EPBQ dengan luas daerah yang tetap sama.
16. Terlihat bahwa Luas daerah segiempat EPBQ = $\frac{1}{2} \times$ Luas daerah persegi ABCD.

    Luas daerah segiempat EPBQ = $\frac{1}{4} \times$ Luas daerah persegi ABCD

    Luas daerah segiempat EPBQ = $\frac{1}{4} \times 16$

    Luas daerah segiempat EPBQ = 4 cm^2
17. Sehingga didapat bahwa luas daerah yang diarsir adalah 4 cm^2.

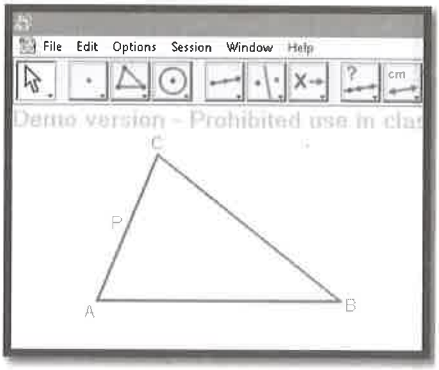
Contoh Pembelajaran 8

Jika diketahui segitga ABC sembarang dengan titik P adalah titik tengah sisi AC. Buktikan bahwa garis sejajar AB melalui titik P akan memotong sisi BC tepat di titik tengah pula.

Untuk menyelesaikan masalah tersebut kita dapat menggunakan strategi mengadopsi sudut pandang yang berbeda untuk menyelesaikan masalah terlebih dahulu kita dapat mengkonstruksi gambar dan mengekplorasinya menggunakan *cabri II plus* melalui langkah-langkah berikut ini.

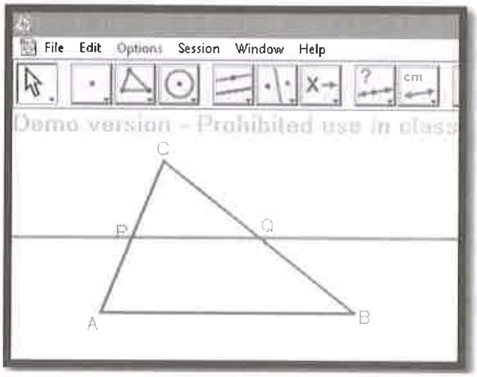
1. Buatlah sebuah segitiga ABC sembarang.

2. Tentukan titik tengah sisi AC menggunakan tombol *midpoint* pada *toolbar*, klik berturut-turur titik A kemudian titik C. Beri nama titik tengah itu dengan titik P.



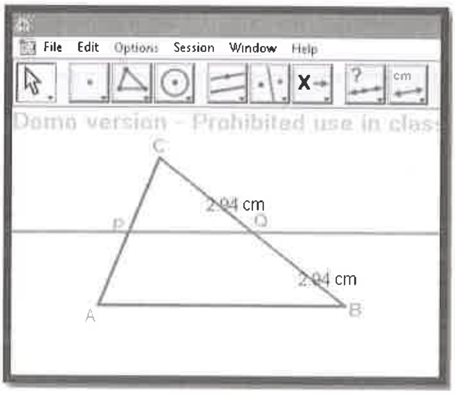
Gambar 5.65

3. Tentukan garis sejajar AB melalui titik P menggunakan tombol *parallel line* pada *toolbar*, klik berturut-turut titik P kemudian segmen AB.
4. Tentukan titik potong garis sejajar tersebut dengan sisi BC menggunakan tombol *intersection point*. Beri nama titik itu dengan titik Q.



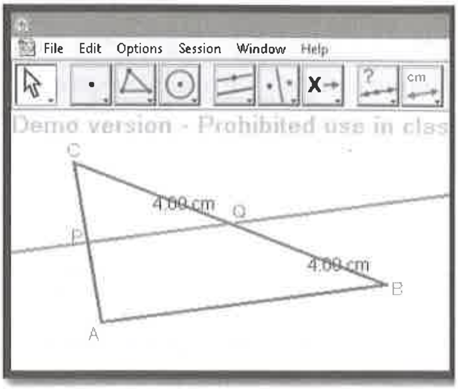
Gambar 5.66

5. Tentukan panjang segmen BP dan CP menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar*.



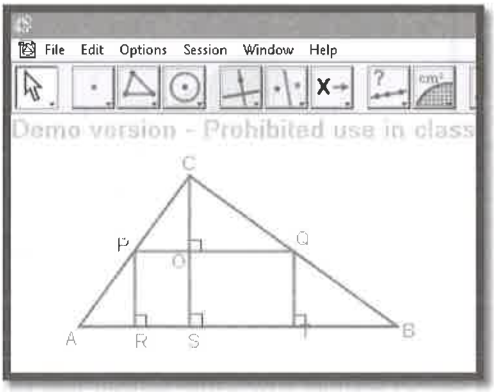
Gambar 5.67

6. Apakah hal itu berlaku pada kondisi lain, kita dapat men-*draging* salah satu titik sudut segitiga ABC ke kiri atau ke kanan.



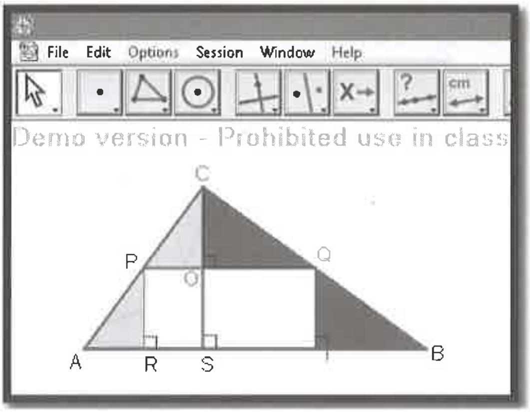
Gambar 5.68

7. Ternyata titik Q tetap sebagai titik tengah sisi BC.
8. Lakukan eksplorasi lanjutan untuk menentukan konjektur dari penyelesaian masalah dengan menentukan garis tegak lurus AB melalui titik P, titik C dan titik Q.
9. Tentukan titik-titik potong garis tegak lurus itu terhadap sisi AB dan segmen PQ. seperti tampak pada gambar berikut.



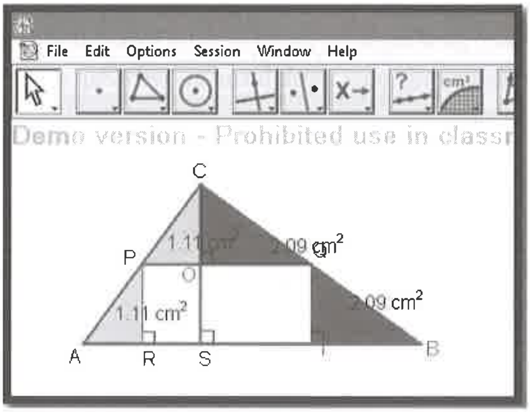
Gambar 5.69

10. Buat segitiga ARP, POC, QOC dan BTQ menggunakan tombol *triangle* pda *toolbar*.
11. Beri warna pada segitiga ARP dan POC dengan warna yang sama menggunakan tombol *fiil* pada *toolbar*. Selanjutnya beri warna juga untuk segitiga QOC dan POC.



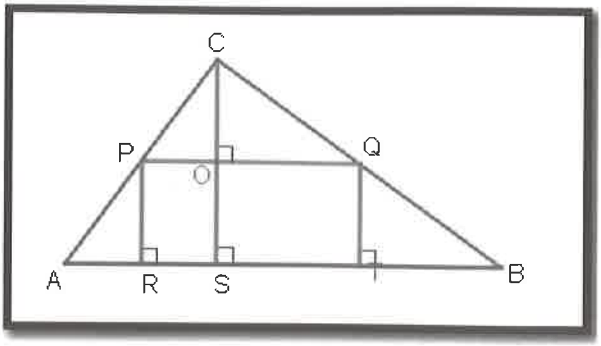
Gambar 5.70

12. Tentukan tentukan luas daerah dari masing-masing segitiga tersebut menggunakan tombol *area* pada *toolbar*, klik pada segitiga tersebut.



Gambar 5.71

13. Terlihat bahwa luas daerah segitiga ARP sama dengan luas daerah segitiga POC. Karena segitiga ARP dan segitiga POC adalah sama-sama segitiga siku-siku dan memiliki luas yang sama maka keduanya saling kongruen.
14. Begitu pula dengan segitiga COQ dan segitiga BTQ. Terlihat bahwa luas daerah segitiga COQ sama dengan luas daerah segitiga BTQ. Karena COQ dan segitiga BTQ adalah sama-sama segitiga siku-siku dan memiliki luas yang sama maka keduanya saling kongruen, sehingga CQ=BQ.
15. Oleh karena CQ=BQ maka kita dapat menentukan konjektur bahwa Q adalah titik tengah.
16. Setelah kita menentukan konjektur dari langkah-langkah penyelesaian masalah kita dapat menuliskannya dengan sistem aksiomatis. Lihat gambar di bawah ini.



Gambar 5.72

>>Lihat ΔARP dan ΔPOC

$AP = CP$ (P titik tengah sisi AC)

$\angle PAR = \angle CPO$ (PQ//AB dipotong AC, sudut sehadap)

$\angle ARP = \angle POC$ (Sudut siku - siku)

$\therefore \Delta ARP \cong \Delta POC\,(S.Sd.Sd.)$, sehingga PR = CO............*persamaan*(*i*)

>>Lihat persegi panjang ABCD sehingga, PR=QT........*persamaan* (*ii*)

Dari *persamaan* (*i*) dan *persamaan* (*ii*) didapat:
CO=PR=QT sehingga CO=QT.................*persamaan* (*iii*)

>>Lihat ΔCOQ dan ΔBRQ

$CO = QT$ (diketahui di *persamaan*(*iii*))

$\angle CQO = \angle RBQ$ (PQ//AB dipotong BC, sudut sehadap)

$\angle COQ = \angle RBQ$ (Sudut siku - siku)

$\therefore \Delta COQ \cong \Delta BRQ\,(S.Sd.Sd.)$, sehingga BQ = CQ

Karena BQ=CQ artinya Q titik tengah sisi BC sehingga terbukti garis sejajar AB melalui titik P akan memotong sisi BC tepat di titik tengah.

BAB 6

CABRI II PLUS UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS

A. PENGERTIAN KOMUNIKASI MATEMATIS

Kata komunikasi biasanya kita pahami apabila dua orang berinteraksi secara tatap muka membicarakan suatu hal menggunakan bahasa tertentu. Pembicaraan dimaksudkan untuk mengungkapkan suatu topik pembicaraan hingga keduanya saling memahami. Pada kegiatan pembelajaran interaksi antara guru dan siswa terjadi untuk menyampaikan sebuah materi pembelajaran. Agar materi pembelajaran dapat diterima dengan baik oleh siswa, komunikasi yang baik antara guru dengan siswa menjadi sebuah keharusan.

Menurut Endang (2003) komunikasi secara etimologis berasal dari bahasa latin *communication* mengacu pada kata *comunis* yang berarti sama makna. Komunikasi ialah penyampaian pesan dari komunikator (*sender)* kepada komunikan (*receiver*) melalui media tertentu dan menyebabkan efek. Pada pembelajaran komunikator berarti seorang guru sedangkan komunikan adalah siswa. Akan tetapi, seorang siswa juga bisa menjadi seorang komunikan dalam pembelajaran terhadap penyampaian ide matematis. Hal ini sangat dibutuhkan supaya siswa dapat memahami konsep matematika yang sedang dipelajari

Mengembangkan kemampuan komunikasi matematis dalam pembelajaran sangatlah penting karena dapat mengembangkan kemampuan berpikir. Matematika adalah subjek penting untuk mengembangkan kemampuan komunikasi karena komunikasi matematis dan pemikiran matematika diperlukan oleh siswa untuk mencapai keberhasilan dalam kehidupanya terutama ketika memasuki dunia kerja. Banyak perusahan ataupun lembaga kerja menerapkan sistem TKD (Tes Kemampuan Dasar) yang berisikan tentang kemampuan berpikir dan berlogika dalam tes masuk kerja. Disamping itu juga adanya wawancara yang mengharuskan seorang pelamar kerja untuk dilihat kemampuannya berkomunikasi secara baik dan benar. Sehingga, komunikasi matematis dan kemampuan berpikir sangat perlu untuk dikembangkan.

Fosnot (2001) mengungkapkan bagian penting matematika adalah proses pembentukan keterkaitan konsep dan mencoba untuk membuktikan hubungan matematis untuk kemudian mengkomunikasikanya pada orang lain. Membentuk keterkaitan konsep dibutuhkan sebuah pemahaman terhadap prinsip-prinsip matematika. Memulai dengan mengetahui unsur-unsur yang diketahui pada sebuah materi matematika, siswa dapat menentukan informasi dan mengaitkanya satu sama lain. Siswa dapat mengkomunikasikan informasi tersebut dengan menuliskan apa yang diketahui secara jelas. Penggunaan teorema menjadi acuan utama siswa dalam menuliskan langkah-langkah pembuktian. Sehingga, pada akhirnya dapat ditentukan tujuan utama pembuktian suatu konsep.

Menurut NCTM (2000), komunikasi merupakan bagian esensial dari matematika dan pendidikan matematika. Tanpa komunikasi yang baik, maka perkembangan matematika akan terhambat. Seorang guru tidak dapat menyampaikan pesan materi dengan efektif dan efisien apabila tidak memiliki kemampuan komunikasi matematis yang baik. Begitu pula dengan seorang siswa, apabila kemampuan komunikasi matematis kurang maka siswa tidak dapat menyampaikan masalah yang dihadapi dalam belajar matematika kepada gurunya. Selain itu, siswa tidak dapat mengungkapkan argumen jika kemampuan komunikasi matematis tidak terbangun dengan baik.

Kemampuan komunikasi matematis seorang siswa dapat diartikan kemampuan siswa dalam menyampaikan sesuatu yang diketahuinya. Hal yang diketahui dapat berupa informasi atau pengetahuan matematika yang telah diketahui sebelumnya. Informasi yang siswa ketahui dapat diperoleh melalui peristiwa dialog atau saling hubungan yang terjadi di lingkungan kelas, dimana terjadi pengalihan pesan. Pesan yang dialihkan berisi tentang materi matematika yang dipelajari siswa, misalnya berupa konsep, rumus, atau strategi penyelesaian suatu masalah. Pihak yang terlibat dalam peristiwa komunikasi di dalam kelas adalah guru dan siswa, dan cara pengalihan pesannya dapat secara lisan maupun tertulis.

Forrest (2008) mangungkapkan komunikasi matematis sangat dibutuhkan oleh seorang guru matematika. Seorang guru menggunakan komunikasi secara verbal untuk mengartikulasikan tujuan dari sebuah konsep, kepedulian terhadap siswa dan mendorong untuk mendiskusikan sebuah pengetahuan yang sedang diajarkan. Selama proses belajar mengajar, guru menggunakan komunikasi verbal untuk memulai pertanyaan dan menjelaskan konsep-konsep matematika dalam rangka menggiring proses berpikir matematis siswa. Seorang guru merencanakan sebuah pembelajaran matematika untuk mengejar kedalam dari sebuah konsep berdasarkan umpan balik siswa, tujuan pembelajaran, bagaimana mendorong setiap siswa untuk berpartisipasi dan bagaimana mengintergrasikan koneksi matematika dari sebuah topik pembelajaran.

Sedangkan Brenner (1998) mengungkapkan pembelajaran matematika harus mencakup pengembangan bahasa dan simbolis untuk mengkomunikasikan ide-ide matematika siswa. Kemampuan komunikasi harus dimiliki siswa untuk tujuan:

1. Mengembangkan pemikiran tentang ide-ide matematika dan hubunganya.
2. Merumuskan definisi matematika dan generalisasi melalui kegiatan investigasi.
3. Mengeksplorasi ide-ide matematika secara lisan dan tertulis.
4. Membaca representasi matematis dengan pemahamanya.
5. Mengklarifikasi dan memperluas pertanyaan berkaitan dengan notasi matematika dan ide yang dipikirkan.

Madina (2008) mengungkapkan komunikasi dalam matematika dapat berupa argumentasi yang melibatkan pengetahuan bukti matematika dan ekspresi seseorang terhadap bukti-bukti matematika tersebut. Pada pembelajaran matematika untuk menuliskan sebuah bukti diperlukan sebuah bahasa matematis yang mengaitkan teorema satu dengan teorema yang lain. Bahasa dapat berupa gambar, pemodelan matematis ataupun kalimat logika yang sesuai dengan prinsip-prinsip matematika. Alur logika pembuktian akan tertulis secara sistematis dan jelas jika menggunakan komunikasi matematis yang baik. Sehingga, sseseorang dapat mengekspresikan bukti-bukti matematika secra terperinci dan jelas.

Whitin (2002) kemampuan komunikasi matematis dapat dibangun dengan onservasi, menjelaskan konsep, melakukan differensiasi sebuah konsep matematika, mengusulkan teori, menggambarkan masalah dengan memanipulasi gambar atau grafik, dan menjelaskan hasil pemikiran sendiri.

Menurut Martinho (2007) komunikasi dapat diartikan sebagai proses sosial siswa sepanjang terdapat interaksi, berbagai informasi dan saling bertukar pendapat. Sehingga, terdapat dua perpektif komunikasi dalam pembelajaran matematika yaitu 1) sifat interaksi terus menerus antara siswa dan guru, 2) negoisasi makna yang dipahami sebagai proses berbagi antar siswa dengan berbagi informasi untuk memahami konsep dan prosedur matematika serta hubunganya dalam pembuktian formal.

Sumarmo (2002) mengungkapkan kemampuan komunikasi matematis siswa dapat dilihat dari kemampuan dalam:

1. menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika.
2. menjelaskan ide, situasi, dan relasi matematik, secara lisan dan tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik dan aljabar.
3. menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika.
4. mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika.
5. membaca dengan pemahaman suatu presentasi matematika tertulis.
6. membuat konjektur, menyusun argumen, merumuskan definisi dan generalisasi.
7. menjelaskan dan membuat pertanyaan matematika yang telah dipelajari.

Untuk mengembangkan kemampuan komunikasi yang telah diungkapkan tersebut di atas, siswa dapat menuangkan idenya dalam bentuk gambar dan mengkonstruksinya dengan *cabri II plus.* Siswa dapat memanipulasi gambar yang telah dibuat untuk menjadi bahan diskusi antar siswa dalam kelompoknya. Eksplorasi dengan memanipulasi bangun geometri yang sudah terkonstruksi dengan *cabri II plus* dapat dituangkan dalam bentuk aljabar oleh siswa dan menentukan suatu dugaan atau konjektur untuk menemukan pengetahuan baru. Dri konjektur yang ada siswa dapat merumuskan sebuah argumen untuk merumuskan sebuah definisi suatu materi. Siswa juga dapat mempresentasikan argumen yang sudah dimiliki dengan menggunakan *cabri ii plus* sehingga visualisasi geometri akan lebih nyata dan efektifitas waktu untuk mempresentasikan akan lebih baik.

Wilkins dan Kosko (2010) mendefinisikan komunikasi sebagai bagian penting dari matematika dan pendidikan matematika. Karena pembelajaran matematika akan lebih terbangun apabila interaksi siswa dengan siswa, siswa dengan guru terjalin atas dasar kemampuan komunikasi yang baik. Menulis dan diskusi dilihat sebagai bagian yang terintegarasi dari komunikasi yang yang dapat membangun pemahaman yang mendalam tentang konsep materi geometri yang dipelajari. Menulis dilihat sebagai cara siswa untuk merefleksikan atau menjelaskan dengan detail ide-ide matematika. Menulis membantu siswa untuk mengungkapkan strateginya sehingga dapat meningkatkan pengetahuan proseduralnya dan menghasilkan keuntungan kognitif secara umum. Diskusi antar siswa merupakan jalan lain untuk memperdalam pemahaman suatu konsep melalui interaksi sosial. Kegiatan menulis dan berdiskusi tentang materi geometri akan lebih efektif dan efisien jika dilakukan dengan sebuah alat bantu *soofware cabri II plus* yang memiliki keakuratan dalam perhitungan dan memanipulasi bangun geometri.

Ansari (2003) menelaah kemampuan komunikasi matematik dari dua aspek yaitu komunikasi lisan (*talking*) dan komunikasi tulisan (*writing*). Berkomunikasi secara lisan dapat dilakukan dengan banyaknya siswa terlibat dalam diskusi kelompok kecil. Siswa melalui kelompok kecil diberikan suatu permasalahan geometri untuk dieksplorasi secara bersama-sama. *Cabri II plus* dapat dijadikan alat bantu untuk mengeksplorasinya. Dengan memanipulasi bangun geometri siswa dapat berdiskusi dengan mengaitkanya dalam teorema-teorema sehingga pemahaman matematis terbangun. Sementara yang dimaksud dengan komunikasi matematis tulisan (*writing*) adalah kemampuan dan keterampilan siswa menggunakan kosa kata (*vocabulary*), notasi dan struktur matematika untuk menyatakan hubungan dan gagasan serta memahaminya dalam memecahkan masalah.

B. CONTOH PENERAPAN PEMBELAJARAN GEOMETRI DENGAN CABRI II PLUS DALAM MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS

Cabri II plus juga dapat digunakan sebagai alat bantu untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematis khususnya materi geometri. geometri. Dengan *cabri II plus* siswa mengkonstruksikan sebuah konsep gemetri yang diberikan dan mengeksplorasi sehingga menemukan dugaan-dugaan sehingga siswa dapat menemukan pengetahuan baru atau konsep baru dari konsep yang telah diberikan. Berikut beberapa contoh pembelajaran geomtri berbantu *cabri II plus* yang dapat diterapkan dalam pengembangan kemampuan komunikasi matematis.

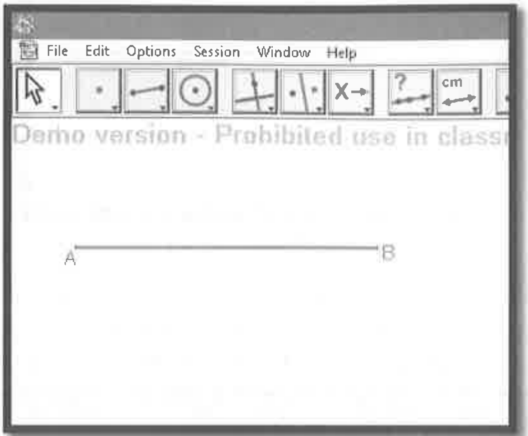
Contoh Pembelajaran 1

Mengetahui syarat cukup membangun sebuah segitiga dam jenis-jenis segitiga.

1. Mulailah pembelajaran dengan mengajak siswa mengkonstruksi segitiga. Dengan menggunakan *Cabri II plus* konstruksikan segitiga segita berikut.
   a. ΔABC dengan panjang sisi AB= 8 cm, BC= 4 cm dan AC = 3 cm
   b. ΔDEF dengan panjang sisi DE= 3 cm, EF= 4 cm dan DF = 5 cm
   c. ΔPQR dengan panjang sisi PQ= 7 cm, QR= 8 cm dan PR = 8 cm
   d. ΔKLM dengan panjang sisi KL= 10 cm, KM= 5 cm dan AC = 3 cm
   e. ΔRST dengan panjang sisi RS= 8 cm, ST= 4 cm dan RT = 3 cm
   f. ΔXYZ dengan panjang sisi XY= 8 cm, YZ= 4 cm dan XZ = 7 cm

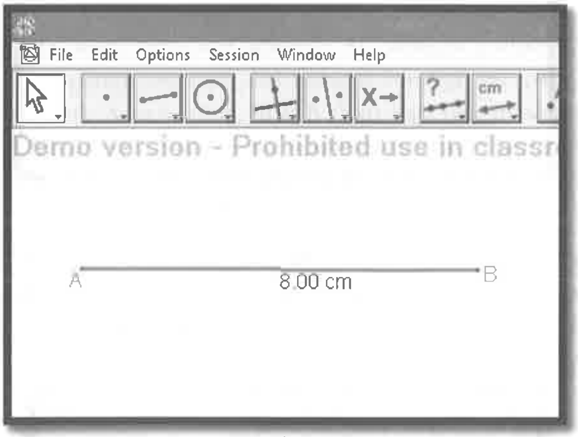
CATATAN: Untuk mengkonstruksi sebuah segitiga dengan *cabri II plus* dapat dilakukan dengan mengikuti langkah-langkah berikut. Misalnya kita akan mengkonstruksi sebuah ΔABC dengan panjang sisi AB= 8 cm, BC= 5 cm dan AC = 7 cm.

a. Gunakan tombol segmen pada toolbar buatlah segmen AB. Klik secara berturut-turut pada lembar kerja cabri II plus titik A kemudian titik B.



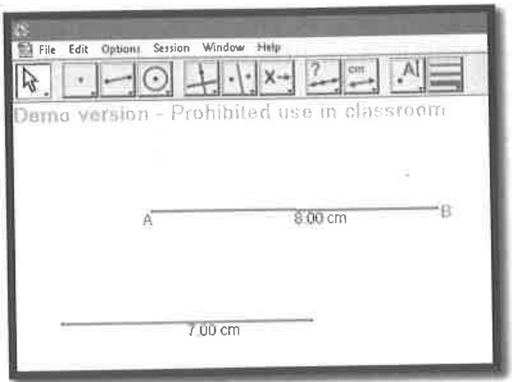
Gambar 6.1

b. Tentukan panjang segmen AB dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Untuk menentukan ukuran segmen AB= 8 cm siswa dapat men-*draging* titik B sehingga ukurannya terlihat 8 cm. Lakukan dengan cermat dan teliti.



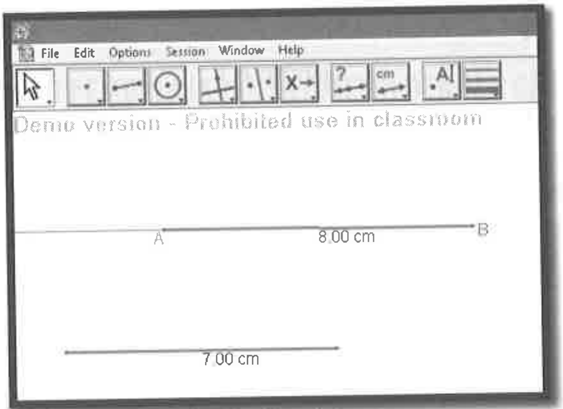
Gambar 6.2

c. Selanjutnya tentukan sebuah segmen menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*, kemudian tentukan panjang segmen tersebut menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar*, pastikan panjang segmen tersebut 7 cm dengan men-*draging* salah satu titik pada segmen tersebut.



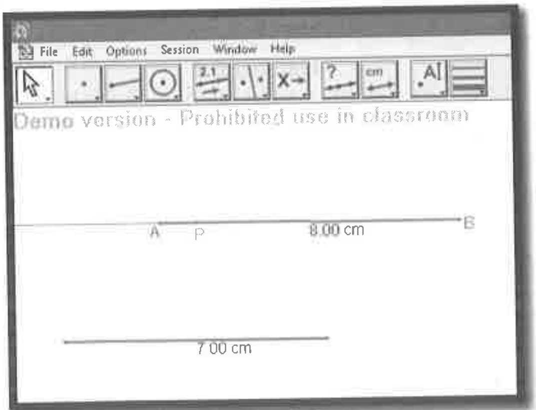
Gambar 6.3

d. Selanjutnya kita akan membuat segmen BC dengan panjang 7 cm. Mulai dengan membuat perpanjangan segmen BA menggunakan tombol *ray* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut titik B kemudian titik A (hati-hati jangan sampai salah urutannya).



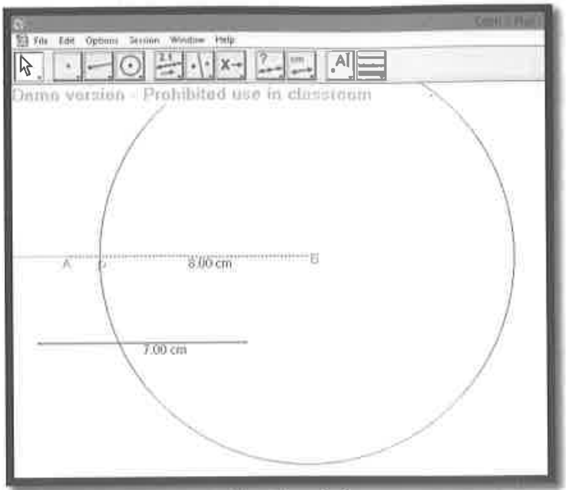
Gambar 6.4

e. Gunakan tombol *measurement transform* pada *toolbar*, klik berturut-turut perpanjang segmen BA kemudian ukuran "7cm" pada segmen yang telah dibuat, maka pada segmen BA muncul sebuah titik. Beri nama titik itu dengan titik P menggunakan tombol *label* pada *toolbar*.



Gambar 6.5

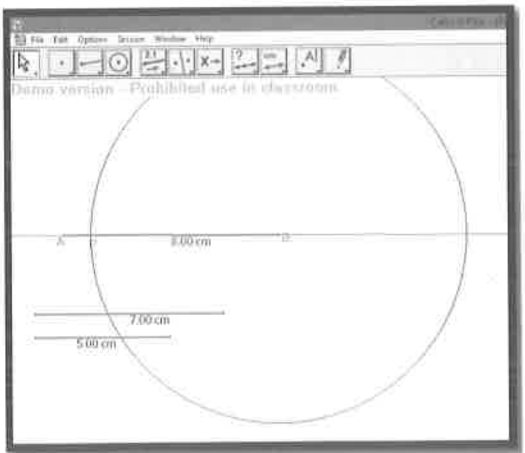
f. Buatlah sebuah lingkaran dengan titik pusat di titik B dan jari-jari sepanjang BP (untuk menentukan sisi BC) menggunakan tombol *circle* pada *toolbar*.



Gambar 6.6

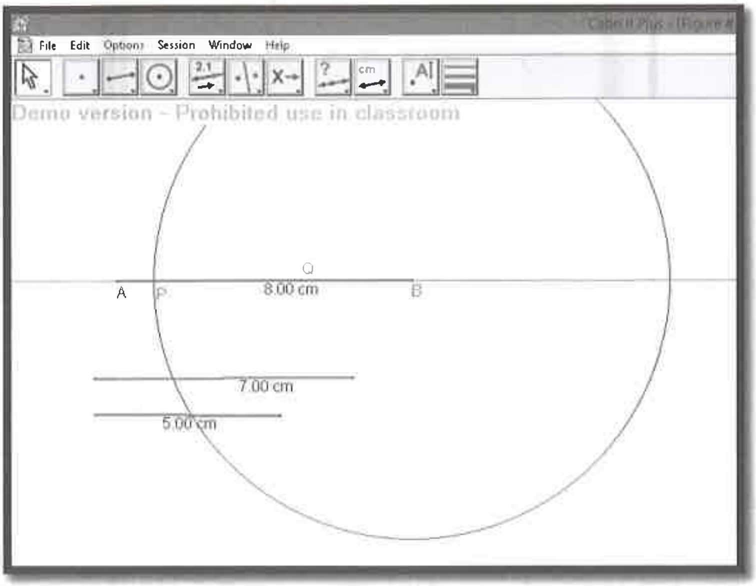
g. Langkah berikutnya tentukan sebuah segmen menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*, kemudian tentukan ukuran segmen tersebut menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar* pastikan panjang ukuran segmen tersebut 5 cm dengan men-*draging* salah satu titik pada segmen tersebut.

h. Selanjutnya kita akan membuat segmen AC dengan panjang 5 cm. Mulai dengan membuat perpanjangn segmen AC dengan tombol *ray* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut titik A kemudian titik B (hati-hati jangan sampai salah urutannya). Untuk membedakan garis perpanjangan sisi BA beri warna yang berbeda menggunakan tombol *color* pada *toolbar*, pilih warna yang diinginkan klik pada garis perpanjangan sisi AB.



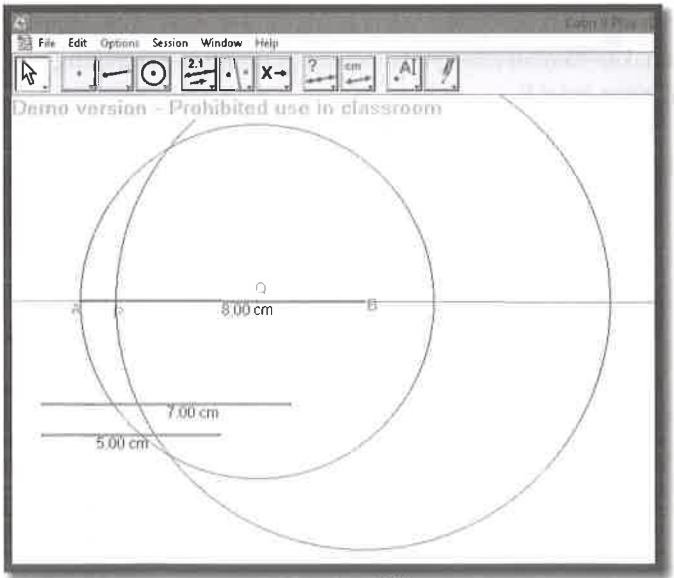
Gambar 6.7

i. Gunakan tombol *measurement transform* pada *toolbar*, klik berturut-turut perpanjang segmen AB kemudian ukuran "5cm" pada segmen yang telah dibuat, maka pad segman AB muncul sebuah titik. Beri nama titik itu dengan titik Q menggunakan tombol *label* pada *toolbar*.



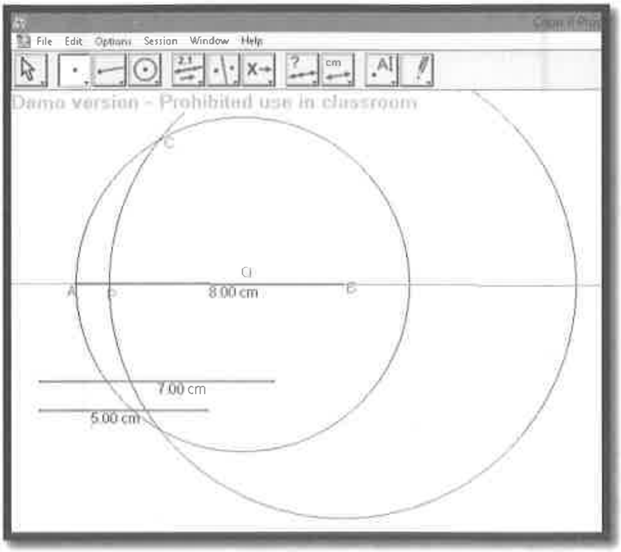
Gambar 6.8

j. Buatlah sebuah lingkaran dengan titik pust di titik A dan jari-jari sepanjang AQ (untuk menentukan panjang sisi AC) menggunakan tombol *circle* pada *toolbar*.



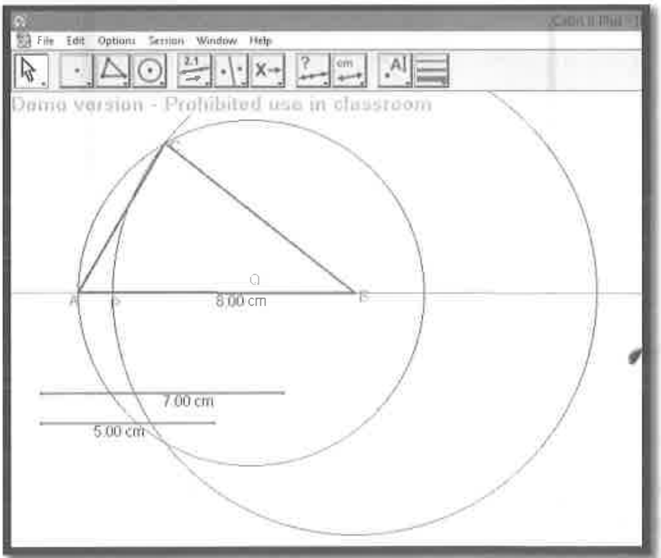
Gambar 6.9

k. Tentukan titik potong kedua lingkaran tersebut menggunakan *intersection point* pada *toolbar.* Titik potong tersebut merupakan tempat kedudukan titik C.



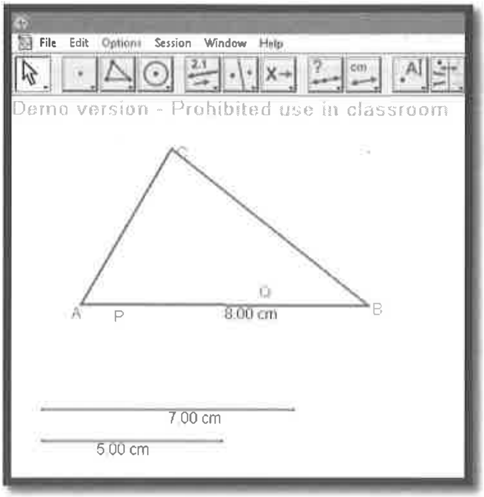
Gambar 6.10

l. Buat segitiga ABC menggunakan tombol *triange* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut titik A, B kemudian C.



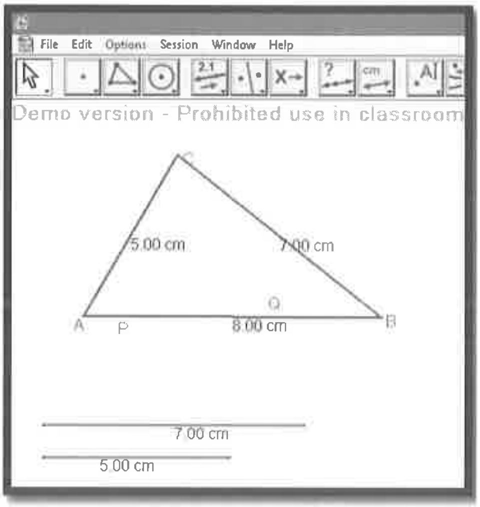
Gambar 6.11

m. Hilangkan unsur-unsur selain segitiga ABC pada lembar kerja *cabri II plus* menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*, klik pada unsur-unsur selain segitiga seperti garis, lingkaran, titik P, titik Q dan yang lainya.



Gambar 6.12

n. Untuk meyakinkan apakah segitiga ABC sudah sesuai dengan yang diinginkan tentukan panjang sisi-sisi yang lain menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.*



Gambar 6.13

2. Setelah siswa mencoba mengkonstruksi segitiga-segita yang sudah diperintahkan sisiwa diajak menjawab pertanyaan-pertanyaan di bawah ini:

   a. Apakah kamu dapat mengkonstruksi bangun segitiga dengan menggunakan ukuran-ukuran seperti yang diperintahkan pada perintah di no. 1 yang telah disajikan di atas? Jelaskan.

      Jawab:..

      ....

....

b. Adakah bangun segitiga yang tidak dapat kamu konstruksi dengan menggunakan ukuran tersebut? Bangun dengan ukuran yang mana saja? Mengapa demikian? Jelaskan.

Jawab:..

....

....

c. Ukurlah setiap sudut dan sisi pada bangun segitiga yang telah kamu buat. Amatilah hasil yang kamu peroleh berdasarkan besar sudut dan panjang sisi-sisinya, apa pendapat kamu?

Jawab:..

....

....

CATATAN: Untuk mengkonstruksi sebuah sudut misalnya $\angle ABC$ pada ΔABC dapat digunakan tombol *angle* pada *toolbar* , klik secara berturut-turut titik A, B kemudian C.

d. Adakah segitiga yang ketiga sisinya sama panjang? Berapakah besar masing-masing sudut pada segitiga tersebut?

Jawab:..

....

....

e. Adakah segitiga yang kedua sisinya sama panjang? Bagaimana besar masing-masing sudut pada segitiga tersebut?

Jawab:..

....

....

f. Adakah segitiga yang ketiga sisinya tidak sama panjang? Bagaimana besar masing-masing sudut pada segitiga tersebut?

Jawab:..

....

....

3. Setelah siswa menuliskan jawaban dari pertanyaan-pertanyaan yang diajukan, siswa diajak menyimpulkan hasil eksplorasi yang telah dilakukan bersama-sama dengan guru. Hal yang perlu diarahkan terhadap kesimpulan yaitu definisi segitiga sama sisi, segitiga sembarang, segitiga sama kaki.

Dari eksplorasi yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan:

a. Segitiga sembarang adalah..

....

....

b. Segitiga sama sisi adalah..

....

....

c. Segitiga sama kaki adalah..

....

....

a. Segitiga lancip adalah..

....

....

a. Segitiga siku-siku adalah..

....

....

a. Segitiga tumpul adaah..

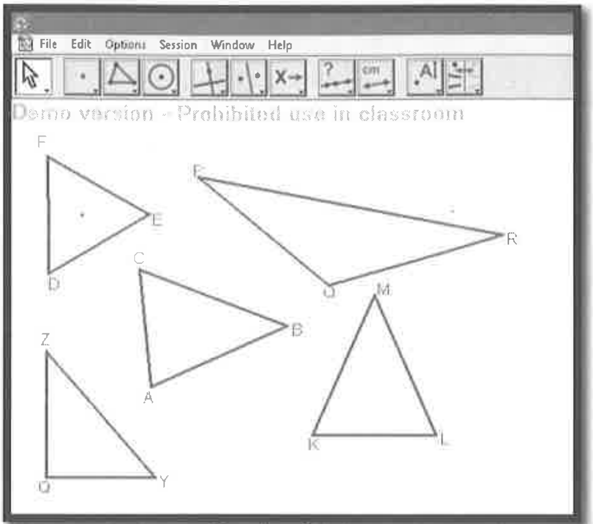
....

....

Contoh Pembelajaran 2

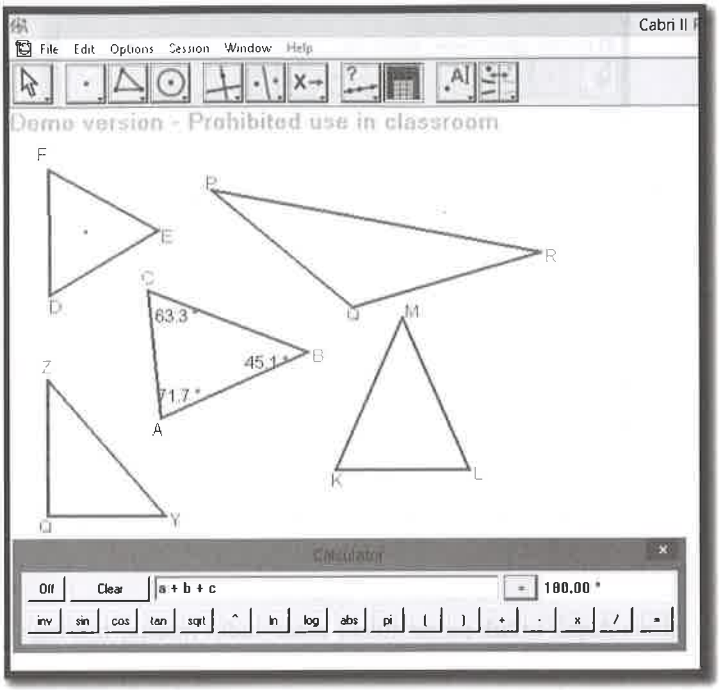
Mengetahui jumlah sudut segitiga.

1. Mulailah pembelajaran dengan mengajak siswa untuk membuat beberapa segitiga menggunan tombol *triangle* pada *toolbar*. Seperti contoh berikut.



Gambar 6.14

2. Kemudian siswa diajak untuk menentukan besar sudut masing-masing segitiga yang telah dikonstruksi menggunakan tombol *angle* pada *toolbar*. Perlu diingatkan untuk menentukan sudut lakukan klik secara berurutan berdasarkan nama sudutnya, sebagai contoh ketika kita akan menentukan besarnya $\angle ABC$ maka setelah memilih tombol *angle* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut titik A, B kemudian titik C (tidak diperbolehkan urutan berbeda).
3. Siswa menjumlahkan sudut-sudut pada setiap segitiga dengan menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar*. Lakukan dengan klik secara berturut-turut angka-angka besarnya masing-masing sudut pada segitiga dengan operasi penjumlahan. Seperti contoh berikut.



Gambar 6.15

4. Ajukan pertanyaan-pertanyaan berikut kepada siswa:

   a. Berapa jumlah sudut masing-masing segitika yang kamu buat?

      Jawab:..
      ....
      ....

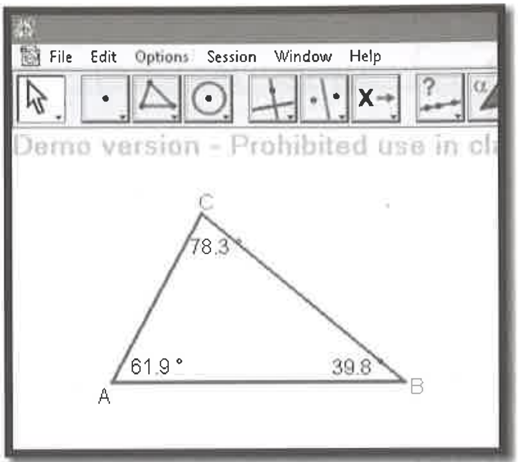
   b. Apakah jumlah sudut setiap sudut yang kamu buat sama? Jelaskan.

      Jawab:..
      ....
      ....

   c. Dapatkah anda menjelaskan bagaimana jumlah sudut setiap segitiga selalu sama dengan eksplorasi *cabri II plus*? Jelaskan.

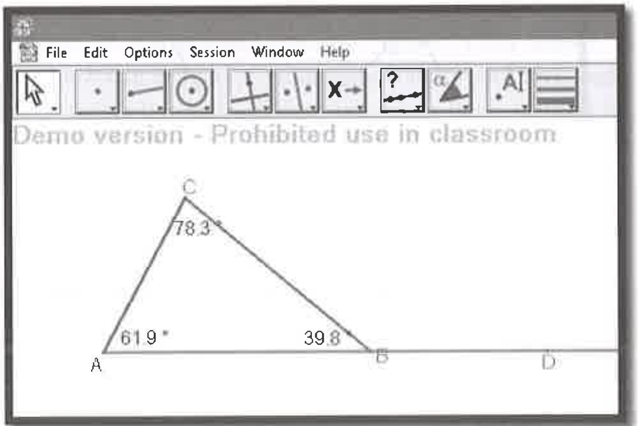
   Jawab:..
   ....
   ....

5. Untuk menjawab pertanya "c" arahkan siswa untuk mengkonstruksi segitiga ABC sembarang menggunkan tombol *triangle* pada *toolbar*. Kemudian tentukan besar masing-masing sudut pada segitiga tersebut. Seperti terlihat pada gambar berikut.



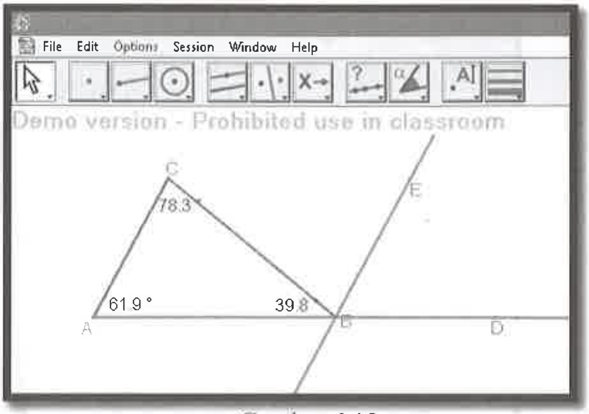
Gambar 6.16

6. Tentukan perpanjangan sisi AB menggunakan tombol *ray* pada *toolbar*, kemudian tentukan titik pada perpanjangan sisi AB menggunakan tombol *point on object*. Beri nama titik tersebut dengan titik D.



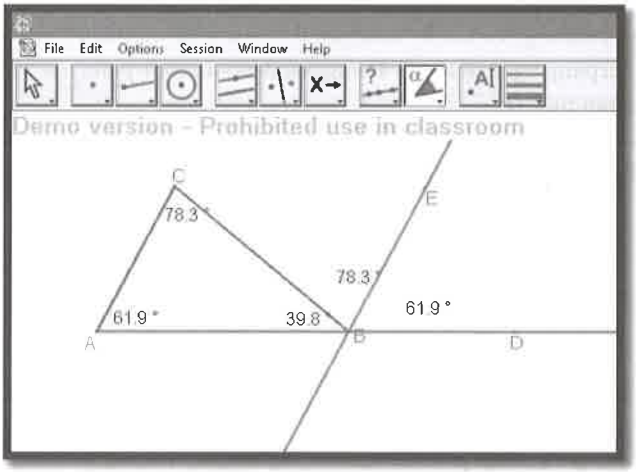
Gambar 6.17

7. Tentukan garis sejajar sisi AC melalui titik B menggunakan tombol *parallel line*, klik pada sisi AC kemudian klik titik B. Tentukan titik pada garis sejajar tersebut menggunakan tombol *pont on object*, beri nama dengan titik E.



Gambar 6.18

8. Tentukan besar $\angle CBE$ dan $\angle DBE$ menggunakan tombol *angle* pada *toolbar*.



Gambar 6.19

9. Ajukan pertanyaan kepada siswa:
   a. Sudut manakah yang sama dengan $\angle CBE$?
   Jawab:..
   ....
   ....
   b. Sudut manakah yang sama dengan $\angle DBE$?
   c. Jawab:..
   ....
   ....

   d. Termasuk sudut apakah $\angle ABD$? Jelaskan.
   Jawab:..

....
....

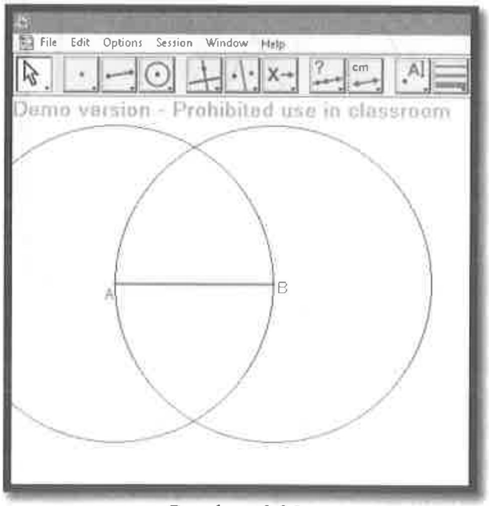
e. Bagaimana hubungan $\angle C$, $\angle CBE$ dan $\angle DBE$? Jelaskan.
Jawab:...
....
....

10. Setelah itu siswa diharapkan menyimpulkan terkait dengan besar jumlah sudut dalah segitiga yaitu **jumlah sudut dalam segitiga besarnya 180^0.**
Dari eksplorasi yang telah dilakukan maka kesimpulnya adalah...
....
....

Contoh Pembelajaran 3

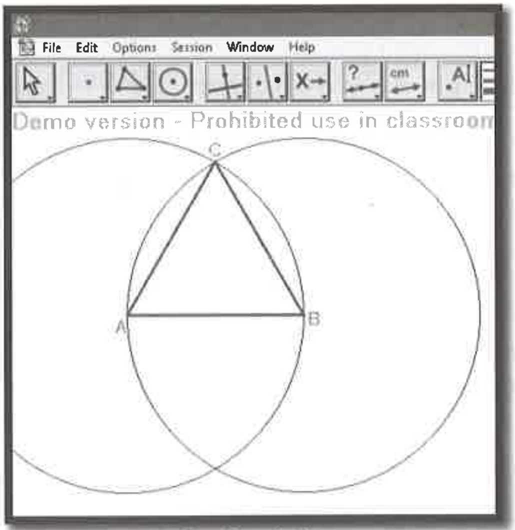
Menentukan sifat-sifat segitiga sama sisi.

1. Langkah pertama untuk menentukan sifat-sifat segitiga sama sisi adalah dengang mengajak siswa untuk mengkonstruksi segitiga sama sisi ABC. Untuk mengkonstruksi sebuah segitiga sama sisi ABC dapat dilakukan dengan langkah sebagai berikut.
   a. Tentukan segmen AB menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*. Buatlah lingkaran dengan pusat titik A dan jari-jari AB menggunakan tombol *circle* pada *toolbar*. Dengan cara yang sama buatlah lingkaran dengan titik pusat B dan jari-jari sepanjang BA.



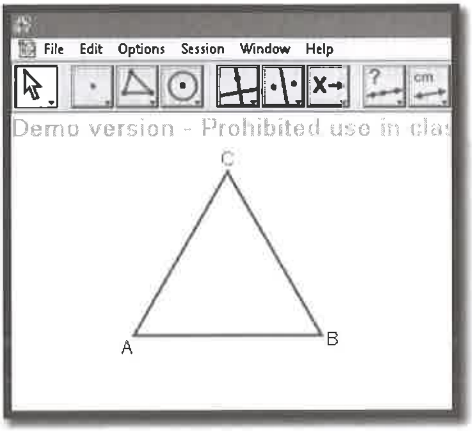
Gambar 6.20

   b. Tentukan titik potong dua buah lingkaran tersebut dengan tombol *intersection point* pada *toolbar*. Beri nama titik potong tersebut dengan titik C.
   c. Buatlah segitiga ABC menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar*, klik secara berturut-turut titik A, B dan C.



Gambar 6.21

d. Hilangkan lingkaran pada lembar kerja *cabri II plus* dengan menggunakan tombol *hide/show*, klik pada kedua buah lingkaran.



Gambar 6.22

e. Segitiga ABC adalah segitiga sama sisi.

2. Gunakanlah tombol *angle* dan *distance or length* pada *toolbar*, siswa diajak untuk menentukan besar sudut dan panjang sisi segitiga yang sudah dibuat.
3. Siswa diberikan pertanyaan seperti berikut:
   a. Berapa besar masing-masing sudut ΔABC?

   Jawab:..
   ....
   ....

b. Berapa panjang masing-masing sisi ΔABC?

Jawab:...

....

....

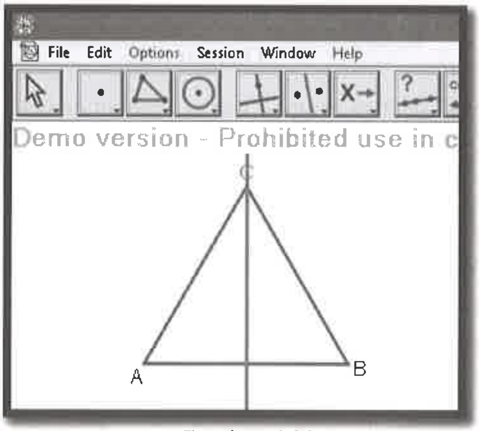
c. Apa yang dapat anda simpulkan dari sudut dan panjang sisi ΔABC? Jelaskan.

Jawab:...

....

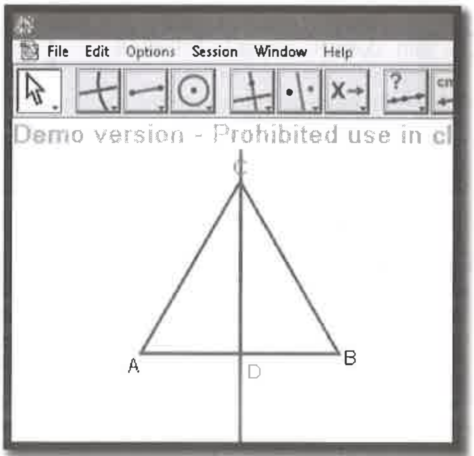
....

4. Dari segitiga sama sisi ABC yang telah anda buat. Tentukan garis tegak lurus AB melalui titik C itu dengan garis *s*. Seperti terlihat pada gambar berikut.



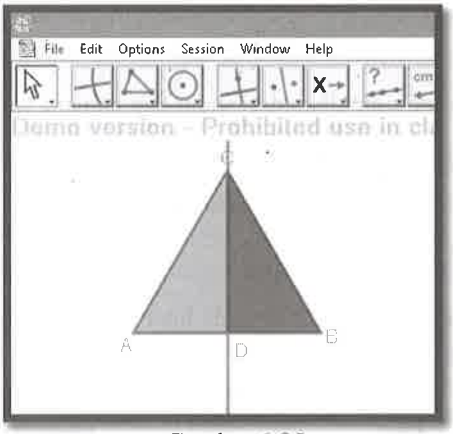
Gambar 6.23

5. Tentukan titik potong gari *s* dengan sisi AB menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar*, beri nama dengan titik D.



Gambar 6.24

6. Tentukan segitiga BDC menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar*. Warnai segitiga tersebut menggunakan tombol *fill* pada *toolbar*, klik pada segitiga tersebut. Dengan cara yang sama berlakukan pada segitiga ADC.



Gambar 6.25

7. Tentukan luas daerah segitiga yang berwarna tersebut dengan tombol *area* pada *toolbar*
8. Tentukan panjang AD dan BD dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.*
9. Berikan pertanyaan pertanyaan berikut pada siswa:
   a. Bagaimana luas area ΔADC dan ΔBDC ?

      Jawab:..

      ....

      ....

   b. Bagaimana panjang sisi AD dan BD?
   c. Jawab:..

      ....

      ....

   d. Apakah ΔADC dan ΔADC sama? Jelaskan.

      Jawab:..

      ....

      ....

   e. Ibaratkan ΔABC sebuah kertas, selanjutnya kertas tersebut dilipat berdasarkan garis *s*, apakah keduanya saling menutupi? Jelaskan.

      Jawab:..

      ....

      ....

10. Perlakukan langkah yang sama langkah no. 4 sampai dengan no.8 terhadap sisi BC dan AC.

Jawablah pertanyaan yang sama seperti no.9 dari eksplorasi yang telah dibuat.

11. Selanjutnya siswa diajak menyimpulkan sifat-sifat segitiga sama sisi atas dasar eksplorasi yang sudah dilakukan.

    Dari eksplorasi yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan sifat-sifat segitiga sama sisi yaitu:

    a. ....

    b. ....

    c. ....

    d. ....

    e. ....

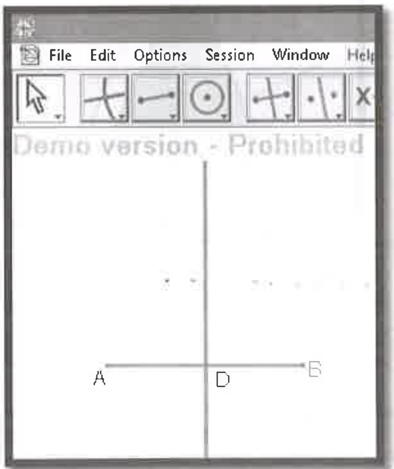
    f. ....

    g. ....

Contoh Pembelajaran 4
Menentukan sifat-sifat segitiga sama kaki.

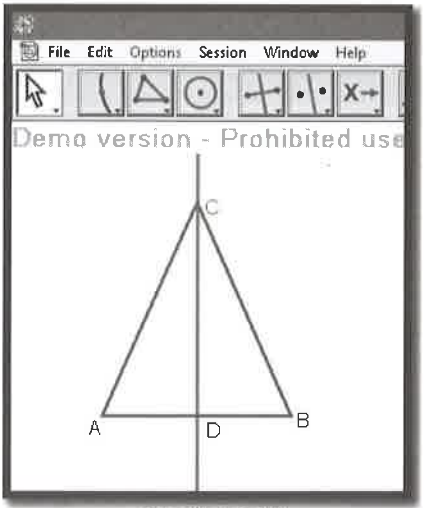
1. Langkah pertama dalam menentukan sifat-sifat segitiga sama sisi siswa diajak untuk membuat segitiga sama kaki ABC. Untuk mengkonstruksi sebuah segitiga sama kaki ABC dapat dilakukan dengan langkah sebagai berikut.

   a. Tentukan segmen AB menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*. Tentukan titik tengah segmen AB menggunakan tombol *midpoint* pada *toolbar*, klik berturut-turut pada titik A kemudian titik B. Selanjutnya dengan menggunakan tombol *perpendicular line* tentukan garis tegak lurus AB melalui titik tengah tersebut.



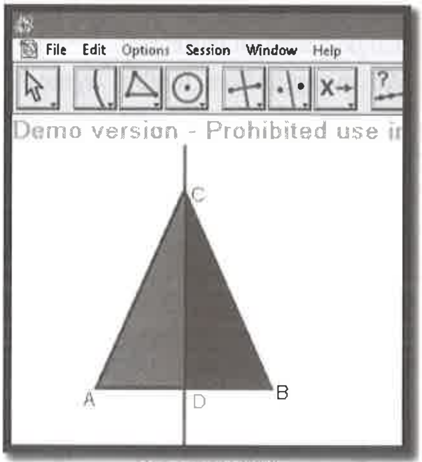
Gambar 6.26

   b. Tentukan titik C pada garis tegak lurus tersebut menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar*. Selanjutnya dengan menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar* konstruksi segitiga ABC. Segitiga ABC adalah segitiga sama kaki dengan panjang sisi AC=BC.



Gambar 6.27

2. Tentukan segitiga BDC menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar*. Warnai segitiga tersebut n menggunakan tombol *fill* pada *toolbar*, klik pada segitiga tersebut. Dengan cara yang sama berlakukan pada segitiga ADC.



Gambar 6.28

3. Tentukan luas daerah segitiga yang berwarna tersebut dengan tombol *area* pada *toolbar.*
4. Tentukan panjang AD dan BD dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.*
5. Berikan pertanyaan berikut pada siswa:
   a. Bagaimana luas area ΔADC dan ΔBDC ?

      Jawab:..

      ....

      ....

b. Bagamana panjang sisi AD dan BD?

Jawab:..

....

....

c. Apakah ΔADC dan ΔADC sama? Jelaskan.

Jawab:..

....

....

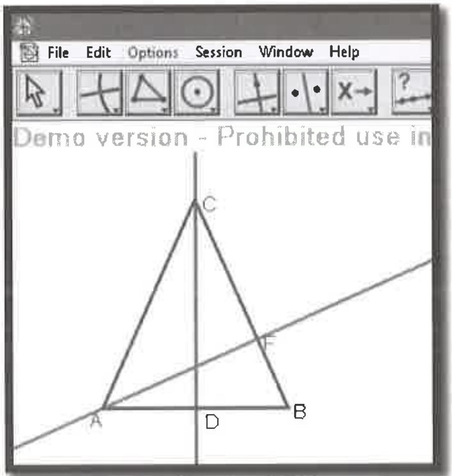
d. Ibaratkan ΔABC sebuah kertas, selanjutnya kertas tersebut dilipat berdasarkan segmen garis CD, apakah keduanya saling menutupi? Jelaskan.

Jawab:..

....

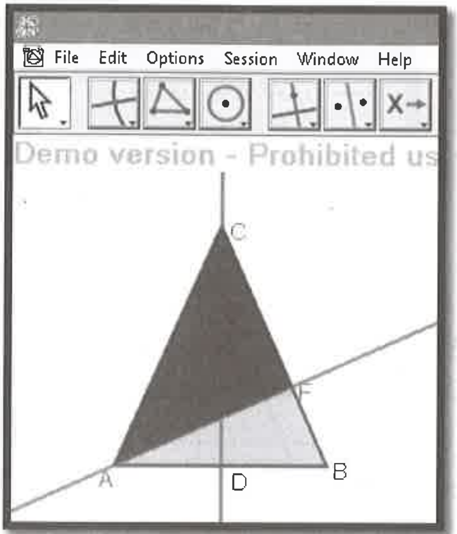
....

6. Buatlah segitiga ABC sesuai dengan langkah-langkah yang diterangkan pada no.1. Tentukan garis tegak lurus BC melalui titik A menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar*. Tentukan titik potong garis tegak lurus tersebut dengan sisi BC menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar*.



Gambar 6.29

7. Tentukan segitiga ABF menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar*. Warnai segitiga tersebut menggunakan tombol *fill* pada *toolbar*, klik pada segitiga tersebut. Dengan cara yang sama berlakukan pada segitiga AFC.



Gambar 6.30

8. Tentukan luas daerah segitiga yang berwarna tersebut dengan tombol *area* pada *toolbar.*
9. Tentukan panjang BF dan CF dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.*
10. Berikan pertanyaan berikut pada siswa:

   a. Bagaimana luas area ΔAFB dan ΔAFC ?

   Jawab:..

   b. Bagaimana panjang sisi BF dan CF?

   Jawab:..

   c. Apakah ΔAFB dan ΔAFC sama? Jelaskan.

   Jawab:..

   d. Ibaratkan ΔABC sebuah kertas, selanjutnya kertas tersebut dilipat berdasarkan segmen garis AF, apakah keduanya saling menutupi? Jelaskan.

   Jawab:..

11. Perlakuakan langkah yang sama langkah no. 6 sampai dengan no.9 terhadap sisi AC. Jawablah pertanyaan yang sama seperti no.9 dari eksplorasi yang telah dibuat.
12. Selanjutnya siswa diajak menyimpulkan sifat-sifat segitiga sama kaki atas dasar eksplorasi yang sudah dilakukan.

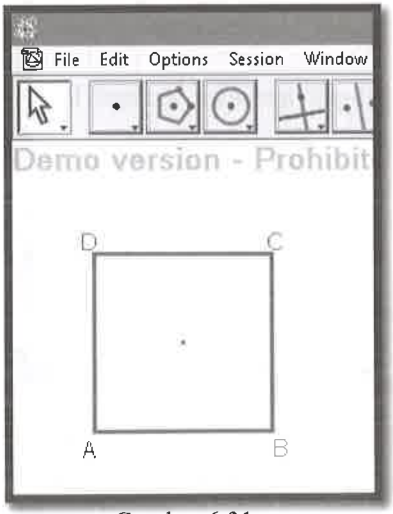
    Dari eksplorasi yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan sifat-sifat segitiga sama kaki yaitu:

    a. ....
    b. ....
    c. ....
    d. ....
    e. ....
    f. ....
    g. ....

Contoh Pembelajaran 5

Menentukan sifat-sifat persegi.

1. Langkah pertama dalam menentukan sifat-sifat persegi, siswa diajak untuk membuat persegi ABCD. Untuk mengkonstruksi sebuah persegi ABCD dapat dilakukan dengan langkah sebagai berikut.
   a. Gunakan tombol *segment regular poligon* pada *toolbar* untuk mengkonstruksi persegi, klik pada lembar *cabri II plus* kemudian *darging* hingga muncul angka "4", selanjutnya klik kembali.
   b. Beri nama persegi tersebut dengan persegi ABCD menggunakan tombol *label* pada *toolbar.*



Gambar 6.31

c. Segiempat ABCD adalah sebuah persegi.

2. Gunakan tombol *distance or lengt* untuk menentukan panjang sisi persegi.
3. Tentukan besar sudut persegi untuk menggunakan tombol *angle* pada *toolbar.*
4. Berikan pertanyaan berikut pada siswa:

a. Bagaimana panjang tiap-tiap sisi persegi?Jelaskan

Jawab:..
....
....

b. Bagaimana besar tiap-tiap sudut persegi? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

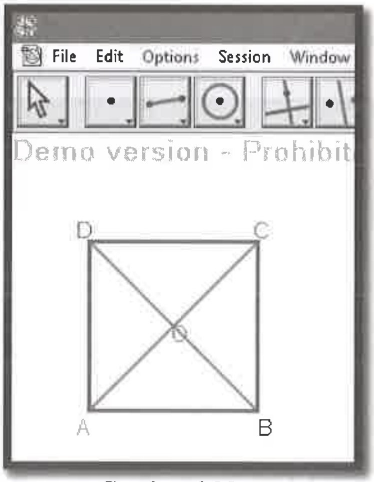
c. Apakah sisi AB//CD? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

d. Apakah sisi AD//BC? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

5. Tentukan segmen AC dan BD menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*. Kemudian dengan menggunakan tombol *intersection point* tentukan titik potong kedua segmen tersebut, beri nama dengan titik O.



Gambar 6.32

6. Tentukan panjang segmen AC dan BC menggunakan tombol *distances or length*.
7. Selanjutnya tentukan juga panjang AO, BO, CO dan DO.

8. Berikan pertanyaan berikut pada siswa:
   a. Bagaimana panjang tiap-tiap diagonal persegi? Jelaskan.
      Jawab:..
      ....
      ....
   b. Bagaimana panjang segmen AO, BO, CO dan DO? Jelaskan.
      Jawab:..
      ....
      ....
   c. Apa yang dapat kamu simpulkan tentang tempat kedudukan titik O terhadap diagonal AC dan BD? Jelaskan.
      Jawab:..
      ....
      ....
9. Gunakan tombol *angle* pada *toolbar* untuk mengkonstruksi sudut antara diagonal-diagonal persegi.
10. Berikan pertanyaan berikut pada siswa:
   a. Bagaimana besar tiap-tiap sudut yang terbentuk oleh diagonal diagonal persegi? Jelaskan.
      Jawab:..
      ....
      ....
   b. Bagaimana sudut pada titik potong kedua diagonal? Jelaskan.
      Jawab:..
      ....
      ....
   c. Apakah diagonal-diagonal tersebut membagi tiap-tiap sudut persegi sama besar? Jelaskan.
      Jawab:..
      ....
      ....
12. Selanjutnya siswa diajak menyimpulkan sifat-sifat persegi atas dasar eksplorasi yang sudah dilakukan.
    Dari eksplorasi yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan sifat-sifat segitiga persegi yaitu:
    a. ....
    b. ....

c. ....

d. ....

e. ....

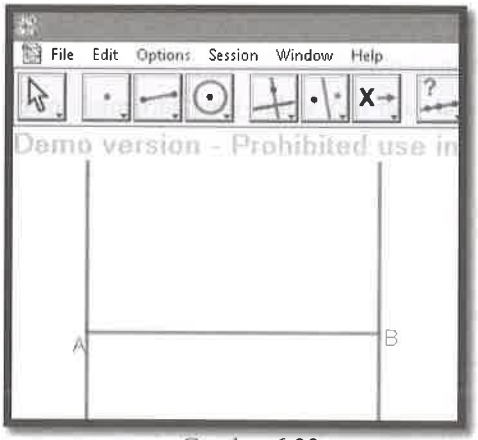
f. ....

g. ....

Contoh Pembelajaran 6

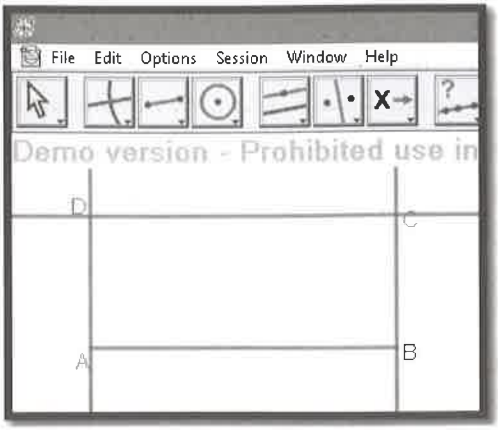
Menentukan sifat-sifat persegi panjang.

1. Langkah pertama dalam menentukan sifat-sifat persegi panjang, siswa diajak untuk membuat persegi ABCD. Untuk mengkonstruksi sebuah persegi ABCD dapat dilakukan dengan langkah sebagai berikut.
   a. Tentukan segmen AB menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*.
   b. Buat garis tegak lurus AB melalui titik A dan B menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar*.



Gambar 6.33

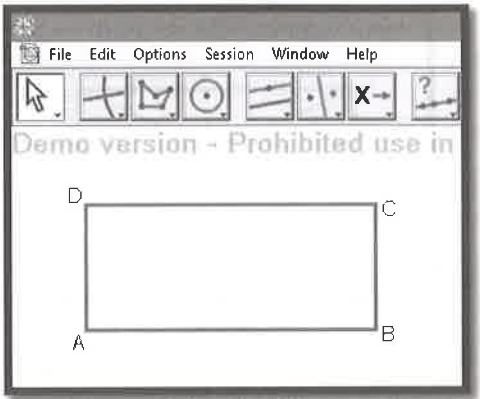
   c. Tentukan sebuah titik C pada garis tegak lurus AB melalui titik B menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar*.
   d. Buat garis sejajar AB melalui titik tersebut menggunakan tombol *parallel line* pada *toolbar*.
   e. Tentukan titik potong garis sejajar AB dengan garis tegak lurus AB menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar*.



Gambar 6.34

f. Buat segiempat ABCD menggunakan tombol *polygon*.

g. Hilangkan unsur-unsur selain segiempat ABCD dari lembar kerja *cabri II plus* menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*.



Gambar 6.34

h. Segiempat ABCD adalah sebuah persegi panjang.

2. Gunakan tombol *distance or lengt* untuk menentukan panjang sisi persegi.
3. Tentukan besar sudut persegi untuk menggunakan tombol *angle* pada *toolbar.*
4. Berikan pertanyaan berikut pada siswa:
   a. Bagaimana panjang tiap-tiap sisi persegi panjang?Jelaskan

      Jawab:...

      ....

      ....

   b. Bagaimana besar tiap-tiap sudut persegi panjang? Jelaskan.

      Jawab:...

      ....

      ....

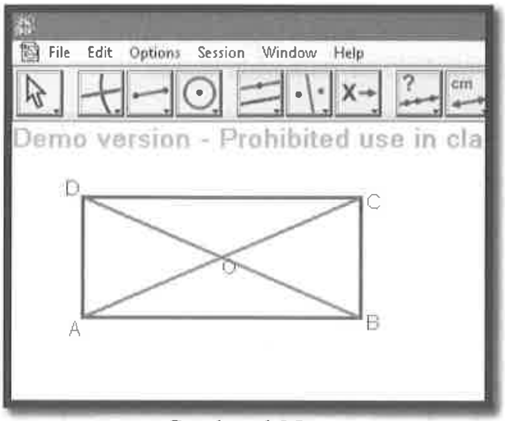
c. Apakah sisi AB//CD? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

d. Apakah sisi AD//BC? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

5. Tentukan segmen AC dan BD menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*. Kemudian dengan menggunakan tombol *intersection point* tentukan titik potong kedua segmen tersebut, beri nama dengan titik O.



Gambar 6.35

6. Tentukan panjang segmen AC dan BC menggunakan tombol *distances or length*.
7. Selanjutnya tentukan juga panjang AO, BO, CO dan DO.
8. Berikan pertanyaan berikut pada siswa:

a. Bagaimana panjang tiap-tiap diagonal persegi panjang ABCD? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

b. Bagaimana panjang segmen AO, BO, CO dan DO? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

c. Apa yang dapat kamu simpulkan tentang tempat kedudukan titik O terhadap diagonal AC dan BD? Jelaskan

Jawab:..
....
....

9. Gunakan tombol *angle* pada *toolbar* untuk mengkonstruksi sudut antara diagonal-diagonal persegi.
10. Berikan pertanyaan berikut pada siswa:

   d. Bagaimana besar tiap-tiap sudut yang terbentuk oleh diagonal diagonal persegi panjang ABCD? Jelaskan.

   Jawab:..
   ....
   ....

   e. Bagaimana sudut pada titik potong kedua diagonal? Jelaskan.

   Jawab:..
   ....
   ....

13. Selanjutnya siswa diajak menyimpulkan sifat-sifat persegi panjang atas dasar eksplorasi yang sudah dilakukan.
    Dari eksplorasi yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan sifat-sifat segitiga persegi panjang yaitu:

   a. ....
   b. ....
   c. ....
   d. ....
   e. ....
   f. ....
   g. ....

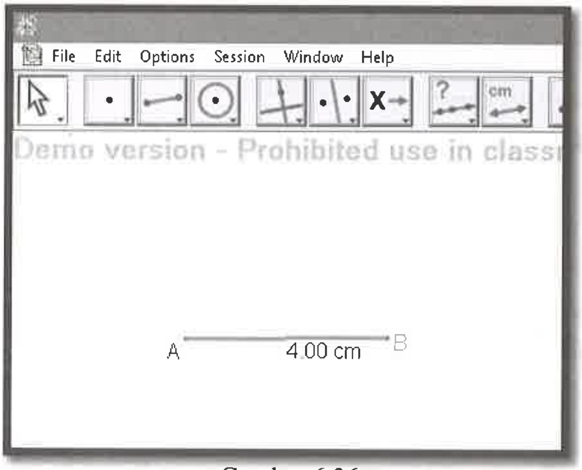
Contoh Pembelajaran 7

Ayah mempunyai tanah berbentuk segitiga berukuran 160 m, 200 m, dan 180 m. Amir diminta untuk menggambar situasi tanah tersebut dengan 20 m digambar sebagai 1 cm. Setelah digambar dengan mengukur garis tinggi segitiga diperoleh luas segitiga adalah $8\ cm^2$.

a. Gunakan *cabri II plus* untuk menggambar masalah tersebut!

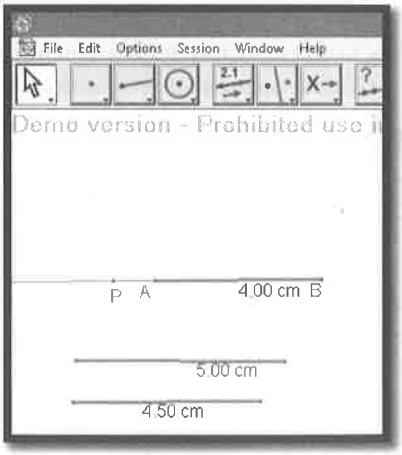
b. Hitung keliling kebun dan keliling yang digambar menggunakan *cabri II plus!*

1. Langkah pertama dalam untuk menyelesaikan masalah di atas terlebih dahulu siswa diajak untuk menggambarkanya menggunakan *cabri II plus*. Berikut langkah-langkahnya:
   a. Buatlah perbandingan skala sebenarnya dengan gambar yang akan dikonstruksi menggunakan *cabri II plus*, misalkan skal 1: 40, sehingga ukuran panjang sisi segitiganya 4 cm, 5 cm dan 4,5 cm.
   b. Gunakan tombol *segment* pada *toolbar* buatlah segmen AB. Klik secara berturut-turut pada lembar kerja *cabri II plus* titik A kemudian titik B.
   c. Tentukan panjang segmen AB dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Untuk menentukan ukuran segmen AB= 4 cm siswa dapat men-*draging* titik B sehingga ukurannya terlihat 4 cm. Lakukan dengan cermat dan teliti.



Gambar 6.36

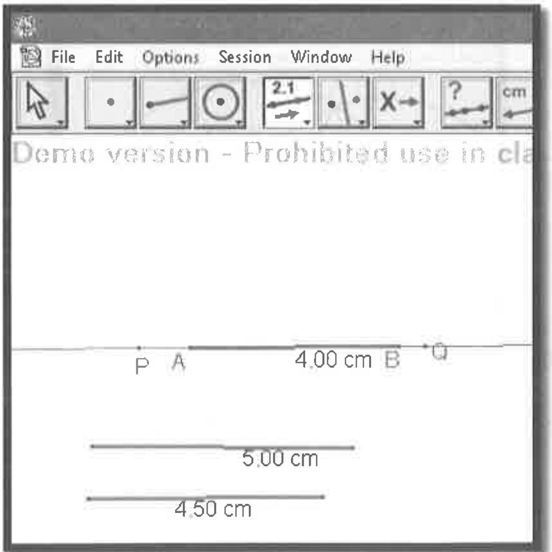
   d. Selanjutnya tentukan dua buah segmen dengan panjang 5 cm dan 4, 5 cm menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*, kemudian tentukan panjang segmen tersebut menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar,* pastikan panjang segmen tersebut 5 cm dan 4,5 cm dengan men-*draging* salah satu titik pada segmen tersebut.
   e. Selanjutnya kita akan membuat segmen dengan panjang 5 cm dan 4,5 cm.
   f. Tentukan perpanjangan segmen BA menggunakan tombol *ray* pada *toolbar,* klik secara berturut-turut titik B kemudian titik A (hati-hati jangan sampai salah urutannya).
   g. Gunakan tombol *measurement transform* pada *toolbar,* klik berturut-turut perpanjang segmen BA kemudian ukuran " 5cm" pada segmen yang telah dibuat, maka pada segman BA muncul sebuah titik. Beri nama titik itu dengan titik P menggunakan tombol *label* pada *toolbar.*



Gambar 6.37

h. Langkah berikutnya tentukan sebuah segmen menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*, kemudian tentukan ukuran segmen tersebut menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar* pastikan panjang ukuran segmen tersebut 4,5 cm dengan men-*draging* salah satu titik pada segmen tersebut.

i. Gunakan tombol *measurement transform* pada *toolbar*, klik berturut-turut perpanjang segmen AB kemudian ukuran "5cm" pada segmen yang telah dibuat, maka pad segman AB muncul sebuah titik. Beri nama titik itu dengan titik Q menggunakan tombol *label* pada *toolbar*.

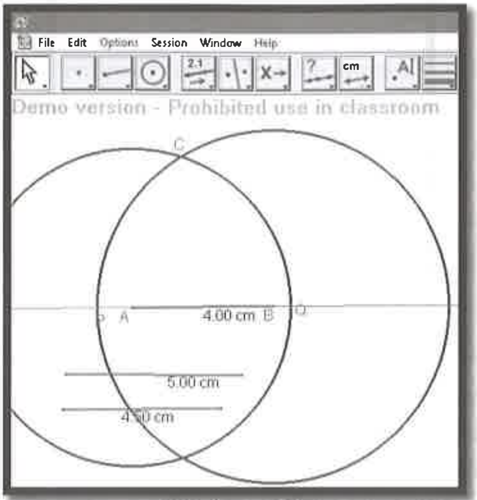


Gambar 6.38

j. Buatlah sebuah lingkaran dengan titik pusat di titik B dan jari-jari sepanjang BP (untuk menentukan sisi BC) menggunakan tombol *circle* pada *toolbar*.

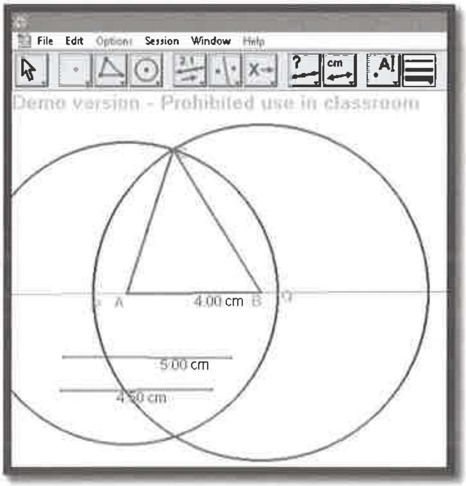
k. Buatlah sebuah lingkaran dengan titik pusat di titik A dan jari-jari sepanjang AQ (untuk menentukan panjangsisi AC) menggunakan tombol *circle* pada *toolbar.*

l. Tentukan titik potong kedua lingkaran tersebut menggunakan *intersection point* pada *toolbar.* Titik potong tersebut merupakan tempat kedudukan titik C.



Gambar 6.39

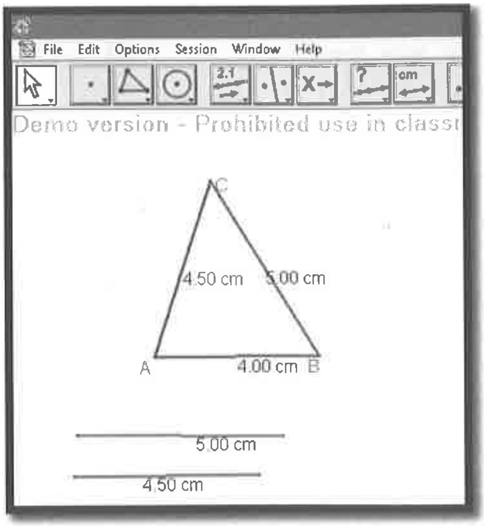
m. Buat segitiga ABC menggunakan tombol *triange* pada *toolbar,* klik secara berturut-turut titik A, B kemudian C.



Gambar 6.40

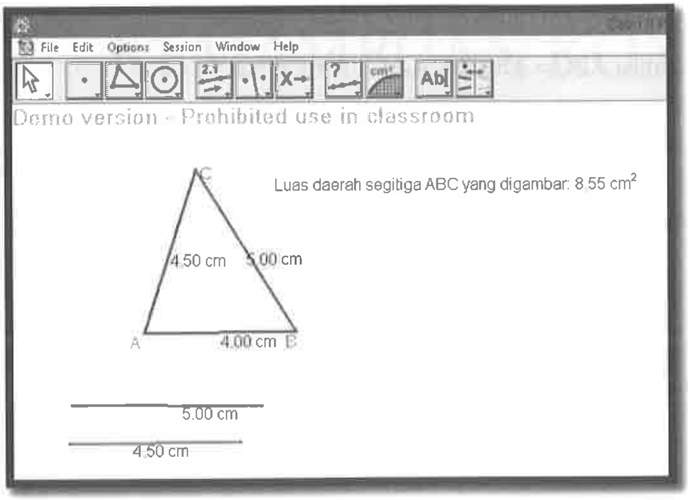
n. Hilangkan unsur-unsur selain segitiga ABC pada lembar kerja *cabri II plus* menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar,* klik pada unsur-unsur selain segitiga seperti garis, lingkaran, titik P, titik Q dan yang lainya.

o. Untuk meyakinkan apakah segitiga ABC sudah sesuai dengan yang diinginkan tentukan panjang sisi-sisi yang lain menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.*



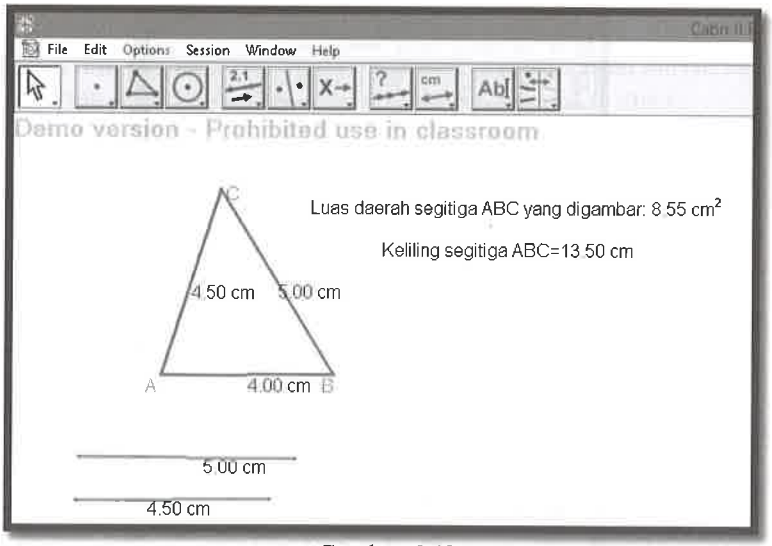
Gambar 6.41

2. Tentukan luas daerah segitiga ABC menggunakan tombol *area* pada *toolbar*, klik pada segitiga ABC.



Gambar 6.42

3. Tentukan keliling segitiga ABC menggunakan tombol *area distance or length* pada *toolbar*, klik pada segitiga ABC.



Gambar 6.43

4. Dengan menggunakan *cabri II plus* didapat luas daerah segitiga ABC pada gambar 8,55 cm dengan kelilingnya 13,50.
5. Untuk menkonfirmasi hasil yang telah diperoleh siswa dapat melakukan perhitungan secara aljabar.

Keliling segitiga ABC = AB + BC + AC

= 4 cm + 5 cm + 4,5 cm

= 13, 5 cm

Sehingga untuk keliling sebenarnya,

Keliling tanah = $40 \times \textit{Keliling } \Delta ABC \textit{ pada gambar}$

$= 40 \times 13{,}5$

$= 40 \times 13{,}5$

= 540 cm

Luas daerah segitiga ABC = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$s = \frac{1}{2} \times keliling\ \Delta ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 13{,}5$$

$$= 6{,}75$$

Luas daerah segitiga ABC = $\sqrt{(6{,}75)(2{,}75)(1{,}75)(2{,}25)}$

$= \sqrt{73{,}1}$

$= 8{,}55 \text{ cm}^2$

Luas tanah sebenarnya $= 40^2 \times 8{,}55 = 13678{,}82\, cm^2$

BAB 7

CABRI II PLUS UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN KONEKSI MATEMATIS

A. PENGERTIAN KONEKSI MATEMATIS

Sifat matematika yang deduktif yaitu sebuah kebenaran dalam matematika akan dibuktikan oleh kebenaran-kebenaran sebelumnya menjadikan koneksi antar konsep matematika tidak bisa dipisahkan. Begitu pula sebuah teorema geometri akan dibuktikan oleh teorema-teorema sebelumnya dengan mengaitkan perhitungan-perhitungan secara aljabar. Artinya mengaitkan suatu konsep diperlukan dalam membangun konsep geometri. Oleh karena itu, kemampuan koneksi matematis dalam pembelajaran matematika sangat penting untuk dikembangkan guna menumbuhkan pemahaman siswa atas konsep geometri. Menurut Suherman (2003) dalam kegiatan pembelajaran matematika perlu dilakukan suatu kegiatan menghubungkan antar materi yang sedang diajarkan dengan materi-materi sebelumnya. Dalil konektivitas menyatakan bahwa dalam matematika antara satu konsep dengan konsep lain lainnya terdapat hubungan yang sangat erat, bukan saja dari segi isi, namun juga dari segi rumus-rumus yang digunakan.

Sebagai contoh seorang siswa yang ingin membuktikan suatu teorema Phytagoras, seorang siswa harus terlebih dahulu mengetahui konsep luas daerah suatu persegi. Disamping itu, dalam perhitungan-perhitungan menuju suatu kesimpulan siswa juga membutuhakn konsep-

konsep aritmatika tentang eksponen dan konsep penjumlahan. Dalam memodelkan siswa juga memmbutuhakan suatu konsep alajabar. Sehingga, kegiatan membuktikan teorema phytagoras terbangun oleh konektivitas antar materi matematika yang terintegrasi dalam sebuah sistematika pemikiran yang dilakukan oleh seorang siswa.

Menurut Philips (2001) koneksi matematis dapat mengembangkan pengetahuan siswa yang mencakup keterkaitan konsep, pemahaman dan kreatifitas..Koneksi matematis dikembangkan supaya siswa mampu berpikir dan berkomunikasi dengan menghubungkan keterkaitan antar konsep matematika. Disamping itu, koneksi matematis dikembangkan agar siswa dapat memiliki pengetahuan dan keterampilan dalam penggunaan kata, bentuk representasi, bahan, alat, teknik dan pengetahuan dari disiplin ilmu lain untuk mendefinisikan dan memecahkan masalah dengan alasan, wawasan dan kemampuan teknis.

Menurut Mousley (2004) bekerja dengan komunikasi sama dengan mereflesikan pengetahuan untuk menghasilkan hubungan dan koneksi. Pengetahuan yang dimiliki siswa dapat digunakan untuk menganalisis suatu konsep. Siswa dapat mengaitkan unsur-unsur pada konsep matematika dengan menhubungkan dengan konsep yang lain sehingga tercipta suatu pengetahuan baru. Apa yang siswa pikirkan untuk melakukan sesuatu dan berkomunikasi dengan orang lain tentang konsep matematis merupakan cara terbaik untuk mengembangkan kemampuan koneksi matematis. Oleh karena itu, untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematis perlu dirancang suatu kegiatan dalam pembelajaran yang memungkinkan mendorong siswa untuk melakukan eksplorasi tentang dunia dan matematika. Guru dapat memanfaatkan kegiatan sehari-hari siswa sehingga siswa dapat terbiasa mengungkapkan ide-ide abstrak matematika.

Makar (2015) mengungkapkan koneksi matematis sangat penting untuk mengembangkan penalaran rasional dan fleksibilitas konseptual. Kemampuan koneksi matematis tidak dikembangkan maka akan berakibat pada lemahnya pengetahuan siswa sehingga siswa ragu dalam mengambil keputusan, kurang menyadari struktur matematika, tidak efektif dalam menggunakan penalaran dan mengabaikan kewajaran solusi dari sebuah jawaban.

Ball dan Bass (2009) berpendapat untuk mengembangkan kemampuan koneksi matematis diperlukan matematisasi horisontal dari ide sehari-hari siswa, melihat peluang untuk belajar dan membuat konseksi dari semua kejadian umum dalam pembelajaran matematika berbasis penyelidikan. Matematisasi horisontal dapat dilakukan dengan menyajikan konsep matematika dengan berbagai konteks. Banyakanya konteks yang disajikan dalam pembelajaran memberikan pengalaman pada siswa sehingga dapat dikoneksikan satu sama lain menjadi satu pengetahuan yang utuh. Konteks matematika dapat dibangun dari pengalaman siswa dalam kehidupan sehari-hari. Bagaimana mengenal sebuah bangun geometri dengan mengaitkan benda-benda di sekitar lingkungan sekolah merupakan konteks dunia nyata yang efektif disajikan. Sehingga, siswa dapat mengungkapkan idenya melalui konteks-konteks yang disajikan.

Konten dari matematika tidak terbatas pada satu konteks pembelajaran. Namun, ada kebutuhan untuk membawa ke pengalaman pemikiran dengan struktur matematika, penalaran dan masalah terbuka. Pengalaman siswa dengan berbagai konteks pembelajaran memungkinkan siswa untuk melakukan penyelidikan-penyelidikan terhadap materi yang sedang dipelajari. Penyelidikan dilakukan untuk mengetahui struktur matematis sehingga peluang membuat keterkaitan antar struktur matematis menjadi sebuah pengetahuan baru.

Wahyudin (2008) mengungkapkan jika seorang siswa dapat menghubungkan gagasan matematis, maka pengetahuan siswa terhadap materi akan tertahan lebih lama. Hal tersebut dapat diindakasikan jika seorang siswa mampu menghubungkan antar materi matematika artinya siswa tersebut sangat memahami esensi dari materi yang saling terkait. Dengan begitu, jika seorang siswa menghadapi suatu permasalahan tentang geometri maka dengan sendirinya pengetahuan akan materi-materi geometri yang dimiliki oleh siswa akan keluar dengan sendirinya dalam proses penyelesaian masalah geometri. Melalui konesksi matematis siswa tidak hanya paham tentang materi geometri, akan tetapi siswa juga memahami masalah-masalah yang terkait dengan konsep geometri tersebut. Sehingga, pemahaman siswa akan materi geometri akan tersimpan lama dalam otak siswa sebagai informasi yang sewaktu-waktu digunakan dalam menyelesaikan permasalahan geometri.

Tujuan siswa memiliki kemampuan koneksi matematik menurut NCTM (2000), agar siswa mampu untuk mengenali dan menggunakan koneksi antara gagasan-gagasan matematika, memahami bagaimana gagasan-gagasan matematika saling berhubungan dan berdasar pada satu sama lain untuk menghasilkan suatu keseluruhan yang koheren (terpadu), serta mengenali dan menerapkan matematika baik di dalam maupun diluar konteks matematika.

Gagasan-gagasan geometri dapat dikenali oleh siswa dengan proses eksplorasi dengan menggunakan *cabri II plus.* Siswa dapat memanipulasi bangun geometri dan dapat mengkoneksikan bagian-bagian pembangun dari bangun geometri tersebut dengan menentukan ukuran sifat, panjang, besar sudut, area dan sebagainya. Kegiatan tersebut memungkinakan siswa dapat memahami keterkaitan antar bagian-bagian bangun geometri yang sedang di eksplorasi secara koheren menggunakan *cabri II plus.* Pemahaman siswa yang telah terbangun dengan konektivitas sifat geometri hendaknya dapat diterapkan siswa untuk memecahkan masalah-masalah geometri baik di dalam maupun di luar konteks matematika.

Berkaitan dengan koneksi matematis Coxford (1995) mengatakan bahwa aspek proses koneksi matematis meliputi representasi, aplikasi, pemecahan masalah dan penalaran. Representasi suatu konsep dilakukan untuk memudahkan seorang siswa memahami suatu konsep dengan bentuk gambaran real hingga siswa dapat membuat representasi dalam bentuk abstrak. *Cabri II plus* membantu siswa merepresentasikan bentuk geometri secara tepat dan akurat. Sehingga, kemungkinan terjadinya kesalahan dalam perhitungan dapat dihindari dan membantu siswa dalam merepresentasikan bentuk geometri secara abstrak.

Aspek lain dari koneksi matematis adalah aplikasi pengetahuan matematis. Siswa yang telah memahami suatu konsep matematis harus mampu mengaplikasikan kedalam suatu konteks di dalam ataupun di luar matematika. Sebagai contoh siswa yang memahami sebuah teorem luas daerah persegi, maka siswa dapat menyelesaikan teorema segitiga untuk mengetahui teorema luas daerah segitiga.

Aspek selanjutnya dalam koneksi matematis adalah permasalahan dan penalaran. Kedua aspek ini sangat penting dalam membangun kemampuan koneksi matematis. Sebuah permasalahan akan membawa siswa untuk mengetahui masalah yang diajukan, kemudian mengaitkan unsur-unsur pada permasalahan tersebut dengan pengetahuan yang dimiliki siswa sebelumnya. Tujuan pemecahan masalah berakhir pada penyelesain masalah ataupun terciptanya sebuah kesimpulan. Pada hal inilah penalaran dibutuhkan untuk menyusun dugaan-dugaan konektivitas antar yang telah diketahui hinggga dapat ditemukannya sebuah kesimpulan.

Wahyudin (2008) membaginya menjadi tiga aspek koneksi matematika terbagi ke dalam tiga yaitu: (1) aspek koneksi antar topik matematik; (2) aspek koneksi pada pelajaran-pelajaran lain; (3) aspek koneksi di dalam minat-minat dan pengalaman mereka sendiri. Konensi antar topik matematika memang tidak dapat dipisahkan karena matematika itu sendiri bersifat deduktif. Sebuah konsep geometri tidak akan terpisahkan dengan konsep aritmatika ataupun aljabar. Sedangkan koneksi matematika dengan mata pelajaran lain diperlukan untuk mengaplikasikan konsep-konsep matematika dengan mata pelajaran lain. Hal ini yang menjadikan seorang siswa memhami matematika sebagai pengetahuan yang sangat penting untuk diterapkan dalam bidang-bidang ilmu lain, sehingga siswa dapat menentukan minatnya pada suatu bidang tertentu berdasarkan pengalaman-pengalaman yang dialaminya.

NCTAE/NCTM (2003) merumuskan tiga indikator kemampuan komunikasi matematis yaitu:

1. Mengenali dan menggunakan hubungan antara ide-ide matematika
2. Mengenali dan menerapkan matematika dalam konteks di luar matematika
3. Menunjukkan ide interkoneksi ide matematika dan membangun satu sama lain untuk menghasilkan kesatuan pengetahuan yang utuh.

Sementara itu Sumarmo (2010) mengungkapkan beberapa indikator koneksi matematik menurut yang dapat digunakan sebagai berikut: (1) mencari hubungan berbagai representasi konsep dan prosedur; (2) memahami hubungan antar topik matematika; (3) menerapkan matematika dalam bidang lain atau dalam kehidupan sehari-hari; (4) memahami representasi ekuivalen suatu konsep; (5) mencari hubungan satu prosedur dengan prosedur lain dalam representasi yang ekuivalen; (6) menerapkan hubungan antar topik matematika dan antara topik matematika dengan topik diluar matematika.

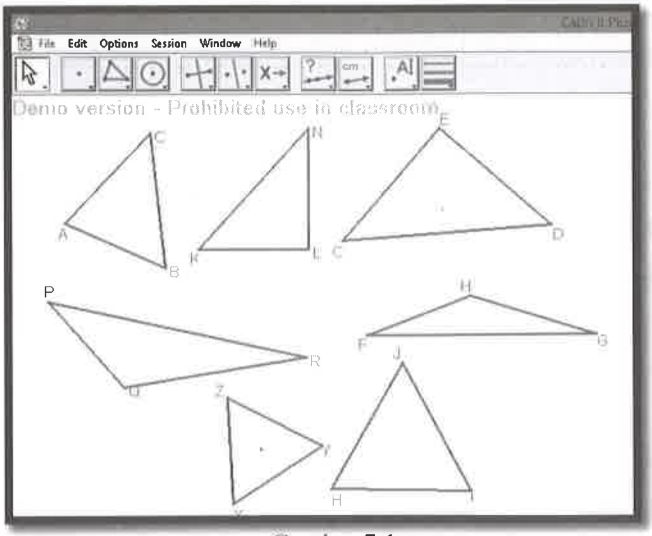
B. CONTOH PENERAPAN PEMBELAJARAN GEOMETRI DENGAN CABRI II PLUS DALAM MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN KONEKSI MATEMATIS

Berkaitan dengan pengembangan kemampuan koneksi matematis siswa pada materi geometri, alat bantu berupa *software cabri II plus* sangat membantu siswa. *Cabri II plus* dapat digunakan untuk merepresentasikan bentuk geometri secara lebih jelas, sehingga siswa dapat dengan mudah mengaitkan bagian-bagian yang terkandung dalam bangun geometri tersebut dengan baik dan benar. Berikut beberapa contoh pembelajaran geometri yang dapat digunakan dalam pengembangan kemampuan koneksi matematis dengan menggunakan *cabri II Plus.*

Contoh Pembelajaran 1

Mengetahui jenis-jenis segitiga berdasarkan panjang sisi dan besar sudutnya.

1. Sebelum pembelajaran mengetahui jenis-jenis segitiga berdasarkan sifatnya, terlebih dahulu guru membuat segitiga yang akan di eksplorasi oleh siswa. Guru dapat mengkondisikan segitiga-segitiga yang akan di kesplorasi meliputi, segitiga siku-siku, segitiga lancip dan segitiga tumpul. Seperti pada gambar di bawah ini.



Gambar 7.1

2. Save gambar yang sudah dikonstruksi menggunakan tombol *file* kemudian *save as* pada *titlebar*, beri nama *file* tersebut dengan "*figure_jenis segitiga berdasarkan sisi dan sudut*". Kemudian bagikan *file* tersebut kepada siswa untuk di kopikan kepada perangkat komputer masing-masing.
3. Mulailah dengan mengajak siswa membuka *file* menggunakan *open* pada *titlebar* pilih *file* dengan nama "*figure_jenis segitiga berdasarkan sisi dan sudut*" yang telah diberikan sebelumnya.
4. Setelah siswa membuka lakukan eksplorasi dengan memberikan pertanyan-pertanyaan sebagai berikut.
   a. Tentukan panjang sisi ΔABC dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Berapakah panjang masing-maing sisi ΔABC ?

      Jawab:...

      ....

      ....

   b. Tentukan besar masing-masing sudut ΔABC, berapa besar masing-masing sudut ΔABC ?

      Jawab:...

      ....

      ....

   c. Adakah sisi-sisi segitiga ΔABC yang sama panjang?Jika ada tuliskan.

      Jawab:...

      ....

      ....

d. Adakah sudut yang ukurannya 90° pada ΔKLM ? Jika ada tuliskan.

Jawab:..

e. Bagaimana ukuran dua sudut lainnya? Jelaskan.

Jawab:..

f. Berdasarkan panjang sisi-sisinya, jenis segitiga apakah ΔABC ? Jelaskan.

Jawab:..

g. Berdasarkan ukuran sudut-sudutnya, jenis segitiga apakah ΔABC ? Jelaskan.

Jawab:..

h. Berdasarkan ukuran sudut dan panjang sisi-sisinya, apakah nama ΔABC ? Jelaskan.

Jawab:..

i. Tentukan panjang sisi ΔPQR dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Berapakah panjang masing-maing sisi ΔPQR ?

Jawab:..

j. Tentukan besar masing-masing sudut ΔPQR , berapa besar masing-masing sudut ΔPQR ?

Jawab:..

k. Adakah sisi-sisi segitiga ΔPQR yang sama panjang?Jika ada tuliskan

.Jawab:...

....

....

l. Adakah sudut yang ukurannya 90° pada ΔPQR ? Jika ada tuliskan.

Jawab:...

....

....

m. Bagaimana ukuran dua sudut lainnya? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

n. Berdasarkan panjang sisi-sisinya, jenis segitiga apakah ΔPQR ? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

o. Berdasarkan ukuran sudut-sudutnya, jenis segitiga apakah ΔPQR ? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

p. Berdasarkan ukuran sudut dan panjang sisi-sisinya, apakah nama ΔPQR ? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

q. Tentukan panjang sisi ΔKLM dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Berapakah panjang masing-maing sisi ΔKLM ?

Jawab:...

....

....

r. Tentukanbesar masing-masing sudut ΔKLM , berapa besar masing-masing sudut ΔKLM ?

Jawab:..

s. Adakah sisi-sisi segitiga ΔKLM yang sama panjang?Jika ada tuliskan.

Jawab:..

t. Adakah sudut yang ukurannya 90° pada ΔKLM ? Jika ada tuliskan.

Jawab:..

u. Bagaimana ukuran dua sudut lainnya? Jelaskan.

Jawab:..

v. Berdasarkan panjang sisi-sisinya, jenis segitiga apakah ΔKLM ? Jelaskan.

Jawab:..

w. Berdasarkan ukuran sudut-sudutnya, jenis segitiga apakah ΔKLM ? Jelaskan.

Jawab:..

x. Berdasarkan ukuran sudut dan panjang sisi-sisinya, apakah nama ΔKLM ? Jelaskan.

Jawab:..

5. Lakukan eksplorasi juga untuk ΔCDE, ΔFGH, ΔHIJ dan ΔXYZ jawablah pertanyan-bertanyan seperti pertanyaan di atas yang diperlakukan pada segitiga ΔCDE,

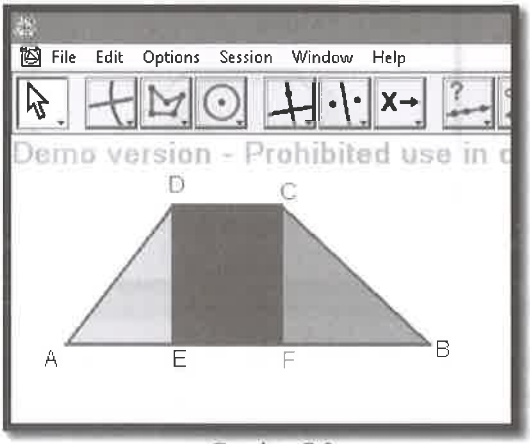
ΔFGH , ΔHIJ dan ΔXYZ .

6. Setelah siswa mengeksplorasi, siswa diajak menyimpulkan kegiatan yang sudah dilakukan. Tuliskan jenis-jenis segitiga berdasarkan sifat-sifatnya.
   Berdasarkan eksplorasi yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan:
   a. Berdasarkan panjang sisinya, segitiga dibagi menjadi.....jenis, yaitu........................
   ....
   ....
   b. Berdasarkan besar sudutnya, segitiga dibagi menjadi.........jenis, yaitu......................
   ....
   ....

Contoh Pembelajaran 2

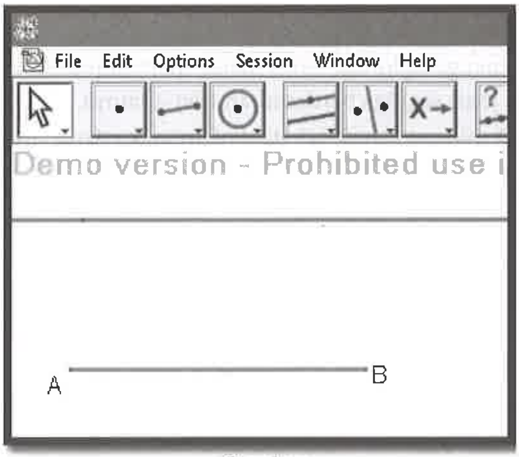
Mengetahui luas daerah trapesium dengan mengkoneksikan luas daerah segitiga dan persegi panjang.

1. Sebelum pembelajaran mengetahui luas daerah trapesium, terlebih dahulu guru membuat trapesium yang akan di eksplorasi oleh siswa. Guru dapat Seperti pada gambar di bawah ini.



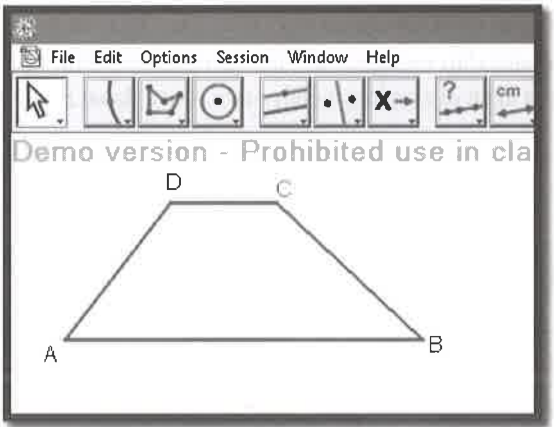
Gambar 7.2

2. Untuk megkonstruksi trapesium ABCD seperti gambar 7.2, guru dapat melakukanya dengan langkah-langkah berikut.
   a. Buatlah segmen AB menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*. Selanjutnya buat garis sejajar AB menggunakan tombol *parallel line* pada *toolbar*, klik segmen AB kemudian klik titik di luar AB.



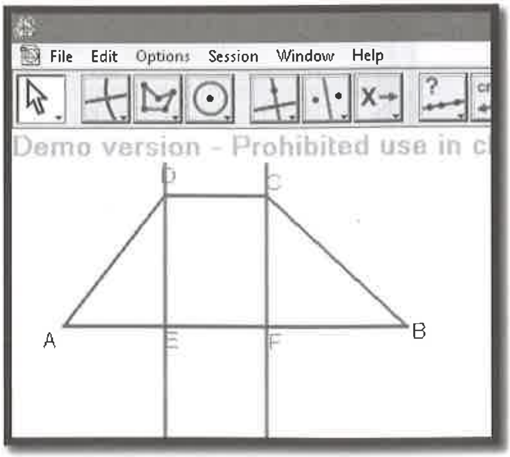
Gambar 7.3

b. Tentukan titik C dan titik D pada garis sejajar tersebut menggunakan tombol *point on object*. Buatlah segiempat ABCD menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar*, selanjutnya hilangkan garis sejajar tersebut dengan tombol *hide/show*. Segiempat ABCD adalah sebuah trapesium.



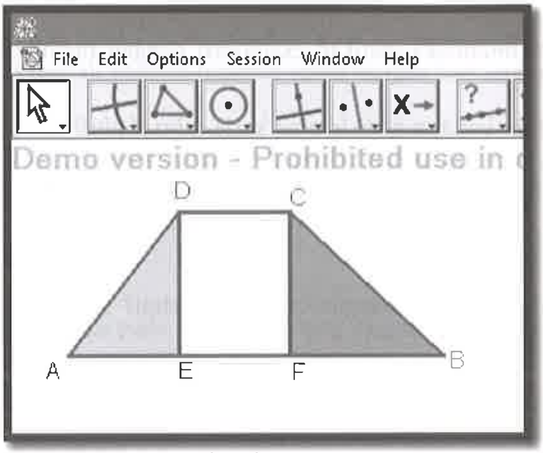
Gambar 7.4

c. Buatlah garis tegak lurus segmen AB masing-masing melalui titik C dan D. Tentukan titik potong garis tersebut dengan segmen AB masing-masing di titik E dan F menggunakan tombol *intersection point* pada *toolbar.*



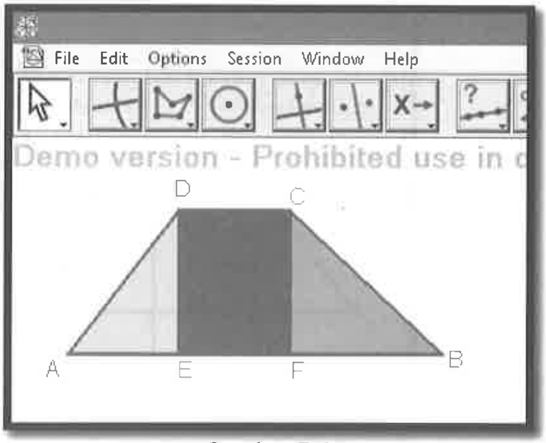
Gambar 7.4

d. Tentukan segitiga melalui titik A, D dan E tombol *triangle* pada *toolbar*. Warnai segitiga tersebut menggunakan tombol *fill* pada *toolbar*. Selanjutnya buat juga segitiga melalui titik B, C dan F menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar*. Berikutnya hilangkan garis tegak lurus sisi AB tersebut dengan tombol *hide/show*.



Gambar 7.5

e. Tentukan segiempat melalui titik A, D dan sebuah titik potong Garis tegak lurus AB melalui titik D menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar.*



Gambar 7.6

3. Save gambar yang sudah di konstruksi menggunakan tombol *file* kemudian *save as* pada *titlebar*, beri nama *file* tersebut dengan "*figure_luas daerah trapesium*". Kemudian bagikan *file* tersebut kepada siswa untuk di kopikan kepada perangkat komputer masing-masing.
4. Mulailah mengajak siswa membuka *file* menggunakan tombol *open* pada *titlebar* pilih *file* dengan nama "*figure_luas daerah trapesium*" yang telah diberikan sebelumnya.
5. Setelah siswa membuka lakukan eksplorasi dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut.
   a. Ada berapa bangun pada lembar kerja *cabri II plus*? sebutkan.

      Jawab:...

      ....

      ....
   b. Bagaimana sifat dari bangun-bangun tersebut? Jelaskan.

      Jawab:...

      ....

      ....
   c. Berapa bangun yang terletak pada trapesium ABCD? sebutkan.

      Jawab:...

      ....

      ....
   d. Gunakan tombol *area* pada *toolbar*, tentukan luas area trapesium ABCD!tuliskan.

      Jawab:...

      ....

      ....
   e. Tentukan luas daerah bangun-bangun yang ada pada trapesium ABCD dengan tombol *area* pada *toolbar*!Tuliskan.

Jawab:..
....
....

f. Apakah luas derah bangun-bangun yang ada pada trapesiaum sama? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

g. Bandingkan luas daerah bangun-bangun itu dengan luas daerah trapesium. Jelaskan.

Jawab:..
....
....

h. Gunakan tombol *calculate* pada *toolbar* jumlahkan luas daerah ketiga bangun tersebut. Tuliskan hasilnya.

Jawab:..
....
....

i. Apakah jumlah luas daerah bangun tersebut sama dengan luas daerah jajaran genjang ABCD? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

j. Tuliskan rumus luas daerah pada masing-masing bangun yang terletak pada bangun tersebut.

Jawab:..
....
....

k. Gunakan tombol *distance or length* tentukan panjang sisi DE dan EF!

Jawab:..
....
....

l. Bagaimana panjang sisi DE dan EF? Jelaskan.

Jawab:..
....

m. Dengan menggunakan tombol *angle* pada *toolbar* tentukan $\angle AED$ dan $\angle BFC$, apa yang dapat kamu simpulkan jika $\angle AED$ dan $\angle BFC$ diketahui? Jelaskan.

Jawab:..

....

....

n. Tentukan panjang sisi AB, AE, EF, dan FB dengan menggunakan tombol *distance or length*!

Jawab:..

....

....

o. Jumlahklan panjang sisi AE, EF dan FB dengan menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar*!

Jawab:..

....

....

p. Apakah jumlah ketiga buah panjang sisi tersebut sama dengan panjang sisi AB? Jelaskan.

Jawab:..

....

....

q. Menurut kamu apakah pernyataan ini benar.

Luas daerah trapesium = Luas daerah bangun berwarna kuning + Luas daerah bangun berwarna merah + Luas daerah bangun berwarna biru

Jelaskan alasanmu.

Jawab:..

....

....

r. Isilah titik-titik di bawah ini.

Luas daerah trapesium = Luas daerah bangun berwarna kuning + Luas daerah bangun berwarna merah + Luas daerah bangun berwarna biru

$$= \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots\ldots + \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots$$

$$= \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots\ldots + \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots$$

$$= \frac{1}{2} \times \ldots (\ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots)$$

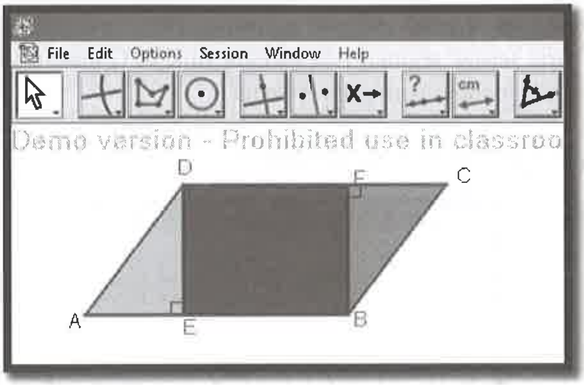
$$= \frac{1}{2} \times \ldots (\ldots\ldots + \ldots\ldots)$$

6. Siswa diajak untuk menyimpulkan luas daerah trapesium ABCD.
   Dari eksplorasi yang telah dilakukan dapat disimpulkan:
   Luas daerah trapesium =..
   ....
   ....

Contoh Pembelajaran 3

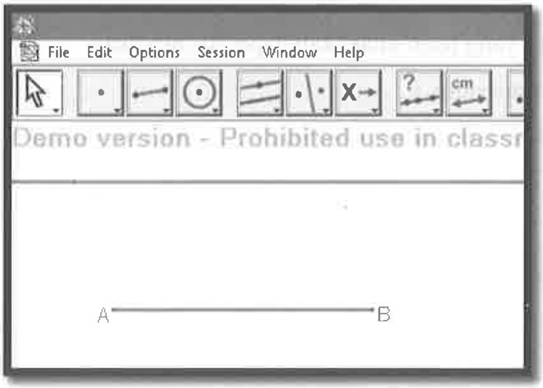
Mengetahui luas daerah jajaran genjang dengan mengkoneksikan luas daerah segitiga dan persegi panjang.

1. Sebelum mengetahui luas daerah jajaran genjang, terlebih dahulu guru membuat jajaran genjang yang akan di eksplorasi oleh siswa. Guru dapat Seperti pada gambar di bawah ini.



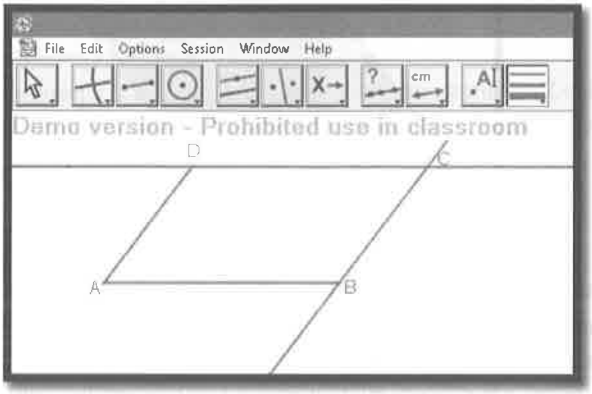
Gambar 7.7

2. Untuk mengkonstruksi jajaran genjang ABCD seperti gambar 7.7, guru dapat melakukanya dengan langkah-langkah berikut.
   a. Buatlah segmen AB menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*. Selanjutnya buat garis sejajar AB dengan menggunakan tombol *parallel line* pada *toolbar,* klik segmen AB kemudian klik titik di luar AB.



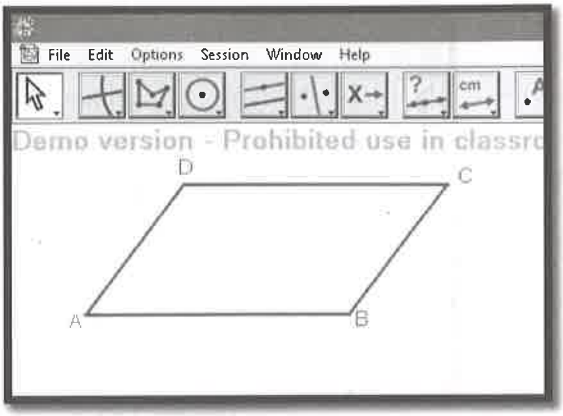
Gambar 7.8

b. Tatentukan sebuah titik pada garis sejajar tersebut menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar* , namai titik tersebut dengan titik D.
c. Kemudian buat segmen AD menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*. Tentukan sebuah garis sejajar segmen AD melalui titik B. Gunakan tombol *parallel line* pada *toolbar* untuk menentukan garis tersebut.
d. Tentukan titik potong garis sejajar segmen AD tersebut dengan tombol *intersection point* pada *toolbar,* namai dengan titik C.



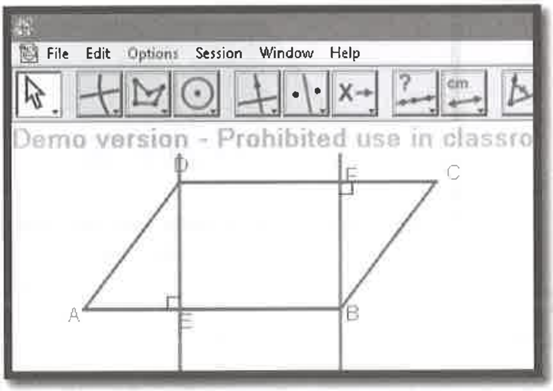
Gambar 7.9

e. Buatlah segiempat ABCD menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar.* Selanjutnya hilangkan garis-garis sejajar yang telah dibuat dengan tombol *hide/show.* Segiempat ABCD adalah sebuah jajaran genjang.



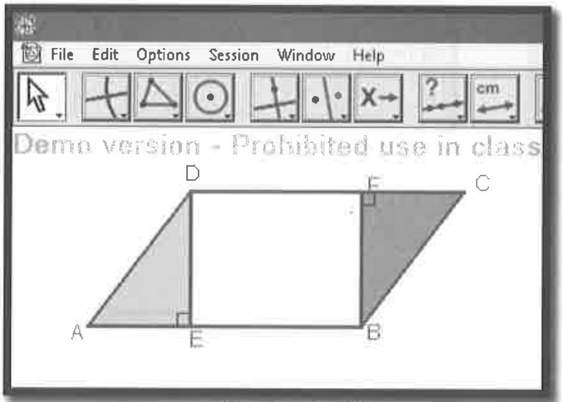
Gambar 7.10

f. Buatlah garis tegak lurus terhadap sisi AB melalui titik D menggunakan tombol *perpendicular line*, kemudian tentukan titik potong garis tersebut dengan tombol *intersection point* pada *toolbar*. Beri nama titik tersebut dengan titik E. Dengan cara yang sama tentukan pula garis tegak lurus sisi CD melalui titik B. Namai titik potongnya dengan titik F. Kemudian berikan tanda siku pada masing-masing $\angle AED$ dan $\angle BFC$.



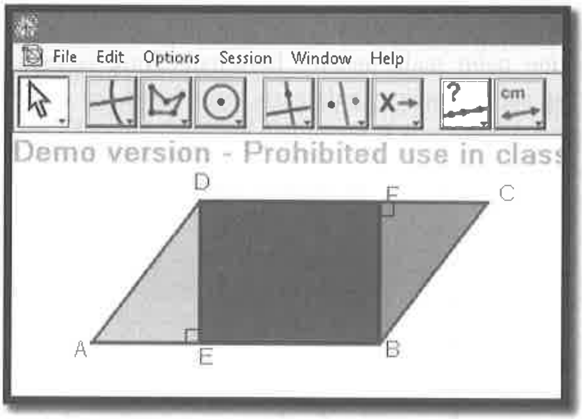
Gambar 7.11

g. Tentukan segitiga melalui titik A, D dan E tombol *triangle* pada *toolbar*. Warnai segitiga tersebut menggunakan tombol *fill* pada *toolbar*. Selanjutnya buat juga segitiga melalui titik B, C dan F menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar*. Berikutnya hilangkan garis tegak lurus sisi AB dan CD tersebut dengan tombol *hide/show*.



Gambar 7.12

h. Tentukan segiempat melalui titik A, D dan sebuah titik potong Garis tegak lurus AB melalui titik D menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar.*



Gambar 7.13

3. Save gambar yang sudah di konstruksi menggunakan tombol *file* kemudian *save as* pada *titlebar*, nama *file* tersebut dengan "*figure_luas daerah jajaran genjang*". Kemudian bagikan *file* tersebut kepada siswa untuk di kopikan kepada perangkat komputer masing-masing.
4. Mulailah dengan mengajak siswa membuka *file* dengan tombol *open* pada *titlebar* pilih *file* dengan nama "*figure_ luas daerah jajaran genjang*" yang telah diberikan sebelumnya.
5. Setelah siswa membuka lakukan eksplorasi dengan memberikan pertanyan-pertanyaan sebagai berikut.
   a. Ada berapa bangun pada pad lembar kerja *cabri II plus*? sebutkan.

      Jawab:...

      ....

      ....

   b. Bagaimana sifat dari bangun-bangun tersebut? Jelaskan.

      Jawab:...

      ....

c. Berapa bangun yang terletak pada jajaran genjang ABCD? sebutkan.

Jawab:..
....
....

d. Dengan menggunakan tombol *area* pada *toolbar*, tentukan luas area trapesium ABCD!tuliskan.

Jawab:..
....
....

e. Tentukan luas daerah bangun-bangun yang ada pada jajaran genjang ABCD dengan tombol *area* pada *toolbar*!Tuliskan.

Jawab:..
....
....

f. Apakah luas daerah bangun-bangun yang ada pada jajaran genjang sama? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

g. Bandingkan luas daerah bangun-bangun itu dengan luas daerah jajaran genjang. Jelaskan.

Jawab:..
....

h. Dengan menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar* jumlahkan luas daerah ketiga bangun tersebut. Tuliskan hasilnya.

Jawab:..
....
....

i. Apakah jumlah luas daerah bangun tersebut sama dengan luas daerah jajaran genjang ABCD? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

j. Tuliskan rumus luas daerah pada masing-masing bangun yang terletak pada bangun tersebut.

Jawab:..
....
....

k. Dengan menggunakan tombol *distance or length* tentukan panjang sisi AE dan FC!

Jawab:..
....
....

l. Bagaimana panjang sisi DE dan EF? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

m. Tentukan panjang sisi AE, BE, CF, dan FD dengan menggunakan tombol *distance or length*!

Jawab:..
....
....

n. Jumlahklan panjang sisi AE, BE AB dengan menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar*!

Jawab:..
....
....

o. Apakah jumlah panjang sisi AE dan BE tersebut sama dengan panjang sisi AB? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

p. Jumlahkan panjang sisi CF, DF dan CD menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar*!

Jawab:..
....
....

q. Apakah jumlah panjang sisi CF dan DF tersebut sama dengan panjang sisi CD? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

r. Adakah bangun pada jajaran genjang yang sama dan sebagun?sebut dan Jelaskan.

Jawab:..

....

....

s. Menurut kamu apakah pernyataan ini benar.

Luas daerah jajaran genjang = Luas daerah bangun berwarna kuning + Luas daerah bangun berwarna hitam + Luas daerah bangun berwarna biru

Jelaskan alasanmu.

Jawab:..

....

....

t. Isilah titik-titik di bawah ini.

Luas daerah jajaran genjang = Luas daerah bangun berwarna kuning + Luas daerah bangun berwarna merah + Luas daerah bangun berwarna biru

$$= \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots + \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots +$$

$$= \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots$$

$$= \ldots (\ldots + \ldots)$$

$$= \ldots \times \ldots$$

6. Siswa diajak untuk menyimpulkan luas daerah jajaran genjang ABCD.
Dari eksplorasi yang telah dilakukan dapat disimpulkan:

Luas daerah jajaran genjang =..

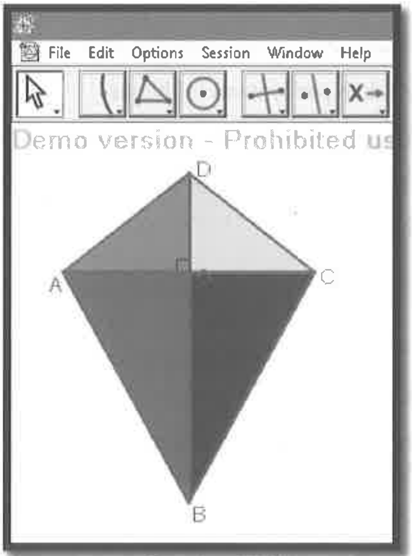
....

....

Contoh Pembelajaran 4

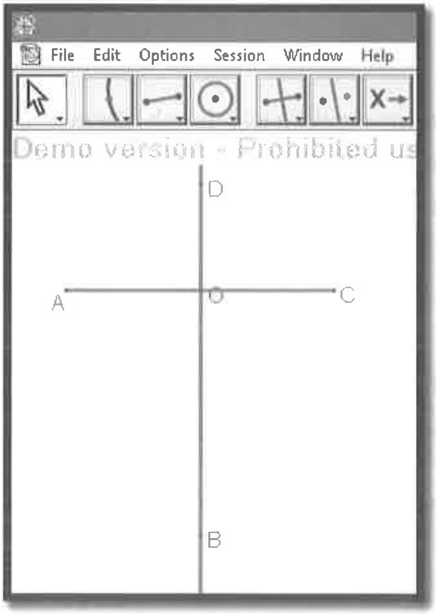
Mengetahui luas daerah layang-layang dengan mengkoneksikan luas daerah segitiga.

1. Sebelum mengetahui luas daerah layang-layang, terlebih dahulu guru membuat layang-layang yang akan di eksplorasi oleh siswa. Guru dapat Seperti pada gambar di bawah ini.



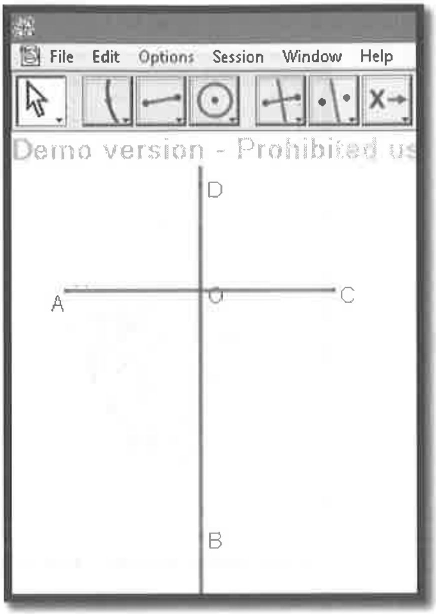
Gambar 7.14

2. Untuk megkonstruksi layang-layang ABCD seperti gambar 4.67, guru dapat melakukannya dengan langkah-langkah berikut.
   a. Buatlah segmen AC menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*. Tentukan titik tengah segmen AC dengan menggunakan tombol *midpoint* pada *toolbar.*
   b. Selanjutnya namai titik tersebut dengan titik O. Buatlah garis tegak lurus segmen AC melalui titik O menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar.*



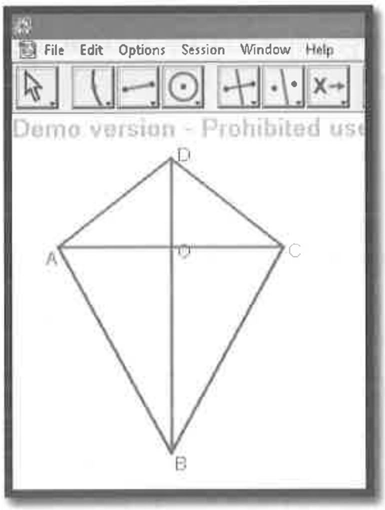
Gambar 7.16

c. Tentukan dua buah titik pada garis tegak lurus segmen AC. Tentukan kedua titik itu masing-masing di atas dan di bawah segmen AC menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar*. Namai titk-titik tersebut berturut-turut titik B dan D.



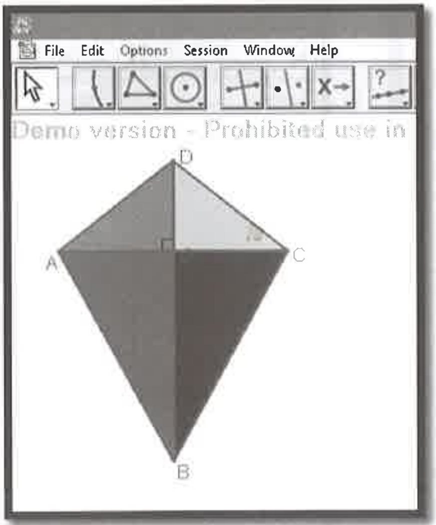
Gambar 7.16

d. Buatlah segi empat ABCD menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar.* Tentukan segmen BD menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.* Hilangkan garis lurus segmen AC menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*. Segi empat ABC adalah sebuah layang-layang.



Gambar 7.17

i. Tentukan tanda siku pada $\angle AOD$ menggunakan tombol *mark angle* pada *toolbar*. Selanjutnya tentukan segitiga melalui titik A, O dan B dengan tombol *triangle* pada *toolbar*. Warnai segitiga tersebut menggunakan tombol *fill* pada *toolbar*. lakukan langkah yang sama pada titik-titik yang lain.



Gambar 7.18

3. Save gambar yang sudah di konstruksi dengan menggunakan tombol *file* kemudian *save as* pada *titlebar*, beri nama *file* tersebut dengan "*figure_luas daerah layang-layang*". Kemudian bagikan *file* tersebut kepada siswa untuk di kopikan kepada perangkat komputer masing-masing.
4. Mulailah dengan mengajak siswa membuka *file* dengan tombol *open* pada *titlebar* pilih *file* dengan nama "*figure_ luas daerah layang-layang*" yang telah diberikan sebelumnya.
5. Setelah siswa membuka lakukan eksplorasi dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut.
   a. Bangun apakah segi empat ABCD? Jelaskan. Bagaimana sifat dari bangun-bangun tersebut? Jelaskan.

      Jawab:..

      ....

      ....

   b. Berapa bangun yang terletak pada segiempat ABCD? sebutkan.

      Jawab:..

      ....

      ....

   c. Adakah bangun yang sama pada segiempat tersebut? Jelaskan.

      Jawab:..

      ....

....

d. Gunakan tombol *area* pada *toolbar*, tentukan luas area trapesium ABCD!tuliskan.

Jawab:..
....
....

e. Tentukan luas daerah bangun-bangun yang ada pada layang-layang ABCD dengan tombol *area* pada *toolbar*!Tuliskan.

Jawab:..
....
....

f. Apakah luas derah bangun-bangun yang ada pada layang-layang sama? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

g. Bandingkan luas daerah bangun-bangun itu dengan luas daerah layang-layang. Jelaskan.

Jawab:..
....
....

h. Gunakan tombol *calculate* pada *toolbar* jumlahkan luas daerah ketiga bangun tersebut. Tuliskan hasilnya.

Jawab:..
....
....

i. Apakah jumlah luas daerah bangun tersebut sama dengan luas daerah jajaran genjang ABCD? Jelaskan.

Jawab:..
....
....

j. Tuliskan rumus luas daerah pada masing-masing bangun yang terletak pada bangun tersebut.

Jawab:..
....
....

k. Gunakan tombol *distance or length* tentukan panjang sisi AO, BO, CO, dan DO!

Jawab:..
....

....

l. Bagaimana panjang sisi AO, BO, CO, dan DO? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

m. Tentukan panjang sisi AC dan BD dengan menggunakan tombol *distance or length*!

Jawab:...

....

....

n. Jumlahkan panjang BO dan DO menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar*!

Jawab:...

....

....

o. Apakah jumlah panjang sisi BO dan DO tersebut sama dengan panjang sisi BD? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

p. Adakah bangun pada jajaran genjang yang sama dan sebagun?sebut dan Jelaskan.

Jawab:...

....

....

q. Menurut kamu apakah pernyataan ini benar.

Luas daerah jajaran genjang = Luas daerah bangun berwarna kuning + Luas daerah bangun berwarna hitam + Luas daerah bangun berwarna biru

Jelaskan alasanmu.

Jawab:...

....

....

r. Isilah titik-titik di bawah ini.

Luas daerah jajaran genjang = Luas daerah bangun berwarna hijau + Luas daerah bangun berwarna kuning + Luas daerah bangun berwarna merah + Luas daerah bangun hitam

$$= \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots. + \ldots. \times \ldots\ldots + \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots$$

$$+\frac{1}{2}\times \ldots \times \ldots + \ \ldots . \times \ldots . + \ \frac{1}{2}\times \ldots \times \ldots$$

$$= 2\ \times\frac{1}{2}\times \ldots \times \ldots . + 2\ \times\frac{1}{2}\times \ldots \times \ldots .$$

$$= \ \ldots . \times \ldots \ldots + \ \ldots . \times \ldots \ldots$$

$$= \ \ldots . \times \ldots \ldots + \ \ldots . \times \ldots \ldots$$

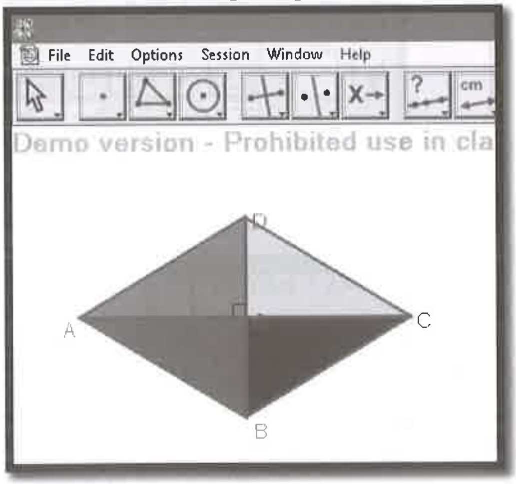
$$= \ \ldots \ldots . (\ldots \ldots . + \ldots \ldots .)$$

$$= \ \ldots . \times \ldots \ldots$$

6. Siswa diajak untuk menyimpulkan luas daerah layang-layang ABCD.
   Dari eksplorasi yang telah dilakukan dapat disimpulkan:
   Luas daerah layang-layang = ...
   ....
   ....

Contoh Pembelajaran 5
Mengetahui luas daerah belah ketupat dengan mengkoneksikan luas daerah segitiga.

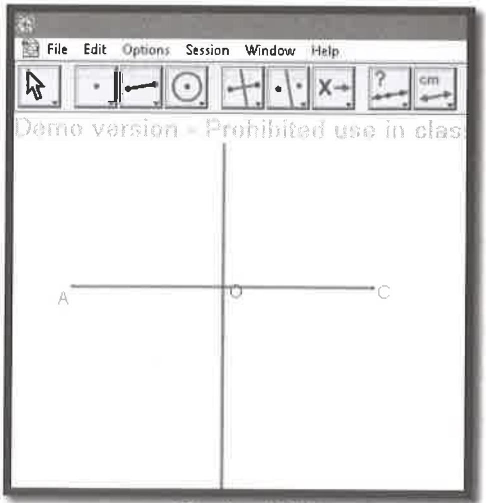
1. Sebelum pembelajaran luas daerah belah ketupat, terlebih dahulu guru membuat trapesium yang akan di eksplorasi oleh siswa. Guru dapat Seperti pada gambar di bawah ini.



Gambar 7.19

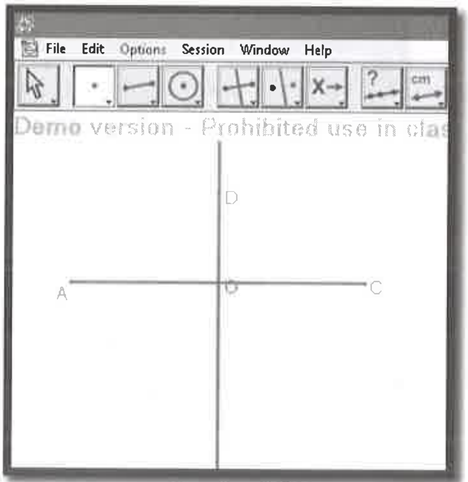
2. Untuk mengkonstruksi belah ketupat ABCD seperti gambar 7.19, guru dapat melakukanya dengan langkah-langkah berikut.

a. Buatlah segmen AC menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*. Tentukan titik tengah segmen AC dengan menggunakan tombol *midpoint* pada *toolbar.* Selanjutnya namai titik tersebit dengan titik O. Buatlah garis tegak lurus segmen AC melalui titik O menggunakan tombol *perpendicular line* pada *toolbar.*



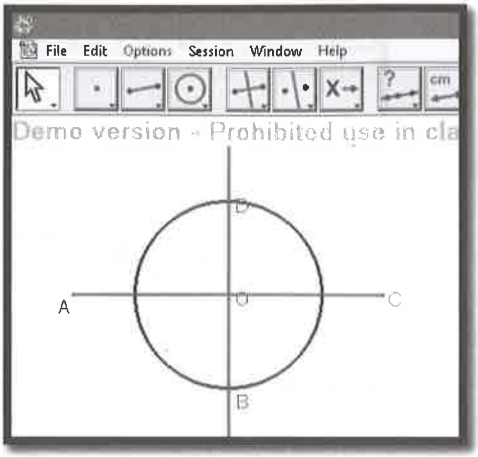
Gambar 7.20

b. Tentukan sebuah titik pada garis tegak lurus tersebut menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar* , beri nama titik itu dengan titik D.



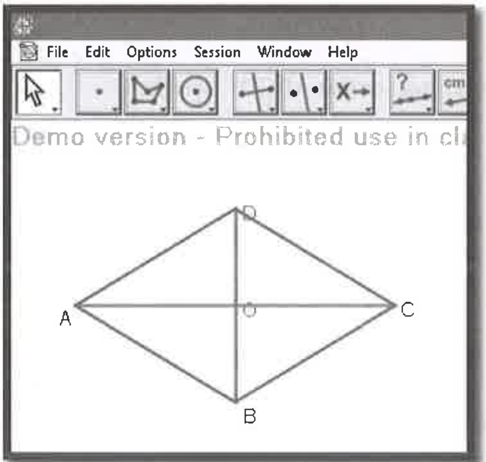
Gambar 7.21

c. Buatlah lingkaran dengan pusat titik O dengan panjang jari-jari OD dengan menggunakan tombol *circle* pada *toolbar*. Tentukan titik potong lingkaran itu dengan garis tegak lurus dengan tombol *intersection point* pada *toolbar*, namai dengan titik B.



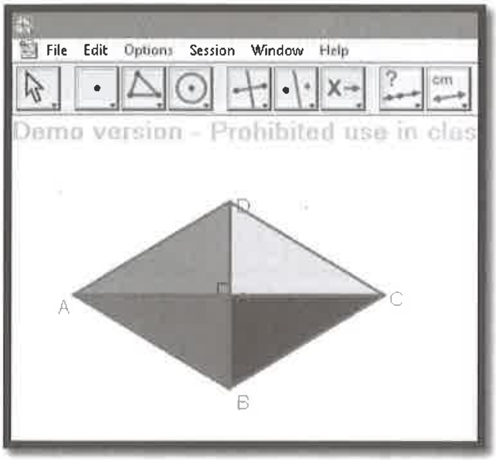
Gambar 7.22

d. Buatlah segiempat ABCD dengan menggunakan tombol *polygon* pada *toolbar.* Tentukan segmen BD dengan menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.* Hilangkan garis lurus segmen AC dan lingkaran dengan menggunakan tombol *hide/show* pada *toolbar*. Segi empat ABC adalah sebuah belah ketupat.



Gambar 7.23

e. Tentukan tanda siku pada $\angle AOD$ menggunakan tombol *mark angle* pada *toolbar*. Selanjutnya tentukan segitiga melalui titik A, O dan B dengan tombol *triangle* pada *toolbar*. Warnai segitiga tersebut menggunakan tombol *fill* pada *toolbar*. lakukan langkah yang sama pada titik-titik yang lain.



Gambar 7.24

3. Save gambar yang sudah di konstruksi menggunakan tombol *file* kemudian *save as* pada *titlebar*, nama *file* tersebut dengan "*figure_luas daerah belah ketupat*". Kemudian bagikan *file* tersebut kepada siswa untuk di kopikan kepada perangkat komputer masing-masing.
4. Mulailah dengan mengajak siswa membuka *file* dengan tombol *open* pada *titlebar* pilih *file* dengan nama "*figure_ luas daerah belah ketupat*" yang telah diberikan sebelumnya.
5. Setelah siswa membuka lakukan eksplorasi dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut.
   a. Bangun apakah segi empat ABCD? Jelaskan.
   Jawab:..
   ....
   ....
   b. Bagaimana sifat dari bangun-bangun tersebut? Jelaskan.
   Jawab:..
   ....
   ....
   c. Berapa bangun yang terletak pada segiempat ABCD? sebutkan.
   Jawab:..
   ....
   ....
   d. Adakah bangun yang sama pada segiempat tersebut? Jelaskan.
   Jawab:..
   ....
   ....

e. Tuliskan rumus bangun yang dianggap sama?

Jawab:..

....

....

f. Menurut kamu apakah pernyataan ini benar.

Luas daerah jajaran genjang = Luas daerah bangun berwarna kuning + Luas daerah bangun berwarna hitam + Luas daerah bangun berwarna biru
Jelaskan alasanmu.

Jawab:..

....

....

6. Isilah titik-titik di bawah ini.

Luas daerah jajaran genjang = Luas daerah bangun berwarna hijau + Luas daerah bangun berwarna kuning + Luas daerah bangun berwarna merah + Luas daerah bangun hitam

$$= \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots + \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots$$

$$+ \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots + \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots + 2 \times \frac{1}{2} \times \ldots \times \ldots$$

$$= \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots$$

$$= \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots$$

$$= \ldots (\ldots + \ldots)$$

$$= \ldots \times \ldots$$

7. Siswa diajak untuk menyimpulkan luas daerah belah ketupat ABCD.

Dari eksplorasi yang telah dilakukan dapat disimpulkan:

Luas daerah belah ketupat =..

....

....

BAB 8

CABRI II PLUS UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS

A. PENGERTIAN PENALARAN MATEMATIS

Bernalar banyak diartikan menggunakan akal pikiran sehat untuk memandang suatu hal. Ada juga yang mengartikan jika bernalar artinya mengungkapkan ide dengan logika sehingga argument dapat diungkapkan dengan masuk akal. Berdasarkan kamus besar bahasa Indonesia Depdiknas (2009) penalaran berasal dari kata "nalar" yang artinya sebagai "kekuatan pikir", sedangkan penalaran diartikan sebagai proses mental dalam mengembangkan pikiran dari beberapa fakta atau prinsip. Fakta atau prinsip yang digunakan dalam proses bernalar sesuai dengan alur logika yang dikembangkan. Matematika yang memrupakan ilmu bernalar yang menggunakan sistematika logika untuk membuktikan sebuah kebenaran dari kebenaran-kebenaran sebelumnya.

Stacey (2009) mengungkapkan bahwa pemahaman matematika dibangun atas dasar penalaran. Oleh karena itu, kemampuan penalaran matematis harus menjadi bagian penting dalam pembelajaran matematika pada setiap jenjang pendidikan. Penalaran pada setiap jenjang pendidikan dibangun untuk memperkuat konsep dasar dan melatih proses berpikirnya sehingga siswa terbiasa untuk menggunakan logika dalam setiap pembelajaran matematika.

Menurut Brodie (2010) penalaran matematis adalah penalaran tentang objek matematika. Penalaran matematis merupakan kemampuan dasar yang dibutuhkan untuk memahami konsep-konsep matematis, menggunakan ide-ide dan prosedur matematika yang fleksibel, serta untuk merekonstruksi pengetahuan matematika yang dipahami.

Objek matematika yang bersifat abstrak harus dipahami sebagai satu kesatuan konsep yang masuk akal. Kemampuan penalaran matematis dibutuhkan untuk memahami konsep-konsep matematika yang abstrak tersebut. Menuangkan ide-ide dan prosedur matematika dalam bentuk pernyataan akan berkembang seiring dengan berkembangnya kemampuan penalaran matematis. Seorang siswa dapat menentukan prosedur matematika sesuai dengan teorema dan dapat diterima secara nalar membutuhkan sebuah kemampuan menganalisis dan mengkonstruksi ide pemikiranya dari pengetahuan yang dimilikinya. Sehingga, siswa dapat merekonstruksi pengetahuan yang dimilikinya untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan matematika dari konsep yang telah dipahami.

Menurut Manktelow (2005) suatu yang rasional berarti ketaatan pada sistem formal. Prosedur formal pada metematika harus dipahami sebagai sebuah aturan yang harus ditaati setiap kita melakukan langkah-langkah pembuktian ataupun perhitungan-perhitungan matematis. Apabila langkah-langkah pembuktian maupun perhitungan yang kta lakukan tidak sesuai dengan prosedur formal matematika, maka dapat dikatakan kita tidak menggunakan kemampuan penalaran matematis dengan baik. Oleh karena itu, sebelum kita melakukan penalaran terhadap sebuah permasalahan matematika hendaknya harus dipahami terlebih dahulu prosedur-prosedur formal matematika dalam bentuk aksioma, teorema dan akibat-akibatnya.

Kusumah (1986) mengartikan penalaran sebagai penarikan kesimpulan dalam sebuah argumen, dan cara berpikir yang merupakan penjelasan dalam upaya memperlihatkan hubungan antara dua hal atau lebih berdasarkan sifat-sifat atau hukum-hukum tertentu yang diakui kebenarannya, dengan menggunakan langkah-langkah tertentu yang berakhir dengan sebuah kesimpulan. Sebuah teorema dalam geometri perlu dibuktikan kebenaranya, dengan kemampuan penalaran yang baik siswa dapat membuktikan teorema tersebut dengan benar. Siswa yang baik dalam bernalar akan selalu berpegang pada prinsip-prinsip matematika untuk dijadikan pedoman dalam membuktikan sebuah teorema. Langkah-langkah sistematis dalam pembuktian akan tersusun secara sistematis jika siswa bernalar dengan baik. Hal mana yang harus didahulukan atau di kesampingkan dalam proses pengerjaan pembuktian akan tersusun dalam alur berpikirnya. Sehingga, dengan prinsip dan langkah yang benar sebuah kesimpulan pembuktian suatu teorema dapat terbukti secara benar.

Menurut Sumarmo (2003) penalaran matematis meliputi: (1) menarik kesimpulan logis, (2) memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan, (3) memperkirakan jawaban dan proses solusi, (4) menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematik, (5) menyusun dan menguji konjektur, (6) merumuskan lawan contoh, (7) mengikuti aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, (8) menyusun argumen yang valid, (9) menyusun pembuktian langsung, tak langsung dan menggunakan induksi matematika.

Sedangkan NCTM/NCATE (2003) menyatakan bahwa pada siswa kelas 5-8, kurikulum matematika sebaiknya mencakup banyak pengalaman yang beragam yang dapat memperkuat dan memperluas keterampilan-keterampilan penalaran logis sehingga dengan demikian siswa dapat:

1. Mengenal dan mengaplikasikan penalaran deduktif dan induktif;
2. Memahami dan menerapkan proses penalaran dengan perhatian yang khusus terhadap penalaran spasial dan penalaran dengan proporsi-proporsi dan grafik-grafik;
3. Membuat dan mengevaluasi konjektur-konjektur dan argumen-argumen secara logis;

4. Menilai daya serap dan kekuatan penalaran sebagai bagian dari matematika.

Secara garis besar terdapat dua jenis penalaran, yaitu penalaran deduktif dan penalaran induktif. Suriasumantri (2005) mengungkapkan penalaran deduktif adalah suatu proses berfikir yang berupa penarikan kesimpulan yang khusus atas dasar pengetahuan tentang hal yang umum (berlaku untuk semua/banyak). Sedangkan Jhonson (2009) mengungkapkan penalaran deduktif adalah proses mental membuat kesimpulan yang logis dari hal yang umum ke hal yang khusus. Proses logis membutuhkan tingkat kecerdasan individu, semakin tinggi tingkat kecerdasan yang dimiliki oleh seorang individu maka lebih akurat dalam membuat kesimpulan yang logis. Kecerdasan dalam berpikir logis dapat dilatih dengan pengalaman-pengalaman yang dialami oleh seorang individu.

Dengan kata lain pada penalaran deduktif menentukan sebuah kebenaran didasarkan pada kebenaran-kebenaran sebelumnya yang telah terbukti kebenaranya. Pada pembelajaran matematika, penalaran deduktif sering digunakan untuk membuktikan rumus-rumus ataupun teorema-teorema matematika. Kita sering menjumpai untuk membuktiakan sebuah rumus luas daerah jajaran genjang didasarkan pada teorema luas daerah segitiga ataupun teorema Phytagoras yang sudah dibuktikan benar.

Artur (1994) mengungkapkan penalaran induktif adalah proses logis dimana terdapat beberapa kejadian yang dipercaya kebenaranya, digabungkan untuk mendapatkan sebuah kesimpulan yang spesifik. Dengan kata lain, penalaran induktif merupakan prosedur yang berpangkal dari peristiwa khusus sebagai hasil pengamatan empirik dan berakhir pada suatu kesimpulan atau pengetahuan baru yang bersifat umum. sebagai contoh: bilangan $4 = 3\times1+1$, $9=3.3$, $16=3\times5+1$, $25=3\times8+1$, $36=3\times12$, dan seterusnya. Dari kejadian atau fakta-fakta tersebut kita bisa menyimpulkan bahwa setiap bilangan kuadrat sempurna a^2 akan memenuhi bentuk $3k$ atau $3k+1$ untuk semua k anggota bilangan bulat.

Contoh lain pada materi geometri, misalkan dari 2 buah titik dapat ditentukan sebah garis, 3 buah titik yang *noncolinear* dapat ditentukan 3 buah garis, 4 buah titik yang *noncolinear* dapat ditentukan 6 buah garis, dan seterusnya. Kita dapat menyimpulkan banyaknya garis yang dapat terbentuk untuk n buah titik dari kejadian-kejadian yang telah kita anggap benar. Sehingga, kita dapat menentukan bahwa dari n buah titik yang *noncoliniar* dapat ditentukan $\frac{1}{2}n(n-1)$ buah garis.

Dari contoh tersebut dapat dilihat dari fakta-fakta dapat kita tarik sebuah kesimpulan untuk ditentukan keumumannya. Kita dapat menuliskan fakta-fakta dalam bentuk tabel atau mendaftar kejadian-kejadian sehingga mempermudah kita dalam melakukan pengambilan kesimpulan. Dari data yang kita peroleh dapat ditentukan sebuah pola untuk ditentukan keumumannya.

Menurut Rhodes (2008) penalaran induktif merupakan pusat pembelajaran manusia, karena sebagian besar pengetahuan manusia diperoleh dari sebuah kesimpulan induktif daripada melalui pembelajaran langsung atau observasi. Tugas manusia adalah melakukan analisa secara mendalam kejadian-kejadian alam ataupun lingkungan sekitar untuk disimpulkan menjadi sebuah keteraturan pola. Ketika seorang Newton melihat benda-benda yang jatuh selalu menuju ke bawah hingga sampai tanah, maka seorang newton menyipulkan teori gravitasi bumi. Begiti pula dengan seorang *Descartesius* yang melakukan perbandingan setiap keliling lingkaran dengan garis tengah lingkaran (diameter lingkaran), sehingga ditentukan sebuah pendekatan pada bilangan $\pi \approx \frac{2}{7}$.

Menurut Sumarmo (1987) juga mengungkapkan penalaran induktif dibagi menjadi 3 bagian yaitu generalisasi, analogi dan sebab-akibat. Generalisasi merupakan proses penalaran yang berdasarkan pada pemeriksaan hal-hal secukupnya kemudian memperoleh kesimpulan untuk semuanya atau sebagian besar hal-hal tadi. Analogi merupakan penalaran dari satu hal tertentu kepada satu hal lain yang serupa kemudian menyimpulkan apa yang benar untuk satu hal juga akan benar untuk hal lain.Sedangkan Sebab-akibat, pengertian sebab-akibat hampir sama dengan penalaran generalisasi induktif hanya saja pada pengambilan kesimpulannya berdasarkan pada karakteristik objek yang memungkinkan terjadinya keserupaan atau ketidakserupaan objek.

Carraher (2008) mengungkapkan generalisasi matematis melibatkan dugaan beberapa teknik yang berlaku untuk suatu objek atau kondisi matematika. Ruang lingkup konfirmasi selalu lebih besar daripada kasus-kasus tertentu. Untuk memahami bagaimana sebuah pernyataan dibuat tentang berlaku umum kita perlu mempertimbangkan alasan-alasan generalisasi yang dibuat. Membuat generalisasi tidak sepenuhnya menggunakan aturan-aturan formal yang berlaku di matematika. Tujuanya bukan untuk menggantikan aturan matematika dengan ide-ide, dan penalaran yang tampak oleh siswa. Akan tetapi, kita perlu memahami bahwa matematika didasarkan atas kasus-kasus dalam pengamatan empiris dan kasus-kasus berdasarkan koherensi logis, sehingga pengembangan generalisasi berguna untuk menalar tentang struktur matematika yang memiliki sedikit pijakan pada pengalaman empiris.

Berikut contoh generalisasi pada materi geometri:

Ttrapesium memiliki 2 buah diagonal

Jajaran genjang memiliki 2 buah diagonal

Persegi memiliki 2 buah diagonal

Persegi panjang memiliki 2 buah diagonal

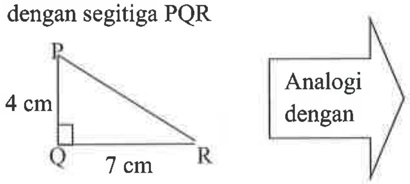
Jadi kesimpulannya setiap bangun segiempat memiliki 2 buah diagonal.

Menurut Gentner (1998) penalaran analogi adalah penalaran yang berlaku antara satu kasus yang digunakan untuk menyimpulkan informasi baru tentang kasus yang lain. Dasar penalaran analogi ketika terdapat situasi subtantif yang sama atau berbeda pada sebuah kejadian. Sedangkan Goswani (1991) mengungkapkan penalaran analogi melibatkan penalaran tentang hubungan kesamaan sehingga terbentuk korespondensi antara kejadian satu dengan kejadian lainnya. Kita dapat menentukan sebuah pola dari kesamaan atau perbedaan dari dua hal yang kita amati. Sebagai contoh, dalam pembelajaran geometri untuk menentukan sifat-sifat sebuah segitiga sama sisi seorang guru dapat menyajikan dua buah segitiga sama sisi yang berbeda ukurannya untuk dianalisis para siswa. Dengan mengajak siswa untuk mengetahui kesamaan dan perbedaan kedua buah sgitiga itu diharapkan siswa mengetahui sifat-sifat dari segitiga sama sisi.

Oleh karena itu sebuah analogi dapat digunakan sebagai strategi untuk pemecahan masalah. Masalah matematis yang dihadapi dapat diketahui dari keserupaan atau perbedaan unsur-unsur yang ada pada masalah yang ditemui. Hal itu sama seperti yang telah diungkapkan oleh Sloutsky (2005) bahwa penalaran analogi memungkinkan seseorang untuk memecahkan masalah, menghubungkan dan membuat representasi secara umum.

Tujuan dari analogi adalah untuk beradaptasi dengan pengetahuan yang ada pada konsep sehingga dapat diterapkan kepada target sebuah kesimpulan baru. Membuat analogi membutuhkan pola analogi dan mengarahkan pada suatu konsep baru (Genter, 1989). Berikut contoh penalaran analogi pada materi geometri:

Hubungan antara 14 dengan segitiga PQR



Hubungan antara 20 dengan persegi panjang ABCD yang memiliki panjang 10 cm dan lebar 2 cm adalah:

a. luas
b. keliling
c. panjang
d. lebar

Jawaban untuk pertanyaan di atas adalah hubungan antara 14 dengan segitiga PQR analog dengan hubungan antara 20 dengan luas segi empat ABCD. Sebab 14 merupakan luas segitiga PQR dan 20 merupakan luas segi empat ABCD. Jawaban tersebut diperoleh dengan menganalogikan luas daerah pada bangun datar.

Menurut Hagmayer (2006) pengetahuan sebab-akibat memungkinkan kita untuk memprediksi kejadian yang akan datang, memilih tindakan yang tepat untuk mencapai tujuan dan untuk membayangkan apa yang akan terjadi jika kondisi tidak sesuai dengan apa yang kita duga. Dengan demikian, hal tersebut memungkinkan kita untuk melakukan pengawasan, intervensi dan kemungkinan-kemungkinan yang berbeda dengan fakta. Dalam pembelajaran matematika kita dapat memprediksi langkah-langkah penyelesaian suatu masalah matematis dengan memprediksi langkah-langkah yang akan ditempuh karena kita mengetahui teorema atau sistem aksiomatis. Sebuah aksioma akan berakibat terciptanya teorema-teorema yang harus kita buktikan. Sehingga, dengan penalaran sebab akibat intuisi terhadap pembuktian suatu teorema akan terbangun.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa, penalaran matematik adalah kemampuan siswa untuk dapat menarik kesimpulan logis melalui proses berpikir yang dilakukan baik dari yang bersifat umun ke khusus atau sebaliknya. Untuk mengembangkan ide siswa dalam penalaran matematis yaitu dengan menggunakan masalah terbuka. Interaksi siswa dengan *cabri II plus* terjadi diamana setiap informasi yang dibutuhkan oleh siswa sudah tersedia dalam gambar yang dikonstruksi dalam *cabri II plus*.

B. CONTOH PENERAPAN PEMBELAJARAN GEOMETRI DENGAN CABRI II PLUS DALAM MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS

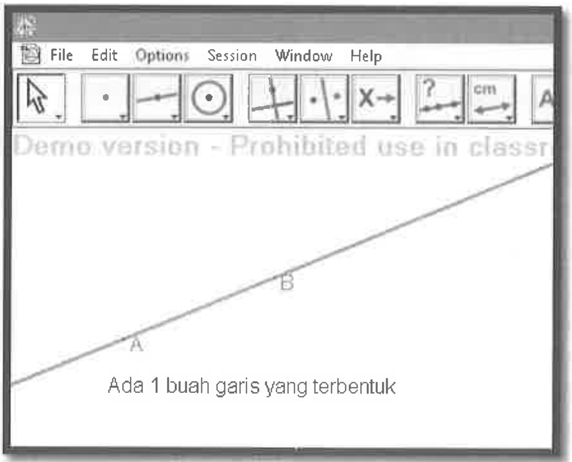
Berkaitan dengan pengembangan kemampuan koneksi matematis siswa pada materi geometri, alat bantu berupa *software cabri II plus* sangat membantu siswa. *Cabri II plus* dapat digunakan untuk merepresentasikan bentuk geometri secara lebih jelas, sehingga siswa dapat dengan mudah mengaitkan bagian-baigian yang terkandung dalam bangun geometri tersebut dengan baik dan benar. Berikut beberapa contoh pembelajaran geometri yang dapat digunakan dalam pengembangan kemampuan penalaran matematis dengan menggunakan *cabri II Plus.*

Contoh Pembelajaran 1

Menurut axioma dari dua buah titik hanya dapat di tarik sebuah garis. tentukan berapa banyak garis yang dapat ditarik dari n buah titik yang *noncoliner* untuk n bilangan asli dan $n > 1$.

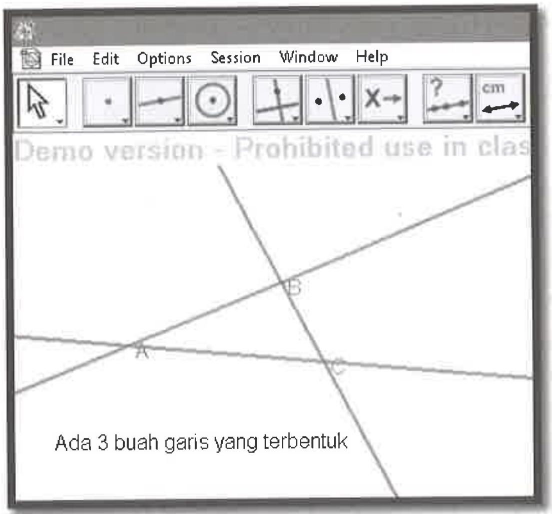
Untuk mengembangkan kemampuan penalaran terhadap masalah yang telah di sajikan dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Mulalilah dengan mengajak siswa menentukan dua buah titik menggunakan tombol *point* pada *toolbar*, kemudian buatlah garis melalui titik tersebut dengan menggunakan tombol *line* pada *toolbar.*



Gambar 8.1

2. Siswa diajak memastikan ada berapa garis yang dapat dibentuk melalui dua titik tersebut. Kemudian dengan cara yang sama siswa diajak membuat tiga buah titik, kemudian diajak mengkonstruksi garis melalui tiga buah titik tersebut. Lakukan kegiatan tersebut untuk 4 buah titik, 5 buah titik, 6 buah titik dan seterusnya.
3. Gambar 8. 2 menunjukkan 3 buah garis yang dapat ditarik dari 3 buah titik yang *noncolinera.*



Gambar 8.2

4. Eksplorasi terus menerus dengan menggunakan *cabri II plus* hingga siswa dapat menentukan kecukupan data. Tuliskan data yang didapat dalam sebuah tabel berikut.

Banyaknya titik	Banyaknya garis yang terbentuk
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15
7	21
...	....
dst	dst

5. Dari data yang sudah disajikan dalam tabel, siswa dapat menentukan sebuah barisan bilangan pada kolom banyaknya garis dan dapat menentukan selisih dari tiap-tiap suku pada barisan bilangan tersebut.

1, 3, 6, 10, 15, 21, . . .

2 3 4 5 6 7

1 1 1 1 1 1

Gunakan aturan $U_n = an^2 + bn + c$, untuk $n > 1$ untuk menentukan keumuman dari barisan tersebut. sehingga,

Untuk $U_2 = a(2)^2 + b(2) + c = 4a + 2b + c$, maka didapat $4a + 2b + c = 1$

Untuk $U_3 = a(3)^2 + b(3) + c = 9a + 3b + c$, maka didapat $9a + 3b + c = 3$

Untuk $U_4 = a(4)^2 + b(4) + c = 16a + 4b + c$, maka didapat $16a + 4b + c = 6$

Untuk $U_5 = a(5)^2 + b(5) + c = 25a + 5b + c$, maka didapat $25a + 5b + c = 10$

Dari *persamaan* (*i*) dan *persamaan* (*ii*) didapat.

$$\begin{array}{l} 7a + b = 3 \\ \underline{5a + b = 2} \ - \\ \quad 2a = 1 \\ \quad a = \frac{1}{2} \end{array}$$

Substitusikan nilai a pada persamaan 1.

$$5a + b = 2$$

$$5.\frac{1}{2} + b = 2$$

$$\frac{5}{2} + b = 2$$

$$b = 2 - \frac{5}{2}$$

$$b = \frac{4-5}{2}$$

$$b = -\frac{1}{2}$$

Kemudian substitusikan nilai a dan b ke persamaan U_1.

$$4a + 2b + c = 1$$

$$4.\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + c = 1$$

$$2 - 1 + c = 1$$

$$1 + c = 1$$

$$c = 0$$

Substitusikan nilai a, b, dan c pada $U_n = an^2 + bn + c$, untuk $n > 1$, sehingga

$U_n = an^2 + bn + c$

Untuk $U_6 = a(6)^2 + b(6) + c = 36a + 6b + c$, maka didapat $36a + 6b + c = 15$

....

dan seterusnya.

Selanjutnya, dengan menggunakan aturan elminisi dan substitusi tentukan nilai variable a, b, dan c. Ambil U_1 dan U_2.

$$\begin{array}{l} 9a + 3b + c = 3 \\ \underline{4a + 2b + c = 1} \ - \\ \quad 5a + b = 2 \text{ .... } \textit{persamaan (i)} \end{array}$$

Kemudian ambil U_2 dan U_3.

$$\begin{array}{r} 16a + 4b + c = 6 \\ 9a + 3b + c = 3\ \ - \\ \hline 7a + b\ = 3 \end{array} \ldots\ldots\ldots \textit{persamaan (ii)}$$

$$U_n = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + c$$

$$U_n = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

Kesimpulannya banyaknya garis yang dapat dibentuk dari n buah titik yang *noncolinear* adalah $\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$, untuk n bilangan asli dan $n > 1$.

6. Cara lain untuk menentukan banyaknya garis yang dapat dibentuk dari n buah titik yang *noncoliner* untuk n bilangan asli dan $n > 1$ yaitu dengan cara mengkombinasikan titik-titik yang diketahui. Mulailah dengan mengajak siswa untuk menentukan menuliskan titik-titik pada tabel berikut.

Banyaknya titik	**Label titik**	**Segmen garis**	**Banyaknya kombinasi segmen garis**
2	A dan B	AB	1
3	A, B dan C	AB, AC, dan BC	3
4	A, B, C dan D	AB, AC, AD, BC, BD dan CD	6
5	A, B, C, D, dan E	AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, dan DE	10
6	A, B, C, D, E, dan F	AB, AC, AD, AE, AF, BC, BD, BE, BF, CD, CE, CF, DE, DF, dan EF	15
7	A, B, C, D, E, F, dan G	AB, AC, AD, AE, AF, AG, BC, BD, BE, BF, BG, CD, CE, CF, CG, DE, DF, DG, EF, EG, dan FG	21
...	....	...	....
dst	dst	dst	dst

7. Dari fakta yang sudah didata dalam tabel terlihat untuk menentukan sebuah garis memerlukan dua buah titik, sehingga banyaknya garis yang dapat dikonstruksi dapat mengkombinasikan dua buah titik dari banyaknya titik yang diketahui.

Untuk 2 buah titik didapatkan $C_2^2 = \frac{2!}{(2-2)!2!} = \frac{2!}{0!2!} = \frac{2!}{2!} = 1$

Untuk 3 buah titik didapatkan $C_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!2!} = \frac{3.2!}{1!2!} = 3$

Untuk 4 buah titik didapatkan $C_2^4 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4.3.2!}{2!2!} = \frac{12}{2} = 6$

Untuk 5 buah titik didapatkan $C_2^5 = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5.4.3!}{3!2!} = \frac{20}{2} = 10$

Untuk 6 buah titik didapatkan $C_2^6 = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6.5.4!}{4!2!} = \frac{30}{2} = 15$

Untuk 7 buah titik didapatkan $C_2^7 = \frac{7!}{(7-2)!2!} = \frac{7.6.5!}{5!2!} = \frac{42}{2} = 21$

dan seterusnya.

Sehingga untuk n buah titik didapat

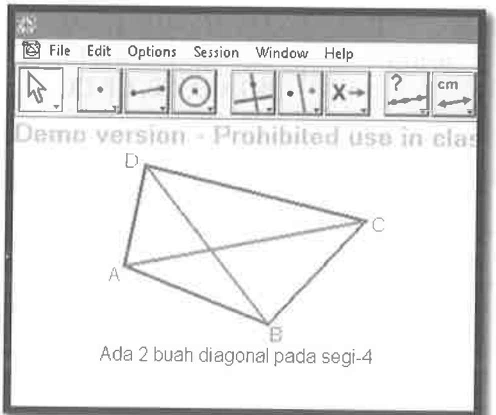
$$C_2^n = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!2!}$$
$$= \frac{n(n-1)}{2!}$$
$$= \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

Contoh Pembelajaran 2

Menentukan banyaknya diagonal segi-*n*.

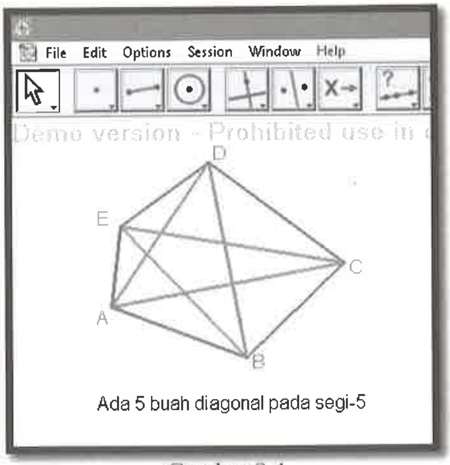
Untuk mengembangkan kemampuan penalaran terhadap masalah yang telah di sajikan dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Mulalilah dengan mengajak siswa membuat segi- 4 ABCD dengan tombol *polygon* pada *toolbar*, kemudian buatlah segmen garis dari titik yang tidak segaris pada segi-4 tersebut menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*.



Gambar 8.3

2. Dengan cara yang sama seperti pada no.1 tentukan untuk segi-5 ABCDE.



Gambar 8.4

3. Selanjutnya siswa mengumpulkan data menggunakan *cabri II plus* untuk segi-6, segi-7, segi-8, dan seterusnya hingga didapat kecukupan data untuk mengkonstruksi konjektur awal.
4. Tuliskan data yang didapat pada tebel berikut.

Segi-*n*	**Banyaknya sisi segi-*n***	**Banyaknya garis yang dapat dikonstruksi melalui titik sudut segi-*n***	**Banyaknya diagonal**	**Hubungan antara banyaknya garis yang dapat dikonstruksi melalui titik sudut dengan banyaknya sisi segi-*n***
3	3	3	0	3 - 3 = 0
4	4	6	2	6 - 4 =2
5	5	10	5	10 - 5 =5
6	6	15	....	.....
....	....	..	....	.....
dst	n	$\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$	......	....

5. Telah di ketahui pada "Pembelajaran 1" bahwa banyaknya garis yang melalui n buah titik yang *noncoliner* yaitu $\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$ buah garis. Sehingga dari kolom hubungan antara banyaknya garis yang dikonstruksi melalui titik sudut segi-n dengan banyaknya diagonal segi-n terlihat bahwa banyaknya diagonal merupakan selisih antara banyaknya garis yang dikonstruksi melalui titik sudut segi-n dengan dengan banyaknya sisi segi-n. Sehingga,

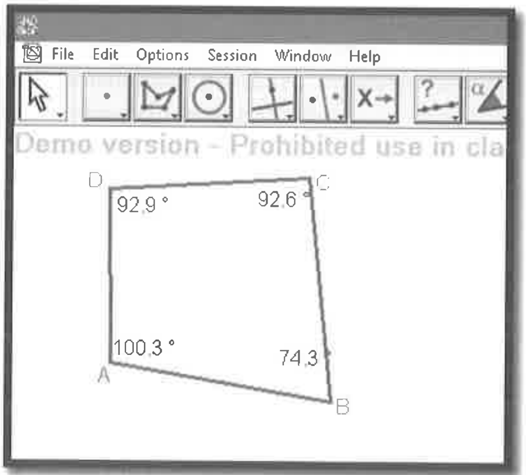
$$\text{Banyaknya diagonal} = \left(\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n\right) - n$$
$$= \frac{n^2 - n - 2n}{2}$$
$$= \frac{n^2 - 3n}{2}$$
$$= \frac{n(n-3)}{2}$$
$$= \frac{1}{2}n(n-3)$$

6. Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada segi-n memiliki $\frac{1}{2}n(n-3)$ buah diagonal.

Contoh Pembelajaran 3
Menentukan jumlah sudut dalam segi-*n*.

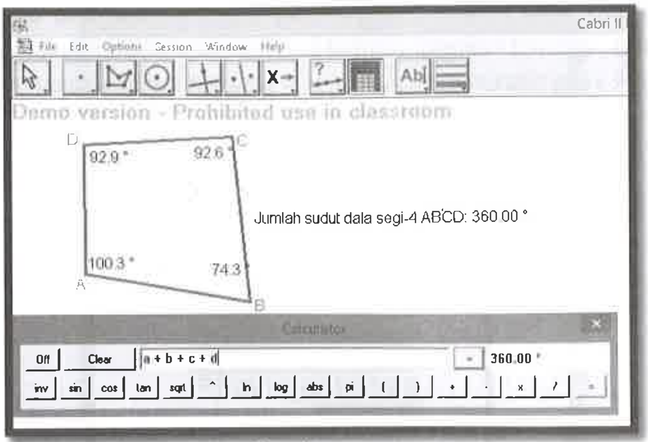
Untuk mengembangkan kemampuan penalaran terhadap masalah yang telah di sajikan dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Mulalilah mengajak siswa membuat segi- 4 ABCD dengan tombol *polygon* pada *toolbar*, kemudian buatlah segmen garis dari titik yang tidak segaris pada segi-4 tersebut menggunakan tombol *segment* pada *toolbar*.



Gambar 8.5

2. Tentukan besar masing-masing sudut segi- 4 menggunakan tombol *angle* pada *toolbar*. Kemudian, dengan menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar* tentukan jumlah dari sudut-sudut tersebut.



Gambar 8.6

3. Dengan cara yang sama seperti pada no.1 tentukan untuk segi-5, segi-6, segi-7 dan seterusnya.
4. Selanjutnya siswa mengumpulkan data dengan menggunakan *cabri II plus* untuk segi-6, segi-7, segi-8, dan seterusnya hingga didapat kecukupan data untuk mengkonstruksi konjektur awal.
5. Tuliskan data yang didapat pada tebel berikut.

Segi-*n*	Besarnya jumlah sudut dalam segi-*n*
3	180^0
4	380^0
5	540^0
6	720^0
....	....
....	....
...	....
dst	dst

6. Dari tabel siswa dapat diarahkan untuk menentukan hubungan antara segi-*n* dengan jumlah sudut dalam segi-*n*.

   Untuk segi-3, $n = 3$ maka jumlah sudut dalam segi-3 = $180^0 = 1\times180^0 = (3\text{-}2)\times180^0$

   Untuk segi-4, $n = 4$ maka jumlah sudut dalam segi-4 = $360^0 = 2\times180^0 = (4\text{-}2)\times180^0$

   Untuk segi-5, $n = 5$ maka jumlah sudut dalam segi-5 = $540^0 = 3\times180^0 = (5\text{-}2)\times180^0$

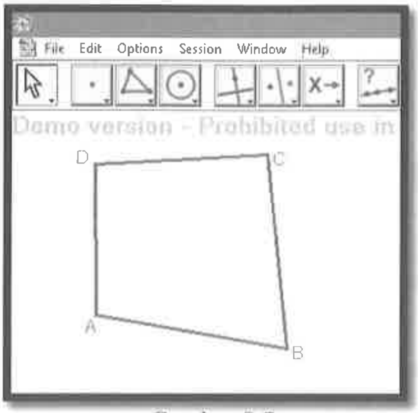
   Untuk segi-6, $n = 6$ maka jumlah sudut dalam segi-6 = $720^0 = 4\times180^0 = (6\text{-}2)\times180^0$

   dan seterusnya.

   sehingga,

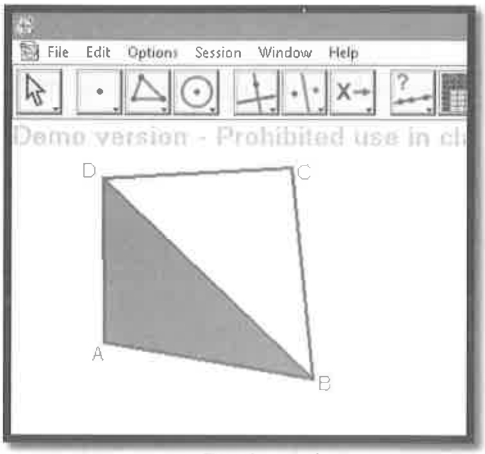
   Untuk segi-*n*, maka jumlah sudut dalam segi-*n* = $(n\text{-}2)\times180^0$

7. Cara lain untuk menentukan jumlah sudut dalam segi-*n* yaitu denga mengajak siswa membuat segi- 4 ABCD dengan tombol *polygon* pada *toolbar*, kemudian buatlah segmen garis dari titik yang tidak segaris pada segi-4 tersebut menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.*



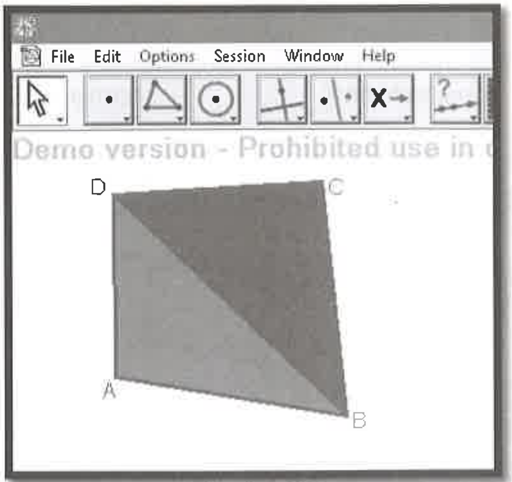
Gambar 8.7

8. Buatlah segitiga melalui dua buah sisi segi-4 tersebut menggunakan tombol *triangle* pada *toolbar.* Kemudian beri warna segitiga tersebut dengan tombol *fill* pada *toolbar.*



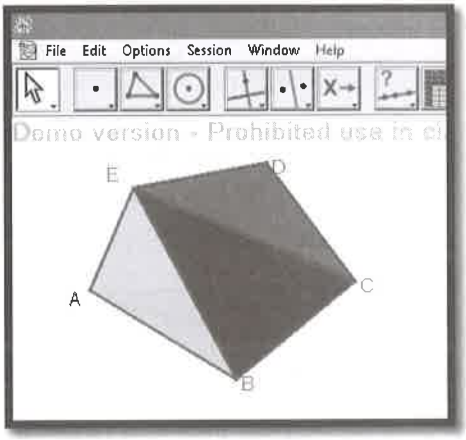
Gambar 7.8

9. Selanjutnya buat pula segitiga yang melalui dua sisi yang lain pada segi-4 tersebut. Warnai segitiga tersebut dengan tombol *fill* pada *toolbar.*



Gambar 8.9

10. Dengan cara yang sama seperti pada langkah-langkah no.7 sampai dengan no.9 tentukan untuk segi-5 ABCDE.



Gambar 8.10

11. Selanjutnya siswa mengumpulkan data dengan menggunakan *cabry II plus* untuk segi-6, segi-7, segi-8, dan seterusnya hingga didapat kecukupan data untuk mengkonstruksi konjektur awal.

12. Tuliskan data yang didapat pada tebel berikut.

Segi-n	Banyaknya segitiga yang terbentuk	Jumalah sudut dalam segitiga	Jumlah sudut dalam segi-n
3	1	180^0	1×180^0
4	2	180^0	2×180^0
5	3	180^0	3×180^0
6	4	180^0	4×180^0
....	....	....	....
....	....	....	....
...	....	...	....
dst	dst	180^0	.....

13. Dari tabel siswa dapat diarahkan untuk menentukan hubungan antara segi-n dengan jumlah sudut dalam segi-n.

    Untuk segi-3, $n = 3$ maka jumlah sudut dalam segi-3 = $180^0 = 1\times180^0 = (3\text{-}2)\times180^0$

    Untuk segi-4, $n = 4$ maka jumlah sudut dalam segi-4 = $360^0 = 2\times180^0 = (4\text{-}2)\times180^0$

    Untuk segi-5, $n = 5$ maka jumlah sudut dalam segi-5 = $540^0 = 3\times180^0 = (5\text{-}2)\times180^0$

    Untuk segi-6, $n = 6$ maka jumlah sudut dalam segi-6 = $720^0 = 4\times180^0 = (6\text{-}2)\times180^0$

    ....

    dan seterusnya.

    Sehingga, untuk segi-n, maka jumlah sudut dalam segi-n = $(n\text{-}2)\times180^0$

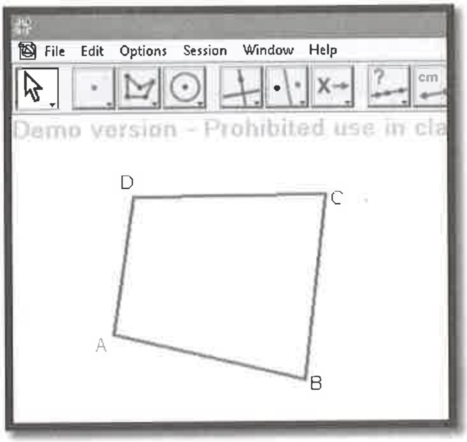
14. Kesimpulan yang didapatkan siswa bahwa jumlah sudut dalam segi-n = $(n\text{-}2)\times180^0$

Contoh Pembelajaran 4

Menentukan jumlah sudut luar segi-*n*.

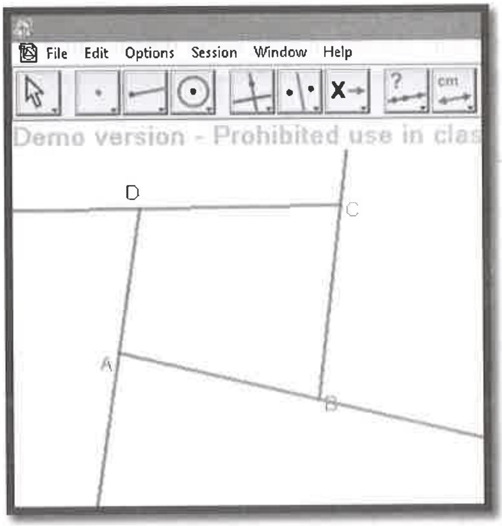
Untuk mengembangkan kemampuan penalaran terhadap masalah yang telah di sajikan dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Mulalilah dengan mengajak siswa membuat segi- 4 ABCD dengan tombol *polygon* pada *toolbar*, kemudian buatlah segmen garis dari titik yang tidak segaris pada segi-4 tersebut menggunakan tombol *segment* pada *toolbar.*



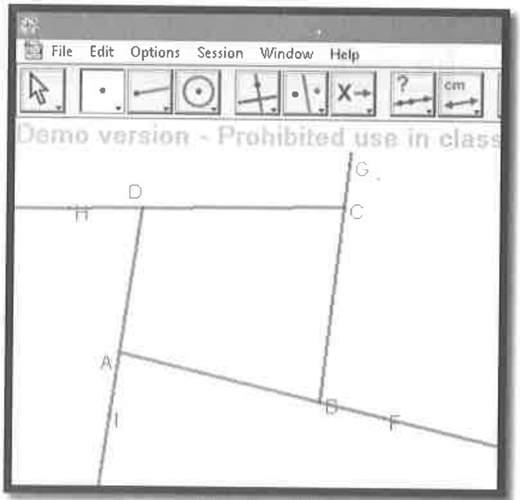
Gambar 8.11

2. Tentukan perpanjangan dari masing-masing sisi segi-4 tersebut menggunakan tombol *ray* pada *toolbar*.



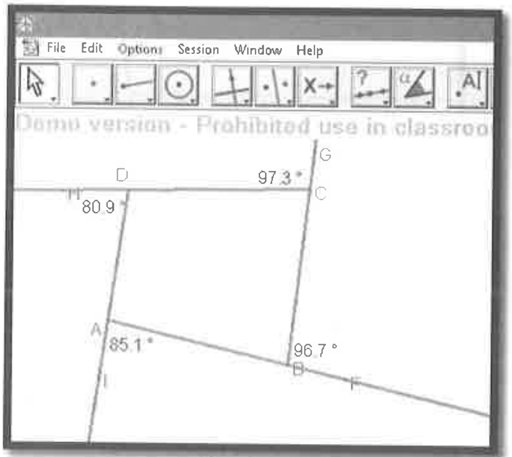
Gambar 8.12

3. Tentukan titik F, G, H dan I pada perpanjangan masing-masing sisi segi-4 tersebut menggunakan tombol *point on object* pada *toolbar*.



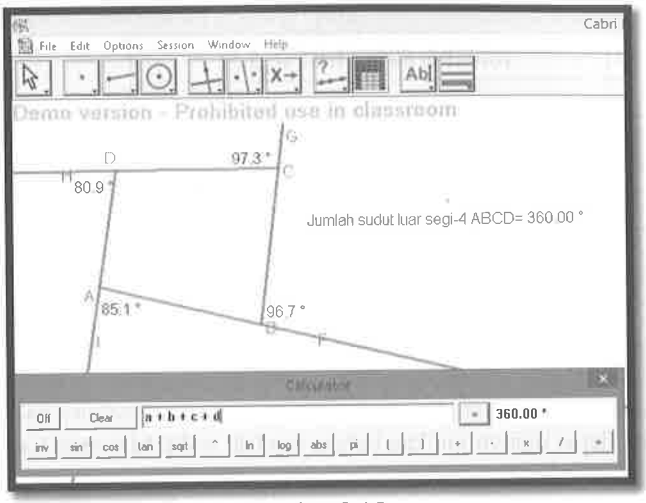
Gambar 8.13

4. Tentukan sudut luar dari masing-masing sudut dalam segi-4 tersebut menggunakn tombol *angle* pada *toolbar*.



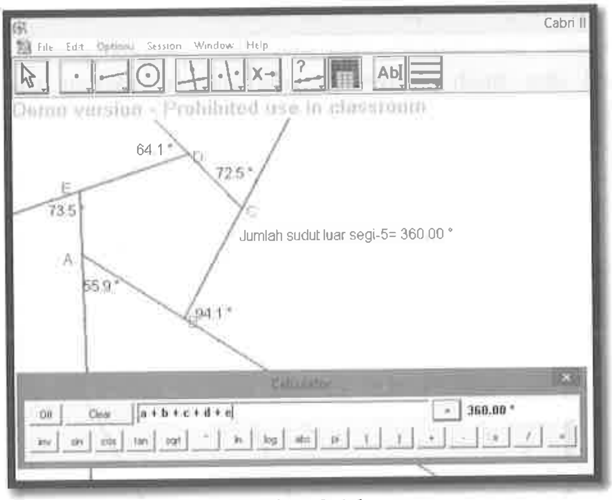
Gambar 8.14

5. Gunakan tombol *calculate* pada *toolbar* untuk menjumlahkan sudut luar segie-4 tersebut.



Gambar 8.15

6. Dengan cara yang sama seperti pada langkah-langkah no.1 sampai dengan no.5 tentukan untuk segi-5 ABCDE.



Gambar 8.16

7. Selanjutnya siswa mengumpulkan data menggunakan *cabry II plus* untuk segi-6, segi-7, segi-8, dan seterusnya hingga didapat kecukupan data untuk mengkonstruksi konjektur awal.

8. Tuliskan data yang didapat pada tebel berikut.

Segi-*n*	**Jumalah sudut luar segi-*n***
3	360^0
4	360^0
5	360^0
6	360^0
....	....
....	....
...	...
dst	dst

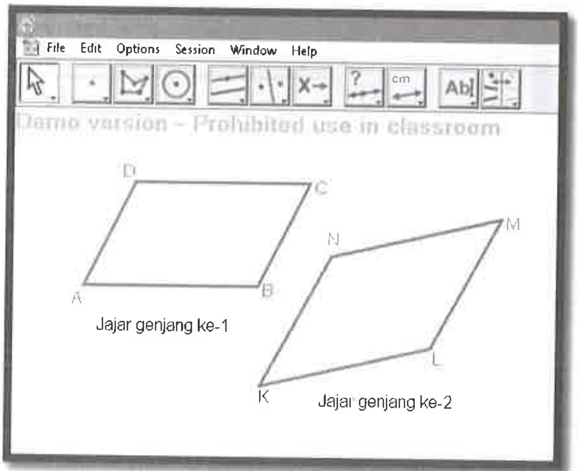
9. Sehingga siswa dapat menyimpulkan bahwa jumlah sudut luar segi-n = 360^0

Contoh Pembelajaran 5

Menentukan sifat-sifat jajaran genjang.

Untuk mengembangkan kemampuan penalaran terhadap masalah yang telah di sajikan dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Sebelum memulai menentukan sifat-sifat dari jajaran genjang sebelumnya guru mengkonstruksi dua buah jajaran genjang dengan ukuran yang berbeda dengan menggunakan *cabri II plus,* seperti terlihat pada gambar berikut.



Gambar 8.16

2. Save gambar yang sudah di konstruksi dengan menggunakan tombol *file* kemudian *save as* pada *titlebar*, nama *file* tersebut dengan "*figure_sifat jajaran genjang*". Kemudian bagikan *file* tersebut kepada siswa untuk di kopikan kepada perangkat komputer masing-masing.
3. Mulailah dengan mengajak siswa membuka *file* dengan tombol *open* pada *titlebar* pilih *file*

dengan nama " *figure_sifat jajaran genjang*" yang telah diberikn sebelumnya.

4. Setelah siswa membuka lakukan eksplorasi dengan memberikan pertanyan-pertanyaan sebagai berikut.
   a. Tentukan panjang sisi jajaran genjang ABCD dan KLMN dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Berapakah panjang masing-maing sisi jajarangenjang ABCD dan KLMN?

      Jawab:..

      ....

      ....

   b. Tentukan besar masing-masing sudut jajaran genjang ABCD dan KLMN dengan menggunakan tombol *angle* pada *toolbar*. Berapa besar masing-masing sudut jajaran genjang ABCD dan KLMN?

      Jawab:..

      ....

      ....

   c. Adakah kesamaan panjang dari sisi-sisi pada jajaran genjang ABCD dan KLMN? Jelaskan.

      Jawab:..

      ....

      ....

   d. Adakah kesamaan besar tiap sudut pada jajaran genjang ABCD dan KLMN? Jelaskan.

      Jawab:..

      ....

      ....

   e. Adakah kesamaan antara jajaran genjang ABCD dan jajaran genjang KLMN? Jelaskan.

      Jawab:..

      ....

      ....

   f. Berdasarkan panjang dan besar sudut, adakah perbedaan antara jajaran genjang ABCD dan Jajaran genjang KLMN? Jelaskan.

      Jawab:..

      ....

      ....

   g. Dengan menggunakan tombol *segment* tentukan diagonal pada jajaran genjang ABCD dan Jajaran genjang KLMN. Kemudian tentukan panjang masing-masing diagonal dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Adakah kesamaan dari tiap-tiap diagonal pada jajaran genjang ABCD dan Jajaran genjang KLMN? Jelaskan.

Jawab:..

....

....

h. Adakah sisi sejajar pada jajaran genjang ABCD dan jajaran genjang KLMN? sebutkan. Jawab:...

....

....

i. Berdasarkan sisi yang sejajar Adakah kesamaan jajaran genjang ABCD dan Jajaran genjang KLMN?

Jawab:..

....

....

j. Dengan menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar* jumlahkan sudut-sudut yang berhadapan pada tiap-tiap pada jajaran genjang ABCD dan Jajaran genjang KLMN. Adakah kesamaan dari penjumlahan sudut-sudut tersebut? Jelaskan.

Jawab:..

....

....

k. Berdasarkan jumlah sudut-sudut yang berhadapan, adakah kesamaan jajarangenjang ABCD dan Jajaran genjang KLMN? Jelaskan.

Jawab:..

....

....

5. Siswa diajak untuk menyimpulkan sifat-sifat jajaran genjang.

Dari eksplorasi yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa sifat-sifat jajaran genjang yaitu:

a. ....

b. ....

c. ....

d. ....

e. ....

f. ....

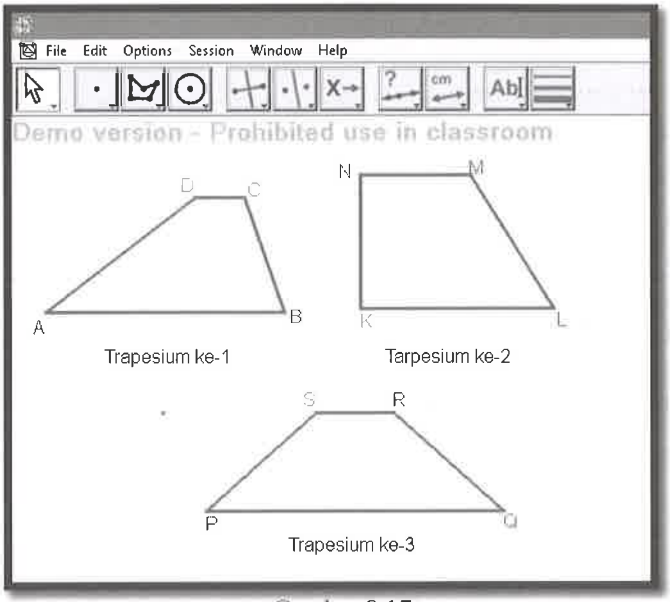
g. ....

Contoh Pembelajaran 6

Menentukan sifat-sifat trapesium.

Untuk mengembangkan kemampuan penalaran terhadap masalah yang telah di sajikan dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Mulailah mengajak siswa untuk mengkonstruksi tiga buah trapesium yaitu trapesium sama kaki, trapesium sembarang dan trapesium siku-siku dengan ukuran yang berbeda menggunakan *cabri II plus.* Namai trapesium-trapesium dengan trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS seperti terlihat pada gambar berikut.



Gambar 8.17

2. Lakukan eksplorasi dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut.
   a. Tentukan panjang sisi trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Berapakah panjang masing-maing sisi trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS?

      Jawab:...

      ....

      ....

   b. Tentukan besar masing-masing sudut trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS dengan menggunakan tombol *angle* pada *toolbar.* Berapa besar masing-masing sudut trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS ?

      Jawab:...

      ....

      ....

c. Adakah kesamaan panjang dari sisi-sisi pada trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

d. Adakah kesamaan besar tiap sudut pada trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

e. Adakah kesamaan antara trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

f. Dengan menggunakan tombol *segment* tentukan diagonal trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS. Kemudian tentukan panjang masing-masing diagonal dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar*. Adakah kesamaan dari tiap-tiap diagonal pada trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

g. Adakah sisi sejajar pada trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS? sebutkan.

Jawab:...

....

....

h. Berdasarkan sisi yang sejajar, adakah kesamaan antara trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS ? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

i. Dengan menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar* jumlahkan sudut-sudut yang berhadapan pada tiap-tiap trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS. Adakah kesamaan dari jumlahan sudut-sudut tersebut? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

j. Berdasarkan jumlah sudut-sudut yang berhadapan, trapesium ABCD, KLMN, dan PQRS? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

6. Siswa diajak untuk menyimpulkan sifat-sifat trapesium.

Dari eksplorasi yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa sifat-sifat trapesium yaitu:

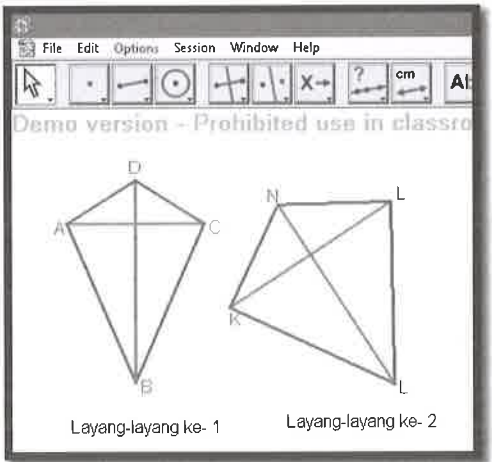
a. ....
b. ....
c. ....
d. ....
e. ....
f. ....
g. ....

Contoh Pembelajaran 7

Menentukan sifat-sifat layang-layang.

Untuk mengembangkan kemampuan penalaran terhadap masalah yang telah di sajikan dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Mulailah mengajak siswa untuk mengkonstruksi dua buah layang-layang dengan ukuran yang berbeda dengan ukuran yang berbeda menggunakan *cabri II plus.* Namai masing-masing dengan layang-layang ABCD dan layang-layang KLMN seperti terlihat pada gambar berikut.



Gambar 8.19

2. Lakukan eksplorasi dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut.

a. Tentukan panjang sisi layang-layang ABCD dan KLMN dengan menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Berapakah panjang masing-maing sisi layang-layang ABCD dan KLMN?

Jawab:...

....

....

b. Tentukan besar masing-masing sudut layang-layang ABCD dan KLMN menggunakan tombol *angle* pada *toolbar*. Berapa besar masing-masing sudut layang-layang ABCD dan KLMN?

Jawab:...

....

....

c. Adakah kesamaan panjang dari sisi-sisi pada layang-layang ABCD dan KLMN? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

d. Berdasarkan panjang sisinya, adakah kesamaan antara layang-layang ABCD dan layang-layang KLMN? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

e. Adakah kesamaan besar tiap sudut pada layang-layang ABCD dan KLMN? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

f. Berdasarkan panjang dan besar sudut, adakah perbedaan antara jajaran genjang ABCD dan Jajaran genjang KLMN? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

g. Dengan menggunakan tombol *intersection point* tentukan titik potong diagonal pada layang-layang ABCD dan Jajaran genjang KLMN. Berilah nama dengan titik O pada layang-layang ABCD dan titik P pada layang-layang KLMN. Kemudian tentukan panjang segmen AO, BO, CO, dan DO menggunakan tombol *distance or length* pada layang-layang ABCD. Dengan cara yang sama tentukan juga panjang segmen KP, LP, MP dan NP pada layang-layang KLMN. Adakah kesamaan panjang dari segmen-

segmen tersebut pada layang-layang ABCD dan Jajaran genjang KLMN? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

h. Berdasarkan panjang segmen yang telah ditentukan pada huruf "g", adakah kesamaan antara layang-layang ABCD dan layang-layang KLMN? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

i. Adakah sisi sejajar pada jajaran genjang ABCD dan Jajaran genjang KLMN? sebutkan. Jawab:..

....

....

j. Berdasarkan sisi yang sejajar Adakah kesamaan jajaran genjang ABCD dan Jajaran genjang KLMN? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

k. Gunakan tombol *calculate* pada *toolbar* jumlahkan sudut-sudut yang berhadapan pada tiap-tiap pada layang-layang ABCD dan layang-layang KLMN. Adakah kesamaan dari penjumlahan sudut-sudut tersebut? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

l. Berdasarkan jumlah sudut-sudut yang berhadapan, adakah kesamaan layang-layang ABCD dan layang-layang KLMN? Jelaskan.

Jawab:...

....

....

7. Siswa diajak untuk menyimpulkan sifat-sifat layang-layang.

Dari eksplorasi yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa sifat-sifat layang-layang yaitu:

a. ....

b. ....

c. ....

d. ....

e. ....

f. ....

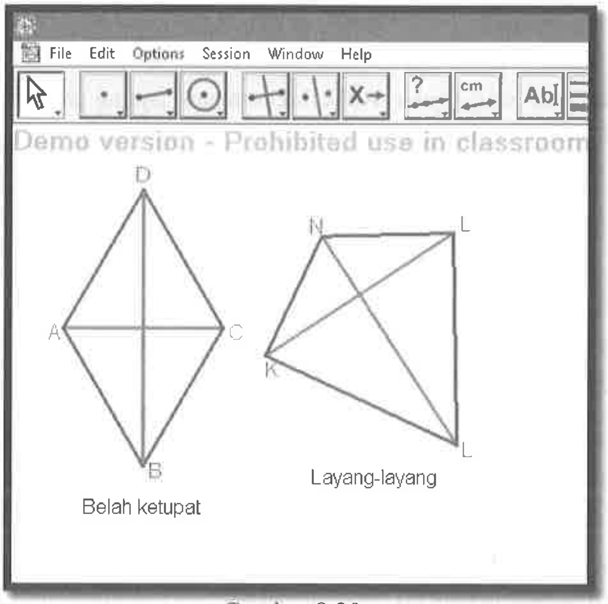
g. ....

Contoh Pembelajaran 8

Menentukan sifat-sifat belah ketupat.

Untuk mengembangkan kemampuan penalaran terhadap masalah yang telah di sajikan dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Sebelum memulai menentukan sifat-sifat dari belah ketupat sebelumnya guru mengkonstruksi sebuah layang-layang dan sebuah belah ketupat dengan menggunakan *cabri II plus.* Namai masing-masing dengan layang-layang ABCD dan belah ketupat KLMN seperti terlihat pada gambar berikut.



Gambar 8.20

2. Save gambar yang sudah di konstruksi dengan menggunakan tombol *file* kemudian *save as* pada *titlebar*, nama *file* tersebut dengan "*figure_sifat belah ketupat*". Kemudian bagikan *file* tersebut kepada siswa untuk di kopikan kepada perangkat komputer masing-masing.
3. Mulailah dengan mengajak siswa membuka *file* dengan tombol *open* pada *titlebar* pilih *file* dengan nama "*figure_sifat belah ketupat*" yang telah diberikn sebelumnya.
4. Setelah siswa membuka lakukan eksplorasi dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut.
   a. Tentukan panjang sisi belah ketupat ABCD dan layang-layang KLMN menggunakan tombol *distance or length* pada *toolbar.* Berapakah panjang masing-maing sisi belah ketupat ABCD dan layang-layang KLMN?

Jawab:...
....
....

b. Tentukan besar masing-masing sudut layang-layang ABCD dan KLMN menggunakan tombol *angle* pada *toolbar*. Berapa besar masing-masing sudut belah ketupat ABCD dan layang-layang KLMN?

Jawab:...
....
....

c. Adakah kesamaan panjang dari sisi-sisi pada belah ketupat ABCD dan layang-layang KLMN? Jelaskan.

Jawab:...
....
....

d. Berdasarkan panjang sisinya, adakah kesamaan antara belah ketupat ABCD dan layang-layang KLMN? Jelaskan.

Jawab:...
....
....

e. Berdasarkan besar sudutnya, adakah kesamaan antara belah ketupat ABCD dan layang-layang KLMN? Jelaskan.

Jawab:...
....
....

f. Gunakan tombol *intersection point* tentukan titik potong diagonal pada layang-layang ABCD dan Jajaran genjang KLMN. Berilah nama dengan titik O pada belah ketupat ABCD dan titik P pada layang-layang KLMN. Kemudian tentukan panjang segmen AO, BO, CO, dan DO dengan menggunakan tombol *distance or length* pada belah ketupat ABCD. Dengan cara yang sama tentukan juga panjang segmen KP, LP, MP dan NP pada layang-layang KLMN. Adakah kesamaan panjang dari segmen-segmen tersebut pada layang-layang ABCD dan Jajaran genjang KLMN? Jelaskan.

Jawab:...
....
....

g. Berdasarkan panjang segmen yang telah ditentukan pada huruf "g", adakah kesamaan antara belah ketupat ABCD dan layang-layang KLMN? Jelaskan.

Jawab:..

....

....

h. Tentukan kesamaan dan perbedaan layang-layang ABCD dengan unsur-unsur pada belah ketupat ABCD. Jelaskan.

Jawab:..

....

....

i. Dengan menggunakan tombol *calculate* pada *toolbar* jumlahkan sudut-sudut yang berhadapan pada tiap-tiap pada belah ketupat ABCD dan layang-layang KLMN. Adakah kesamaan dari penjumlahan sudut-sudut tersebut? Jelaskan.

Jawab:..

....

....

5. Siswa diajak untuk menyimpulkan sifat-sifat belah ketupat.

Dari eksplorasi yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa sifat-sifat belah ketupat yaitu:

a. ....

b. ....

c. ....

d. ....

e. ....

f. ....

g. ....

DAFTAR PUSTAKA

Anonim, Cabrilog. Http://en.diplodocs.com Texas Instruments Cabri Geometry II Setting Started

Anonim, Cabrilog, http://www.cabri.com/v2/pages/en/products_cg2p. php.

Anderson, J.(2009). *Mathematics Curriculum Development and the Role of Problem Solving.* Paper on ACSA Conference.

Ansari, B.I (2004). *Prosiding Seminar Nasional Matematika.* "Kontribusi Aspek *Talking and Writing* dalam Pembelajaran untuk Mengembangkan Kemampuan Pemahaman dan Komunikasi Matematik Siswa". Bandung: UPI

Arthur, W. B. (1994). *Inductive Reasoning and Bounded Rationality.*Published in Amer. Econ. Review (Papers and Proceedings), 84, 406, 1994.

Baan, M.A. De dan J.C Bos. *Ilmu Ukur untuk Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama Jilid I.* Jakarta: Pradnya Paramita.

Ball, D. L. & Bass, H. (2009). *With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures.* Paper based on keynote address at the43rd Jahrestagung für Didaktik der Mathematik held in Oldenburg, Germany, March 1 – 4, 2009.

Battista, M. T., (2013). *Geometry and Proof* [Online]. Tersedia: http://investigations.terc.edu/library/bookpapers/geometryand_proof.cfm. [5 September 2014].

Bell, F. H. (1987). *Teaching and Learning Mathematics (in Second School),* USA: Wm. C. Brown.

Brenner, M. E. (1998). *Development of Mathematical Communication in Problem Solving Groups By Language Minority Students.* Bilingual Research Journal, 22(2,3&4), 214-244.

Brodie, K. (2010). *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms.* London: Springer.

Budhi, S.W. (2006). *Langkah Awal Menuju ke Olimpiade Matematika.* Jakarta: Ricardo.

Coxford, A.F. (1995). "*The Case for Connections*" dalam *Connecting Mathematics Across The Curriculum.* NCTM Yearbook.

Charaher, D.W. (2008). *Early algebra and mathematical generalization.* ZDM Mathematics Education (2008) 40:3–22 DOI 10.1007/s11858-007-0067-7.

Euclid. (1976). *The Elemnt of Euclid.* Londin: James and Jhon Knapton.

Forrest, D. B. (2008). *Communication Theory Offers Insight into Mathematics Teachers' Talk.* The Mathematics Educator Journal Vol. 18, No. 2, 23–32.

Fosnot, C.T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing numbersense, addition, and subtraction.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Gentner, D. (1998). *Analogical Reasoning, Psychology of.* [online] tersedia:http://*groups.psych.northwestern.edu/gentner/papers/Gentner02a.pdf.* (Diakses pukul 10.36, 30-3-2015).

__________.(1989). *The mechanism of analogical learning.* In S. Vosni- adou and A. Ortony, editors, Similarity and analogical reasoning, pages 199–241. New York: Cambridge

University Press.

Goldenberg, E.P. (2000). *Thinking (And Talking) About Technology in Math Classrooms.* Education Development Center, Inc.

Goswani, U. (1991). *Analogical Reasoning: What Develops? A Review of Research and Theory.* [Child Development. 1991. 62, 1-22. © 1991 by the Society for Research in Child Development, Inc. All rights reserved. 0009-3920)1/6201-0013$01.00|.

Hagmayer, Y., Sloman, S., Lagnado, S. & Waldman, M.R. (2006). Causal *Reasoning Through Intervention.* Tersedia: http://www.ucl.ac.uk/lagnado-lab/publications/lagnado/intervention%20hagmayer%20et%20al.pdf. (Diakses pada pukul 7:26, 30-3-2015).

Jiang, Z. (2008). *Explorations and Reasoning in the Dynamic Geometry Environmen*t. [Online]. Tersedia: http://atcm.mathandtech.org/EP2008/papers_full/2412008_15336.pdf. [31 Agustus 2014].

Jhonson, L.P. (2009). *Deductive Reasoning.* John Wiley & Sons, Ltd. WIREs Cogn Sci 2010 1 8–17.

Khalid, M. *Communication In Mathematics: The Role Of Language And Its Consequences For English As Second Language Students.* http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2008/papers/PDF/7.Madihah_Khalid_Brunei.pdf (Diakses pada 27-3-2015, 9.50 PM)

Kusumah, Y.S. (2010). *Studi Tentang Penerapan Model Pembelajaran Matematika Berbasis Komputer Tipe Interaksi Tutorialdalam Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Siswa.* Makalah dalam Seminar Nasional Matematika 2004. Bandung: Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA-UPI.

__________ (1986). *Logika Matematika Elementer.* Bandung: Tarsito

Makar, K. (2015). *Connecting Mathematics Within and Beyond the Horizon Through Inquiry-Based Pedagogies.* Paper http://conversationsonkft.weebly.com/uploads/1/9/4/1/19412239/k._makar_2015_connecting_mathematics.pdf(Diakses pukul 1.53 AM, 29-3-2015).

Manktelow, K. (2005). *Reasoning and Thinkin.* Wolverhamton: Phsycology Press.

Mariotti, M.A. (2006). *Proof and Proving in Mathematics Education', in A. Gutiérrez and P. Boero (eds.), Handbook of research on the psychology of mathematics education,* Sense Publishers, Rotterdam, The Netherlands.

Martines, M.J. (2005). *ICT in Mathematics Education: geometry problem solving with applets.* Department of Languages and Computation, University of Almería, La Cañada de San Urbano s/n, 04120 Almería, Spain.

Martinho, M. H. (2009) *Communication In The Classroom: Practice And Reflection Of a Mathematics Teacher* . Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica), Supplemento n.2 al n. 19, G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Mousley, J. (2004). *An Aspect Of Mathematical Understanding: The Notion Of "Connected Knowing"* . Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR301_Mousley.pdf (Diakses pada pukul 12.23 AM, 29-3-2015).

NCTM. (2000). *Standards and Principles for School Mathematics.* Reston, VA: Author. ISBN: 0873534808

NCATE/NCTM Program Standards. (2003) .*Programs for Initial Preparation of Mathematics Teachers.* http://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/CAEP_Standards/NCTMSECONStandards.pdf (Diakses pukul 12.40 AM, 29-3-2015).

Patsiomitou, S. (2008). *Do geometrical constructions affect students algebraic expressions?. http://www.academia.edu/3515517/Patsiomitou_S._2008_Do_geometrical_constructions_affect_students_algebraic_expressions* (Diakses 23 Maret 2012].

Philips, E. (2001). *Connected Mathematics.* Michigan: Education Development Center, Inc.

Phil, J. (2009). *Deductive Reasoning.* John Wiley & Sons, Ltd.WIREs Cogn Sci2010 1 8–17.

Polya, G. (1981). *How to Solve It.* Zurich: Princeton University Press.

Posamentier, A. S. (2009). *Problem Solving in Mathematics Grade 3-5*, California: Corwin A Sage Company.

Rhodes, M. (2008). *Sample diversity and premise typicality in inductive reasoning: Evidence for developmental change.* http://psych.nyu.edu/cdsc/publications/Rhodes_Brickman_Gelman_2008_Cog.pdf (Diakses pukul 8.30 AM, 30-3-2015).

Risnawati, (2012). *Pengaruh Pembelajaran Dengan Pendekatan Induktif-Deduktif Berbantuan Program Cabri GeometriTerhadap Peningkatan Kemampuan Representasi Matematis Siswa Sekolah Menengah Pertama(Studi Eksperimen di SMP Negeri 8 Banda Aceh).* Tesis SPs UPI Bandung: Tidak Diterbitkan.

Robertson, S. I. *Problem Solving.*Phyladelpia: Tylor & Francis Ink.

Schumann, H. (2000). *For The Design Of A Computer Integrating Geometry Curriculum* . http://www.mathe-schumann.de/veroeffentlichungen/forthedesign/content.htm (Diakses pukul 12.09 PM, 31-3-2015).

Sloutsky, V.M. (2005). *Similarity, Induction, Naming, and Categorization (SINC): Generalization or Inductive Reasoning? Reply to Heit and Hayes.* Journal of Experimental Psychology: General 2005, Vol. 134, No. 4, 606–611.

Soifer, Ar. *Mathematics as Problem Solving Second Edition.* Colorado: Springer.

Stacey, K. (2009). *Modes of reasoning in explanations in Australian eighth-grade mathematics textbooks.* Educ Stud Math 72:271–288 DOI 10.1007/s10649-009-9193-1

Stamatis, D.H. *Six Sigma and Beyond , Problem Solving and Basic Mathematics.* New York: ST. Lucie Press

Suherman, E. Dkk. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer.* FPMIPA-JICA UPI Bandung: Tidak Diterbitkan.

Sumarmo,U. (2003) . Pengembangan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi pada Siswa SLTP dan SMU serta Mahasiswa Strata Satu (S1) melalui berbagai Pendekatan Pembelajaran. Bandung.*Laporan Penelitian* Pascasarjana UPI-Bandung.

_______. (2002). *Kemandirian Belajar: Apa, Mengapa dan bagaimana Dikembangkan pada Peserta Didik.* Makalah pada seminar pendidikan matematika di Jurusan Matematika FPMIPA Universitas Negeri Yogyakarta. [8 Juli 2002].

________. (2010). *Berpikir dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagaimana dikembangkan pada Peserta Didik.* [Online]. Tersedia: http://math.sps.upi.edu/wp-content/upload/2010/02/ BERPIKIR-DAN-DISPOSISI-MATEMATIK-SPS-2010.pdf. [31 Agustus 2014].

________. (1987). Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematika Siswa Dikaitkan dengan Kemampuan Penalaran Logik Siswa dan Beberapa Unsur Proses Belajar Mengajar. Disertasi UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Suriasumantri, J. S. (2005). *Filsafat Ilmu Sebuah Pengantar Populer.* Jakarta: Pustaka Sinar Harapan.

Wahyudin. (2008). *Pembelajaran dan Model-model Pembelajaran: Pelengkap untuk meningkatkan Kompetensi Pedagogis Para Guru dan Calon Guru Profesional. Bandung: diktat Perkuliahan* UPI. Tidak diterbitkan.

Whitin, P., & Whitin, D. J. (2002). "*Promoting communication in themathematics classroom.*" Teaching Children Mathematics, 9(4), 205–211.

Wilkins & Kosko. (2006). *Mathematical Communication and Its Relation to The Frequensy of Manipulative Use.* International Journal of Mathematics Education. 5(2), 79-90/.

GLOSARIUM

A

Abstrak Tidak berwujud.

Abstraksi Metode untuk mendapatkan kepastian hukum atau pengertian melalui penyaringan thd gejala atau peristiwa.

Akal Daya piker untuk memahami sesuatu.

Aksioma Kebenaran pangkal atau pernyataan yang diasumsikan benar.

Akurat Teliti.

Aktivitas Kegiatan.

Algoritma Suatu metode khusus yang tepat dan terdiri dari serangkaian langkah yang terstruktur dan dituliskan secara matematis.

Analisis Penyelidikan terhadap suatu peristiwa untuk mengetahui keadaan yg sebenarnya.

Analogi Persamaan atau persesuaian antara dua benda atau hal yg berlainan.

Analogi Matematis Penalaran yang didasarkan pada persamaan atau persesuaian antara dua benda atau hal yg berlainan dalam matematika.

Aplikasi Penggunaan, penerapan.

Argumen Alasan yg dapat dipakai untuk memperkuat atau menolak suatu pendapat, pendirian, atau gagasan.

B

Bukti formal Kebenaran pangkal atau pernyataan yang diasumsikan benar.

Belah ketupat Jajaran genjang yang semua sisinya sama panjang.

C

Colinear Terletak pada satu garis.

D

Deduksi formal penarikan kesimpulan dari keadaan yang menggunakan aturan yang sah.

Definisi Kata, frasa, atau kalimat yg mengungkapkan makna, keterangan, atau ciri utama dr orang, benda, proses, atau aktivitas; batasan.

Diagonal segmen garis yang ditarik dari dua buah titik yang tak segaris.

Dinamis Bergerak dan mudah menyesuaikan diri dengan keadaan.

Diskriptif Paparan suatu hal.

Dynamic geometry software Perangkat lunak geometri yang dinamis.

E

Efektif Dapat membawa hasil.

Efisien Mampu menjalankan tugas dengan tepat dan cermat.

Eksplorasi Penjelajahan lapangan dengan tujuan memperoleh pengetahuan lebih banyak,; dan penyelidikan suatu konsep matematika.

Empiris Berdasarkan pengalaman terutama yg diperoleh dr penemuan, percobaan, pengamatan yg telah dilakukan.

Evaluasi Kegiatan penilaian pada pembelajaran.

F

Fleksibel Luwes, mudah dan cepat menyesuaikan diri.

Formal Sesuai dengan peraturan yang sah.

Fungsional Berdasarkan fungsinya atau dilihat dari segi fungsi.

G

Garis Bagian geometri memiliki panjang tapi tidak memiliki lebar.

Garis bagi sudut Garis yang membagi sudut suatu bangun gemutri dua sama besar.

Garis sumbu Garis tegak lurus melalui titik tengah suatu segmen garis.

Garis tinggi Garis Garis yang ditarik dari satu titik sudut bangun geometri tegak lurus terhadap sisi dihadapannya.

Generalisasi Membentuk gagasan atau simpulan umum dari suatu kejadian.

Generalisasi Matematis Membentuk gagasan atau simpulan umum dari suatu kejadian matematika.

Grafik Diagram atau bagan

I

Induktif Penalaran didasarkan atas hal-hal umum untuk menentukan suatu kesimpulan

Inferensi Yang disimpulkan

Inovasi Penemuan baru yang berbeda dari yang sudah ada atau yang sudah dikenal sebelumnya.

Instruksi Perintah atau arahan.

Intuisi Daya atau kemampuan mengetahui atau memahami sesuatu tanpa dipikirkan atau dipelajari.

Investigasi Penyelidikan dengan mencatat atau merekam fakta, melakukan peninjauan, percobaan, dengan tujuan memperoleh jawaban atas pertanyaan.

J

Jajaran genjang Segiempat yang dua pasang sisinya saling sejajar.

Jastifikasi Putusan (alasan, pertimbangan) berdasarkan pemikiran.

K

Karakteristik Mempunyai sifat yang khas.

Kemampuan spasial Kemampuan yang berkenaan dengan ruang atau tempat.

Koherensi Berhubungan atau bersangkut paut.

Komunikasi Pengiriman dan penerimaan pesan antara dua orang atau lebih sehingga pesan yg dimaksud dapat dipahai.

Komunikasi matematis Pengiriman dan penerimaan pesan (konsep matematika) dua orang atau lebih dalam pembelajaran matematika sehingga pesan yg dimaksud dapat dipahami.

Komputer Alat elektronik otomatis yg dapat menghitung atau mengolah data secara cermat menurut yang diinstruksikan, dan memberikan hasil pengolahan, serta dapat menjalankan sistem multimedia (film, musik, televisi, faksimile, dsb), biasanya terdiri atas unit pemasukan, unit pengeluaran, unit penyimpanan, serta unit pengontrolan.

Koneksi Hubungan yang dapat memudahkan segala kegiatan.

Konjektur Dugaan awal dalam matematika.

Koneksi matematis Hubungan ygang dapat memudahkan segala kegiatan belajar matematika.

Konfirmasi Penegasan atau pembenaran.

Kongruen Sama dan sebangun.

Konsep Ide atau pengertian yg diabstrakkan dr peristiwa konkret.

Konstruksi Susunan atau hubungan antara bangun.

Konteks Situasi yang ada hubungannya dengan suatu kejadian.

Kontradiksi Pembuktian dengan pertentangan antara dua hal yg sangat berlawanan atau bertentangan.

Kontrapositif Pembuktian tak langsung dari lawan suatu implikasi

Konvensional Berdasarkan kesepakatan umum atau tradisonal.

Koordinat Tempat kedudukan titik

Kreatif Memiliki kemampuan untuk menciptakan

L

Kreatif MTempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama dari suatu titik yang disebut titik pusat lingkaran.

Logika Pengetahuan tentang kaidah berpikir.

M

Manipulasi Tindakan untuk mengerjakan sesuatu dng tangan atau alat-alat mekanis secara terampil.

Maslah terbuka Permasalahan yang memerlukan banyak jawaban atau permasalahan yang memerlukan banyak cara.

N

Noncolinear Tidak terletak pada satu garis.

O

Objek Hal atau perkara yang menjadi pokok pembicaraan.

Optimal Terbaik atau paling menguntungkan

P

Pembuktian matematis Kegiatan yang bertujuan untuk menemukan sesuatu yang menyatakan kebenaran suatu peristiwa matematika.

Penalaran Cara menggunakan nalar; pemikiran atau cara berpikir logis.

Penalaran matematis Cara menggunakan nalar atau pemikiran.

Pola Bentuk atau struktur yang tetap.

Pernyataan Hal menyatakan.

Persegi Persegi panjang yang salah satu sudutnya 90^0

Persegi panjang Jajaran genjang yang salah satu sudutnya 90^0

Prediksi Perkiraan suatu jawaban.

Preposisi Pernyataan yang sudah jelas nilai kebenaranya.

Perspektif formal Sudut pandang yang sesuai dengan cara formal.

Perspektif informal Sudut pandang yang berbeda yang tidak sesuai dengan cara formal.

Postulat Asumsi yang menjadi pangkal dari kebenaran yang tidak perlu dibuktikan.

R

Relasi Hubungan atau pertalian.

Rigor Mahir menggunakan aturan formal.

S

Sebangun Memiliki bentuk yang sama.

Software Perangkat lunak pada komputer.

Segmen Garis yang dibatasi oleh dua buah titik.

Segitiga Dari tiga buah titik yang *noncoliner* dapat dibuat sebuah segitiga.

Segitiga sebarang Segitiga yang panjang semua sisinya berbeda

Segitiga sama sisi Segitga yang panjang semua sisinya sama.

Segitiga sama kaki Segitiga yang panjang dua buah sisinya sama.

Segitiga siku-siku Segitiga yang salah satu sudutnya 90^0

Segitiga lancip Segitiga yang semua sudutnya kurang dari 90^0

Segitiga tumpul Segitiga yang salah satu sudutnya lebih dari 90^0

Segi-4 Dari empat buah titik yang *noncoliner* dapat dibuat sebuah segit-4.

Segi-5 Dari lima buah titik yang *noncoliner* dapat dibuat sebuah segit-5.

Segi-6 Dari enam buah titik yang *noncoliner* dapat dibuat sebuah segit-6.

Segi-7 Dari tujuh buah titik yang *noncoliner* dapat dibuat sebuah segit-7.

Segi-8 Dari delapan buah titik yang *noncoliner* dapat dibuat sebuah segit-8.

Segi-*n* Dari *n* buah titik yang *noncoliner* dapat dibuat sebuah segit-8.

Sejajar Dua garis yang tidak memiliki sekutu.

Silogisme cara berpikir atau menarik simpulan yang terdiri atas premis umum, premis khusus, dan simpulan.

T

Tegak lurus Garis berpotongan membentuk sudut siku-siku.

Teorema Pernyataan yang harus dibuktikan nilai kebenaranya.

Teknologi Metode ilmiah untuk mencapai tujuan praktis atau ilmu pengetahuan terapa.

Teori Pendapat yang didasarkan pada penelitian dan penemuan, didukung oleh data dan argumentasi.

Titik Bangun geometri yang tidak memiliki panjang dan lebar.

V

Valid Sahih atau menurut cara yang semestinya.

Verbal Secara lisan.

Visual Berdasarkan penglihatan

Visualisasi Pengungkapan suatu gagasan dengan menggunakan bentuk gambar, dan grafik.

INDEK

A

B

C

D

E

F

G

H

I

T

V

PEMBELAJARAN

GEOMETRI

BERBANTU CABRI 2 PLUS

(PANDUAN PRAKTIS MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN MATEMATIS)

Samsul Maarif, M.Pd

Dalam rangka meningkatkan kualitas pendidikan pada tingkat yang lebih tinggi, maka upaya perbaikan-perbaikan dalam pembelajaran perlu dilakukan secara terus menerus. Kemajuan teknologi menjadi salah satu indikator dalam inovasi pembelajaran.Kemajuan teknologimengambil peranan penting dalam inovasi pembelajaran, sehingga turut memberikan pengaruh terhadap pergeseran paradigm pembelajaran matematika khususnya pembelajaran geometri. Untuk itu, perlu dikembangkan sebuah pembelajaran matematika dengan menggunakan suatu perangkat lunak (software) matematika terutama Dynamics Geometry Software (DGS). Salah satu software DGS yang dapat digunakan dalam pembelajaran geometri datar adalah Cabri II Plus. Beberapa hal yang dapat digunakan oleh cabri II plus adalah mengkonstruksi gambar sama seperti apa yang bisa dilakukan oleh penggaris, pensil, jangka, dan lain-lain sehingga hasilnya bisa lebih akurat, dapat dimanipulasi dengan mudah hanya dengan mengklik tombol yang tersedia dalam aplikasi. Eksplorasi geometri berbantu Cabri II Plus akan membantu seseorang dalam mengembangkan kemampuan matematis.

Buku ini menyajikan pengenalan software Cabri II Plus, penggunaan tombol-tombol padaCabri II Plus dan cara mengkonstruksi bangun geometri menggunakan Cabri II Plus. Selain itu, buku ini juga menyajikan beberapa contoh penyajian materi geometri berbantu Cabri II Plus dalam upaya mengembangkan kemampuan matematis yang meliputi: kemampuan pembuktian matematis, kemampuan pemecahan masalah matematis, kemampuan komunikasi matematis, kemampuan koneksi matematis dan kemampuan penalaran matematis.

Penulis berharap dengan ditulisnya buku ini dapat memberikan sedikit sumbangsih pemikiran untuk dapat dimanfaatkan dalam rangka peningkatan kualitas pembelajaran matematika.

IN MEDIA

ISBN : 978-602-0946-43-6

9 786020 946436