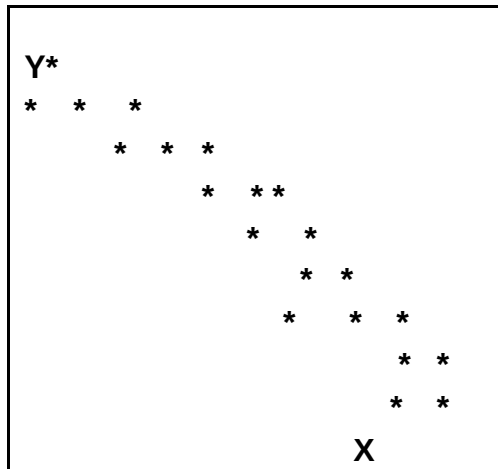


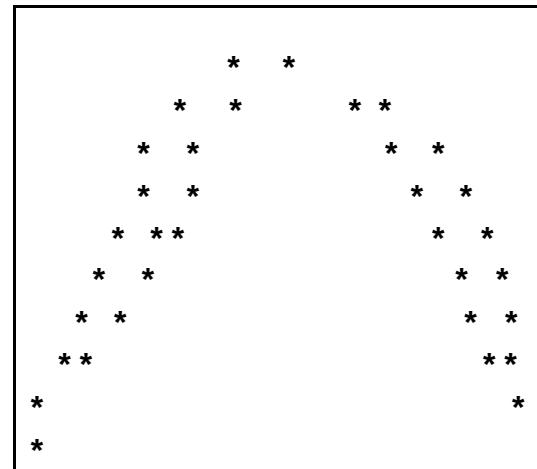
BAB V

KORELASI DAN REGRESI LINEAR

Persamaan regresi dipergunakan untuk memprediksi besarnya variabel terikat, apabila diketahui besarnya variabel bebas dan persamaan (model) regresinya. Terdapat bermacam persamaan regresi, diantaranya regresi linier, kuadratik, parabolik dsb. Yang akan dipelajari hanya regresi linier sederhana dan regresi linier ganda dengan dua variabel bebas.



(1) Sebaran data Regresi Linier



(2) Sebaran data Regresi non-Linier

A. REGRESI LINEAR SEDERHANA

1. Model Regresi linier sederhana Y atas X: $\hat{Y} = a + bX$

Y = varabel terikat; X = variabel bebas

.a = koefisien / konstanta .b = koefien regresi

Mencari besar koefisien a dan koefisien regresi b. Ada dua cara:

$$(1) b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} \quad (2) b = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$.a = \bar{Y} - b \bar{X}$$

$$.x = X - \bar{X}$$

$$.y = Y - \bar{Y}$$

2. Jumlah Kuadrat (JK):

a. Jumlah kuadrat total: $JK(T) = \sum Y^2$

b. Jumlah kuadrat regresi a: $JK(a) = \frac{(\sum Y)^2}{n}$

c. Jumlah kuadrat tereduksi: $JK(R) = JK(T) - JK(a) = \sum Y^2 - \frac{\sum Y^2}{n} = \sum y^2$

d. Jumlah kuadrat regresi b: $JK(b) = JK(\text{reg } b) = b \sum xy =$

$$b \left\{ \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n} \right\}$$

e. Jumlah kuadrat Sisa: $JK(S) = JK(T) - JK(a) - JK(b)$
 $= JK(R) - JK(b)$

f. Jumlah kuadrat Galat (kekeliruan) : $JK(G) = (\sum y^2_k)$

$$= \sum \left\{ \sum Y_k^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n_k} \right\}$$

g. Jumlah kuadrat Tuna Cocok: $JK(TC) = JK(S) - JK(G)$

3. Uji Signifikansi Regresi:

$$F_h = \frac{JK(\text{reg})}{JK(S)/(n-2)} = \frac{JK(\text{reg } b)}{JK(S)/(n-2)} \quad F_h > F_t \rightarrow \text{regresi signifikan}$$

F_t = F tabel dengan dk pembilang 1 dan dk penyebut (n-2),
untuk alpha (α) yang dipilih.

4. Uji Linieritas Regresi:

$$F_h = \frac{JK(TC)/(k-2)}{JK(G)/(n-k)} \quad F_h < F_t \rightarrow \text{regresi linear}$$

F_{tabel} dk pembilang = (k-2) dan dk penyebut (n - k).

5. Galat (Kekeliruan) Baku Taksiran:

$$s_{yx} = \sqrt{\left\{ \frac{JK(S)}{(n-2)} \right\}}$$

6. Koefisien korelasi (r) -sampel

$$r = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{n\sum X^2 - (\sum X)^2\} \{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

7. Uji Signifikansi Korelasi, untuk korelasi positif:

$$H_0 : \rho = 0$$

$\rho = \text{rho} = \text{koefisien korelasi populasi}$

$$H_1 : \rho > 0$$

$\rho = 0$ berarti tidak ada korelasi

$\rho > 0$ ada korelasi positif.

Daftar ANAVA Regresi Linier Sederhana

Sumber variasi	Dk	JK	RJK	Fh	Ft
Total	N	$\sum Y^2$			
Koefisien (a)	1	JK (a)	JK (a)	$.S^2_{\text{reg}} / S^2_{\text{sis}}$	Ft = (α), dk= 1, (n-2)
Koefis reg(b)	1	JK (b)	$.S^2_{\text{reg}} = \text{JK (b)}$		
Sisa (Residu)	n-2	JK (S)	$.S^2_{\text{sisa}} = \text{JK(S)/(n-2)}$		
Tuna Cocok Galat	k-2 n-k	JK (TC) JK (G)	$.S^2_{\text{Tc}} = \text{JK(TC)/(k-2)}$ $.S^2_{\text{G}} = \text{JK(G)/(n-k)}$	$.S^2_{\text{TC}} / S^2_{\text{G}}$	Ft (linier) Ft = (α), dk= (k-2)(n-2)

B. CONTOH REGRESI LINIER SEDERHANA Y ATAS X

Lima orang siswa mengerjakan soal Matematika (X) dan soal Statistika (Y). Skor matematika sebagai variabel bebas dan skor Statistika sebagai variabel terikat. Skor sebagai berikut.

Siswa	X	Y
A	20	16
B	6	4
C	12	8
D	20	12
E	12	10

1. Bagaimana persamaan regresinya?
2. Apakah regresi signifikan, dan apakah regresi linier?
3. Berapa koefisien korelasinya? Koefisien korelasi positif atau negatif?
4. Apakah koefisien korelasi signifikan?
5. Berapa koefisien determinasi?

***kurniawan**

1. Model Regresi linier sederhana: $\hat{Y} = a + bX$

Cara 1 (rumus 1)

Skor dibuat urut dari besar ke kecil berdasarkan skor X

Siswa	X	Y	$.x = X - \bar{X}$ (bar)	x^2	$y = Y - \mu$	y^2	xy
A	20	16	6	36	6	36	36
D	20	12	6	36	2	4	12
E	12	10	-2	4	0	0	0
C	12	8	-2	4	-2	4	4
B	6	4	-8	64	-6	36	48
Σ	70	50	0	144	0	80	100
Rerata	14	10					

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

$$.b = (100)/144 = 0,69$$

$$.a = \bar{Y} - b \bar{X} = 10 - (0,69)14 = 0,34$$

$$\text{Model Regresi : } \hat{Y} = 0,34 + 0,69X$$

Mencari harga koefisien b rumus lain :

Siswa	X	Y	Kelompok	XY	X ²	Y ²
A	20	16	k-1	320	400	256
D	20	12	k-1	240	400	144
E	12	10	k-2	120	144	100
C	12	8	k-2	96	144	64
B	6	4	k-3	24	36	16
Σ	70	50	Σk=3	800	1124	580
Rerata	14	10				

$$b = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{5(800) - (70)(50)}{5(1124) - (70)^2} = \frac{500}{720} = 0,69$$

$$.a = \bar{Y} - b \bar{X} = 10 - (0,69)14 = 0,34$$

$$\text{Model Regresi : } \hat{Y} = 0,34 + 0,69X$$

2. Uji sigifikansi regresi dan linieritas regresi

Jumlah Kuadrat:

a. JK Total: $JK(T) = \sum Y^2 = 16^2 + 12^2 + 10^2 + 8^2 + 4^2 = 580$

b. JK Regresi a: $JK(a) = \frac{(\sum Y)^2}{n} = \frac{(50)^2}{5} = 500$

c. JK Total Direduksi/Dikoreksi: $JK(R) = JK(T) - JK(a)$ (a-b)
 $= \sum y^2 = 580 - 500 = 80$

d. JK Regresi b: $JK(b) = JK(\text{reg b}) = b\sum xy = (0,69)(100) = 69$

e. JK Sisa: $JK(S) = JK(R) - JK(\text{reg b}) = 80 - 69 = 11$ (c-d)

f. JK Galat: $JK(G) = (\sum Y_k^2) =$

$$\left\{16^2 + 12^2 - \frac{(16+12)^2}{2}\right\} + \left\{10^2 + 8^2 - \frac{(10+8)^2}{2}\right\} + \left\{4^2 - \frac{4^2}{1}\right\} = 8 + 2 + 0 = 10$$

g. JK Tuna Cocok: $JK(TC) = JK(S) - JK(G) = 11 - 10 = 1$ (e-f)

Tabel ANAVA Untuk Regresi Linear Sederhana:

Sumber variasi	Dk	JK	RJK	Fh	Ft
Total	N	$\sum Y^2$			
Koefisien (a)	1	JK (a)	JK (a)		$F_t = (\alpha)$,
Koefis reg(b)	1	JK (b)	$.S^2_{reg} = JK(b)$	$.S^2_{reg} / S^2_{sis}$	dk= 1, (n-2)
Sisa (Residu)	n-2	JK (S)	$.S^2_{sis} = JK(S)/(n-2)$		
Tuna Cocok	k-2	JK (TC)	$.S^2_{TC} = JK(TC)/(k-2)$	$.S^2_{TC} / S^2_G$	F_t (linier)
Galat	n-k	JK (G)	$.S^2_G = JK(G)/(n-k)$		$F_t = (\alpha)$, dk= (k-2)(n-k)

Sumber variasi	Db	JK	RJK = Jk/db	Fh	Ft
Total	N= 5	580 (a)			
Reg. a	1	500 (b)	500		Regresi
Reg. b	1	69 (d)	69	18,6	$F_{t(0,05; 1/3)}$
Sisa	(N-2) 5-2=3	11 (e)	3,7		=10,13
Tu. Cocok	(K-2) 3-2=1	1 (g)	1		Linier
Galat	(N-K) 5-3=2	10 (f)	5	0,2	$F_{t(0,05; 1/2)} = 18,51$

a. Uji Signiflkansi Regresi

$H_0 : \beta = 0 \rightarrow$ regresi tidak signifikan

$H_1 : \beta > 0 \rightarrow$ regresi signifikan

β = Koefisien regresi populasi

Kriteria: $F_h > F_t$, regresi signifikan

Karena $F_h = 18,6 > 10,13 = F_t$, maka regresi signifikan

Artinya besarnya koefisien regresi (arah regresi) signifikan.

b. Uji Linearitas Regresi:

$H_0 : Y = \alpha + \beta X \rightarrow$ regresi linier

$H_1 : Y \neq \alpha + \beta X \rightarrow$ regresi tidak linier

Kriteria; $F_h < F_t$, regresi linear

Karena $F_h = 0,2 < 18,51 = F_t$, maka regresi linear (bukan yang lain, misalnya kuadratik dsb).

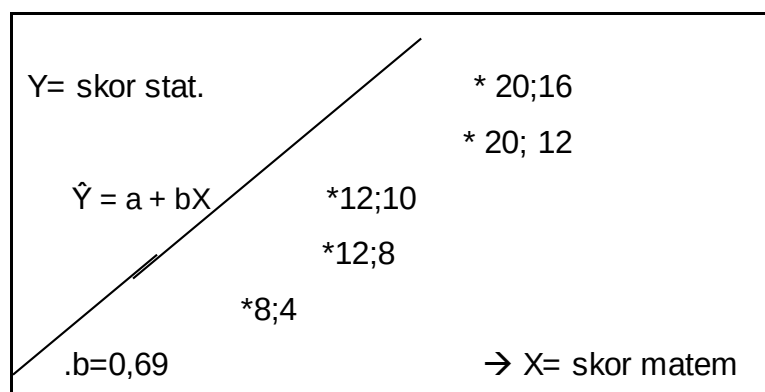
Karena (model) regresi signifikan dan linier, maka persamaan regresi : $\hat{Y} = 0,34 + 0,69X$ dapat dipergunakan untuk prediksi.

Apabila X = skor matematika bertambah dengan satu skor , maka hasil belajar statistika bertambah dengan 0,69. Misalnya rerata skor matematika 80, maka prediksi rerata skor statistika = $0,34 + 0,69 \times 80 = 55,54$

Jika regresi signifikan diteruskan untuk mencari apakah ada korelasi. antara hasil belajar matematika dengan hasil belajar statistika.

3. Koefisien Korelasi

Besarnya koefisien korelasi sampel (r) memprediksi ada tidaknya atau berapa kuat hubungan antara variabel bebas (X) dengan variabel terikat (Y). Nilai/besar koefisien korelasi (r) antara $-1 < r < 1$. Untuk $r = 1$ dikatakan terdapat hubungan positif sempurna. Untuk $r = -1$ terdapat hubungan negatif sempurna. Untuk $r = 0$ tidak terdapat hubungan antar variabel.



0,34

Apakah ada korelasi antara hasil belajar matematika dengan hasil belajar statistika (dengan data di atas).

Besarnya koefisien korelasi antara X (variabel bebas=skor matematika dan Y= (variabel terikat = skor statistika). **Dapat dicari dengan 2 (dua) rumus.**

$$(1) \quad r_{xy} = \frac{\sum xy}{\sqrt{(\sum x^2)(\sum y^2)}} = \frac{100}{\sqrt{(144)(80)}} = \frac{100}{107,3} = 0,93$$

$$(2) \quad r = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{n\sum X^2 - (\sum X)^2\}\{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}} = \frac{5(800) - (70)(50)}{\sqrt{\{5(1124) - 70^2\}\{5(580) - 50^2\}}} = 500/536 = 0,93$$

4. Uji Signifikansi Korelasi:

. $H_0 : \rho = 0$ $\rho = \text{rho} = \text{koefisien korelasi populasi}$

$H_1 : \rho > 0$ $r = \text{koefisien korelasi sampel}$

$\rho = 0$ berarti tidak ada korelasi antara hasil matematika dan hasil statistika untuk populasi

$\rho > 0$ ada korelasi positif antara hasil belajar matematika dengan hasil belajar statistika.

.Kriteria : Rumus t_{hitung} untuk menguji koefisien korelasi.

$$t_{\text{th}} = \frac{r \sqrt{(n-2)}}{\sqrt{(1-r^2)}} = \frac{0,93 \sqrt{3}}{\sqrt{0,1351}} = 4,38$$

Apabila t_{hitung} lebih besar dari t_{tabel} dengan $dk = n - 2$, maka korelasi signifikan. Harga t_{tabel} untuk $\alpha = 0,05$ adalah $dk = 5 - 2 = 3$ adalah 2,35

Karena $t_{\text{th}} = 4,38 > 2,35 = t_{\text{t}}$, maka korelasi signifikan.

5. Koefisien determinasi

Diperoleh $r = 0,93$ atau $r^2 = 0,86$. Koefisien determinasi 86%. Artinya 86%. dalam kecenderungan hasil belajar Statistika dapat dijelaskan oleh hasil belajar Matematika melalui persamaan regresi $\hat{Y} = 0,34 + 0,69 X$.

Koefisien determinasi $= r^2 = 0,93^2 = 0,86$. Artinya besarnya variasi yang terjadi dalam kecenderungan variabel terikat ($Y = \text{skor statistika}$) dapat dijelaskan oleh variabel bebas ($X/\text{skor matematika}$) sebesar 86% melalui persamaan regresi $\hat{Y} = 0,34 + 0,69X$.

C. REGRESI LINEAR MULTIPLE (GANDA)

Regresi ganda atau multiple adalah regresi dengan variabel bebas lebih dari satu, dapat dua variabel bebas (X_1 dan X_2), tiga variabel bebas (X_1 , X_2 , dan X_3), dsb. Variabel terikat satu yakni Y . Akan dibahas regresi ganda dengan dua variabel bebas, yakni X_1 dan X_2 .

1. Model Regresi:

$$\hat{Y} = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2$$

Y = variable terikat, X_1 dan X_2 = variabel bebas.

a_0 ; a_1 ; dan a_2 merupakan koefisien regresi

Persamaan untuk mencari a_0 , a_1 , dan a_2 :

$$\Sigma Y = a_0n + a_1\Sigma X_1 + a_2\Sigma X_2$$

$$\Sigma X_1Y = a_0\Sigma X_1 + a_1\Sigma X_1^2 + a_2\Sigma X_1X_2$$

$$\Sigma X_2Y = a_0\Sigma X_2 + a_1\Sigma X_1X_2 + a_2\Sigma X_2^2$$

2. Model regresi bentuk Lain:

$$\hat{y} \text{ (y topi)} = a_1x_1 + a_2x_2$$

Persamaan untuk mencari a_0 , a_1 dan a_2 :

$$\Sigma x_1y = a_1\Sigma x_1^2 + a_2\Sigma x_1x_2$$

$$\Sigma x_2y = a_1\Sigma x_1x_2 + a_2\Sigma x_2^2$$

Menghitung a_1 dan a_2

$$.a_0 = \bar{Y} - a_1 \bar{X}_1 - a_2 \bar{X}_2$$

3. Jumlah Kuadrat (JK)

a. Jumlah kuadrat total: $JK(T) = \Sigma Y^2$

b. Jumlah kuadrat regresi a_0 : $JK(a_0) = \frac{(\Sigma Y)^2}{n}$

c. Jumlah kuadrat tereduksi: $JK(R) = \Sigma y^2$

d. Jumlah kuadrat regresi b: $JK(\text{reg}) = a_1\Sigma x_1y + a_2\Sigma x_2y$

e. Jumlah kuadrat sisa: $JK(S) = JK(T) - JK(\text{reg})$

Daftar Anava untuk Regresi Ganda $\hat{Y} = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2$

Sumber variasi	.dk	JK	RJK	Fh	Ft
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Total	.n	ΣY^2			
Koefisien a_0	1	$(\Sigma Y)^2/n$			Ft=
Total dikoreksi	n-1	Σy^2			.dk pemb
Regresi	2	$a_1 \Sigma x_1 y + a_2 \Sigma x_2 y$	JK (reg)/2	RJK(reg)/RJK(S)	(2), dk
Sisa	n-3	JK(R) – JK(reg)	JK(S)/(n-3)		peny (n-3)

4. Uji Signifikansi Regresi:

$$F_h = \frac{Jk \text{ (reg)}/2}{Jk(S)/(n-3)}$$

5. Galat Baku Taksiran Y Atas X_1 dan X_2 :

$$.Sy_{.12} = \sqrt{\frac{JK(S)}{(n-3)}}$$

6. Uji Signifikansi Koefisien Regresi Linear Multipel:

a). Galat (kekeliruan) baku koefisien regresi a_1 dan a_2 :

$$.Sa_1 = \sqrt{\frac{(Sy_{.12})^2}{\Sigma x_1^2 \{1 - (r_{12})^2\}}}$$

$$.Sa_2 = \sqrt{\frac{(Sy_{.12})^2}{\Sigma x_2^2 \{1 - (r_{21})^2\}}}$$

b). Uji t tabel dengan α yang dipilih dan db = n - 3:

$$t \text{ hitung} = \frac{a_1}{.Sa_1} \qquad t \text{ hitung} = \frac{a_2}{.Sa_2}$$

7. Koefisien Korelasi Multipel:

$$R^2 = (R_{y.12})^2 = \frac{JK(\text{reg})}{JK(R)} = \frac{a_1 \Sigma x_1 y + a_2 \Sigma x_2 y}{\Sigma y^2}$$

8. Uji Signifikansi Koefisien Korelasi:

$$F_h = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/(n-k-1)}$$

Karena variabel bebas ada dua, maka $k = 2$, $\rightarrow$ F hitung

$$F_h = \frac{R^2/2}{(1-R^2)/(n-3)}$$

D. CONTOH REGRESI LINEAR MULTIPEL (2 Variabel Bebas)

Lima (5) orang siswa merupakan sampel suatu penelitian mengikuti 3 matapelajaran yakni matematika (X_1), IPA (X_2), dan statistika (Y). Akhir semester siswa diberikan tes akhir pelajaran. Data skor siswa sebagai berikut.

Siswa	X_1 Skor Matematik	X_2 Skor IPA	Y Skor Statistika
A	20	18	16
B	20	16	12
C	12	10	10
D	12	8	8
E	6	8	4

Pertanyaan:

1. Bagaimana persamaan regresinya multipel?
2. Apakah regresi signifikan?
3. Berapa koefisien korelasi antar variabel?
4. Berapa koefisien korelasi multipel (ganda)?
5. Apakah koefisien korelasi multipel signifikan?
6. Berapa koefisien determinasi multipel?

Deskripsi Data:

Sis- wa	X ₁	X ₂	Y	x ₁	x ₂	y	x ₁ ²	x ₂ ²	y ²	x ₁ x ₂	x ₁ y	x ₂ y
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
A	20	18	16	6	6	6	36	36	36	36	36	36
B	20	16	12	6	4	2	36	16	4	24	12	8
C	12	10	10	-2	-2	0	4	4	0	4	0	0
D	12	8	8	-2	-4	-2	4	16	4	8	4	8
E	6	8	4	-8	-4	-6	64	16	36	32	48	24
Σ	70	60	50	0	0	0	144	88	80	104	100	76
Rerat a	14	12	10									

1. Model Regresi: $\hat{Y} = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2$

$$\hat{y} = a_1x_1 + a_2x_2$$

$$\sum x_1y = a_1\sum x_1^2 + a_2\sum x_1x_2 \rightarrow 100 = 144 a_1 + 104 a_2$$

$$\sum x_2y = a_1\sum x_1x_2 + a_2\sum x_2^2 \rightarrow 76 = 104 a_1 + 88 a_2$$

a). Mencari nilai a_0 , a_1 dan a_2 dengan cara eliminasi:

$$\sum x_1y = a_1\sum x_1^2 + a_2\sum x_1x_2 \rightarrow 100 = 144 a_1 + 104 a_2 \rightarrow (2)$$

$$\sum x_2y = a_1\sum x_1x_2 + a_2\sum x_2^2 \rightarrow 76 = 104 a_1 + 88 a_2 \rightarrow (3)$$

$$10 = a_0 + 14 a_1 + 12 a_2 \rightarrow (1)$$

$$(2) 100 = 144 a_1 + 104 a_2 \rightarrow 100 = 144 a_1 + 104 a_2$$

$$(3) 76 = 104 a_1 + 88 a_2 \rightarrow 89,8 = 122,9 a_1 + 104 a_2$$

$$10,2 = 21,1 a_1 \rightarrow a_1 = (10,2/21,1) = 0,483$$

$$a_2 = \frac{100 - (0,483 \times 144)}{104} = 0,292$$

$$a_0 = 10 - 14 a_1 - 12 a_2 = 10 - (0,483)14 - (0,292)12 = -0,28$$

Persamaan (Model) regresi = $\hat{Y} = -0,28 + 0,483 X_1 + 0,292X_2$

b) Mencari a_0 , a_1 , dan a_2 dengan cara lain.

$$\Sigma Y = a_0 n + a_1 \Sigma X_1 + a_2 \Sigma X_2 \rightarrow (1)$$

$$\Sigma X_1 Y = a_0 \Sigma X_1 + a_1 \Sigma X_1^2 + a_2 \Sigma X_1 X_2 \rightarrow (2)$$

$$\Sigma X_2 Y = a_0 \Sigma X_2 + a_1 \Sigma X_1 X_2 + a_2 \Sigma X_2^2 \rightarrow (3)$$

Setelah dihitung :

$$\Sigma Y = 50 \quad \Sigma X_1 = 70 \quad \Sigma X_2 = 60$$

$$\Sigma X_1^2 = 1124 \quad \Sigma X_2^2 = 808 \quad \Sigma X_1 X_2 = 944 \quad \Sigma X_1 Y = 800 \quad \Sigma X_2 Y = 676$$

Harga di atas dimasukkan dalam persamaan (substitusi):

$$50 = 5 a_0 + 70 a_1 + 60 a_2$$

$$800 = 70 a_0 + 1124 a_1 + 944 a_2$$

$$676 = 60 a_0 + 944 a_1 + 808 a_2$$

Dengan eliminasi diperoleh harga

$$a_0 = -0,28; \quad a_1 = 0,483; \quad \text{dan} \quad a_2 = 0,293$$

$$\text{Persamaan (model) regresi} = \hat{Y} = -0,28 + 0,483 X_1 + 0,293 X_2$$

Artinya, apabila skor matematika (X_1) bertambah dengan satu satuan maka Y akan bertambah dengan 0,483, dan apabila skor IPA bertambah dengan satu satuan maka Y akan bertambah dengan 0,293.

2. Signifikansi Regresi:

a. Jumlah Kuadrat:

$$JK(R) = \Sigma y^2 = 80$$

$$\begin{aligned} JK(\text{reg}/b) &= a_1 \Sigma X_1 y + a_2 \Sigma X_2 y \\ &= (0,483)(100) + (0,293)(76) \\ &= 70,568 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JK(S) &= JK(R) - JK(\text{reg}) \\ &= 80 - 70,568 = 9,432 \end{aligned}$$

b. Uji Signifikansi Regresi:

$$F_h = \frac{JK(\text{reg})/2}{JK(s)/(n-3)} = \frac{(70,568)/2}{(9,432)/2} = \frac{35284}{4716} = 7,482$$

$$= 7,482 < 19 = F_{(0,05; 2/2)} \rightarrow \text{Regresi tidak signifikan}$$

Karena regresi tidak signifikan, maka persamaan regresi tidak dapat digunakan untuk prediksi.

3. Koefisien Korelasi antar variabel.

a) Koefisien korelasi antara variable X1 dengan Y

$$r_{x_1y} = \frac{\sum x_1y}{\sqrt{(\sum x_1^2)(\sum y^2)}} = \frac{100}{\sqrt{(144)(80)}} = \frac{100}{107,3} = 0,93$$

b) Koefisien korelasi antara variabel X2 dengan Y

$$r_{x_2y} = \frac{\sum x_2y}{\sqrt{(\sum x_2^2)(\sum y^2)}} = \frac{76}{\sqrt{(88)(80)}} = \frac{76}{83,9} = 0,91$$

c) Koefisien korelasi antara variabel X1 dengan X2

$$r_{x_1x_2} = \frac{\sum x_1x_2}{\sqrt{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2)}} = \frac{104}{\sqrt{(144)(88)}} = \frac{104}{112,6} = 0,92$$

4. Koefisien Korelasi Multipel (ganda)

$$R^2_{y.12} = \frac{JK(\text{reg})}{JK(R)} = \frac{70,568}{80} = 0,8821$$

$$R_{y.12} = \sqrt{(0,8821)} = 0,9392$$

5. Uji Signifikansi R (koefisien korelasi multipel):

$$F_h = \frac{R^2/2}{(1-R^2)/(n-3)} = \frac{0,8821/2}{0,1179/2} = \frac{0,4410}{0,0589} = 7,482 < 19 = F_{(0,05, 2/2)}$$

$$dk = 2/2$$

Koefisien korelasi multipel (ganda) tidak signifikan.

Daftar Anava untuk regresi = $\hat{Y} = -0,28 + 0,483 X_1 + 0,293X_2$

Sumber variasi	dk	JK	RJK	Fh	Ft
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Total	5	580			
Koefisien a ₀	1	500			
Total dikoreksi	4	80			Dk pemb (2), dk peny 2.=
Regresi	2	70,568	35,284	Fh = 7,48	Ft = 19
Sisa	2	9,432	4,716		

$F_h = 7,48 < 19 = F_t$, regresi tidak signifikan.

6. Tugas:

- Selidiki apakah koefisien regresi a_1 dan a_2 signifikan?.
- Selidiki regresi dan korelasi sederhana Y atas X_1 , dan Y atas X_2 .

1) Galat Baku Taksiran Y Atas X_1 dan X_2 :

$$.S_{y.12} = \sqrt{\frac{JK(S)}{(n-3)}} = \sqrt{\frac{9,432}{2}} = \sqrt{4,716} = 2,17$$

2) Uji Signifikansi Koefisien Regresi Linear Multipel:

- Galat baku koefisien regresi a_1 dan a_2 :

$$.S_{a1} = \sqrt{\frac{(S_{y.12})^2}{\sum X_1^2 \{1 - (r_{12})^2\}}} = \sqrt{\frac{4,716}{144 (1 - 0,92^2)}} = \sqrt{\frac{4,716}{22,12}} = 0,46$$

$$.S_{a2} = \sqrt{\frac{(S_{y.12})^2}{\sum X_2^2 \{1 - (r_{21})^2\}}} = \sqrt{\frac{4,716}{88 (1 - 0,92^2)}} = \sqrt{\frac{4,716}{13,52}} = 0,59$$

- Uji t dengan db = n - 3:

$$th_1 = \frac{a_1}{S_{a1}} = \frac{0,48}{0,46} = 1,043 \quad th_2 = \frac{a_2}{S_{a2}} = \frac{0,29}{0,59} = 0,492$$

.t table dengan db = 2, $\alpha = 0,05$, $t_{(0,05, 2)} = 2,92$

Koefisien regresi a_1 , $t_{hitung} = 1,043 < 2,92 = t_{(0,05, 2)} \rightarrow$ koefisien regresi a_1 tidak signifikan.

Koefisien regresi a_2 , $t_{hitung} = 0,492 < 2,92 = t_{(0,05, 2)} \rightarrow$ koefisien regresi a_2 tidak signifikan

Rumus-rumus jumlah kuadrat:

a. Jumlah kuadrat total: $JK(T) = \sum Y^2$

b. Jumlah kuadrat regresi a_0 : $JK(a_0) = \frac{(\sum Y)^2}{n}$

c. Jumlah kuadrat tereduksi: $JK(R) = \sum y^2$

d. Jumlah kuadrat regresi b: $JK(\text{reg}) = a_1 \sum x_1 y + a_2 \sum x_2 y$

$$\sum y^2 = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{.n}$$

$$\sum x^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{.n}$$

$$\sum x_1 y = \sum X_1 Y - \frac{(\sum X_1)(\sum Y)}{.n}$$

$$\sum x_2 y = \sum X_2 Y - \frac{(\sum X_2)(\sum Y)}{.n}$$

$$\sum x_1 x_2 = \sum X_1 X_2 - \frac{(\sum X_1)(\sum X_2)}{.n}$$

$$.x = X - \bar{X}$$

$$.y = Y - \bar{Y}$$

RANGKUMAN UJI HUBUNGAN/KORELASI LINIER SEDERHANA

1. Uji normalitas data dengan khi-kuadrat atau Lillifors
2. Uji homogenitas regresi* (tidak selalu)
3. Menentukan persamaan regresi linier sederhana ($\hat{Y} = a + bX$).
4. Uji signifikansi regresi dan linieritas regresi.
5. Mencari koefisien korelasi (r)
6. Uji signifikansi koefisien korelasi
7. Menghitung koefisien determinasi (r^2).

RANGKUMAN UJI HUBUNGAN/KORELASI LINIER Ganda (multipel)

1. Uji normalitas data dengan khi-kuadrat atau Lillifors
2. Uji homogenitas regresi* (tidak selalu) untuk masing-masing variabel bebas.
3. Menentukan persamaan regresi sederhana dari masing-masing variabel.
($\hat{Y}_1 = a_1 + bX_1$).
($\hat{Y}_2 = a_2 + bX_2$).
4. Uji signifikansi regresi dan linieritas regresi masing-masing persamaan.
5. Mencari koefisien korelasi dari masing-masing variabel (r_{y1} dan r_{y2})
6. Uji signifikansi koefisien korelasi dari masing-masing variabel
7. Menghitung koefisien determinasi dari masing-masing variabel.
(r^2_{y1} dan r^2_{y2})
8. Menentukan persamaan regresi linier ganda (multipel).
(a) ($\hat{Y} = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2$). atau (b) ($\hat{Y} = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2$).
9. Uji signifikansi regresi multipel.
10. Uji koefisien regresi masing-masing variabel.
(Uji signifikansi a_1 dan signifikansi a_2)
11. Mencari koefisien korelasi regresi ganda ($R_{y.12}$)
12. Uji signifikansi koefisien korelasi regresi ganda
13. Menghitung koefisien determinasi ($R^2_{y.12}$)

C. CONTOH lain REGRESI LINEAR MULTIPEL (2 Variabel Bebas)

Diadakan penelitian apakah terdapat hubungan antara kemampuan (X_1), keterampilan (X_2) terhadap prestasi kerja (Y). Sampel diambil 30 orang pegawai. Data berasal dari distribusi normal dan varian homogen. Rangkuman data skor siswa sebagai berikut.

$$\begin{aligned}n &= 30 & \Sigma X_1 &= 2.473 & \Sigma X_2 &= 1.433 & \Sigma Y &= 494 \\ \Sigma X_1^2 &= 205.425 & \Sigma X_2^2 &= 69.101 & \Sigma X_1 X_2 &= 118.758 \\ \Sigma X_1 Y &= 41.343 & \Sigma X_2 Y &= 23.989 & \Sigma Y^2 &= 8.538 \\ \Sigma X_1^2 &= 1.567,37 & \Sigma X_2^2 &= 651,37 & \Sigma X_1 X_2 &= 631,03 \\ \Sigma X_1 Y &= 707,93 & \Sigma X_2 Y &= 392,27 & \Sigma Y^2 &= 403,47\end{aligned}$$

Pertanyaan:

1. Bagaimana persamaan regresinya?
2. Apakah regresi signifikan?
3. Apakah koefisien regresi masing-masing signifikan?
4. Berapa koefisien korelasi multipel?
5. Apakah koefisien korelasi signifikan?
6. Berapa koefisien determinasi?

a. Persamaan regresi

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2$$

b) Mencari a_0 , a_1 , dan a_2 dengan cara lain.

$$\Sigma Y = a_0 n + a_1 \Sigma X_1 + a_2 \Sigma X_2 \rightarrow (1)$$

$$\Sigma X_1 Y = a_0 \Sigma X_1 + a_1 \Sigma X_1^2 + a_2 \Sigma X_1 X_2 \rightarrow (2)$$

$$\Sigma X_2 Y = a_0 \Sigma X_2 + a_1 \Sigma X_1 X_2 + a_2 \Sigma X_2^2 \rightarrow (3)$$

$$(1) \quad 494 = 30 a_0 + 2.473 a_1 + 1.433 a_2$$

$$(2) \quad 41.430 = 2.473 a_0 + 205.425 a_1 + 118.758 a_2$$

$$(3) \quad 23.989 = 1.433 a_0 + 118.758 a_1 + 69.101 a_2$$

Dengan eliminasi diperoleh :

$$a_2 = 0,2699 ; a_1 = 0,343; a_0 = -24,7002$$

$$\hat{Y} = -24,7002 + 0,343 X_1 + 0,2699 X_2 \quad \text{Dibulatkan}$$

$$\hat{Y} = -24,70 + 0,343 X_1 + 0,27 X_2$$

$$JK (T) = 8,538$$

$$JK (\text{reg}) = 0,343 (707,93) + (90,270)(393,27) = 348,73$$

$$JK (S) = 403,47 - 348,73 = 54,74$$

$$JK (a_0) = (494)^2/30 = 8134,53$$

Daftar Anava untuk regresi = $\hat{Y} = -24,70 + 0,343 X_1 + 0,270X_2$

Sumber variasi	dk	JK	RJK	Fh	Ft
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Total	30	8.538			
Koefisien a ₀	1	8.134,53			Dk pemb
Total dikoreksi	29	403,47			(2), dk
Regresi	2	348,73	174,24	89,35	peny
Sisa	27	54,74	1,95		27.=
					Ft= 3,35

$F_h = 89,35 < 3,35 = F_t$, regresi sangat signifikan.

Karena regresi signifikan, maka regresi dapat dipergunakan untuk prediksi.

3. Uji Signifikansi Koefisien Regresi Linear Multipel:

Galat Baku Taksiran Y Atas X_1 dan X_2 :

$$S_{y.12} = \sqrt{\frac{JK(S)}{(n-3)}} = \sqrt{\frac{54,74}{27}} = \sqrt{2,027} = 1,424$$

Koefisien korelasi antara variable X_1 dengan X_2

$$c) .r_{x_1x_2} = \frac{\sum x_1x_2}{\sqrt{(\sum x_1^2) \sum x_2^2}} = \frac{631,03}{\sqrt{(1.567,37) (651,37)}} = \frac{631,03}{1010,41} = 0,62$$

Galat baku koefisien regresi a_1 dan a_2 :

$$S_{a1} = \sqrt{\frac{(S_{y.12})^2}{\sum x_1^2 \{1 - (r_{12})^2\}}} = \sqrt{\frac{2,027}{1567,4 (1 - 0,62^2)}} = \sqrt{\frac{2,027}{964,87}} = 0,046$$

$$S_{a2} = \sqrt{\frac{(S_{y.12})^2}{\sum x_2^2 \{1 - (r_{21})^2\}}} = \sqrt{\frac{2,027}{651,37(1 - 0,62^2)}} = \sqrt{\frac{2,027}{400,98}} = 0,0714$$

. Uji t dengan db = n – 3, db = 30-3 = 27

$$t = \frac{a_1}{S_{a1}} = \frac{0,343}{0,046} = 7,457 \quad t = \frac{a_2}{S_{a2}} = \frac{0,270}{0,0714} = 3,782$$

.t table dengan db = 27, alpha 0,05, $t_{(0,05, 27)} = 1,70$

Koefisien regresi a_1 , $t_{hitung} = 7,457 > 1,70 = t_{(0,05, 27)} \rightarrow$ koefisien regresi a_1 signifikan. Koefisien regresi a_2 , $t_{hitung} = 3,782 > 1,70 = t_{(0,05, 27)} \rightarrow$ koefisien regresi a_2 signifikan

4. Koefisien korelasi antara variable X_1 dengan Y

$$a) .r_{x_1y} = \frac{\sum x_1y}{\sqrt{(\sum x_1^2)(\sum y^2)}} = \frac{707,93}{\sqrt{(1.567,37)(403,47)}} = \frac{707,93}{795,23} = 0,89$$

Koefisien korelasi antara variabel X_2 dengan Y

$$b) .r_{x_2y} = \frac{\sum x_2y}{\sqrt{(\sum x_2^2)(\sum y^2)}} = \frac{392,27}{\sqrt{(651,37)(403,47)}} = \frac{392,27}{512,65} = 0,77$$

Koefisien korelasi antara variable X_1 dengan X_2

$$c) .r_{x_1x_2} = \frac{\sum x_1x_2}{\sqrt{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2)}} = \frac{631,03}{\sqrt{(1.567,37)(651,37)}} = \frac{631,03}{1010,41} = 0,62$$

d) Koefisien Korelasi Multipel:

$$R^2_{y.12} = \frac{JK(\text{reg})}{JK(R)} = \frac{351,1537}{403,4337} = 0,8704$$

$$R_{y.12} = \sqrt{(0,8821)} = 0,9392$$

5. Uji Signifikansi R (koefisien korelasi multipel):

$$F_h = \frac{R^2/2}{(1-R^2)/(n-3)} = \frac{0,8821/2}{0,1179/27} = \frac{0,4410}{0,0044} = 100,23 > 3,35 = F_{(0,05, 2/27)}$$

.Koefisien korelasi multipel (ganda) signifikan.

Koefisien determinasi regresi ganda $R^2 = 0,8821$

