

**PENGETAHUAN KONSEPTUAL DAN
PENGETAHUAN PROSEDURAL KAJIDAH PENCACAHAN
PADA SISWA KELAS II SMU LABORATORIUM
UNIVERSITAS NEGERI MALANG**

TESIS

**OLEH
ERVIN AZHAR
NIM/DNI: 100671511117/MMAT 95009**

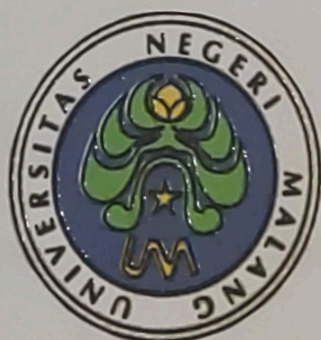


**UNIVERSITAS NEGERI MALANG
PROGRAM PASCASARJANA
PSSJ PENDIDIKAN MATEMATIKA
2003**

**PENGETAHUAN KONSEPTUAL DAN
PENGETAHUAN PROSEDURAL KAJIAN PENCACAHAN
PADA SISWA KELAS II SMU LABORATORIUM
UNIVERSITAS NEGERI MALANG**

TESIS

**OLEH
ERVIN AZHAR
NIM/DNI: 100671511117/MMAT 95009**



**UNIVERSITAS NEGERI MALANG
PROGRAM PASCASARJANA
PSSJ PENDIDIKAN MATEMATIKA
2003**

**PENGETAHUAN KONSEPTUAL DAN
PENGETAHUAN PROSEDURAL KAJIAN PENCACAHAN
PADA SISWA KELAS II SMU LABORATORIUM
UNIVERSITAS NEGERI MALANG**

TESIS

**Diajukan kepada
Universitas Negeri Malang
untuk memenuhi salah satu persyaratan
dalam menyelesaikan program Magister
Pendidikan Matematika**

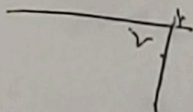
**Oleh
Ervin Azhar
NIM/DNI: 100671511117/MMAT 95009**

**UNIVERSITAS NEGERI MALANG
PROGRAM PASCASARJANA
PSSJ PENDIDIKAN MATEMATIKA
2003**

Tesis oleh Ervin Azhar telah diperiksa dan disetujui untuk diuji

Malang, 2 Mei 2003

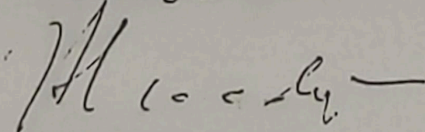
Pembimbing I



Dr. Purwanto
NIP. 131 432 728

Malang, 2 Mei 2003

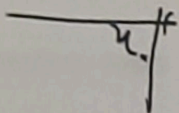
Pembimbing II



Prof. H. Herman Hudojo, M.Ed
NIP. 130 145 544

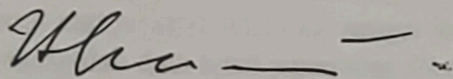
Tesis oleh Ervin Azhar ini telah dipertahankan didepan dewan penguji
pada tanggal 26 Mei 2003

Dewan Penguji



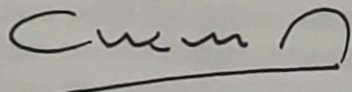
Dr. Purwanto

, Ketua



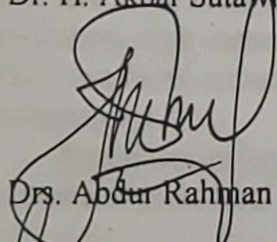
Prof. Drs. H. Herman Hudojo, M.Ed

, Anggota



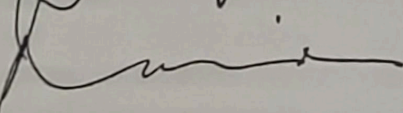
Dr. H. Akbar Sutawidjaja, M.Ed

, Anggota



Drs. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, M.A

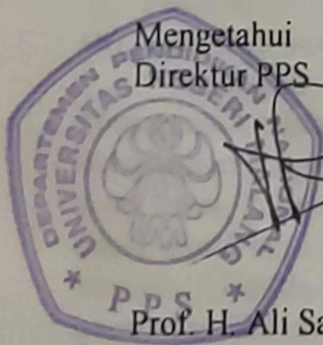
, Anggota



Prof. Drs. H. Rosjidan, M.A

, Anggota

Mengetahui
Direktur PPS



Prof. H. Ali Saukah, M.A, Ph.D
NIP. 130 870 654

ABSTRAK

Azhar, Ervin. 2003. Pengetahuan Konseptual dan Pengetahuan Prosedural Kaidah Pencacahan Pada Siswa Kelas II SMU Laboratorium Negeri Malang, Program Studi Pendidikan Matematika, Program Pasca Sarjana Universitas Negeri Malang. Pembimbing:

- (I) Dr. Purwanto
- (II) Prof. Drs. H. Herman Hudojo, M.Ed

Kata-kata kunci : pemahaman, pengetahuan konseptual, pengetahuan prosedural, kaidah pencacahan.

Pemahaman materi peluang merupakan hal yang perlu dikuasai sebagai prasarat materi statistika yang sangat banyak diperlukan dalam merancang penelitian dan mengolah data hasil penelitian diberbagai cabang ilmu. Dalam penelitian Pratt (2000:612-621) ditemukan masih ada siswa yang tidak dapat menentukan banyak titik sampel dan titik kejadian dari total mata dua dadu. Kemampuan menentukan titik sampel dan titik kejadian ini terkait dengan materi kaidah pencacahan yang merupakan sub pokok bahasan materi peluang. Berdasarkan wawancara penulis dengan beberapa guru matematika SMU Laboratorium Universitas Negeri Malang diperoleh informasi bahwa materi peluang merupakan materi tersulit di kelas II, kesulitan ini terletak pada sub pokok bahasan kaidah pencacahan. Agar memiliki pemahaman yang baik pada materi kaidah pencacahan maka siswa harus memiliki pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural serta keterkaitannya.

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan pengetahuan konseptual, pengetahuan prosedural, dan keterkaitan kedua pengetahuan tersebut bagi siswa berkemampuan tinggi, sedang dan rendah. Adapun subyek yang dipilih adalah 3 siswa yang memiliki prestasi tertinggi dalam mata pelajaran matematika selama kelas I, 3 siswa yang memiliki prestasi terendah dalam mata pelajaran matematika selama kelas I, dan 3 siswa yang memiliki prestasi berada di sekitar median. Adapun data yang dikumpulkan dalam penelitian ini adalah :

- (i) Jawaban siswa dari ujian tulis.
- (ii) Transkrip wawancara.

Hasil penelitian menunjukkan hal-hal berikut ini. Pertama pengetahuan konseptual kaidah pencacahan pada siswa belum begitu baik. Namun tingkat penguasaan pengetahuan konseptual pada masing-masing tingkat kemampuan siswa tidaklah sama. Pada siswa berkemampuan tinggi kelemahannya terletak pada pengaitan aspek-aspek berikut yaitu : (1) fakta dengan ide aturan pengisian tempat yang tersedia, (2) fakta dengan ide kombinasi, dan (3) konsep kombinasi dengan konsep permutasi. Hal ini terjadi pada beberapa siswa. Untuk siswa berkemampuan sedang kelemahannya terletak pada pengaitan hal-hal berikut yaitu: (1) fakta dengan ide pengisian tempat yang tersedia, (2) konsep permutasi untuk beberapa elemen

yang sama dengan konsep permutasi, (3) fakta dengan ide kombinasi, (4) konsep kombinasi dengan konsep permutasi. Keempat aspek diatas ditemukan pada ketiga subyek. Sedangkan sebagian siswa yang menjadi subyek belum dapat menemukan keterkaitan antara fakta dengan ide permutasi dan konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia. Sedangkan pada siswa berkemampuan rendah kelemahannya terletak pada pengaitan aspek-aspek berikut yaitu : (1) fakta dengan ide pengisian tempat yang tersedia, (2) fakta dengan ide permutasi, (3) konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia, (4) fakta dengan ide permutasi untuk beberapa elemen yang sama, dan (5) konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama dengan konsep permutasi. Kelima aspek ini ditemukan pada ketiga subyek. Sedangkan sebagian siswa berkemampuan rendah ini belum dapat mengaitkan aspek-aspek seperti fakta dengan ide kombinasi dan konsep kombinasi dengan konsep permutasi. Agar siswa memiliki pengetahuan konseptual yang baik maka hal-hal diatas harus terkait dalam sebuah jaringan. Agar terjadi keterkaitan ini maka dalam buku teks dan pembelajaran harus diberikan ilustrasi yang konkret dalam pikiran siswa.

Kedua pengetahuan prosedural pada masing-masing tingkat kemampuan siswa tidaklah sama. Pada siswa berkemampuan tinggi umumnya penguasaan pengetahuan prosedural ini sudah cukup baik, walaupun masih ditemukan kekurangan pada representasi simbol permutasi ${}_n P_r$ pada sebagian siswa, kekurangan ini disebabkan kelupaan. Untuk siswa berkemampuan sedang masih ditemukan kelemahan pada ketrampilan perkalian pecahan dan representasi simbol kombinasi yang ditemukan pada ketiga siswa yang menjadi subyek penelitian. Sedangkan sebagian siswa masih lemah dalam representasi simbol permutasi dan representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama. Sedangkan pada siswa berkemampuan rendah masih ditemukan kelemahan pada ketrampilan perkalian pecahan, representasi simbol permutasi, ketrampilan menggunakan aturan permutasi, representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama, dan ketrampilan menggunakan permutasi untuk beberapa elemen yang sama. Kelemahan yang terjadi pada pengetahuan prosedural ini dapat diatasi dengan mengaitkan pengetahuan prosedural dengan pengetahuan konseptual dalam pembelajaran dan memperbanyak latihan yang menggunakan prosedur tersebut dengan diikuti dengan umpan balik yaitu evaluasi tentang letak kebenaran dan kesalahan jawaban siswa dalam menggunakan prosedur tersebut.

Ketiga keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural pada siswa berkemampuan tinggi sudah baik, hal ini ditandai dengan mampunya siswa menjelaskan mengapa suatu prosedur digunakan. Walaupun ada siswa yang membuat kesalahan dalam menjawab soal, kesalahan ini disebabkan oleh kurangnya pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural simbolik. Untuk siswa berkemampuan sedang dan siswa berkemampuan rendah keterkaitan ini sangat kurang, hal ini terlihat siswa tidak bisa menjelaskan mengapa suatu prosedur dipakai pada penyelesaian suatu soal.

Berdasarkan hasil penelitian ini, beberapa saran yang diajukan adalah sebagai berikut.

1. Bagi guru bidang studi hendaknya dalam pembelajaran materi kaidah pencacahan mengaitkan antara konsep-konsep yang diajarkan dan juga mengaitkan prosedur dengan konsepnya dengan ilustrasi yang konkret bagi siswa.
2. Bagi penulis buku Pelajaran Matematika SMU untuk kelas 2 hendaknya menyajikan keterkaitan antar konsep dalam materi kaidah pencacahan memberikan ilustrasi yang lebih konkret.
3. Bagi penyusun kurikulum perlu memberi penekanan tentang pengaitan antar konsep dalam penyajian materi di bahan ajar.

KATA PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan kehadiran Allah Swt yang telah memberi rahmat , karunia , dan hidayah-Nya sehingga tesis dengan judul “ Pengetahuan Konseptual dan Pengetahuan Prosedural Kaidah Pencacahan Pada Siswa Kelas II SMU Laboratorium Univeritas Negeri Malang” dapat penulis selesaikan.

Penelitian ini terlaksana berkat bantuan yang tulus ikhlas dan kerjasama yang baik dari berbagai pihak. Oleh karena itu melalui kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang mendalam kepada berbagai pihak berikut.

1. Bapak Dr. Purwanto dan Bapak Prof. H. Herman Hudojo, M.Ed selaku pembimbing yang telah memberikan banyak tuntunan dan pemikiran yang profesional dalam penyusunan tesis ini.
2. Direktur PPS Universitas Negeri Malang beserta jajarannya yang telah memberikan izin sekaligus membantu dalam memperlancar urusan-urusan yang diperlukan selama penelitian.
3. Bapak dan ibu dosen di lingkungan PPS Universitas Negeri Malang yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat pada peneliti.
4. Bapak Drs. Muhardjito, M.S selaku Kepala SMU Laboratorium Universitas Negeri Malang yang telah memberikan izin sekaligus membantu kelancaran penelitian ini.

5. Ibu Eka Wahyu S.Pd dan Ibu Dra. Trisna selaku guru mata pelajaran matematika kelas dua dan guru mata pelajaran matematika kelas satu yang telah cukup banyak membantu dalam proses pengambilan dan pengecekan keabsahan data.
6. Saudara Hariun yang telah banyak membantu penyusunan kalimat dalam penulisan tesis
7. Teman-teman mahasiswa Program Magister Pendidikan Matematika angkatan 2000/2001.
8. Semua pihak yang tak dapat disebutkan satu persatu yang telah membantu penulisan tesis ini.

Malang, Mei 2003

Peneliti

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAKS	i
KATA PENGANTAR	iv
DAFTAR ISI	vi
DAFTAR LAMPIRAN	ix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Manfaat Penelitian	6
1.5 Batasan Masalah.....	7
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Karakteristik Matematika	8
2.2 Konsep-Konsep Peluang	9
2.2.1 Aturan Pengisian Tempat Yang Tersedia (Filling Slots)....	9
2.2.2 Konsep Permutasi	10
2.2.3 Konsep Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama ...	11
2.2.4 Konsep Kombinasi	12
2.3 Pemahaman	15
2.4 Pengetahuan Konseptual	15
2.5 Pengetahuan Prosedural	18
2.6 Keterkaitan Pengetahuan Konseptual Dan Prosedural	19
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Pendekatan Dan Jenis Penelitian	24
3.2 Kehadiran Peneliti	25
3.3 Lokasi Penelitian	25
3.4 Data Dan Sumber Data	26
3.5 Prosedur Pengumpulan Data	26
3.5.1 Pemilihan Subyek Penelitian	26
3.5.2 Tes Tertulis	27
3.5.3 Wawancara Terhadap Subyek Penelitian	29
3.6 Analisis Data	30
3.7 Pengecekan Keabsahan Data	31
3.8 Tahap-tahap Penelitian	31

BAB	IV	PAPARAN DATA DAN TEMUAN PENELITIAN	
	4.1	Pengetahuan Konseptual	34
	4.1.1	Pada Siswa Berkemampuan Tinggi	38
	4.1.1.1	Pemahaman Aturan Pengisian Tempat Yang Tersedia....	38
	4.1.1.2	Pemahaman Konsep Permutasi	40
	4.1.1.3	Pemahaman Konsep Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama	44
	4.1.1.4	Pemahaman Konsep Kombinasi.....	46
	4.1.2	Pada Siswa Berkemampuan Sedang	51
	4.1.2.1	Pemahaman Aturan Pengisian Tempat Yang Tersedia....	51
	4.1.2.2	Pemahaman Konsep Permutasi	54
	4.1.2.3	Pemahaman Konsep Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama	57
	4.1.2.4	Pemahaman Konsep Kombinasi.....	59
	4.1.3	Pada Siswa Berkemampuan Rendah.....	60
	4.1.3.1	Pemahaman Aturan Pengisian Tempat Yang Tersedia....	60
	4.1.3.2	Pemahaman Konsep Permutasi	63
	4.1.3.3	Pemahaman Konsep Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama	65
	4.1.3.4	Pemahaman Konsep Kombinasi.....	66
	4.2	Pengetahuan Prosedural	68
	4.2.1.	Pada Siswa Berkemampuan Tinggi	71
	4.2.1.1	Ketrampilan Dalam Perkalian Bilangan Pecahan	72
	4.2.1.2	Representasi Simbol Faktorial dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Faktorial	72
	4.2.1.3	Representasi Simbol dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Permutasi	73
	4.2.1.4	Representasi Simbol dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama...	74
	4.2.1.5	Representasi Simbol dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Kombinasi	75
	4.2.2	Pada Siswa Berkemampuan Sedang	76
	4.2.2.1	Ketrampilan Dalam Perkalian Bilangan Pecahan	77
	4.2.2.2	Representasi Simbol Faktorial dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Faktorial	78
	4.2.2.3	Representasi Simbol dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Permutasi	79
	4.2.2.4	Representasi Simbol dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama...	80
	4.2.2.5	Representasi Simbol dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Kombinasi	81
	4.2.3	Pada Siswa Berkemampuan Rendah	82
	4.2.3.1	Ketrampilan Dalam Perkalian Bilangan pecahan	83

4.2.3.2	Representasi Simbol Faktorial dan Keterampilan Menggunakan Aturan Faktorial	84
4.2.3.3	Representasi Simbol dan Keterampilan Menggunakan Aturan Permutasi	85
4.2.3.4	Representasi Simbol dan Keterampilan Menggunakan Aturan Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama...	86
4.2.3.5	Representasi Simbol dan Keterampilan Menggunakan Aturan Kombinasi	88
4.3	Keterkaitan Pengetahuan Konseptual Dengan Pengetahuan Prosedural	88
4.3.1	Pada Siswa Berkemampuan Tinggi	89
4.3.2	Pada Siswa Berkemampuan Sedang	93
4.3.3	Pada Siswa Berkemampuan Rendah	97
Bab	V	PEMBAHASAN
5.1	Pengetahuan Konseptual	100
5.1.1	Pada Siswa Berkemampuan Tinggi	101
5.1.2	Pada Siswa Berkemampuan Sedang	101
5.1.3	Pada Siswa Berkemampuan Rendah	102
5.2	Pengetahuan Prosedural	106
5.2.1	Pada Siswa Berkemampuan Tinggi	107
5.2.2	Pada Siswa Berkemampuan Sedang	108
5.2.3	Pada Siswa Berkemampuan Rendah	108
5.3	Keterkaitan Pengetahuan Konseptual Dan Pengetahuan Prosedural.....	110
BAB	VI	KESIMPULAN
6.1	Kesimpulan	112
6.2	Saran	115
DAFTAR PUSTAKA		116

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Surat Pengantar Penelitian dari PPS Universitas Negeri Malang ke SMU Laboratorium Universitas Negeri Malang	124
2. Surat Keterangan Telah Mengadakan Penelitian dari Kepala Sekolah SMU Laboratorium Universitas Negeri Malang	125
3. Nilai Rapor Siswa Selama Kelas Satu	126
4. Soal Tes Tertulis	135
5. Kunci Jawaban Tes Tertulis	143
6. Lembaran Jawaban Siswa, Pertanyaan Dasar Wawancara, Dan Transkrip Wawancara	147
7. Surat Keterangan Pertanggungjawaban Penulisan Tesis	257
8. Daftar Riwayat Hidup	258

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Materi “Kaidah Pencacahan” merupakan sub pokok bahasan dari materi “Peluang”. Sub pokok bahasan ini merupakan pondasi dari pokok bahasan Peluang, sebab kunci pemahaman materi “Peluang” terletak disini. Pokok bahasan Peluang diberikan pada siswa SMU kelas II catur wulan satu. Pokok bahasan ini sebelumnya sudah diajarkan di kelas II SLTP sebagai materi pengayaan sehingga belum tentu semua siswa menerimanya di SLTP.

Pemahaman materi “peluang ” merupakan hal yang perlu dikuasai sebagai prasarat materi statistik yang sangat banyak digunakan dalam merancang penelitian dan mengolah data hasil penelitian dari berbagai cabang ilmu. Dalam penelitian Pratt (2000:612-621) ditemukan masih ada siswa yang tidak dapat menentukan banyaknya titik sampel dan titik kejadian dari total mata dua dadu. Kemampuan menentukan banyaknya titik sampel dan titik kejadian ini terkait dengan materi “Kaidah Pencacahan”. Agar siswa dapat memahami materi peluang maka perlu sekali siswa dimantapkan dalam pemahaman materi “Kaidah Pencacahan”.

Belajar dengan pemahaman merupakan isu yang mendasar dan mendapat perhatian dari praktisi pendidikan matematika. Salah satu alasannya adalah seperti yang dikemukakan Katona (dalam Orton, 1992:65) bahwa belajar dengan memahami lebih sukses daripada belajar dengan hafalan. Selanjutnya Greeno (dalam Resnick,

1981:206) menyarankan tiga kriteria yang dapat diaplikasikan dalam mengevaluasi tingkat pemahaman yang tercermin pada sistem semantik, yaitu (1) integrasi internal representasi terkait; (2) tingkat hubungan informasi dengan hal lain yang diketahui individu; dan (3) kaitan penyajian materi dengan materi yang diketahui.

Untuk memahami suatu materi matematika diperlukan dua pengetahuan yang seharusnya dikuasai oleh siswa yaitu pengetahuan konseptual dan pengetahuan prose-dural. Kedua pengetahuan tersebut saling terkait di dalam mencari penyelesaian suatu soal (masalah) matematika. Oleh karenanya penguasaan terhadap pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural merupakan aspek penting yang harus dikuasai siswa agar dapat diperoleh suatu pemahaman yang baik didalam matematika.

Hiebert dan Lafevre (1986:3) mendefinisikan bahwa pengetahuan konseptual sebagai suatu pengetahuan yang kaya akan hubungan-hubungan. Hubungan-hubungan itu meliputi fakta-fakta dan sifat-sifat sehingga semua potongan informasi terkait dalam suatu jaringan.

Selanjutnya Hiebert dan Lafevre (1986:6) menyatakan bahwa pengetahuan prosedural terdiri dari dua bagian berbeda, bagian pertama dikomposisikan sebagai bahasa formal atau sistem representasi simbol matematika, dan bagian lainnya merupakan pengetahuan tentang urutan kaidah-kaidah, algoritma-algoritma, atau prosedur-prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan soal-soal matematika. Prosedur ini dilakukan secara bertahap dari soal (masalah) menuju selesaiannya.

Pentingnya kaitan antara pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural menurut Hiebert karena bila konsep dan prosedur tidak terhubung maka akan terjadi

siswa dapat memperoleh perasaan intuitif yang baik tentang matematika tetapi tidak dapat menyelesaikan masalah, atau mereka dapat memunculkan jawaban namun mereka tidak memahami apa yang sedang mereka kerjakan (Hiebert dan Lafevre, 1986:9). Pendapat ini didukung juga oleh Eisenhart yang menyatakan bahwa pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural merupakan aspek yang penting pada pemahaman matematika, oleh karena itu mengajar untuk memahami harus menerapkan kedua pengetahuan tersebut (dalam Sujiarto, 1999:18).

Berdasarkan wawancara penulis dengan beberapa guru matematika di SMU Laboratorium Universitas Negeri Malang diperoleh informasi bahwa materi “Peluang” merupakan materi tersulit bagi siswa kelas II. Kesulitan ini terletak pada bagian kaidah pencacahan (counting rules). Oleh karena itu penelitian untuk mengungkapkan penguasaan siswa terhadap pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural, dan keterkaitannya pada kaidah pencacahan sangat didukung oleh guru matematika, terutama guru kelas dua sehingga deskripsi hasil penelitian yang berjudul “Pengetahuan Konseptual dan Pengetahuan Prosedural Kaidah Pencacahan Pada Siswa Kelas II SMU Laboratorium Universitas Negeri Malang” ini dapat dijadikan masukan dalam mempersiapkan pembelajaran di tahun-tahun mendatang.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan di atas, bahwa penguasaan terhadap pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural sangat diperlukan pada pemahaman konsep kaidah pencacahan di SMU. Oleh karena itu perlu penelaahan

penguasaan siswa terhadap kedua pengetahuan tersebut untuk mengungkap pemahaman siswa SMU tentang “kaidah pencacahan”. Untuk keperluan tersebut peneliti merumuskan masalah kedalam pertanyaan penelitian sebagai berikut.

1. Bagaimana penguasaan pengetahuan konseptual tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan tinggi?
2. Bagaimana penguasaan pengetahuan konseptual tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan sedang?
3. Bagaimana penguasaan pengetahuan konseptual tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan rendah?
4. Bagaimana penguasaan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan tinggi?
5. Bagaimana penguasaan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan sedang?
6. Bagaimana penguasaan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan rendah?
7. Bagaimana penguasaan keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan tinggi?
8. Bagaimana penguasaan keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan sedang?
9. Bagaimana penguasaan keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan rendah?

1.3 Tujuan Penelitian

Bertitik tolak dari kesembilan pertanyaan penelitian diatas, maka penelitian ini bertujuan untuk:

1. mendeskripsikan penguasaan pengetahuan konseptual tentang kaidah pencacahan dari siswa berkemampuan tinggi.
2. mendeskripsikan penguasaan pengetahuan konseptual tentang kaidah pencacahan dari siswa berkemampuan sedang.
3. mendeskripsikan penguasaan pengetahuan konseptual tentang kaidah pencacahan dari siswa berkemampuan rendah.
4. mendeskripsikan penguasaan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan tinggi.
5. mendeskripsikan penguasaan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan sedang.
6. mendeskripsikan penguasaan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan rendah.
7. mendeskripsikan penguasaan keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan tinggi.
8. mendeskripsikan penguasaan keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan sedang.

9. mendeskripsikan penguasaan keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural tentang kaidah pencacahan bagi siswa berkemampuan rendah.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut ini.

1. Bagi peneliti, penelitian ini memberikan informasi mengenai pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural siswa tentang kaidah pencacahan yang dapat digunakan dalam merancang pembelajaran peluang dan statistika.
2. Bagi pengembangan ilmu matematika, penelitian ini dapat digunakan sebagai pondasi penelitian tindakan khususnya materi peluang dan statistika.
3. Bagi penyusun bahan ajar, penelitian ini memberikan masukan bahwa dalam penyajian materi di buku teks, penulis buku teks perlu mengaitkan antarkonsep sehingga semua konsep terikat dalam sebuah jaringan informasi. Apabila konsep-konsep saling terkait, akan memudahkan siswa menyimpannya dalam memori ingatan siswa.
4. Bagi penyusun kurikulum, penelitian ini memberikan informasi bahwa pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural harus berjalan seiring dalam pembelajaran, sehingga kurikulum perlu diberi penekanan tentang pengaitan antar konsep dalam pengajian materi di buku paket dan buku penunjang serta pembelajaran.

5. Bagi guru, penelitian ini memberikan informasi bahwa perlunya guru mengaitkan antar konsep dalam pembelajaran agar terbentuk pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang terkait sehingga membentuk pemahaman yang baik.
6. Bagi siswa, penelitian ini dapat dijadikan pedoman bahwa dalam matematika konsep-konsep itu saling terkait sehingga dalam belajar matematika harus kontinyu.

1.5. Batasan Istilah

Untuk menghindari silang selisih pengertian, beberapa istilah dalam penelitian ini diberi batasan sebagai berikut ini.

1. Pemahaman adalah istilah yang paling sering digunakan untuk mendeskripsikan keadaan pengetahuan ketika informasi matematika yang baru dihubungkan secara tepat dengan pengetahuan yang ada atau istilah lainnya adalah belajar bermakna (Hiebert dan Lefevre, 1986:4).
2. Pengetahuan konseptual adalah suatu pengetahuan yang kaya akan hubungan-hubungan yang meliputi fakta-fakta dan sifat-sifat sehingga semua potongan informasi terkait dalam suatu jaringan (Hiebert dan Lefevre, 1986:3).
3. Pengetahuan prosedural terdiri dari dua bagian bagian pertama berupa representasi simbolik, bagian kedua merupakan langkah-langkah yang membentuk algoritma (Hiebert dan Lefevre, 1986:6).
4. Keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural adalah keterkaitan antara langkah-langkah prosedural dengan konsep yang mendasarinya (Hiebert dan Lefevre, 1986:9).

5. Kaidah pencacahan adalah ruang lingkup materi yang sesuai dengan Suplemen GBPP 1999, kurikulum 1994 Sekolah Menengah Umum, pelajaran matematika kelas dua.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Karakteristik Matematika

Matematika adalah ilmu tentang struktur yang terorganisasi mulai dari unsur yang tidak didefinisikan, ke unsur yang didefinisikan, keaksioma atau postulat dan akhirnya ke dalil (Ruseffendi, 1980:148). Pada hakekatnya matematika berkenaan dengan ide-ide, struktur-struktur, dan hubungan-hubungan yang tersusun secara hirarki (Hudoyo, 1988:4). Hubungan tersebut diatur dengan kaidah logika deduktif atas dasar konsep-konsep matematika yang telah direpresentasikan secara simbolik.

Matematika sebagai ilmu yang menelaah tentang struktur dan hubungan-hubungannya serta menggunakan simbol-simbol untuk merepresentasikannya. Simbol-simbol itu penting untuk membantu memanipulasi aturan-aturan dalam operasi yang ditetapkan. Soedjadi (1994:10) mengatakan simbolisasi menandakan adanya komunikasi yang mampu memberikan keterangan pada pembentukan konsep baru. Konsep baru terbentuk karena adanya pemahaman terhadap konsep sebelumnya sehingga konsep-konsep matematika itu tersusun secara hirarkis. Konsep kombinasi dan konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama terbentuk karena adanya pemahaman terhadap konsep permutasi, serta pemahaman konsep permutasi terbentuk karena adanya pemahaman terhadap konsep aturan pengisian tempat yang tersedia.

Berdasarkan uraian yang telah dikemukakan di atas, dapat disimpulkan bahwa pada hakekatnya matematika merupakan kumpulan ide-ide yang bersifat abstrak, dengan struktur-struktur yang diatur menurut urutan logis. Dengan demikian matematika berkenaan dengan konsep-konsep abstrak.

2.2 Konsep-Konsep Kaidah Pencacahan

Materi kaidah pencacahan yang dijadikan dasar penelitian yang tercantum dalam Garis-Garis Besar Program Pengajaran 1994 Suplemen GBPP 1999 adalah sebagai berikut ini.

1.1. Kaidah pencacahan (counting rules).

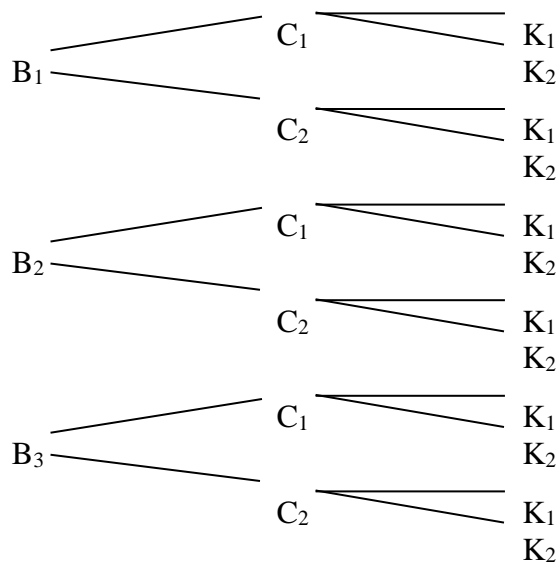
- Memahami aturan pengisian tempat yang tersedia (filling slots).
- Memahami definisi notasi faktorial.
- Memahami definisi notasi permutasi.
- Menentukan banyak permutasi dengan cara mencoba kemudian dengan menggunakan rumus.
- Memahami permutasi jika ada beberapa elemen yang sama.
- Memahami definisi dan notasi kombinasi.
- Menentukan banyak kombinasi dengan cara mencoba kemudian dengan menggunakan rumus.

Untuk menggali pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural siswa terhadap materi kaidah pencacahan di SMU, kita perlu memahami konsep-konsep kaidah pencacahan yang dinyatakan oleh Walpole (1995) yang diuraikan pada bagian berikut ini.

2.2.1 Aturan Pengisian Tempat Yang Tersedia (Filling Slots)

Bila suatu operasi dapat dikerjakan dengan n_1 cara, dan bila untuk setiap cara ini operasi kedua dapat dikerjakan dengan n_2 cara, dan bila untuk setiap kedua cara operasi tersebut operasi ketiga dapat dilakukan dengan n_3 cara, dan seterusnya, maka deretan k operasi dapat dikerjakan dengan $n_1 n_2 \dots n_k$ cara. (Walpole, 1995:20).

Sebagai contoh sebuah tim sepak bola memiliki 3 buah baju dengan warna berbeda, 2 celana dengan warna berbeda, dan 2 kaos kaki dengan warna berbeda untuk tiap pemainnya. Maka banyak variasi kostum yang dapat digunakan oleh tim tersebut mengikuti aturan pengisian tempat yang tersedia yaitu $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 = 3 \cdot 2 \cdot 2$ dengan n_1 sebagai banyak baju yaitu $n_1 = 3$, n_2 sebagai banyak celana yaitu $n_2 = 2$, dan n_3 sebagai banyak kaos kaki yaitu $n_3 = 2$. Hal ini dapat diilustrasikan dengan gambar berikut.



Dengan B_1 , B_2 , dan B_3 adalah jenis baju yang berbeda, C_1 dan C_2 adalah jenis celana, serta K_1 dan K_2 jenis kaos kaki.

2.2.2 Konsep Permutasi

Suatu permutasi ialah suatu susunan yang dapat dibentuk dari satu kumpulan benda yang diambil sebagian atau seluruhnya. (Walpole, 1995:21).

Banyak susunan yang dapat dibentuk dari satu kumpulan benda yang diambil sebagian dihitung dengan prosedur permutasi ${}_n P_r$, yaitu:

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (\text{Walpole,1995:22}).$$

Sedangkan banyak susunan yang dapat dibentuk dari satu kumpulan benda yang diambil seluruhnya dihitung dengan prosedur faktorial $n!$, yaitu:

$$n! = n.(n-1)(n-2)\dots 3.2.1 \quad (\text{Walpole,1995:23}).$$

Sebagai contoh dalam pemilihan pengurus kelas yang terdiri dari ketua kelas, sekretaris, dan bendahara yang dipilih sekaligus dengan ketentuan pengumpul suara terbanyak menjadi ketua kelas, yang kedua menjadi sekretaris dan ketiga menjadi bendahara dari 6 orang calon. Banyaknya susunan pengurus kelas yang mungkin terbentuk adalah susunan 3 orang yang diambil (dipilih) dari 6 orang dengan memperhatikan urutan pengambilan (pemilihan). Banyak cara ini dinotasikan dengan ${}_6 P_3$ dan dihitung dengan pengetahuan algoritmatik ${}_n P_r$ ($n=6, r=3$) yaitu

$${}_6 P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6.5.4.3!}{3!} = 120.$$

2.2.3 Konsep Permutasi Untuk Beberapa Yang Sama

Banyaknya permutasi yang berlainan dari n benda bila n_1 diantaranya berjenis pertama, n_2 berjenis kedua, ..., n_k berjenis ke k adalah

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!} \quad (\text{Walpole,1995:24}).$$

Sebagai contoh seorang yang akan memasang lampu hias yang dirangkai seri. Lampu hias ini terdiri dari 9 bola lampu yang 3 diantaranya berwarna merah, 4 berwarna kuning, dan berwarna 2 biru. Maka banyak cara penyusunan ini berbeda dengan permutasi sebab ada beberapa elemen yang sama. Dalam menyelesaikan

persoalan ini kita pertama-tama menotasikan banyak semua unsur dengan n yaitu $n=9$, ada 3 yang berwarna merah sebagai $n_1=3$, ada 4 yang berwarna kuning sebagai $n_2=4$, dan ada 2 yang berwarna biru sebagai $n_3=2$. Selanjutnya banyak cara ini dihitung

$$\text{dengan algoritma } \text{banyak cara} = \frac{9!}{3!4!2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4! \cdot 2 \cdot 1} = 1260$$

2.2.4 Konsep Kombinasi

Dalam banyak masalah kita ingin mengetahui banyaknya cara memilih r benda dari sejumlah n benda tanpa memperdulikan urutan pemilihannya. Pemilihan seperti ini dinyatakan oleh Walpole (1995:25) sebagai kombinasi, dan dinyatakan dengan lambang ${}_n C_r$.

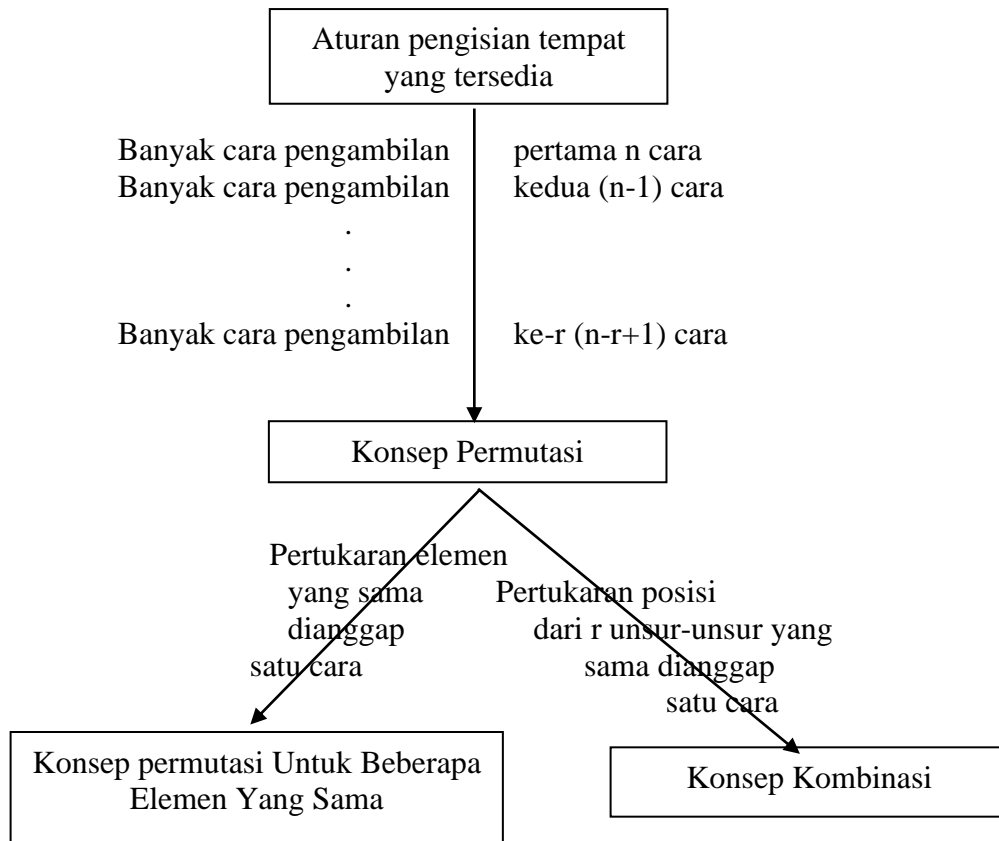
Banyaknya kombinasi dari n benda yang berlainan bila diambil sebanyak r sekaligus adalah ${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ (Walpole, 1995:26).

Sebagai contoh untuk memilih 5 orang dari 10 calon yang akan mewakili kelas dalam rapat OSIS. Pemilihan seperti ini tentu tidak memperhatikan urutan, apakah seseorang itu menjadi wakil pertama, kedua, atau kelima, tentu tidak dipermasalahkan. Pemilihan seperti ini disebut kombinasi. Banyak cara pemilihan ini dihitung dengan

$$\text{algoritma } {}_{10} C_5 = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 252 .$$

Dalam pembelajaran kaidah pencacahan keempat konsep tersebut harus diajarkan dengan menggunakan peta konsep seperti gambar 2.1. Pertama-tama yang diajarkan adalah ide aturan pengisian tempat yang tersedia, pengajaran ini mengaitkan dengan fakta-fakta kehidupan sehari-hari misalnya banyak variasi kostum yang bisa

digunakan sebuah tim sepak bola yang memiliki tiga set baju yang berbeda warna, dua set celana yang berbeda warna, dan 2 set kaos kaki yang berbeda warna. Dari pengaitan ini terbentuk konsep aturan pengisian tempat yang tersedia.



Gambar 2.1 Peta Konsep

Kemudian diajarkan konsep permutasi dengan membuat pengaitan dengan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia dengan kaitan sebagai berikut. Kita mengambil r unsur dari sekumpulan n unsur, maka pada pengambilan pertama ada n cara, pada pengambilan kedua ada $(n-1)$ cara, dan seterusnya sampai pada pengambilan

ke-r ada $(n-r+1)$ cara. Menurut konsep aturan tempat yang tersedia banyak cara ini adalah $n.(n-1).(n-2)...(n-r+1)$

Selanjutnya setelah mengecek pemahaman siswa terhadap konsep permutasi, baru diajarkan konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama. Dalam pembelajaran konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama dikaitkan dengan konsep permutasi yaitu pertukaran tempat dari beberapa elemen yang sama dianggap satu cara. Menurut konsep permutasi banyak cara penyusunan n benda adalah $n!$ Karena pertukaran posisi dari n_1 benda berjenis pertama menurut konsep permutasi adalah $n_1!$, cara dianggap sama (satu cara), demikian pula dengan pertukaran posisi n_2 benda berjenis kedua, pertukaran posisi n_3 benda berjenis ketiga, ..., pertukaran posisi n_k benda berjenis ke- k yang menurut konsep permutasi berturut-turut sebanyak $n_2!, n_3!, \dots, n_k!$, semuanya dianggap satu cara sehingga banyak susunan ini menjadi

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}$$

Sebelum mengajarkan konsep kombinasi terlebih dahulu kita mengecek pemahaman siswa terhadap konsep permutasi dan dibuat pengaitan sebagai berikut. Karena kita memilih r unsur dari n unsur tanpa memperhatikan urutan pengambilan, maka pertukaran posisi dari r unsur yang sama yang masing-masing menurut konsep permutasi sebanyak ${}_rP_r$ atau $r!$ cara, dan ini dianggap sebagai satu cara, sehingga banyak cara pemilihan ini disebut sebagai kombinasi r unsur dari n unsur adalah dinotasikan

$$\text{dengan } {}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{{}_r P_r} = \frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

2.3. Pemahaman

Pemahaman merupakan terjemahan dari kata *understanding*. Dalam kamus Bahasa Besar Indonesia (Depdikbud, 1988:636) pemahaman diartikan sebagai pengertian yang mendalam. Hiebert dan Lefevre (1986:4) menyatakan pemahaman adalah istilah yang paling sering digunakan untuk mendeskripsikan keadaan pengetahuan ketika informasi matematika yang baru dihubungkan secara tepat dengan pengetahuan yang ada atau istilah lainnya adalah belajar bermakna. Selanjutnya Hiebert dan Lefevre (1986: 4) menyatakan inti dari proses ini adalah melibatkan pengasimilasian materi baru ke dalam jaringan atau struktur pengetahuan yang tepat. Siswa dikatakan memahami materi kaidah pencacahan bila ia dapat mengaitkan fakta dengan ide aturan pengisian tempat yang tersedia, mengaitkan materi permutasi dengan materi aturan pengisian tempat yang tersedia, mengaitkan prosedur aturan faktorial dan aturan permutasi dengan konsep permutasi, mengaitkan materi permutasi untuk beberapa elemen yang sama dengan materi permutasi, mengaitkan materi kombinasi dengan materi permutasi, mengaitkan aturan faktorial dengan aturan permutasi, dan mengaitkan aturan kombinasi dengan aturan permutasi.

Untuk mencapai pemahaman perlunya siswa memiliki pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang akan dijelaskan pada bab 2.4 dan 2.5.

2.4 Pengetahuan Konseptual

Konsep-konsep merupakan katagori-katagori yang diberikan pada stimulus-stimulus yang ada dilingkungan kita . Konsep-konsep menyediakan skema-skema terorganisasi untuk mengasimilasikan stimulus-stimulus baru, dan untuk menentukan hubungan-hubungan di dalam dan diantara katagori-katagori.(Dahar, 1988:95).

Konsep permutasi memiliki katagori yaitu banyaknya cara pengambilan r unsur dari sekumpulan n unsur dengan r bisa lebih kecil atau sama dengan n . Konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama memiliki katagori yaitu banyak susunan dari n unsur dengan ada beberapa unsur yang sama. Sedangkan konsep kombinasi memiliki katagori yaitu banyak cara pengambilan r unsur dari sekumpulan n unsur tanpa memperhatikan urutan pengambilan.

Sedangkan pengetahuan konseptual adalah suatu pengetahuan yang kaya akan hubungan-hubungan. Hubungan hubungan itu meliputi fakta-fakta dan sifat-sifat sehingga semua potongan informasi terkait pada satu jaringan.(Hiebert dan Lefevre,1986:3).

Berkaitan dengan penelitian ini pengetahuan konseptual yang diinginkan dimiliki oleh siswa adalah:

1. pemahaman aturan pengisian tempat yang tersedia,
2. pemahaman konsep permutasi,
3. pemahaman konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama,
4. pemahaman konsep kombinasi,

Keempat pengetahuan konseptual tersebut saling terhubung dalam suatu jaringan. Hiebert dan Lafevre (1986:4) menyatakan pengembangan pengetahuan konseptual dicapai dengan pembentukan hubungan-hubungan antara bagian-bagian informasi. Proses keterkaitan ini dapat terjadi antara dua bagian informasi yang telah

disimpan dalam memori atau antara bagian informasi yang telah ada dengan yang baru dipelajari. Keterkaitan keempat pengetahuan konseptual tersebut ditunjukkan oleh gambar 2.1.

Dalam mempelajari materi kaidah pencacahan pertama-tama siswa harus memahami konsep aturan pengisian tempat yang tersedia . Pengetahuan konseptual aturan pengisian tempat yang tersedia ini dibentuk dengan mengaitkan fakta-fakta dengan ide aturan pengisian tempat yang tersedia. Pengetahuan konseptual aturan pengisian tempat ini lalu dikembangkan menjadi pengetahuan tentang permutasi yaitu banyaknya cara pengambilan r unsur dari n unsur, kaitannya adalah pada pengambilan pertama ada n cara, pada pengambilan kedua ada $(n-1)$ cara, dan seterusnya sampai pengambilan ke- r sebanyak $(n-r+1)$ cara. Banyak cara pengambilan ini mengikuti aturan pengisian tempat yang tersedia yaitu banyak cara pengambilan pertama dikali banyak pengambilan kedua dikali banyak pengambilan ketiga dan seterusnya sampai pengambilan ke- r .

Pengetahuan konseptual permutasi untuk beberapa elemen yang sama dikembangkan dengan menciptakan hubungan dengan pengetahuan konseptual permutasi yaitu ada beberapa elemennya yang bila posisinya dipertukarkan dianggap sebagai cara yang sama.

Selanjutnya pengetahuan konseptual tentang kombinasi dikembangkan dengan pembentukan hubungan keterkaitan dengan pengetahuan konseptual permutasi, kaitannya yaitu pengambilan r unsur dari n unsur tanpa memperhatikan susunannya

dengan $r \leq n$. Karena setiap susunan r unsur adalah $r!$ maka banyaknya kombinasi dari pengambilan r unsur dari n unsur ($r \leq n$) adalah banyak permutasi r unsur dari n unsur dibagi oleh banyaknya susunan r unsur yang dinotasikan sebagai $r!$

2.5 Pengetahuan Prosedural

Menurut Hiebert dan Lafevre (1986:6) pengetahuan prosedural merupakan pengetahuan tentang urutan kaidah-kaidah, algoritma-algoritma, atau prosedur-prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan soal matematika. Hiebert dan Wearne (1986:204) membedakan dua jenis pengetahuan prosedural yaitu, pertama pengetahuan mengenai simbol tanpa mengikutkan makna dari simbol tersebut, dan kedua sekumpulan aturan-aturan atau langkah-langkah yang membentuk suatu algoritma atau prosedur.

Sedangkan Jensen dan Williams (1993:231) merinci pengetahuan prosedural dalam beberapa tahap, yaitu (1) mengingat aturan-aturan dan algoritma, (2) melakukan perhitungan diatas kertas dengan pensil secara berulang-ulang, (3) menemukan bentuk asli dari jawaban dan (4) mengingat prosedur tanpa memahaminya.

Berdasarkan kedua pendapat diatas dapat kita simpulkan pengetahuan prosedural terbagi atas dua 2 bagian yaitu: (1) pengetahuan mengenai simbol tanpa memahami maknanya atau dengan kata lain mengingat aturan (rumus), (2) sekumpulan aturan-aturan atau langkah-langkah yang membentuk suatu algoritma atau prosedur, bagian kedua ini meliputi melakukan perhitungan diatas kertas dengan pensil berulang-ulang, menemukan bentuk asli dari suatu jawaban, dan mengingat prosedur tanpa memahaminya.

Berkaitan dengan penelitian ini pengetahuan prosedural mengenai simbolisasi meliputi:

1. representasi simbol faktorial,
2. representasi simbol permutasi,
3. representasi simbol aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama,
4. representasi simbol kombinasi,

Sedangkan pengetahuan prosedural mengenai algoritmatis meliputi:

1. ketrampilan dalam perkalian bilangan pecahan,
2. ketrampilan menggunakan aturan faktorial,
3. ketrampilan menggunakan aturan permutasi,
4. ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama,
5. ketrampilan menggunakan aturan kombinasi.

2.6 Keterkaitan Pengetahuan Konseptual Dan Prosedural

Untuk dapat memahami materi kaidah pencacahan perlu sekali siswa mengaitkan pengetahuan konseptual dan prosedural. Sebab pengetahuan prosedural menurut Hiebert dan Lefevre (1986:6) merupakan pengetahuan tentang urutan kaidah-kaidah, algoritma-algoritma, atau prosedur-prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan soal matematika.

Selanjutnya Hiebert dan Lefevre (1986:11) mengatakan ada beberapa alasan untuk mempercayai bahwa prosedur yang berhubungan dengan konsepnya adalah kunci dalam menghasilkan prosedur yang sukses. Pertama, jika prosedur dihubungkan

dengan pengetahuan konseptual, prosedur itu akan disimpan sebagai bagian jaringan informasi, diikat dengan hubungan semantik. Jaringan yang demikian, kecil kemungkinan untuk rusak dibandingkan dengan informasi yang terpisah. Kedua, pemanggilan kembali meningkat karena struktur pengetahuan atau jaringan yang terpisah dari prosedur dilengkapi dengan sejumlah kaitan yang memungkinkan pengaksesan kepada prosedur.

Keterkaitan Pengetahuan Konseptual dan Prosedural dapat digambarkan dengan jaringan informasi pada gambar 2.2. Garis \rightarrow yang menghubungkan kotak dan elip menunjukkan kaitan timbal balik antara pengetahuan prosedural yang tertulis dalam kotak dan pengetahuan konseptual yang tertulis dalam dalam elip. Misalkan seorang siswa yang akan menyelesaikan soal kaidah pencacahan maka pengetahuan konseptual membimbing siswa memilih prosedur yang tepat. Keterkaitan ini akan tampak jelas dalam menyelesaikan soal berikut ini.

Soal 1: Terdapat 5 buku matematika, 4 buku cerita, dan 3 buku kimia yang akan disusun kedalam rak yang dapat memuat semua buku. Berapa susunan yang mungkin jika buku yang sejenis saling berdampungan?

Dalam menyelesaikan soal ini perlu hal-hal berikut ini.

1. Siswa harus memiliki pengetahuan konseptual aturan pengisian tempat yang tersedia, sehingga siswa dapat mengilustrasikan persoalan tersebut dalam gambar berikut.

$$\begin{array}{ccc}
 5 \text{ buku matematika} & & 4 \text{ buku fisika} & & 3 \text{ buku kimia} \\
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & & \\ \hline \end{array} & \times & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} & \times & \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

Dari ilustrasi ini siswa memperoleh pemecahan masalah banyak cara penyusunan ini sebagai banyak cara penyusunan 5 buku matematika dikali banyak cara penyusunan 4 buku fisika dikali banyak penyusunan 3 buku kimia yang masing-masing berdampingan.

2. Dengan gambaran seperti ini pengetahuan konseptual aturan pengisian tempat yang tersedia menunjuk pengetahuan konseptual permutasi untuk menentukan banyak cara penyusunan 5 buku matematika, 4 buku fisika, dan 3 buku kimia yang masing-masing berdampingan.
3. Pengetahuan konseptual permutasi menotasikan banyak cara penyusunan ini sebagai $5!$ untuk penyusunan 5 buku matematika, $4!$ untuk penyusunan 4 buku fisika, dan $3!$ untuk menotasikan penyusunan 3 buku fisika. Selanjutnya pengetahuan konseptual ini memanggil pengetahuan prosedural representasi simbol $n!$ dan pengetahuan prosedural ketrampilan menggunakan aturan faktorial untuk menghitung banyak cara penyusunan 5 buku matematika, 4 buku fisika, dan 3 buku kimia yang masing-masing jenis disusun secara berdampingan. Pengetahuan prosedural ini menghitung $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$, dan $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
4. Setelah memperoleh hasil ini dikembalikan pada pengetahuan prosedural pengisian tempat yang tersedia, sehingga dihitung $120 \times 24 \times 6 = 17280$.

Soal 2: Berapa banyak garis yang dapat dibuat melalui 17 titik

Dalam menyelesaikan soal ini perlu hal-hal berikut ini.

1. Siswa harus memiliki pengetahuan konseptual kombinasi. Pengetahuan konseptual kombinasi ini memberikan gambaran kepada siswa bahwa banyak garis yang dapat dibuat ini adalah sama dengan banyak cara pemilihan 2 titik dari 17 titik tanpa memperhatikan urutan pengambilan.
2. Pengetahuan konseptual kombinasi ini menotasikan persoalan diatas sebagai ${}_{17}C_2$.
3. Pengetahuan konseptual kombinasi selanjutnya memanggil pengetahuan prosedural representasi simbol ${}_nC_r$ dan pengetahuan prosedural ketrampilan menggunakan aturan kombinasi untuk menghitung ${}_{17}C_2$.
4. Kemudian pengetahuan representasi simbol kombinasi ini merepresentasikan

$${}_{17}C_2 = \frac{17!}{2!(17-2)!}, \text{ lalu dilanjutkan dengan pengetahuan prosedural ketrampilan}$$

$$\text{menggunakan aturan kombinasi untuk menghitung } \frac{17!}{2!(17-2)!} = \frac{17 \cdot 16 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 15!} = 136$$

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Pendekatan Dan Jenis Penelitian

Dalam penelitian ini peneliti ingin menggali secara mendetail dan mendalam tentang pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang ada dalam pikiran siswa sehingga digunakan pendekatan kualitatif, sebab dalam proses pengumpulan data :

1. siswa tidak dikondisikan dalam kondisi tertentu, namun dibiarkan berperilaku secara alami,
2. manusia sebagai alat atau instrumen yaitu peneliti dengan bantuan guru menjadi alat pengumpul data utama,
3. data yang dikumpulkan berupa lembaran jawaban subyek penelitian dari ujian tulis, jawaban verbal subyek yang direkam dengan tape recorder selama wawancara, tulisan yang diberikan subyek selama wawancara, dan catatan pengamat tentang pemahaman subyek selama wawancara.
4. format wawancara dapat berubah sesuai dengan jawaban subyek waktu wawancara.

Hal ini sesuai dengan pendapat Moleong (2000:4-7) yang menyatakan karakteristik penelitian kualitatif antara lain tersebut dibawah ini.

1. Berlatar belakang alamiah atau konteks dari suatu keutuhan.
2. Manusia sebagai alat atau instrumen yaitu peneliti dengan bantuan orang lain akan menjadi alat pengumpul data utama.

3. Data yang terkumpul berupa kata-kata, gambar, dan bukan angka-angka. Selain itu semua data yang terkumpul berkemungkinan menjadi kunci terhadap semua yang telah diteliti.
4. Desain yang bersifat sementara. Dalam hal ini peneliti akan menyusun desain secara terus-menerus disesuaikan dengan kenyataan dilapangan.

Hasil penggalan ini akan penulis deskripsikan untuk dapat digunakan oleh guru matematika dan penyusun bahan ajar matematika sehingga penelitian ini termasuk jenis penelitian deskriptif.

3.2 Kehadiran Peneliti

Dalam penelitian ini peneliti mengamati proses pembelajaran di kelas, lalu menganalisa lembaran jawaban siswa untuk digunakan sebagai dasar penyusunan materi wawancara, materi wawancara dapat berubah sesuai informasi yang berkembang pada saat wawancara. Oleh karena itu maka kehadiran peneliti mutlak diperlukan.

3.3 Lokasi Penelitian

Penelitian ini direncanakan akan dilaksanakan di SMU Laboratorium Universitas Negeri Malang, dengan pertimbangan berikut ini.

1. Peneliti telah memperoleh informasi tentang pembelajaran matematika di sekolah tersebut dari guru yang bersangkutan.
2. Jenis penelitian ini belum pernah dilaksanakan di sini.
3. Materi ini belum pernah diteliti disini.

4. Adanya dukungan dari guru dan kepala sekolah.

3.4 Data Dan Sumber Data

Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini meliputi hal-hal berikut ini.

1. Data dari lembaran jawaban subyek penelitian dari ujian tulis yang diberikan peneliti bekerja sama dengan guru matematika SMU tersebut.
2. Data yang diperoleh dari hasil wawancara yang meliputi jawaban verbal subyek yang direkam dengan tape recorder, tulisan yang diberikan subyek selama wawancara, dan catatan pengamat tentang pemahaman subyek selama wawancara.

Untuk memvalidasikan tes, peneliti berkonsultasi dengan 3 orang ahli, yaitu pembimbing satu, pembimbing dua, dan guru SMU Laboratorium Universitas Negeri Malang.

Sumber data dalam penelitian ini adalah siswa kelas dua SMU Laboratorium Universitas Negeri Malang tahun ajaran 2002/2003 .

3.5 Prosedur Pengumpulan Data

Untuk memperoleh data yang diperlukan, dalam penelitian ini dilakukan pengumpulan data melalui kegiatan-kegiatan berikut ini.

3.5.1 Pemilihan Subyek Penelitian

Sumber data dalam penelitian ini adalah siswa-siswi kelas II tahun ajaran 2002/2003 yang sedang mengikuti materi peluang . Untuk pengambilan subyek peneliti mendeskripsikan nilai rapor matematika siswa selama kelas I meliputi nilai

cawu I, cawu II, dan cawu III . Nilai ini dihitung rata-ratanya kemudian dirangkingkan, berdasarkan rangking ini siswa dikelompokkan menjadi 3 kelompok, yaitu kelompok atas (siswa berkemampuan tinggi), kelompok tengah (siswa berkemampuan sedang), dan kelompok bawah (siswa berkemampuan rendah).

Untuk menentukan subyek pada masing-masing kelompok peneliti memprioritaskan pada kelompok atas yaitu 3 siswa yang berprestasi tertinggi, pada kelompok tengah siswa yang prestasinya dekat median, dan kelompok bawah diprioritaskan dari siswa berprestasi terendah. Namun untuk memilih subyek tersebut peneliti mendiskusikannya dengan dua orang guru matematika yaitu guru matematika kelas I tahun ajaran 2001/2002 (Ibu Dra. Trisna) dan guru matematika kelas II tahun ajaran ini (Ibu Eka Wahyu, S.Pd), pertimbangan ini diperlukan agar siswa yang dipilih menjadi subyek penelitian adalah siswa yang mudah diajak berkomunikasi sehingga memudahkan peneliti menggali pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang ada dalam pikiran siswa. Berdasarkan kriteria ini terpilih IK, NH, dan WS dari kelompok atas, MS, IN, dan FZ dari kelompok tengah, serta GA, SI, dan AF dari kelompok bawah.

3.5.2 Tes Tulis

Tes tulis dilakukan untuk melihat pemahaman subyek penelitian terhadap materi sebagai pelengkap data wawancara. Agar subyek mengerjakan tes dengan kesungguhan sehingga data yang diperoleh adalah data alami maka tes diberikan oleh guru yang bersangkutan di seluruh kelas II tempat subyek berada dan seolah-olah

dibuat oleh guru yang bersangkutan dan dimasukkan dalam bagian dari tes harian. Tes ini dilaksanakan tanggal 26, 27, dan 28 Agustus 2002. Adapun kisi-kisi tes tertera dalam tabel berikut ini.

Tabel 3.1. Kisi-kisi tes

Variabel Penelitian	Sasaran	No. soal
1. Pengetahuan Konseptual	Siswa memahami:	
a. Pemahaman aturan pengisian tempat yang tersedia.	a. aturan pengisian tempat yang tersedia,	1
b. Pemahaman konsep permutasi.	b. konsep permutasi,	3
c. Pemahaman konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama.	c. konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama,	5
d. Pemahaman konsep kombinasi.	d. konsep kombinasi.	4
2. Pengetahuan prosedural.	Siswa dapat mengingat:	
2.1. Pengetahuan prosedural representasi simbol.		
a. Representasi simbol faktorial.	- Simbol faktorial yaitu $n! = n(n-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$,	2b
b. Representasi simbol permutasi.	- Simbol permutasi yaitu ${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$,	2c
c. Representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama.	- simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama yaitu ${}_n P_r = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$,	5a
d. Representasi simbol kombinasi.	- simbol kombinasi yaitu ${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$,	2d
2.2. Pengetahuan prosedural algoritmik.		
a. Ketrampilan dalam perkalian bilangan pecahan.		2a
b. Ketrampilan menggunakan aturan faktorial.	Siswa trampil dalam :	2b
c. Ketrampilan menggunakan aturan permutasi.	- perkalian bilangan pecahan,	2c
d. Ketrampilan menggunakan permutasi untuk beberapa elemen	- menggunakan aturan faktorial, - menggunakan aturan	5a

yang sama. e. Ketrampilan menggunakan aturan kombinasi.	permutasi, - menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama, - menggunakan aturan kombinasi.	2d
--	--	----

Sebelum di ujikan ke siswa perlunya tes tersebut divalidasikan, untuk itu peneliti mengkonsultasikan soal tersebut dengan 3 orang ahli yaitu pembimbing I, pembimbing II, dan guru matematika sekolah tersebut. Dengan berbagai perbaikan barulah soal tersebut diujikan pada subyek. Untuk menghindari subyek mencontoh pekerjaan temannya soal tes dibuat 4 variasi, yaitu seri A, seri B, seri C, dan seri D. Adapun soal yang diujikan pada siswa terdapat pada lampiran 4.

3.5.3 Wawancara Terhadap Subyek Penelitian

Untuk menggali pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang ada dalam pikiran siswa secara mendalam dilakukan wawancara. Wawancara dilaksanakan sepulang sekolah dan diamati oleh seorang teman sesama mahasiswa S-2. Adapun jadwal pelaksanaan wawancara tertera dalam tabel berikut ini.

Tabel 3.2. Jadwal pelaksanaan wawancara

No	Subyek	Tanggal	Waktu
1.	IK	2 Sep 2002	13.00 – 13.30
2.	WS	4 Sep 2002	13.00 – 13.15
3.	FZ	5 Sep 2002	13.00 – 13.40
4.	IN	9 Sep 2002	13.00 – 13.45
5.	AF	11 Sep 2002	13.00 – 13.40
6.	MS	12 Sep 2002	13.00 – 13.35
7.	NH	16 Sep 2002	13.00 – 13.30
8.	GA	18 Sep 2002	13.00 – 13.35
9.	SI	19 Sep 2002	13.00 – 13.35

Secara umum siswa ditanyakan mengapa menjawab seperti yang tertera dalam lembaran jawabannya, pertanyaan ini berpedoman dari analisis lembaran jawaban siswa dari tes tertulis, jawaban ini melahirkan pertanyaan berikutnya sampai ditemukan bagaimana cara memancing siswa agar dapat membentuk pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang baik Oleh karena itu format wawancara tidak dibakukan dan dibuat sefleksibel mungkin.

3.6 Analisis Data

Data penelitian yang terdiri dari lembaran jawaban dari tes tertulis, tulisan subyek sewaktu wawancara, rekaman wawancara, dan catatan pengamat sewaktu wawancara kemudian dianalisis. Teknik analisis data akan mengacu pada pendapat Miles dan Huberman (1992:16) yang menyatakan bahwa analisis data meliputi (1) reduksi data, (2) penyajian data, (3) penarikan kesimpulan dan verifikasi data.

Berdasarkan pendapat diatas peneliti akan melakukan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Menelaah dan memeriksa semua data-data yang telah dikumpulkan dari sumber data. Hasil penelaahan ini merupakan deskripsi data yang terdiri dari jawaban siswa terhadap tes, jawaban verbal siswa selama wawancara yang direkam dengan tape recorder, tulisan siswa selama wawancara, dan catatan pengamat selama wawancara.

2. Mengelompokkan data dari jawaban tes tertulis dan wawancara berdasarkan jenis pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural. Selanjutnya data ini dideskripsikan.
3. Melakukan verifikasi deskripsi data dengan dosen pembimbing, guru matematika yang bersangkutan dan teman-teman mahasiswa matematika PPS Universitas Negeri Malang. .

3.7 Pengecekan Keabsahan Data

Keabsahan data dalam penelitian ini diperiksa dengan teknik triangulasi, yaitu teknik pemeriksaan data yang memanfaatkan sesuatu diluar data. Teknik triangulasi ini dilakukan dengan mendiskusikan hasil atau data yang diperoleh dengan guru matematika, teman mahasiswa S-2, dan dosen pembimbing.

3.8 Tahap-Tahap Penelitian

Penelitian ini dilakukan dalam sebelas tahap, kesebelas tahap itu meliputi hal-hal berikut ini.

1. Observasi pembelajaran di kelas.
2. Mendokumentasikan nilai matematika cawu 1, cawu 2, dan cawu 3 kelas satu.
3. Mengelompokkan siswa atas 3 katagori (kelompok) yaitu kelompok atas (siswa berkemampuan tinggi) kelompok tengah (siswa berkemampuan sedang), dan kelompok bawah (siswa berkemampuan rendah) berdasarkan nilai tersebut.
4. Menyiapkan tes tulis berbentuk uraian, karena jika tidak maka kita tidak mungkin mendapatkan data yang kita harapkan dari lembaran jawaban siswa. Sedangkan jika

soal berbentuk uraian maka dari lembaran jawaban siswa dapat dilihat hal-hal berikut ini.

4.1. Penguasaan pengetahuan konseptual oleh siswa, yang meliputi:

- a. pemahaman aturan pengisian tempat yang tersedia,
- b. pemahaman konsep permutasi,
- c. pemahaman konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama,
- d. pemahaman konsep kombinasi,

4.2. Penguasaan pengetahuan prosedural oleh siswa, yang meliputi:

- a. ketrampilan dalam perkalian bilangan pecahan,
- b. representasi simbol faktorial,
- c. ketrampilan menggunakan aturan faktorial,
- d. representasi simbol permutasi,
- e. ketrampilan menggunakan aturan permutasi,
- f. representasi simbol aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama,
- g. ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama,
- h. representasi simbol kombinasi,
- i. ketrampilan menggunakan aturan kombinasi,

4. Memvalidasi soal tes dengan 3 orang ahli matematika, yaitu pembimbing satu sebagai ahli matematika murni, pembimbing dua sebagai guru besar pendidikan matematika dan guru matematika SMU Laboratorium Universitas Negeri Malang.
5. Mengamati proses pembelajaran di kelas.

6. Mendiskusikan pengambilan 3 orang siswa dari masing-masing kelompok sebagai subyek penelitian dengan guru matematika kelas satu tahun ajaran 2001/2002 (Ibu Dra.Trisna) dan guru matematika kelas dua sekarang (Ibu Eka Wahyu,S.Pd).
7. Melakukan tes terhadap subyek penelitian. Agar mendapatkan data yang alami, maka tes seolah-olah dibuat oleh gurunya dan dilakukan diseluruh kelas dua tempat subyek berada.
8. Mengalisis lembaran jawaban siswa dan menyusun dasar pertanyaan wawancara.
9. Melakukan wawancara terhadap subyek penelitian tentang pemahaman terhadap materi dan soal tes.
10. Mendiskusikan rekaman wawancara dengan guru matematika yang bersangkutan, teman sesama mahasiswa, dan dosen pembimbing.
11. Mendeskripsikan hasil wawancara dan mendiskusikannya dengan dosen pembimbing.
12. Penulisan Tesis.

BAB IV

PAPARAN DATA DAN TEMUAN PENELITIAN

4.1 Pengetahuan Konseptual

Pada bagian ini akan dipaparkan bagaimana pengetahuan konseptual kaidah pencacahan pada kelompok siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah yang ditelaah dari tes tertulis dan wawancara. Pengetahuan konseptual ini meliputi: (1) pemahaman aturan pengisian tempat yang tersedia, (2) pemahaman konsep permutasi, (3) pemahaman konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama, (4) pemahaman konsep kombinasi.

Untuk melihat pemahaman aturan pengisian tempat yang tersedia digunakan soal nomor 1 dengan 4 variasi sebagai berikut ini.

Seri A

Ada 4 kotak yang masing-masing dapat diisi satu bola. Ada tersedia 4 bola yaitu bola berwarna putih, kuning, hijau dan merah. Kotak pertama tentu dapat diisi dengan 4 cara yaitu apakah diisi dengan bola putih, bola kuning, bola hijau atau bola merah.

- Dengan berapa carakah pengisian kotak kedua, setelah kotak pertama terisi satu bola?
- Berapakah banyak cara pengisian keempat kotak tersebut dengan keempat bola?

Seri B

Ada 4 kotak yang masing-masing dapat diisi satu bola. Ada tersedia 4 bola yaitu bola berwarna putih, kuning, hijau dan merah. Kotak pertama tentu dapat diisi dengan 4 cara yaitu apakah diisi dengan bola putih, bola kuning, bola hijau atau bola merah.

- Dengan berapa carakah pengisian kotak ketiga, setelah kotak pertama dan kedua masing-masing terisi satu bola?
- Berapakah banyak cara pengisian keempat kotak tersebut dengan keempat bola?

Seri C

Ada 4 kotak yang masing-masing dapat diisi satu bola. Ada tersedia 4 bola yaitu bola berwarna putih, kuning, hijau dan merah. Kotak pertama tentu dapat diisi dengan 4 cara yaitu apakah diisi dengan bola putih, bola kuning, bola hijau atau bola merah.

- Dengan berapa carakah pengisian kotak kedua, setelah kotak pertama terisi satu bola?

b. Berapakah banyak cara pengisian keempat kotak tersebut dengan keempat bola?

Seri D

Ada 4 kotak yang masing-masing dapat diisi satu bola. Ada tersedia 4 bola yaitu bola berwarna putih, kuning, hijau dan merah. Kotak pertama tentu dapat diisi dengan 4 cara yaitu apakah diisi dengan bola putih, bola kuning, bola hijau atau bola merah.

- a. Dengan berapa carakah pengisian kotak ketiga, setelah kotak pertama dan kedua masing-masing berisi satu bola?
- b. Berapakah banyak cara pengisian keempat kotak tersebut dengan keempat bola?

Untuk melihat pemahaman siswa terhadap pengetahuan konseptual permutasi

digunakan soal nomor 3 dengan 4 variasi sebagai berikut ini.

Seri A

Seorang programmer akan membuat password (kode rahasia/sandi) dengan huruf –huruf yang diambil dari himpunan huruf {A,B,C,D,E,F,G} dengan ketentuan setiap huruf hanya boleh digunakan sekali dalam satu password.

- a. Jika passwordnya terdiri dari 7 huruf (ketujuh huruf tersebut digunakan semuanya), berapa macam password yang mungkin dibuat.
- b. Untuk menghitung banyaknya password yang mungkin dibuat pada soal (a) digunakan aturan apa.
- c. Jika passwordnya terdiri dari 4 huruf , berapa macam password yang mungkin dibuat.
- d. Untuk menghitung banyaknya password yang mungkin dibuat pada soal (c) digunakan aturan apa.

Seri B

Seorang programmer akan membuat password (kode rahasia/sandi) dengan huruf –huruf yang diambil dari himpunan huruf {A,B,C,D,E,F} dengan ketentuan setiap huruf hanya boleh digunakan sekali dalam satu password.

- a. Jika passwordnya terdiri dari 6 huruf (keenam huruf tersebut digunakan semuanya), berapa macam password yang mungkin dibuat.
- b. Untuk menghitung banyaknya password yang mungkin dibuat pada soal (a) digunakan aturan apa.
- c. Jika passwordnya terdiri dari 4 huruf , berapa macam password yang mungkin dibuat.
- d. Untuk menghitung banyaknya password yang mungkin dibuat pada soal (c) digunakan aturan apa.

Seri C

Seorang programmer akan membuat password (kode rahasia/sandi) dengan huruf –huruf yang diambil dari himpunan huruf {A,B,C,D,E,F,G} dengan ketentuan setiap huruf hanya boleh digunakan sekali dalam satu password.

- a. Jika passwordnya terdiri dari 7 huruf (ketujuh huruf tersebut digunakan semuanya), berapa macam password yang mungkin dibuat.

- b. Untuk menghitung banyaknya password yang mungkin dibuat pada soal (a) digunakan aturan apa.
- c. Jika passwordnya terdiri dari 3 huruf , berapa macam password yang mungkin dibuat.
- d. Untuk menghitung banyaknya password yang mungkin dibuat pada soal (c) digunakan aturan apa.

Seri D

Seorang programmer akan membuat password (kode rahasia/sandi) dengan huruf –huruf yang diambil dari himpunan huruf {A,B,C,D,E,F} dengan ketentuan setiap huruf hanya boleh digunakan sekali dalam satu password.

- a. Jika passwordnya terdiri dari 6 huruf (keenam huruf tersebut digunakan semuanya), berapa macam password yang mungkin dibuat.
- b. Untuk menghitung banyaknya password yang mungkin dibuat pada soal (a) digunakan aturan apa.
- c. Jika passwordnya terdiri dari 4 huruf , berapa macam password yang mungkin dibuat.
- d. Untuk menghitung banyaknya password yang mungkin dibuat pada soal (c) digunakan aturan apa.

Untuk melihat pemahaman konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama digunakan soal nomor 5 dengan 4 variasi sebagai berikut ini.

Seri A

- a. Berapa banyak cara penyusunan semua huruf pada kata “FISIKAWAN”.
- b. Untuk menghitung banyak cara penyusunan huruf-huruf pada kata “FISIKAWAN” ini digunakan aturan apa.

Seri B

- a. Berapa banyak cara penyusunan semua huruf pada kata “KIMIAWAN”.
- b. Untuk menghitung banyak cara penyusunan huruf-huruf pada kata “KIMIAWAN” ini digunakan aturan apa.

Seri C

- a. Berapa banyak cara penyusunan semua huruf pada kata “FISIKAWAN”.
- b. Untuk menghitung banyak cara penyusunan huruf-huruf pada kata “FISIKAWAN” ini digunakan aturan apa.

Seri D

- a. Berapa banyak cara penyusunan semua huruf pada kata “KIMIAWAN”.
- b. Untuk menghitung banyak cara penyusunan huruf-huruf pada kata “KIMIAWAN” ini digunakan aturan apa.

Untuk melihat pemahaman aturan pengisian tempat yang tersedia digunakan soal nomor 4 dengan 4 variasi sebagai berikut ini.

Seri A

- a. Berapakah banyak himpunan bagian dari himpunan huruf $\{A,B,C,D,E,F\}$ yang ber-anggota 3 huruf.
- b. Untuk menghitung banyak himpunan bagian dari himpunan huruf $\{A,B,C,D,E,F\}$ yang beranggota 3 huruf digunakan aturan apa.

Seri B

- a. Berapakah banyak himpunan bagian dari himpunan huruf $\{A,B,C,D,E,F,G\}$ yang ber-anggota 3 huruf.
- b. Untuk menghitung banyak himpunan bagian dari himpunan huruf $\{A,B,C,D,E,F,G\}$ yang beranggota 3 huruf digunakan aturan apa.

Seri C

- a. Berapakah banyak himpunan bagian dari himpunan huruf $\{A,B,C,D,E,F\}$ yang ber-anggota 4 huruf.
- b. Untuk menghitung banyak himpunan bagian dari himpunan huruf $\{A,B,C,D,E,F\}$ yang beranggota 4 huruf digunakan aturan apa.

Seri D

- a. Berapakah banyak himpunan bagian dari himpunan huruf $\{A,B,C,D,E,F,G\}$ yang beranggota 3 huruf.
- b. Untuk menghitung banyak himpunan bagian dari himpunan huruf $\{A,B,C,D,E,F,G\}$ yang beranggota 3 huruf digunakan aturan apa.

Pembuatan soal menjadi 4 seri ini seperti telah dijelaskan di Bab III bertujuan untuk menghindari siswa mencontoh pekerjaan temannya sewaktu tes dilakukan sehingga diharapkan hasil ini murni buah pikiran siswa yang bersangkutan. Berikut ini diuraikan bagaimana pengetahuan konseptual pemahaman kaidah pencacahan berdasarkan kelompok siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah yang dikelompokkan berdasarkan nilai rapor selama kelas satu, pertimbangan guru matematika kelas satu tahun ajaran 2001/2002 dan pertimbangan guru matematika kelas dua tahun ajaran ini.

4.1.1 Pada Siswa Berkemampuan Tinggi

Seperti telah dijelaskan di Bab III ada 3 siswa berkemampuan tinggi yang diambil sebagai subyek penelitian yaitu IK, NH, dan WS. Kepada IK diberikan soal seri D, pada NH diberikan soal seri A, dan kepada WS diberikan soal seri B. Adapun deskripsi pengetahuan konseptual ketiga subyek tersebut untuk masing-masing pemahaman adalah sebagai berikut.

4.1.1.1 Pemahaman Aturan Pengisian Tempat Yang Tersedia

Untuk melihat pemahaman aturan pengisian tempat yang tersedia digunakan soal nomor satu. Dari lembaran jawaban terlihat ketiga siswa tersebut menjawab benar dari ujian tulis yang diberikan, jawaban siswa-siswa tersebut adalah sebagai berikut.

IK : a. Dengan 2 cara pengisian bola.

b. $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ cara.

NH : a. 3 cara.

b. $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ cara atau ${}_4P_4 = 4! = 24$.

WS : a. Kotak ketiga diisi dengan 2 cara.

b. Berarti banyak cara pengisian keempat kotak tersebut adalah $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

Benar jawaban ini belum tentu siswa memiliki pengetahuan konseptual yang baik

Untuk melihat bagaimana pengetahuan konseptual yang ada dalam pikiran siswa perlu digali apakah jawaban ini bermakna apa tidak. Oleh karena itu perlu ditelusuri dengan wawancara.

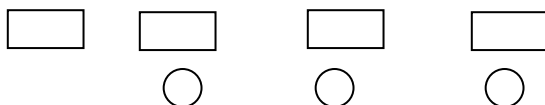
Berikut ini petikan wawancara dengan IK.

P : Mengapa Anda menjawab seperti ini {sambil menunjuk lembaran jawaban siswa soal nomor 1a}.

S : Kotak I sudah berisi satu bola, pada pengisian kotak kedua tinggal 3 bola. Karena kotak kedua juga sudah terisi maka tinggal 2 bola. Jadi ada 2 cara.

P : Mengapa kamu menjawab seperti ini untuk soal nomor 1b? Coba gambarkan.

S : {Lalu siswa menggambar :





Inikan ada 4 kotak Setiap kotak harus diisi satu bola. Karena ada 4 kotak dan ada 4 bola maka menurut rumus digunakan permutasi empat-empat {lalu siswa menulis

$${}_4P_4 = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \quad \}$$

P : Kalau dijawab langsung seperti yang tertulis dilembaran jawabanmu boleh?

S : Itukan cara langsung yang cara kerjanya berdasarkan ${}_4P_4$.

P : Mengapa dikali?

S : Memang rumusnya begitu.

Bagaimana dengan NH. Berikut ini petikan wawancara dengan NH.

P : Mengapa Anda menjawab 3 ? {sambil menunjuk lembaran jawaban siswa soal nomor 1a}. Coba Anda jelaskan dengan gambar.

S : Karena ada 4 kotak yang akan diisi 4 bola. { Lalu siswa menggambar sbb:



Ini sudah diisi satu bola {sambil menunjuk gambar kotak paling kiri}, ini sudah diisi satu bola {sambil menunjuk kotak kedua dari kiri}, jadi untuk mengisi kotak ketiga ini tinggal dua bola, jadi ada 2 cara.

P : Mengapa Anda jawab demikian? {sambil menunjuk lembaran jawaban siswa soal nomor 1a}

S : Karena kotak pertama dapat diisi dengan 4 cara, kotak kedua dengan 3 cara, kotak ketiga dengan 2 cara dan kotak keempat dengan 1 cara, jadi banyaknya cara pengisian keempat kotak tersebut $4 \times 3 \times 2 \times 1$

P : Mengapa dikali ?

S : {Siswa kebingungan}

P : Mengapa tidak ditambah?

S : Karena permutasi.

P : Permutasi berapa?

S : Permutasi empat-empat.

P : Jadi cuma itu menurut yang kamu ketahui.

S : Ya, Pak.

Bagaimana dengan WS. Berikut ini petikan wawancara dengan WS.

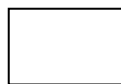
P : Mengapa kamu jawab seperti ini? {sambil menunjuk jawaban soal nomor 1a pada lembaran jawaban siswa}.

S : Karena satu bola telah mengisi kotak pertama, dan satu bola telah mengisi kotak II sehingga tinggal dua bola. Jadi ada dua cara.

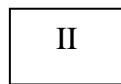
P : Mengapa kamu jawab seperti ini? {sambil menunjuk jawaban soal nomor 1b pada lembar jawaban siswa}.

S : Kotak pertama bisa diisi dengan bola merah, putih, kuning, merah, dan hijau. {Lalu siswa menggambar :

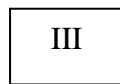
Kotak I



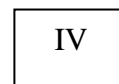
4 cara



3 cara



2 cara



1 cara

P : Mengapa dikali?

S : Bingung pak.

Dari wawancara ini terlihat pengetahuan konseptual aturan pengisian tempat yang tersedia ketiga subyek penelitian kurang baik sebab subyek tidak dapat menghubungkan fakta cara pengisian tempat dengan ide aturan pengisian tempat yang tersedia. Bila siswa memiliki pengetahuan konseptual yang baik tentang aturan pengisian tempat yang tersedia, tentu siswa akan menjelaskan dalam wawancara: “karena setiap satu cara pengisian kotak I ada 3 cara pengisian kotak II, sehingga banyak cara pengisian kotak I dan II ada $4 \times 3 = 12$ cara, setiap satu cara pengisian kotak I dan kotak II ada 2 cara pengisian kotak III, sehingga banyak cara pengisian kotak I, II dan III ada $12 \times 2 = 24$ cara, selanjutnya setiap satu cara pengisian kotak I, II, dan III ada 1 cara pengisian kotak IV sehingga banyak cara pengisian kotak I, II, III dan IV adalah $24 \times 1 = 24$ atau $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

4.1.1.2 Pemahaman Konsep Permutasi

Untuk melihat pemahaman konsep permutasi digunakan soal nomor 3. Dari lembar jawaban terlihat ketiga siswa tersebut menjawab benar dari ujian tulis yang diberikan, jawaban siswa-siswa tersebut adalah sebagai berikut.

IK : a. $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$ cara.

b. menggunakan aturan permutasi.

c. $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ cara.

d. menggunakan permutasi.

NH : {A,B,C,D,E,R,G} ketentuan huruf tidak boleh dibalik.

a. $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

atau

${}_7P_7 = 7! = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040$

b. Permutasi.

c. $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 5040$ atau

${}_7P_4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3!} = 840$

d. permutasi.

WS : {A,B,C,D,E,F}

a. ${}_6P_6 = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1} = 720$

b. Aturan permutasi.

c. ${}_6P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{2!} = 360$

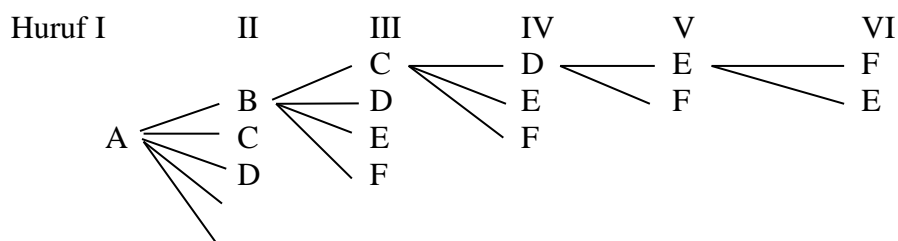
d. Aturan permutasi.

Namun jawaban benar ini belum tentu menunjukkan pengetahuan konseptual yang baik, untuk itu perlu ditelusuri dengan wawancara yang akan melihat bagaimana cara siswa berfikir sehingga siswa menjawab seperti ini. Berikut berturut-turut transkrip wawancara dengan IK, NH, dan WS.

Dengan IK

P : Mengapa 6! untuk soal 3a.

S : Karena 6 huruf A, B, C, D, E, F, diletakan pada 6 tempat. Penempatan huruf pada tempat pertama ada 6 cara . {Lalu siswa menggambar sebagai berikut:



E
F

B
C
D
E
F

}

Pada tempat kedua karena sudah diambil satu huruf jadi tinggal 5 huruf, jadi 5 cara, pada pengisian tempat ketiga telah diambil 2 huruf sehingga tinggal 4 huruf jadi ada 4 cara, pada pengisian tempat keempat telah diambil 3 huruf sehingga tinggal 3 huruf jadi ada 3 cara, pada pengisian tempat kelima telah diambil 4 huruf sehingga tinggal 2 huruf jadi ada 2 cara, dan terakhir tinggal satu huruf, jadi satu cara.

P : Ini digunakan 4 huruf {sambil menunjuk soal nomor 3c} mengapa bisa $6 \times 5 \times 4 \times 3$, bagaimana gambarnya?

S : {Lalu siswa menggambar

A
B
C
D

P : Ini kok 4 huruf.

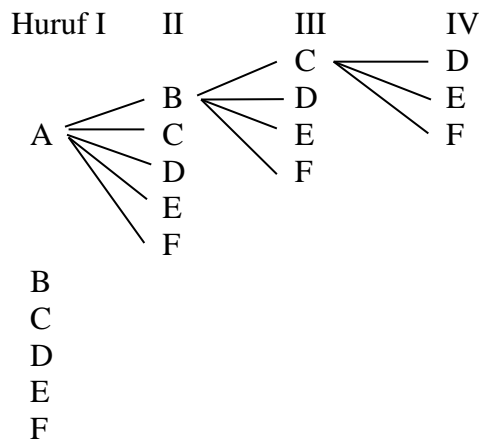
S : Karena diambil 4 huruf.

P : Huruf pertama yang mungkin apa saja.

S : Ada 6 cara.

P : Jadi bagaimana gambarnya.

S : Huruf pertama ada 6 cara {Lalu siswa menggambar:



Yang kedua ada 5 cara, kalau huruf pertama A, huruf kedua bisa B, C, D, E atau F. Huruf ketiga karena sudah diambil dua jadi tinggal 4 cara, misalnya huruf pertama A huruf kedua B maka huruf ketiga bisa C, D, E, atau F. Huruf keempat 3 cara. Ini artinya 6 huruf menempati 4 ruangan.

P : Nomor 3a kamu katakan aturan permutasi, nomor 3c kamu katakan juga aturan permutasi bedanya dimana?

S : Pada soal 3a diambil semua sedangkan pada soal 3c diambil sebagian.

Dengan NH.

P : Mengapa soal no.3a ditulis dengan dua cara? Sebenarnya salah satunya saja sudah benar. Yang mana yang lebih mudah.

S : Yang dibawah.

P : Kenapa? Karena bisa dihitung dengan kalkulator ya?

S : Bukan, pak. Lebih mudah menghitung $1 \times 2 = 2$, lalu $2 \times 3 = 6$, $6 \times 4 = 24$, $24 \times 5 = 120$, $120 \times 6 = 720$, dan $720 \times 7 = 5040$.

P : Pada soal 3c mengapa dihitung dengan 7P_4 , bukan 7C_4 , atau $4!$

S : Karena dari 7 huruf diambil 4 dan urutannya diperhatikan.

P : No. 3a dan 3c sama-sama menggunakan aturan permutasi, bedanya dimana.

S : Kalau no. 3a diambil semua unsurnya, kalau 3c hanya sebagian.

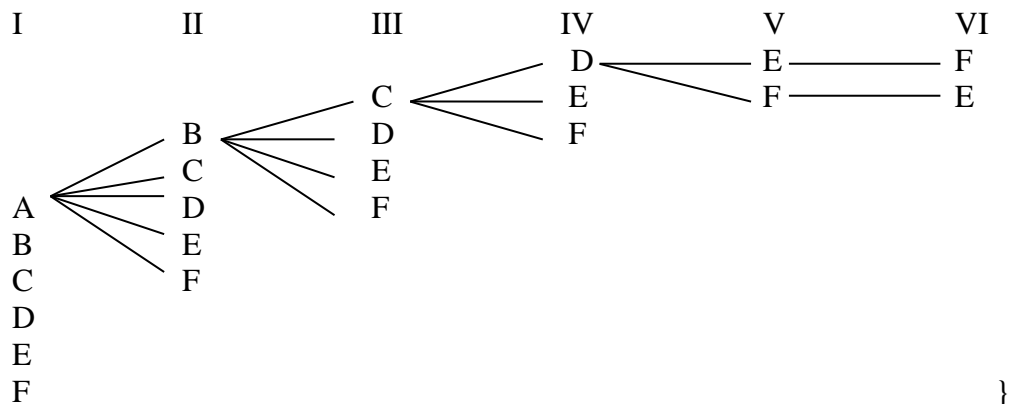
P : Mengapa $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ untuk soal 3a, bagaimana gambarannya.

S : Sama seperti soal 1b.

Dengan WS.

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?

S : Huruf pertama bisa A, B, C, D, E, F. Ada 6 cara. Misalkan huruf pertama A, maka huruf ke dua bisa B, C, D, E, F. Ada lima cara. Misalkan huruf ke dua B, maka huruf ke tiga bisa C, D, E, F. Ada empat cara. {Lalu siswa menulis:



P : Misalnya huruf pertama B?

S : Huruf kedua bisa A, C, D, E, F. Juga 5 cara.

P : Akibatnya banyaknya semua cabang ini {sambil menunjuk gambar diatas}

S : $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 6!$

P : Pada nomor 3a permutasi, pada nomor 3c juga permutasi, bedanya dimana?

S : 3a diletakan pada 6 tempat sedangkan pada 3c pada 4 tempat.

P : 6P_6 itu apa?

S : $6!$

Dari hasil tes tulis dan wawancara diatas terlihat bahwa pengetahuan konseptual siswa telah cukup baik, walaupun IK keliru menyajikan gambaran pengambilan 4 huruf dari 6 huruf, kekeliruan ini bukan karena ketidakfahaman. Pengetahuan konseptual yang baik ini ditunjukkan dengan siswa dapat menghubungkan konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia. Hubungan ini berbentuk yaitu bila r unsur diambil dari n unsur maka pada pengambilan pertama ada n cara, pengambilan kedua ada n-1 cara, dan seterusnya sampai ke pengambilan ke-r ada (n-r+1) cara. Karena cara pengambilan pertama ada n, cara pengambilan kedua ada (n-1) cara, cara pengambilan ketiga ada (n-2), sampai cara pengambilan ke-r ada (n-r+1) maka menurut aturan pengisian tempat yang tersedia banyaknya cara pengambilan r unsur dari n unsur adalah $n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)$.

4.1.1.3 Pemahaman Konsep Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama

Untuk melihat pemahaman konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama digunakan soal nomor 5. Dari lembaran jawaban terlihat ketiga siswa tersebut menjawab benar dari ujian tulis yang diberikan, jawaban siswa-siswa tersebut adalah sebagai berikut.

IK : a. $\frac{8!}{2!2!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 3 \times 2 = 10080$

b. menggunakan cara permutasi.

NH : "FISIKAWAN", I=2, A=2

a. $\frac{9!}{2!2!} = \frac{2!3.4.5.6.7.8.9}{2!2!} = 90720$

b. permutasi.

$$\text{WS : a. } \frac{8!}{2!2!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9}{1 \times 2 \times 1 \times 2} = 10080$$

b. permutasi.

Walaupun ketiga siswa menjawab benar, namun untuk melihat pengetahuan konseptual yang ada tidak cukup dengan hasil tes tertulis, hal ini saja secara kebetulan siswa pernah di dril dengan soal yang mirip dengan soal yang diberikan. Untuk itu perlu ditelusuri dengan wawancara. Berikut ini berturut-turut transkrip wawancara dengan IK, NH, dan WS.

Dengan IK

P : Mengapa kamu buat begitu?

S : “KIMIAWAN” ada 8 huruf, huruf I ada 2, huruf A ada 2. Menempatkan 8 huruf pada 8 tempat, jadi 8! . Karena huruf I ada 2 maka dibagi 2!, dan huruf A ada 2 juga dibagi 2!, sehingga $\frac{8!}{2!2!}$

P : Mengapa dibagi 2!

S : Karena ada dua huruf yang sama.

P : Mengapa 2!

S : Bingung pak.

Dengan NH

P : Mengapa kamu tulis seperti ini?

S : Semua huruf ada 9, jadi 9! Huruf I ada 2 jadi bisa dibolak-balik , huruf A ada 2 bisa dibolak-balik sehingga $\frac{9!}{2!2!}$.

P : Bagaimana kalau soalnya ditukar dengan himpunan huruf pada kata “FISIKAWAI”

S : $\frac{9!}{3!2!}$ karena huruf I ada 3 yang dapat dibolak-balik susunannya 3! dan huruf A ada 2 yang dapat dibolak-balik susunannya 2!

Dengan WS

P : $\frac{8!}{2!2!}$ dari mana?

S : Semua huruf 8 jadi 8!, Huruf I ada 2 jadi dibagi 2!, Dan huruf A ada 2 sehingga dibagi lagi 2!

P : Kalau pada kata :KIMIAWAI”?

S : Semua huruf 8 jadi 8!, dibagi 3! Karena huruf I ada 3 huruf, dibagi lagi 2! Karena huruf A ada 2.

P : Mengapa dibagi 3 faktorial dan 2 faktorial?

S : Huruf I ada 3 jadi dapat dipertukarkan. Banyak cara pertukaran 3 ketiga huruf I ini sebanyak $3!$ faktorial. Karena 3 faktorial cara ini dianggap satu maka banyak cara ini dibagi 3 faktorial.

Dari hasil wawancara ini terlihat IK tidak dapat mengaitkan konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama dengan konsep permutasi, ini ditunjukkan dengan IK tidak dapat menjelaskan mengapa dibagi $2!$ Sedangkan NH dan WS telah memiliki pengetahuan konseptual permutasi untuk beberapa elemen yang sama yang sangat baik sebab keduanya dapat mengaitkannya dengan konsep permutasi, yaitu banyaknya susunan 9 unsur (8 unsur pada WS) adalah $9!$ ($8!$ pada WS), dan huruf I yang banyaknya 2 buah dapat dipertukarkan sebanyak $2!$ cara yang dianggap sebagai satu sehingga harus dibagi $2!$, karena huruf A juga dua buah jadi harus dibagi $2!$

4.1.1.4 Pemahaman Konsep Kombinasi

Untuk melihat pemahaman konsep kombinasi digunakan soal nomor 4. Dari lembaran jawaban terlihat dua subyek menjawab salah yaitu IK dan NH sedangkan WS menjawab benar. Adapun jawaban ketiga subyek penelitian adalah sebagai berikut.

IK : a. $7 \times 6 \times 5 = 210$.
b. menggunakan cara permutasi

NH : a. $\{A, B, C, D, E, F\}$ ${}_6P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$
b. permutasi

WS : $\{A, B, C, D, E, F, G\} = 7$
a. ${}_7C_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{4! \times 5 \times 6 \times 7}{4! \times 2 \times 3} = 35$
b. kombinasi

Jawaban yang salah ini dari IK dan NH belum tentu menunjukkan keduanya tidak faham, bisa jadi karena kecorobohan mengerjakan soal, demikian juga jawaban WS yang benar, ini bisa jadi karena siswa pernah didril mengerjakan soal yang sangat mirip dengan soal yang diberikan ini. Untuk menggali pengetahuan konseptual ini perlu ditelusuri dengan wawancara. Berikut ini berturut-turut transkrip wawancara dengan IK, NH, dan WS.

Dengan IK

P : Mengapa dijawab seperti ini?

S : Kan menempati 3 tempat, hurufnya ada 7. Tempat pertama dapat diisi 7 cara, tempat kedua 6 cara, dan tempat ketiga 5 cara, seperti soal nomor 3c.

P : Kalau seperti nomor 3c berarti ada {A,B,C}, {A,C,B}, {B,A,C}, {B,C,A}, {C,A,B}, {C,B,A}, apakah dalam himpunan bagian ini dianggap sama?

S : Enggak.

P : Yang dimaksud himpunan bagian apa?

S : Kayaknya

P : Sekarang untuk himpunan {A,B,C}, coba kamu tulis semua himpunan bagian yang beranggota dua.

S : {Lalu siswa menulis {A,B}, {A,C}, {B,C}}.

Dengan NH

P : Misalkan himpunannya terdiri dari 4 huruf {A,B,C,D}, Bagaimana menghitung banyaknya himpunan bagian yang terdiri dari 3 huruf .

S : Dengan ${}_4P_3$

P : Mengapa dengan permutasi, mengapa bukan dengan kombinasi?

S : Karena urutannya diperhatikan.

P : Coba kamu buat himpunan bagian yang beranggota 3 huruf dari {A,B,C,D}.

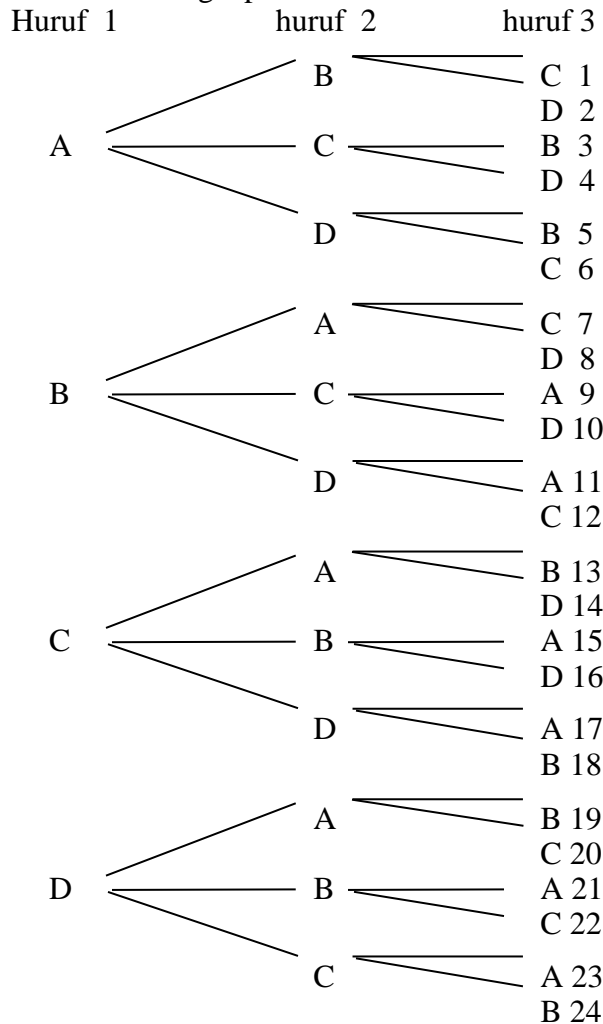
S : Huruf pertamanya bisa A, bisa B, bisa C, bisa D. Kalau huruf pertama A huruf kedua bisa B, bisa C, bisa D.

P : Kalau dibuat seperti ini bagaimana {lalu peneliti menulis :

Huruf 1	huruf 2	huruf 3
A		
B		
C		
D		
		}

Misalkan huruf pertama A maka bagaimana huruf kedua, dan ketiga, coba lengkapi tabel diatas.

S : {Lalu siswa melengkapi tabel diatas :



P : Berarti nomor 1. ABC, 2.ABD, lalu

S : 3.ACB, 4. ACD

P : Sekarang coba perhatikan nomor 1.ABC, 3.ACB, 7.BCA, 9.BCA,13.CAB, 15.CBA, Apakah dianggap sama $\{A,B,C\}$ dengan $\{A,C,B\}$, apa enggak untuk himpunan bagian yang beranggota 3 dari himpunan $\{A,B,C,D\}$.

S : Berbeda.

P : Kalau himpunan bagian yang beranggota 3 huruf dari himpunan $\{A,B,C,D\}$ diperhatikan enggak urutannya?

S : Diperhatikan.

Dengan WS

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?

S : Sama seperti nomor 3c, tetapi {A,B,C}, {A,C,B}, {B,A,C}, {B,C,A}, {C,A,B}, {C,B,A} dianggap sama, jadi harus dibagi $3!=6$ yaitu banyak susunan tadi.

Dari jawaban soal dan transkrip wawancara terlihat bahwa pengetahuan konseptual tentang kombinasi dari WS lebih baik dari IK dan NH, sebab WS telah dapat menghubungkan fakta-fakta dengan ide kombinasi atau dengan kata lain WS telah dapat mengelompokkan fakta-fakta yang termasuk konsep permutasi. Sedangkan IK dengan NH belum dapat menghubungkannya.

Namun untuk melihat apakah pengetahuan konseptual ini sudah cukup baik, perlu ditelusuri apakah pengetahuan konseptual kombinasi ini telah terintegrasi dengan jaringan pengetahuan yang sudah ada sebelumnya yaitu konsep aturan pengisian tempat yang tersedia dan konsep permutasi. Untuk itu perlu wawancara lanjutan. Berdasarkan wawancara lanjutan diperoleh informasi bahwa IK dan NH tidak dapat menghubungkan pengetahuan konseptual kombinasi dengan pengetahuan yang sudah ada yaitu pengetahuan konseptual permutasi, hal ini terlihat dari transkrip wawancara berikut ini.

Dengan IK

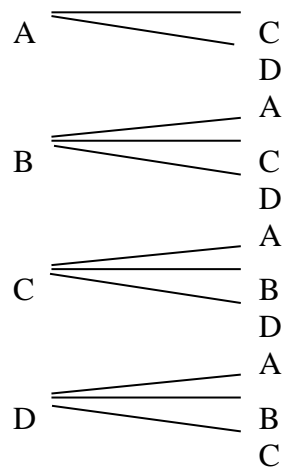
P : Kamu tahu enggak hubungan antara kombinasi dengan permutasi.

S : Kalau permutasi.....{siswa terdiam}.

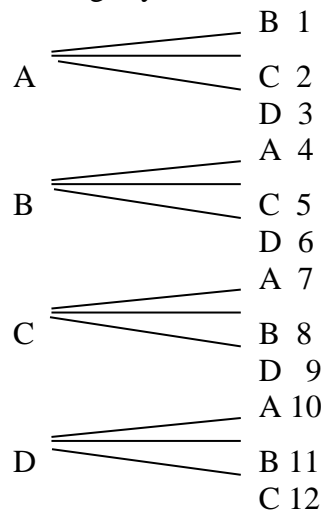
P : Misalkan hurufnya 4 diambil dua huruf , coba buat gambar permutasinya.

S : {Lalu siswa menggambar:

_____ B



P : Nah sekarang saya memberi nomor { lalu peneliti melengkapi gambar diatas:



Nomor 1 dengan 4 huruf bagaimana

S : Sama.

P : Yang lain.

S : 2 dengan 7, 3 dengan 10, 5 dengan 8, 6 dengan 11, dan 9 dengan 12.

P : Bagaimana hubungannya?

S : Kalau permutasi memperhatikan urutan, sedang kombinasi tidak.

Dengan NH

P : Sekarang hubungan kombinasi dengan permutasi apa, misalnya hubungan antara X^2 dengan X^4 yaitu $(X^2)^2 = X^4$, sekarang hubungan ${}_4C_3$ dengan ${}_4P_3$ bagaimana?

S : Kalau ${}_4P_3 = \frac{4!}{(4-3)!}$ sedangkan ${}_4C_3 = \frac{4!}{(4-3)!3!}$

P : Jadi ${}_4C_3 = {}_4P_3$ dibagi berapa?

S : ${}_4C_3 = \frac{{}_4P_3}{3!}$

P : Mengapa dibagi 3!

S: Enggak tahu.

Sedangkan subyek WS dapat menghubungkan pengetahuan konseptual kombinasi dengan pengetahuan konseptual permutasi hubungan tersebut adalah karena banyak susunan r unsur ada ${}_r P_r = r!$ maka banyak cara pemilihan r unsur dari n unsur jika tidak memperhatikan urutannya adalah banyaknya permutasi r unsur yang diambil dari n unsur dibagi banyaknya susunan r unsur yang diambil dari r unsur yang selanjutnya dinotasikan

sebagai ${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{{}_r P_r} = \frac{{}_n P_r}{r!}$. Pengetahuan konseptual yang baik ini dapat dilihat dari

transkrip wawancara berikut ini.

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?

S : Sama seperti nomor 3c, tetapi {A,B,C}, {A,C,B}, {B,A,C}, {B,C,A}, {C,A,B}, {C,B,A} dianggap sama, jadi harus dibagi $3!=6$ yaitu banyak susunan tadi.

4.1.2 Pada Siswa Berkemampuan Sedang

Seperti telah dijelaskan di Bab III ada 3 siswa berkemampuan sedang yang dipilih untuk dijadikan subyek penelitian yaitu MS, IN dan FZ. Kepada MS diberikan soal seri C, kepada IN diberikan soal seri B, sedangkan kepada FZ diberikan soal seri A. Adapun deskripsi pengetahuan konseptual ketiga subyek tersebut untuk masing-masing pemahaman diatas adalah sebagai berikut.

4.1.2.1 Pemahaman Aturan Pengisian Tempat Yang Tersedia

Untuk melihat pemahaman aturan pengisian tempat yang tersedia digunakan soal nomor satu. Ada pun jawaban ketiga siswa dari tes tulis yan diberikan adalah sebagai berikut.

MS : a. 3 cara

b. $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ cara.

IN : a. ${}_{3,4}P_2 = 3 \cdot \frac{4!}{(4-2)!} = 3 \cdot \frac{2!3 \cdot 4}{2!} = 3 \times 12 = 36$ cara

b. ${}_{4,4}C_4 = \frac{4!}{4!(4-4)!} = \frac{4!}{4!0!} = 0$

FZ : a. 3

b. ${}_{4,4}P_4 = \frac{4!}{(4-4)!} = 4! = 24$

Dari hasil tes tulis terlihat dua siswa yaitu MS dan FZ menjawab benar, sedangkan IN menjawab salah, namun bila hanya dengan hasil tes belum bisa kita katakan MS dan FZ memiliki pengetahuan konseptual yang baik tentang pemahaman aturan pengisian tempat yang tersedia dan IN tidak memiliki pengetahuan konseptual ini dengan baik. Untuk melihat bagaimana pengetahuan konseptual yang ada dalam pikiran siswa perlu digali apakah jawaban ini bermakna apa tidak. Oleh karena itu perlu ditelusuri dengan wawancara.

Berikut ini petikan wawancara dengan MS.

P : Mengapa soal nomor 1a kamu jawab seperti ini?

S : Karena satu bola telah telah mengisi kotak I jadi tinggal 3 bola, sehingga ada 3 cara.

P : Bagaimana dengan nomor 1b?

S : Kotak I dapat diisi dengan 4 cara karena bolanya ada 4, kotak II dapat diisi dengan 3 cara karena bolanya tinggal 3, kotak III dapat diisi dengan 2 cara karena bolanya sudah diambil 2, kotak terakhir tinggal satu bola.

P : Mengapa dikali?

S : Karena permutasi.

Bagaimana dengan IN. Berikut ini petikan wawancara dengan IN.

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?.....3 ini dari mana {sambil menunjuk lembaran jawaban siswa}

S : Kotak ketiga.

P : 4 ini?

S : 4 bola.

P : Kalau 2.

S : Karena tinggal 2 bola.

P : Mengapa dijawab seperti ini.

S : Enggak tahu Pak.

Bagaimana dengan FZ. Berikut ini petikan wawancara dengan FZ.

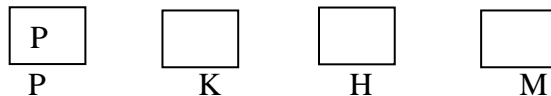
P : 3 itu dari mana datangnya?

S : Ada 4 kotak {lalu siswa menggambar:



P : Bolanya

S : Putih, kuning, hijau, merah. {siswa melengkapi :



Kalau bola putih sudah mengisi kotak pertama maka tinggal 3 bola yang mungkin mengisi kotak kedua. Jadi 3 cara.

P : Mengapa soal 1b kamu pakai ${}_4P_4$.

S : Karena....., {siswa terdiam}

P : Arti permutasi empat-empat apa?

S : Kotaknya ada 4 diisi 4 bola.

P : 4 tempat diisi 4 bola ya?

S : Ya.

P : Mengapa pakai permutasi empat-empat?

S : {Siswa menggeleng}

Dari wawancara ini terlihat pengetahuan konseptual kaidah pencacahan MS dan FZ belum begitu baik sebab subyek tidak dapat menghubungkan fakta cara pengisian tempat dengan ide aturan pengisian tempat yang tersedia. Bila siswa memiliki pengetahuan konseptual yang baik tentang aturan pengisian tempat yang tersedia, tentu siswa akan menjelaskan dalam wawancara: “karena setiap satu cara pengisian kotak I ada 3 cara pengisian kotak II, sehingga banyak cara pengisian kotak I dan II ada $4 \times 3 = 12$ cara, setiap satu cara pengisian kotak I dan kotak II ada 2 cara pengisian kotak III, sehingga banyak cara pengisian kotak I, II dan III ada $12 \times 2 = 24$ cara, selanjutnya setiap satu cara pengisian kotak I, II, dan III ada 1 cara pengisian kotak IV sehingga banyak cara pengisian kotak I, II, III dan IV adalah $24 \times 1 = 24$ atau $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. Namun pengetahuan konseptual MS dan

FZ lebih baik dari IN karena keduanya telah dapat mengelompokkan fakta-fakta yang termasuk konsep aturan pengisian tempat yang tersedia, sementara IN tidak tahu apa yang mendasari jawabannya.

4.1.2.2 Pemahaman Konsep Permutasi

Untuk melihat pemahaman konsep permutasi digunakan soal nomor 3. Dari lembaran jawaban terlihat dua subyek menjawab salah yaitu IN dan FZ, sedangkan MS menjawab benar. Adapun jawaban ketiga subyek tersebut adalah sebagai berikut.

$$\text{MS : a. } {}_7P_7 = \frac{7!}{(7-7)!} = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040 \text{ macam.}$$

b. permutasi.

$$\text{c. } {}_7P_7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 5.6.7 = 210 \text{ macam}$$

d. permutasi.

$$\text{IN : a. } {}_6P_6 = \frac{6!}{(6-6)!} = 1.2.3.4.5.6 = 720$$

b. permutasi.

$$\text{c. } {}_6C_6 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{4!56}{4!2!} = 15$$

d. Kombinasi.

$$\text{FZ : a. } {}_n P_k = {}_7P_7 = \frac{7!}{(7-7)!} = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040 \text{ macam.}$$

b. digunakan aturan permutasi.

$$\text{c. } {}_n P_k = {}_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{1x2x3x4x5x6x7}{1x2x3x4} = 210$$

d. digunakan aturan permutasi.

Bila hanya berpatokan dari hasil tes belum dapat dikatakan bahwa MS memiliki pengetahuan konseptual yang baik, dan kedua subyek lainnya memiliki pengetahuan

konseptual yang jelek, untuk itu perlu ditelusuri apakah jawaban ini bermakna atau siswa menghafal langkah-langkah prosedural untuk itu perlu diadakan wawancara.

Berikut ini berturut-turut transkrip wawancara dengan MS, IN, dan FZ.

Dengan MS

P : Mengapa 7P_7 ?

S : Karena 7 huruf digunakan semuanya, ini sama dengan nomor 1b

P : Samanya dimana?

S : Hurufnya 7 dipakai ke 7 nya jadi digunakan semua.

Soal nomor 3c

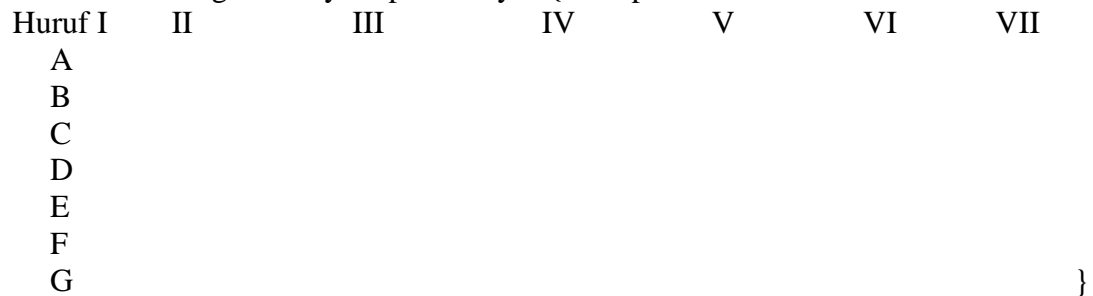
P : Huruf pertama yang mungkin apa saja?

S : A, B, C, D, E, F, G. Jadi ada 7 cara.

P : Kalau huruf pertama A, huruf kedua .

S : Bisa B, C, D, E, F, G. Jadi ada 6 cara.

P : Kalau nomor 3a gambarnya seperti ini ya? {Lalu peneliti menulis:



S : Ya pak.

P : Kalau nomor 3c bagaimana gambarannya?

S : Huruf pertama ada 7 cara masing-masing bercabang 6.

P : Huruf pertama apa saja yang mungkin.

S : Bisa A, B, C, D, E, F dan G.

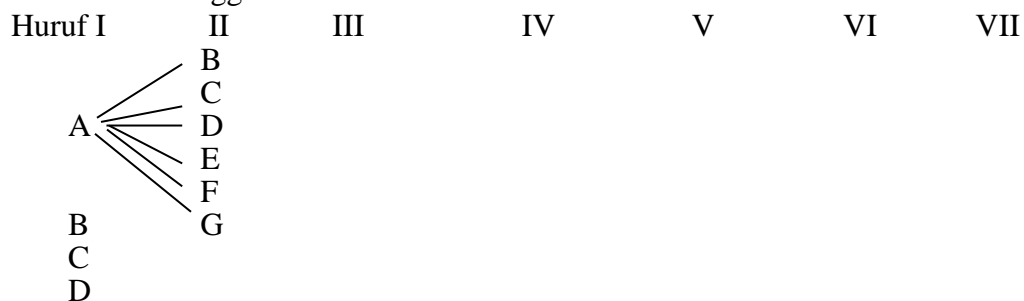
P : Kalau huruf pertama A huruf kedua apa saja yang mungkin.

S : B, C, D, E, F, dan G.

P : Ada berapa kemungkinan.

S : 6.

P : {Peneliti lalu menggambar :



E
F
G

Huruf ketiga ada berapa kemungkinan?

S : Ada 5.

P : Sampai huruf keberapa?

S : Sampai huruf G.

P : Diminta berapa huruf?

S : Huruf keempat.

P : Dari huruf pertama ke huruf kedua masing-masing bercabang berapa?

S : 6.

P : Dari huruf kedua ke huruf ketiga masing-masing bercabang berapa?

S : 5.

P : Dari huruf ketiga ke huruf keempat masing-masing bercabang berapa?

S : 4.

P : Kalau kita buat $7 \times 6 \times 5 \times 4$ boleh?

S : Boleh.

Dengan IN

P : Mengapa soal nomor 3a digunakan ${}_6P_6$?

S : Karena urutannya enggak campur.

P : Maksudnya enggak campur?

S : {Siswa menggeleng}

P : Karena 6 diambil 6 ya?

S : Ya.

P : Misalnya soalnya saya ubah, himpunan hurufnya {A,B,C}. Apa saja password yang mungkin.

S : ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

P : Mengapa soal nomor 3c pakai kombinasi?

S : {Siswa menggeleng}

P : Kombinasi apa?

S : {Siswa kebingungan}. Urutannya tidak diperhatikan.

Dengan FZ

P : Mengapa kamu buat ${}_7P_7$?

S : Ada 7 huruf yaitu A, B, C, D, E, F, dan G, diambil 7 huruf . Berarti 7 tempat diisi oleh 7 unsur.

P : Kalau pakai cara lain boleh enggak. Misalkan saya enggak ingat rumus permutasi, bisa enggak saya kerjakan soal seperti ini?

S : Bisa.

P : Bagaimana cara lainnya.

S : {siswa menggelengkan kepala}

Dari hasil tes dan wawancara terlihat ketiga subyek memiliki penguasaan pengetahuan konseptual yang berbeda, gambaran pengetahuan konseptual mereka adalah sebagai berikut ini.

- MS memiliki pengetahuan yang sangat baik karena MS dapat menentukan fakta-fakta yang termasuk permutasi dan menghubungkan konsep permutasi dengan aturan pengisian tempat yang tersedia sehingga kedua pengetahuan terkait dalam satu jaringan yang kecil kemungkinan untuk hilang.
- FZ memiliki pengetahuan konseptual yang kurang baik sebab walaupun FZ dapat menentukan fakta-fakta yang termasuk konsep permutasi namun tidak dapat menghubungkan konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia sehingga kedua pengetahuan ini saling terpisah.
- IN tidak memiliki pengetahuan konseptual tentang konsep permutasi.

4.1.2.3 Pemahaman Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama

Untuk melihat pemahaman permutasi untuk beberapa elemen yang sama digunakan soal nomor 5. Dari lembaran jawaban tes tertulis siswa terlihat dua subyek yaitu MS dan IN menjawab salah dan FZ menjawab benar, adapun jawaban ketiga subyek tersebut berturut-turut sebagai berikut ini.

MS : a. FISIKAWAN = 9 huruf, ${}_9P_9 = \frac{9!}{(9-9)!} = 1.2.3.4.5.6.7.8.9 = 362880$ cara

b. permutasi

IN : KIMIAWAN

a. I=2, A=A, ${}_8P_2 = 2 \cdot \frac{8!}{(8-2)!} = 2 \cdot \frac{6!7.8}{6!} = 2 \times 56 = 112$

b. Permutasi

FZ : a. FISIKAWAN

$$\text{Banyak cara} = \frac{\text{banyak huruf}}{\text{Jumlah huruf yang sama}} = \frac{9!}{2!2!} = \frac{1.2.3.4.5.6.7.8.9}{1.2 \ 1.2} = 90720 \text{ cara}$$

b. Aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama

Bila hanya berpatokan dari hasil tes belum dapat dikatakan bahwa FZ memiliki

pengetahuan konseptual yang baik, dan kedua subyek lainnya memiliki pengetahuan

konseptual yang jelek, untuk itu perlu ditelusuri apakah jawaban ini bermakna atau siswa

menghafal langkah-langkah prosedural untuk itu perlu diadakan wawancara. Berikut ini

berturut-turut transkrip wawancara dengan MS. IN, dan FZ.

Dengan MS.

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?

S : Karena susunan 9 huruf yang diambil semuanya

Dengan IN.

P : 2. ${}_8P_2$ dari mana?

S : Jumlah huruf .

P : 2 ini { sambil menunjuk $\rightarrow 2 \ {}_8P_2$ }

S : Banyak huruf yang sama.

P : Huruf I atau A.

S : I.

Dengan FZ.

P : Mengapa kamu jawab seperti ini? Coba terangkan dengan gambar.

S : {Lalu siswa menulis $\frac{F}{1} \ \frac{I}{2} \ \frac{S}{3} \ \frac{I}{4} \ \frac{K}{5} \ \frac{A}{6} \ \frac{W}{7} \ \frac{A}{8} \ \frac{N}{9}$ }

Banyaknya huruf ada 9 jadi 9!

P : Mengapa dibagi 2!2!

S : Karena ada dua huruf yang sama yaitu huruf A dan I.

P : Misalnya soalnya saya rubah dari FISIKAWAN menjadi FISIKAWAI. Banyak cara penyusunan huruf-huruf tersebut?

S : Huruf I ada 3 dan huruf A ada 2 jadi $\frac{9!}{3!2!}$

P : Kalau hurufnya tidak ada yang sama?

S : 9!

P : Mengapa harus dibagi 3! Tidak dibagi 3 saja.

S : Enggak tahu, karena dibuku ditulis begitu.

Dari hasil tes dan wawancara terlihat kedua subyek yaitu MS dan IN tidak memiliki pengetahuan konseptual tentang konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama, sedangkan FZ memiliki pengetahuan konseptual tentang konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama ini tercermin dari kemampuan siswa menghubungkan fakta-fakta dengan ide permutasi, namun pengetahuan ini belum begitu baik karena siswa belum dapat mengaitkan konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama dengan konsep permutasi.

4.1.2.4 Pemahaman Konsep Kombinasi

Untuk melihat pemahaman konsep kombinasi digunakan soal nomor 4. Dari lembaran jawaban tes tertulis siswa terlihat jawaban MS salah, sedangkan IN dan FZ menjawab bukan soal yang diberikan, berikut ini jawaban tes tulis dari ketiga siswa tersebut.

$$\text{MS : a. } {}_6P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 3.4.5.6 = 360 \text{ himpunan}$$

b. permutasi.

$$\text{IN : } {}_6C_3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{3!456}{3!3!} = 20$$

$$\text{FZ : a. } {}_6C_4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 1 \times 2!} = 15$$

b. Kombinasi.

Dari hasil tes terlihat MS menjawab salah, sedangkan kedua subyek lainnya bukan mengerjakan soal yang diberikan. Setelah ditelusuri dengan wawancara terlihat ketiga subyek tidak memiliki pengetahuan konseptual tentang kombinasi sebab ketiganya tidak

dapat menghubungkan fakta dengan ide kombinasi, walaupun FZ mengaku keliru namun ini sulit dipercaya. Berikut ini berturut-turut transkrip wawancara dengan MS, IN, dan FZ.

Dengan MS

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?

S : Sama seperti nomor 3c.

Dengan IN

P : Ini hurufnya 7 kok bisa 6C_3

S : Enggak tahu.

Dengan FZ

P : Dari mana 6C_4 ?

S : Susunan 6 huruf yang diambil tanpa memperhatikan urutan pengambilan.

P : 4 ini dari mana? Kan yang diambil 3 huruf.

S : Keliru. Seharusnya 6C_3 .

4.1.3. Pada Siswa Berkemampuan Rendah

Seperti telah dijelaskan di Bab III ada 3 siswa berkemampuan rendah yang dipilih untuk dijadikan subyek penelitian yaitu AF, GA, dan SI. Kepada AF diberikan soal seri A, kepada GA diberikan soal seri B, dan kepada SI diberikan soal seri D. Adapun deskripsi pengetahuan konseptual ketiga subyek tersebut untuk masing-masing pemahaman diatas adalah sebagai berikut.

4.1.3.1 Pemahaman Aturan Pengisian Tempat Yang Tersedia

Untuk melihat pemahaman aturan pengisian tempat yang tersedia digunakan soal nomor satu. Dari lembaran jawaban tes tertulis terlihat AF dapat menjawab dengan benar sedangkan kedua subyek lainnya menjawab salah. Adapun jawaban ketiga siswa tersebut adalah sebagai berikut.

AF : a. $\frac{4}{4} \frac{3}{3} \frac{2}{2} \frac{1}{1} = 3$ cara

$$b. {}_4P_4 = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{1} = 24$$

GA : a. 4 kotak putih, kuning, hijau, dan merah.

b. Kotak ke-4 sudah berisi dan kotak ke-2 sudah terisi masing-masing satu bola. Jadi kotak ketiga ada 2 cara.

SI : a. 2 cara.

b. 1 cara.

Jawaban yang benar dari AF belum menjamin bahwa AF memiliki pengetahuan konseptual yang baik, bisa jadi karena AF pernah didril mengerjakan soal yang sangat mirip dengan soal yang diberikan ini, demikian pula jawaban yang salah dari GA dan SI belum tentu karena keduanya tidak memiliki pengetahuan konseptual yang baik tentang aturan pengisian tempat yang tersedia bisa jadi karena kecerobohan mengerjakan soal. Untuk menggali pengetahuan konseptual ini perlu ditelusuri dengan wawancara.

Berikut ini berturut-turut transkrip wawancara dengan AF, GA dan SI.

Dengan AF

P : Mengapa kamu jawab seperti ini ? {Sambil menunjuk lembaran jawaban siswa nomor 1}

S : Karena kotak pertama berisi 4 bola .

P : Muat 4 bola?

S : Ya , bisa bola putih, kuning, merah, dan hijau.

P : 4 bola apa 4 cara.

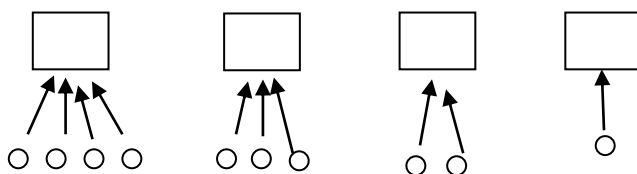
S : 4 cara.

P : Yang kotak II.

S : Karena 1 bola telah diambil kotak I jadi tinggal 3 bola, jadi ada 3 cara.

P : Coba terangkan nomor 1b dengan gambar 4 kotak dan 4 bola.

S : {Siswa menggambar:



P : Mengapa kamu jawab ${}_4P_4$.

S : Karena 4 bola diambil 4 bola dan diperhatikan urutannya.

P : Diperhatikan urutannya bagaimana?

S : Kotak I ada 4 cara, kotak II ada 4 cara.

P : Kotak II ada 4 cara? Tapi 3 cara.

S : 4 cara.

P : Diatas kamu tulis 3 cara.

S : Kotak I ada 4 cara, kotak II ada 4 cara

Dengan GA

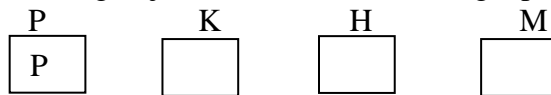
P : 3 itu dari mana datangnya? {Soal nomor 1}

S : Ada 4 kotak {lalu siswa menggambar:



P : Bolanya

S : Putih, kuning, hijau, merah. {siswa melengkapi :



Kalau bola putih sudah mengisi kotak pertama maka tinggal 3 bola yang mungkin mengisi kotak kedua. Jadi 3 cara.

P : Mengapa kamu pakai ${}_4P_4$. {Sambil menunjuk jawaban soal nomor 1b dilembaran jawaban siswa}

S : Karena....., {siswa terdiam}

P : Arti permutasi empat-empat apa?

S : Kotaknya ada 4 diisi 4 bola.

P : 4 tempat diisi 4 bola ya?

S : Ya.

P : Mengapa pakai permutasi empat-empat?

S : {Siswa menggeleng}

P : Jadi cuma itu menurut yang kamu ketahui

Dengan SI

P : Coba kamu jelaskan mengapa kamu jawab seperti ini. {Sambil menunjuk jawaban soal nomor 1 dilembaran jawaban siswa}

S : Banyak cara pengisian kotak ketiga setelah kotak pertama dan kedua masing-masing berisi satu bola. Bingung pak.

P : Ini kamu jawab 2 cara. Jawabanmu benar. Coba kamu jelaskan dengan gambar.

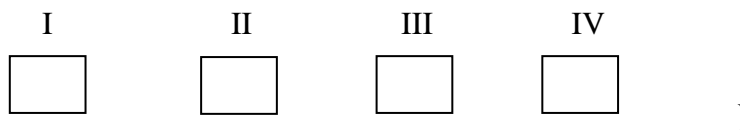
S : Ada 4 kotak dan bolanya 4 yaitu bola putih, kuning, merah, dan hijau.

P : Coba gambarkan kotaknya.

S : {Siswa menggambar :

1	2
3	4

P : Kalau kita gambar seperti ini boleh? {peneliti menggambar:



Ini kotak I, II, III, IV, {sambil menunjuk gambar} yang ditanya apa?

S : Yang ditanya ada berapa cara pengisian kotak III setelah kotak pertama dan kedua berisi masing-masing satu bola.

P : Terus bagaimana?

S : Kotak III ini saya bingung.

P : Kamu jawab benar, 2 cara dari mana?

S : $4-1=3$ untuk kotak II, $3-1=2$ untuk kotak III.

P : Kotak ke IV dengan keempat kotak tersebut sama apa enggak artinya.

S : Mungkin sama tapi ragu.

P : Coba pikirkan kotak keempat {sambil menunjuk kotak IV} dengan keempat kotak tersebut {sambil menunjuk keempat kotak tersebut}.

S : Sepertinya enggak sama.

P : Jadi bagaimana cara pengisian keempat kotak tersebut.

S : Enggak dapat saya pikirkan pak.

Dari hasil wawancara terlihat bahwa ketiga siswa menjawab soal ini tidak memiliki dasar pengetahuan, walaupun AF menjawab benar namun AF tidak mengerti apa yang dilakukan, boleh jadi AF pernah didril mengerjakan beberapa soal yang mirip dengan soal yang diberikan ini hal ini dapat dilihat pada wawancara ketiga ditanya mengapa menggunakan ${}_4P_4$, siswa menjawab karena diambil 4 bola dari 4 bola dan diperhatikan urutannya. Berdasarkan jawaban verbal ini terlihat AF menghafal definisi permutasi, dan ketika ditanya lagi urutan yang bagaimana, terlihat jawaban siswa ngaur.

Dari hasil tes dan wawancara terlihat bahwa ketiga subyek tidak memiliki pengetahuan konseptual tentang aturan pengisian tempat yang tersedia .

4.1.3.2 Pemahaman Konsep Permutasi

Untuk melihat pemahaman konsep permutasi digunakan soal nomor 3. Pada lembaran jawaban siswa dari tes tulis yang diberikan terlihat subyek AF dan GA menjawab benar untuk permutasi n unsur yang diambil semuanya, sedangkan subyek SI menjawab salah semuanya. Adapun jawaban ketiga subyek tersebut adalah sebagai berikut ini.

$$\text{AF : a. } {}_7P_7 = \frac{7!}{(7-7)!} = \frac{7!}{1!} = 2520$$

b. Permutasi

$$\text{c. } {}_4P_4 = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{1!} = 24$$

d. Permutasi

$$\text{GA : a. } {}_6P_6 = \frac{6!}{(6-6)!} = 6! = 720$$

b. Permutasi

$$\text{c. } {}_6C_4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{720}{24 \cdot 2} = \frac{720!}{48} = 15$$

d. Permutasi

Dari hasil tes ini terlihat ketiga subyek tidak memiliki pengetahuan konseptual permutasi, namun kesimpulan ini perlu dicroscek dengan data dari wawancara dan ternyata data wawancara ini memperkuat kesimpulan ini. Berikut ini akan diuraikan berturut-turut transkrip wawancara dengan AF, GA, dan SI.

Dengan AF

P : Mengapa ${}_7P_7$? {Sambil menunjuk jawaban soal nomor 3a pada lembaran jawaban}

S : 7 unsur diambil semua, sama dengan nomor 1b.

P : Huruf pertama yang mungkin apa saja?

S : Bisa A, B, C, D, E, F, dan G.

P : Mengapa kamu jawab ${}_4P_4$? {Sambil menunjuk jawaban soal nomor 3a pada lembaran jawaban}

S : Karena yang diambil 4 huruf .

P : Semua huruf ada berapa?

S : 7.

P : Jadi .
S : 4 huruf diambil dari 7 huruf.

Dengan GA

P : Mengapa pakai kombinasi untuk nomor 3c?
S : Seharusnya pakai permutasi?
P : Permutasi berapa?
S : 6P_4 .
P : Bisa enggak kamu gambarkan mengapa dipakai permutasi.
S : {siswa terdiam }

Dengan SI

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?
S : Enggak mengerti pak, jadi saya jawab asal-asal.

4.1.3.3 Pemahaman Konsep Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama

Untuk melihat pemahaman konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama digunakan soal nomor 5. Adapun jawaban ketiga subyek tersebut daari tes tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$AF : \underline{F} \underline{I} \underline{S} \underline{I} \underline{K} \underline{A} \underline{W} \underline{A} \underline{N} = {}_9P_9 = \frac{9!}{(9-9)!} = \frac{9!}{1}$$

$$GA : \text{“KIMIAWAN” } I=2, a=2 \quad {}_2C_2 = \frac{2!}{2!(2-2)!} = \frac{2!}{2!1!} = 1$$

SI : “ K I M I A W A N
 $\begin{array}{cccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}$

Dari lembaran jawaban terlihat ketiga subyek tidak memiliki pengetahuan konseptual tentang konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama, data ini diperkuat oleh wawancara. Berikut ini berturut-turut transkrip wawancara dengan AF, GA, dan SI.

Dengan AF

P : Mengapa ${}_9P_9$?
S : Karena susunan 9 huruf disusun menjadi 9.

P : Jadi bila ada huruf yang sama atau semua huruf berbeda, apakah banyaknya cara menyusunnya sama?

S : Ya.

Dengan GA

P : Ini kok ${}_2C_2$. Apa huruf yang sama saja yang diperhitungkan?

S : Yang boleh dibolak-balik hanya I dengan I dan A dengan A.

P : Kalau K dengan M menjadi “ MIKIAWAN “ boleh enggak? Inikan susunan dari huruf-huruf itu juga.

S : Ya.

P : Kok Bisa 2 dari mana datangnya 2, kok hanya 2, banyaknya semua huruf apa tidak diperhatikan.

S : {Siswa diam}

Dengan SI

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?

S : Enggak bisa Pak ,ini asal tulis.

4.1.3.3 Pemahaman Konsep Kombinasi

Untuk melihat pemahaman konsep kombinasi digunakan soal nomor 4. Adapun jawaban ketiga subyek dari tes tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$AF : a. {}_6P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$$

$$GA : a. {}_7C_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{5040}{6.24} = \frac{5040}{144} = 35$$

b. permutasi

SI : a. himpunan huruf {A,B,C,D,E,F,G} yang beranggota 3 huruf {B,E,F}.

b. Permutasi

Dari tes terlihat dua subyek yaitu AF dan SI tidak memiliki pengetahuan konseptual kombinasi sebab keduanya tidak dapat mengaitkan fakta dengan ide kombinasi dan temuan diperkuat dengan wawancara, berikut ini transkrip wawancara dengan AF dan SI.

Dengan AF

P : Mengapa digunakan ${}_6P_3$.

S : Mencari anggota 3 huruf dari 6 huruf.

P : Misalnya soalnya saya rubah menjadi banyaknya himpunan bagian yang beranggota 3 huruf dari himpunan huruf {A,B,C,D}, bagaimana jawabanmu.

S : $4P_3$.

Dengan SI

P : Mengapa kamu menjawab seperti ini?

S : Salah satu himpunan bagian yang beranggota 3 huruf yaitu {B,E,F}.

Sedangkan GA memiliki pengetahuan konseptual tentang kombinasi yang sangat baik sebab ia dapat mengaitkan fakta dengan ide kombinasi, dan juga dapat mengaitkan konsep kombinasi dengan konsep permutasi, hal ini terlihat dari jawaban subyek diatas dan transkrip wawancara berikut ini.

P : Mengapa pakai kombinasi?

S : Kan mencari himpunan bagian.

P : Mengapa mencari banyaknya himpunan bagian dengan kombinasi?

S : {diam}.

P : Kalau himpunan bagian itu diperhatikan enggak urutannya?

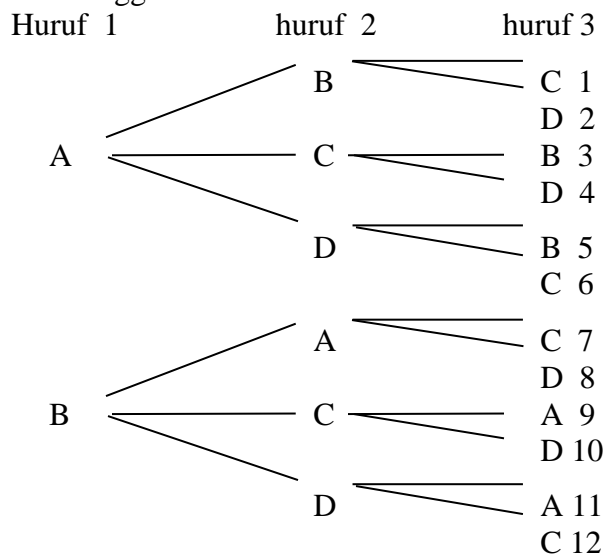
S : Enggak.

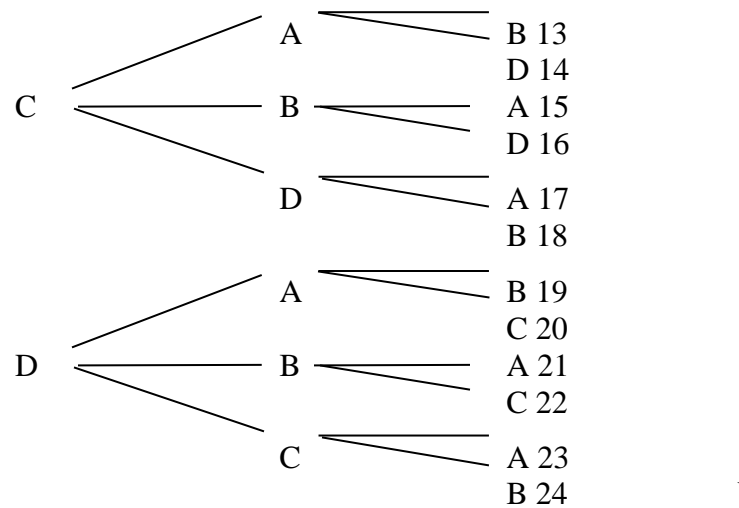
P : Kalau himpunan bagian yang beranggota 3 huruf dari {A,B,C,D} apa saja?

S : {A,B,C}, {A,B,D}, {A,C,B}, {A,C,D}, {A,D,B}, {A,D,C}. Banyaknya $4C_3$.

P : Misalkan kita cari seperti dengan cara nomor 3 bagaimana gambarnya

S : {Siswa menggambar:





P : Nah ini ada 24 kan.

S : {A,B,C}, {A,C,B}, {B,A,C}, {B,C,A}, {C,A,B}, {C,B,A} dianggap sama

4.2 Pengetahuan Prosedural

Pada bagian ini akan dipaparkan bagaimana pengetahuan prosedural kaidah pencacahan pada kelompok siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah yang ditelaah dari tes tulis dan wawancara. Pengetahuan prosedural ini terdiri dari dua bagian, bagian pertama berupa pengetahuan mengenai simbol tanpa memahami maknanya atau dengan kata lain mengingat rumus, bagian kedua berupa sekumpulan aturan atau langkah-langkah yang membentuk algoritma.

Dalam pembelajaran materi kaidah pencacahan pengetahuan prosedural bagian pertama meliputi representasi simbol faktorial, representasi simbol permutasi, representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama, dan representasi simbol kombinasi. Sedangkan bagian kedua meliputi ketrampilan dalam perkalian bilangan pecahan, ketrampilan menggunakan aturan faktorial, ketrampilan menggunakan aturan

permutasi, ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama, dan ketrampilan menggunakan aturan kombinasi.

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa ketrampilan dalam perkalian bilangan pecahan digunakan soal nomor 2a yang terdiri dari 4 variasi sebagai berikut ini.

Seri A

2. Hitunglah

a. $\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{8}{10} =$

Seri B

2. Hitunglah

a. $\frac{8}{10} \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{5}{3} =$

Seri C

2. Hitunglah

a. $\frac{5}{4} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{8}{3} =$

Seri D

2. Hitunglah

a. $\frac{8}{10} \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{5}{3} =$

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol faktorial dan ketrampilan menggunakan aturan faktorial digunakan soal nomor 2b dengan 4 variasi berikut ini.

Seri A

2. Hitunglah

b. $5! =$

Seri B

2. Hitunglah

b. $5! =$

Seri C

2. Hitunglah

b. $5! =$

Seri D

2. Hitunglah

b. $5! =$

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi digunakan soal nomor 2c yang terdiri dari 4 variasi sebagai berikut.

Seri A

2. Hitunglah

c. ${}_8P_2 =$

Seri B

2. Hitunglah

c. ${}_7P_2 =$

Seri C

2. Hitunglah

c. ${}_8P_3 =$

Seri D

2. Hitunglah

c. ${}_7P_3 =$

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama digunakan soal nomor 5 yang terdiri dari 4 variasi sebagai berikut.

Seri A

5. a. Berapa banyak cara penyusunan semua huruf pada kata "FISIKAWAN".

b. Untuk menghitung banyak cara penyusunan huruf-huruf pada kata "FISIKAWAN" ini digunakan aturan apa.

Seri B

5. a. Berapa banyak cara penyusunan semua huruf pada kata “KIMIAWAN”.
 b. Untuk menghitung banyak cara penyusunan huruf-huruf pada kata “KIMIAWAN” ini digunakan aturan apa.

Seri C

5. a. Berapa banyak cara penyusunan semua huruf pada kata “FISIKAWAN”.
 b. Untuk menghitung banyak cara penyusunan huruf-huruf pada kata “FISIKAWAN” ini digunakan aturan apa.

Seri D

5. a. Berapa banyak cara penyusunan semua huruf pada kata “KIMIAWAN”.
 b. Untuk menghitung banyak cara penyusunan huruf-huruf pada kata “KIMIAWAN” ini digunakan aturan apa.

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol kombinasi dan ketrampilan menggunakan aturan kombinasi digunakan soal nomor 2d yang terdiri dari 4 variasi sebagai berikut.

Seri A

2. Hitunglah
 d. ${}_8C_2 =$

Seri B

2. Hitunglah
 d. ${}_8C_3 =$

Seri C

2. Hitunglah
 d. ${}_8C_3 =$

Seri D

2. Hitunglah
 d. ${}_7C_3 =$

Pembuatan soal menjadi 4 seri ini seperti telah dijelaskan di Bab III bertujuan untuk menghindari siswa mencontoh pekerjaan temannya sewaktu tes dilakukan sehingga diharapkan hasil ini murni buah pikiran siswa yang bersangkutan. Berikut ini diuraikan bagaimana pengetahuan prosedural kaidah pencacahan berdasarkan kelompok siswa

berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah yang dikelompokkan berdasarkan nilai rapor selama kelas satu, pertimbangan guru matematika kelas satu. tahun ajaran 2001/2002 dan pertimbangan guru matematika kelas dua tahun ajaran ini.

4.2.1 Pada Siswa Berkemampuan Tinggi

Seperti telah dijelaskan di Bab III ada 3 siswa berkemampuan tinggi yang diambil sebagai subyek penelitian yaitu IK, NH, dan WS. Kepada IK diberikan soal seri D, pada NH diberikan soal seri A, dan kepada WS diberikan soal seri B. Adapun deskripsi pengetahuan prosedural ketiga subyek tersebut untuk masing-masing jenis pengetahuan prosedural diatas adalah sebagai berikut.

4.2.1.1 Ketrampilan Dalam Perkalian Bilangan Pecahan

Untuk melihat ketrampilan dalam perkalian bilangan pecahan digunakan soal nomor 2a. Dari lembaran jawaban tes tertulis siswa terlihat bahwa ketiga subyek ini memiliki ketrampilan perkalian pecahan yang cukup baik sebab ketiganya trampil dalam menggunakan prosedur yang sangat efisien, hal ini terlihat dari jawaban siswa sebagai berikut.

$$\text{IK} : \frac{8}{10} \times \frac{9}{4} \times \frac{5}{3} = 3$$

$$\text{NH} : \frac{5}{3} \times \frac{6}{4} \times \frac{8}{10} = \frac{240}{120} = 2$$

$$\text{WS} : \frac{8}{10} \times \frac{6}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{2} = 2$$

4.2.1.2 Representasi Simbol Faktorial dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Faktorial

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol faktorial dan ketrampilan menggunakan aturan faktorial digunakan soal nomor 2b. Adapun jawaban ketiga subyek pada lembaran jawaban dari ujian tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$\text{IK : } 5! = 120$$

$$\text{NH : } 5! = 1.2.3.4.5. = 120$$

$$\text{WS : } 5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

Dari lembaran jawaban siswa terlihat bahwa ketiga subyek ini memiliki pengetahuan prosedural simbolisasi faktorial dan algoritmatik faktorial yang baik, ini terbukti dengan siswa tahu $5!$ dan dapat menghitung nilai $5!$. Data ini diperkuat dengan wawancara berikut ini.

P : Bagaimana kamu menghitung $5!$, yang mana dulu yang dikali?

IK : $2 \times 3 = 6$, $6 \times 4 = 24$, $24 \times 5 = 120$.

P : Coba hitung $6!$

IK : { Siswa menulis: 120

$$\begin{array}{r} \hline 6 \\ 720 \end{array} \}$$

P : Bagaimana cara kamu menghitung $5!$, tanpa kalkulator.

NH: $1 \times 2 = 2$, lalu $2 \times 3 = 6$, lalu $6 \times 4 = 24$, dan terakhir $24 \times 5 = 120$.

P : Bagaimana cara kamu menghitung $5!$, tanpa kalkulator.

WS : $1 \times 2 = 2$, lalu $2 \times 3 = 6$, lalu $6 \times 4 = 24$, dan terakhir $24 \times 5 = 120$.

4.2.1.3 Representasi Simbol Dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Permutasi

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi digunakan soal nomor 2c. Adapun jawaban

ketiga subyek pada lembaran jawaban dari ujian tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$\text{IK} : {}_7P_3 = \frac{7!}{3!} = 840$$

$$\text{NH} : {}_8P_2 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8}{6!} = 56$$

$$\text{WS} : {}_7P_2 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7}{5!} = 42$$

Dari hasil tes terlihat pengetahuan prosedural representasi simbol permutasi dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi dari NH dan WS sangat baik, sedangkan IK tidak memiliki pengetahuan prosedural representasi simbol permutasi, kesimpulan ini diperkuat dengan data wawancara berikut ini.

P : Coba hitung ${}_7P_3$?

$$\text{NH} : \{ \text{Siswa menulis: } {}_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{4!} = 210 \}$$

P : Coba hitung ${}_8P_3$?

$$\text{WS} : \{ \text{Siswa menulis: } {}_8P_3 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{5!} = 336 \}$$

Untuk melihat pengetahuan prosedural ketrampilan menggunakan aturan permutasi

IK ditelusuri dengan wawancara berikut ini.

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?

IK : Lupa pak.

P : Jadi ${}_8P_2 =$

$$\text{IK} : \{ \text{Lalu siswa menulis } {}_8P_2 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 8 \cdot 7 = 56 \}$$

Dari wawancara ini terlihat pengetahuan prosedural ketrampilan menggunakan aturan permutasi IK juga baik

4.2.1.4 Representasi Simbol dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Permutasi

Untuk Beberapa Elemen Yang Sama

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama digunakan soal nomor 5. Adapun jawaban ketiga subyek pada lembaran jawaban dari ujian tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$\text{IK} : \frac{8!}{2!2!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 3 \times 2 = 10080 \text{ cara}$$

$$\text{NH} : \frac{9!}{2!2!} = \frac{2!3.4.5.6.7.8.9}{2!2!} = 90720$$

$$\text{WS} : \frac{8!}{2!2!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 1 \times 2} = 10080; i=2, a=2$$

Dari jawaban siswa ini terlihat ketiga subyek memiliki pengetahuan representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama, temuan ini diperkuat lagi dengan wawancara sebagai berikut.

P : Mengapa kamu buat begitu?

IK : “KIMIAWAN” ada 8 huruf, huruf I ada 2, huruf A ada 2. Menempatkan 8 huruf pada 8 tempat, jadi 8! . Karena huruf I ada 2 maka dibagi 2!, dan huruf A ada 2 juga dibagi 2!, sehingga $\frac{8!}{2!2!}$

P : Mengapa dibagi 2!

IK : Karena ada dua huruf yang sama.

P : Mengapa kamu tulis seperti ini?

NH : Semua huruf ada 9, jadi 9! Huruf I ada 2 jadi bisa dibolak-balik , huruf A ada 2 bisa dibolak-balik sehingga $\frac{9!}{2!2!}$.

P : Bagaimana kalau soalnya ditukar dengan himpunan huruf pada kata “FISIKAWAI”

NH : $\frac{9!}{3!2!}$ karena huruf I ada 3 yang dapat dibolak-balik susunannya 3! dan huruf A ada 2 yang dapat dibolak-balik susunannya 2!

P : $\frac{8!}{2!2!}$ dari mana?

WS : Semua huruf 8 jadi 8!, Huruf I ada 2 jadi dibagi 2!, Dan huruf A ada 2 sehingga dibagi lagi 2!

P : Kalau pada kata :KIMIAWAI”?

WS : Semua huruf 8 jadi 8!, dibagi 3! Karena huruf I ada 3 huruf, dibagi lagi 2! Karena huruf A ada 2.

4.2.1.5 Representasi Simbol dan Keterampilan Menggunakan Aturan Kombinasi

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol kombinasi dan keterampilan menggunakan aturan kombinasi digunakan soal nomor 2d. Adapun jawaban ketiga subyek dari ujian tulis yang diberikan sebagai berikut.

$$\text{IK} : {}_7C_3 = \frac{7!}{3!4!} = 35$$

$$\text{NH} : {}_8C_2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{6!7.8}{2!6!} = 28$$

$$\text{WS} : {}_8C_3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{5! \times 6 \times 7 \times 8 \times 8}{5! \times 1 \times 2 \times 3} = 56$$

Dari lembaran jawaban siswa terlihat ketiga subyek memiliki pengetahuan prosedural representasi simbolik dan algoritmatik aturan kombinasi yang baik, temuan ini diperkuat dengan transkrip wawancara sebagai berikut.

P : 4 ini dari mana { sambil menunjuk angka 4 pada $\frac{7!}{3!4!}$ }

IK : $(7-3)! = 4!$

P : Coba hitung ${}_5C_2$

IK : {Siswa menulis: ${}_5C_2 = \frac{5!}{2!3!} = 10$

P : Coba hitung ${}_5C_3$

NH: {Siswa menulis: ${}_5C_3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{3!4.5}{3!2!} = 10$ }

P : Coba hitung ${}_5C_2$

WS : {Siswa menulis: ${}_5C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{3! \times 4 \times 5}{3! \times 1 \times 2} = 10$

4.2.2 Pada Siswa Berkemampuan Sedang

Seperti telah dijelaskan di Bab III ada 3 siswa berkemampuan sedang yang dipilih untuk dijadikan subyek penelitian yaitu MS, IN dan FZ. Kepada MS diberikan soal seri C, kepada IN diberikan soal seri B, sedangkan kepada FZ diberikan soal seri A. Adapun deskripsi pengetahuan prosedural ketiga subyek tersebut untuk masing-masing jenis pengetahuan prosedural diatas adalah sebagai berikut.

4.2.2.1 Ketrampilan Dalam Perkalian Bilangan Pecahan

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa ketrampilan dalam perkalian bilangan pecahan digunakan soal nomor 2a. Adapun jawaban ketiga subyek dari ujian tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$\text{MS : } \frac{5}{4} \times \frac{6}{10} \times \frac{8}{3} = \frac{240}{120} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\text{IN : } \frac{8}{10} \times \frac{6}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{240}{120} = \frac{2}{1} = 1$$

$$\text{FZ : } \frac{5}{3} \times \frac{6}{4} \times \frac{8}{10} = \frac{240}{120} = \frac{40}{20} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2}$$

Dari jawaban ini terlihat bahwa ketiga subyek telah memiliki pengetahuan prosedural perkalian pecahan dengan dengan baik walaupun terlihat IN keliru dilangkah terakhir dan

GA tidak melanjutkan pada sampai memperoleh hasil $\frac{4}{2}$ ini mungkin disebabkan karena

kesilapan pada IN dan menganggap telah selesai pada GA, kesimpulan ini diperkuat dengan data dari wawancara berikut ini.

P : 2 dibagi 1 berapa ?
 IN : 2
 P : Mengapa kamu tulis 1
 IN : Keliru.
 P : $\frac{4}{2}$ bisa disederhanakan lagi enggak?
 FZ : Bisa $\frac{4}{2} = \frac{2}{1}$
 P : Dua bagi satu berapa?
 FZ : 2.
 P : Mengapa tidak kamu tulis begitu?
 FZ : Terlalu lama.

4.2.2.2 Representasi Simbol Faktorial dan Ketrampilan Menggunakan Aturan

Faktorial

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol faktorial dan ketrampilan menggunakan aturan faktorial digunakan soal nomor 2b. Adapun jawaban ketiga subyek dari ujian tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

MS : $5! = 1.2.3.4.5 = 120$
 IN : $5! = 1\ 2\ 3\ 4\ 5 = 120$
 FZ : $5! = 1.2.3.4.5 = 120$

Dari jawaban siswa ini terlihat bahwa ketiga subyek ini memiliki pengetahuan prosedural representasi simbol faktorial dan ketrampilan menggunakan aturan faktorial yang baik, ini terbukti dengan siswa tahu $5!$ dan dapat menghitung nilai $5!$ Kesimpulan ini diperkuat dengan transkrip wawancara berikut ini.

P : Tanpa kalkulator, bagaimana cara kamu menghitung 5 faktorial? Apa dulu yang kamu kali?
 MS : $1 \times 2 = 2$, $2 \times 3 = 6$, $6 \times 4 = 24$, $24 \times 5 = 120$.
 P : Kalau 6!
 MS : $120 \times 6 = 720$

P : Ini kamu hitung dengan kalkulator atau kertas buram?

IN : Kertas buram.

P : Bagaimana caranya?

IN : {Siswa terdiam}

P : Pertama kamu hitung 5×4 dulu atau 2×3 dulu?

IN : $2 \times 3 = 6$, $6 \times 4 = 24$, $24 \times 6 = 120$

P : Kalau 6!

IN : {Siswa menulis :120

$$\begin{array}{r} \hline 6 \\ 720 \end{array} \}$$

P : Tanpa kalkulator, bagaimana cara kamu menghitung 5 faktorial? Apa dulu yang kamu kali?

FZ : $1 \times 2 = 2$, $2 \times 3 = 6$, $6 \times 4 = 24$, $24 \times 5 = 120$.

P : Kalau 6!

FZ : $120 \times 6 = 720$

4.2.2.3 Representasi Simbol Permutasi Dan Ketrampilan Menggunakan Aturan

Permutasi

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi digunakan soal nomor 2c. Adapun jawaban ketiga subyek dari ujian tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$\text{MS : } {}_8P_3 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = 6.7.8 = 336$$

$$\text{IN : } {}_7P_2 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{5!67}{5!} = 42$$

$$\text{FZ : } {}_8P_2 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8!}{7!} = \frac{1.2.3.4.5.6.7.8}{1.2.3.4.5.6.7} = 8$$

Dari jawaban dari tes tulis ini terlihat pengetahuan prosedural representasi simbol permutasi ${}_nP_r$ ketiga subyek tersebut sudah baik, sedangkan pengetahuan prosedural algoritmatik berupa ketrampilan menggunakan aturan permutasi ${}_nP_r$ pada MS dan IN

sudah cukup baik tetapi pada FZ masih lemah ini terlihat pada langkah kedua yang

memunculkan $\frac{8!}{7!}$. Ini diperkuat dengan data dari wawancara berikut ini.

P : Coba hitung ${}_7P_2$

MS : {Siswa menulis: ${}_7P_2 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = 6 \cdot 7 = 42$ }

P : Coba hitung ${}_8P_3$.

IN : {Lalu siswa menulis: ${}_8P_3 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{5!678}{5!} = 336$ }

P : 7! dari mana?

FZ : Keliru seharusnya 6!, 6! ini (8-2)!

4.2.2.4 Representasi Simbol Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama dan

Ketrampilan Menggunakan Aturan Permutasi Untuk Beberapa Elemen

Yang Sama

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama digunakan soal nomor 5. Adapun jawaban ketiga subyek dari ujian tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

MS : FISIKAWAN = 9 huruf ${}_9P_9 = \frac{9!}{9-9!} = 1.2.3.4.5.6.7.8.9 = 362880$ cara

IN : KIMIAWAN I=2, A=2

$$2 \cdot {}_8P_2 = 2 \cdot \frac{8!}{(8-2)!} = 2 \cdot \frac{6!78}{6!} = 2 \times 56 = 112$$

FZ : FISIKAWAN

$$\text{Banyak cara} = \frac{\text{banyak huruf}}{\text{jumlah huruf yang sama}} = \frac{9!}{2!2!} = \frac{1.2.3.4.5.6.7.8.9}{1.2 \cdot 1.2} = 90720 \text{ cara}$$

Dari hasil tes terlihat FZ memiliki kedua pengetahuan ini dengan baik ini diperkuat dengan transkrip wawancara.

P : Misalnya soalnya saya rubah dari FISIKAWAN menjadi FISIKAWAI. Banyak cara penyusunan huruf-huruf tersebut?

S : Huruf I ada 3 dan huruf A ada 2 jadi $\frac{9!}{3!2!}$.

Sedangkan jawaban dari MS dan IN dari hasil tes menggambarkan bahwa keduanya tidak memiliki pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama dan ini diperkuat dengan wawancara.

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?

MS : Karena susunan 9 huruf yang diambil semuanya.

P : 2. ${}_8P_2$ dari mana?

IN : Jumlah huruf .

P : 2 ini { sambil menunjuk $\rightarrow 2 {}_8P_2$ }

IN : Banyak huruf yang sama.

P : Huruf I atau A.

IN : I.

Sedangkan untuk melihat pengetahuan prosedural berupa ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama terlebih dahulu kita memperbaiki pengetahuan konseptual tentang pemahaman konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama melalui wawancara lalu barulah kita telusuri pengetahuan prosedural ini juga dengan wawancara, berikut ini transkrip wawancara dengan kedua subyek tersebut.

P : Bagaimana dengan “FISIKAWAI”

MS : { Siswa menulis: $\frac{9!}{3!2!} = \frac{3!4.5.6.7.8.9}{3!2} = \frac{60480}{2} = 30240$ cara }

P : Bagaimana dengan “KIMIAWAI”

IN : { Siswa menulis: $\frac{8!}{3!2!} = \frac{3!4.5.6.7.8}{3!2} = \frac{6720}{2} = 3360$ cara }

Dari transkrip wawancara terlihat keduanya memiliki pengetahuan prosedural yang baik.

4.2.2.5 Representasi Simbol Kombinasi dan Keterampilan Menggunakan Aturan

Kombinasi

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol kombinasi dan keterampilan menggunakan aturan kombinasi digunakan soal nomor 2d. Adapun jawaban ketiga subyek dari ujian tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$\text{MS} : {}_8C_3 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{336}{6} = 56$$

$$\text{IN} : {}_8C_3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{5!6.7.8}{3!5!} = 56$$

$$\text{FZ} : {}_8C_2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2.7!} = \frac{8.7}{2.7} = 4$$

Dari jawaban tes ini terlihat ketiga subyek memiliki pengetahuan prosedural simbolik berupa representasi simbol kombinasi dengan baik. Sedangkan pengetahuan algoritmatik aturan kombinasi hanya dimiliki dengan baik oleh MS dan IN sedangkan FZ tidak, kelemahan ini disebabkan kecerobohan. Temuan data ini diperkuat dengan transkrip wawancara berikut ini.

P : Coba hitung ${}_5C_3$

$$\text{MS} : \{ \text{Siswa menulis: } {}_5C_3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{20}{2} = 10 \}$$

P : Coba hitung ${}_5C_3$.

$$\text{IN} : \{ \text{Lalu siswa menulis: } {}_5C_3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{3!4.5}{3!2!} = 10, \text{ hasil akhir dihitung dengan bantuan coretan dikertas buram } \}$$

P : 7 ini dari mana sambil { menunjuk $\frac{8.7}{2.7}$ pada lembaran jawaban siswa }.

FZ : Seharusnya 7!, ketinggalan faktorial.

P : Coba hitung ${}_5C_2$

$$\text{FZ} : \{ \text{Menulis: } {}_5C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2.3!} = \frac{5.4.3}{2.3} = 10 \}$$

4.2.3 Pada Siswa Berkemampuan Rendah

Seperti telah dijelaskan di Bab III ada 3 siswa berkemampuan rendah yang dipilih untuk dijadikan subyek penelitian yaitu AF, GA, dan SI. Kepada AF diberikan soal seri A, kepada GA diberikan soal seri B, dan kepada SI diberikan soal seri D. Adapun deskripsi pengetahuan prosedural ketiga subyek tersebut untuk masing-masing jenis pengetahuan prosedural diatas adalah sebagai berikut.

4.2.3.1 Ketrampilan Dalam Perkalian Bilangan Pecahan

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa ketrampilan dalam perkalian pecahan digunakan soal nomor 2a. Adapun jawaban ketiga subyek dari tes tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

$$\text{AF : } \frac{5}{3} \times \frac{6}{4} \times \frac{8}{10} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$$

$$\text{GA : } \frac{8}{10} \times \frac{6}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{240}{120} = \frac{2}{1}$$

$$\text{SI : } \frac{8}{10} = \frac{4}{5}, \frac{9}{4} = \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \text{ (a). } \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} \times \frac{5}{3} = 2$$

Dari jawaban siswa ini terlihat AF dan GA telah memiliki pengetahuan prosedural ketrampilan perkalian baik walaupun keduanya tidak meneruskan setelah memperoleh hasil $\frac{2}{1}$, hal ini disebabkan siswa telah merasa jawaban cukup sampai disini, data ini

diperkuat dengan wawancara berikut ini.

P : 2 dibagi 1 sama dengan ?

AF : 2.

P : Mengapa enggak ditulis dilembaran jawabanmu?

AF : Lupa pak.

P : 2/1 hasilnya berapa?

GA : Dua

P : Mengapa tidak dilanjutkan?

GA : Lupa.

Sedangkan pengetahuan prosedural SI mengenai ketrampilan perkalian pecahan masih lemah, kelemahan ini terletak pada penyederhanaan pecahan terlihat dari jawaban diatas

$\frac{9}{4}$ disederhanakan menjadi $\frac{3}{2}$ kelemahan ini makin nyata terlihat pada transkrip

wawancara berikut ini.

P : Mengapa kamu jawab seperti ini ?{sambil menunjuk jawaban siswa}

SI : Dikecilkan dahulu?

P : $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ sama-sama dibagi berapa?

SI : 2.

P : $\frac{9}{4} = \frac{3}{2}$ sama-sama dibagi berapa?

SI : 9 dibagi 3, dan 4 dibagi 2.

4.2.3.2 Representasi Simbol Faktorial dan Ketrampilan Menggunakan Aturan

Faktorial

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol faktorial dan ketrampilan menggunakan aturan faktorial digunakan soal nomor 2b. Adapun jawaban ketiga subyek dari tes tulis yang diberikan adalah sebagai berikut.

AF : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

GA : $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$

SI : $5! = 1.2.3.4.5 = 120$

Dari lembaran jawaban siswa ini terlihat bahwa ketiga subyek ini memiliki pengetahuan prosedural simbolisasi faktorial dan ketrampilan menggunakan aturan faktorial yang baik faktorial yang baik, ini terbukti dengan siswa tahu $5!$ dan dapat menghitung nilai $5!$,

temuan ini diperkuat lagi dengan data dari wawancara, berikut transkrip wawancara dengan ketiga subyek tersebut.

P : Bagaimana kamu menghitung 5! Apa dulu yang dikali.

AF : $5 \times 4 = 20$, $20 \times 3 = 60$, $60 \times 2 = 120$, $120 \times 1 = 120$.

P : Kalau 6!

AF : $6 \times 5 = 30$, $30 \times 4 = 120$, $120 \times 3 = \dots ee \dots$ {terdiam}

P : $12 \times 3 = ?$

AF : 36

P : $120 \times 3 = ?$

AF : 360, $360 \times 2 = 720$.

P : Bagaimana kamu menghitung 5! Apa dulu yang dikali.

GA : $1 \times 2 = 2$, $2 \times 3 = 6$, $6 \times 4 = 24$, $24 \times 5 = 120$.

P : Kalau 6!

GA : $24 \times 6 = 120$

P : Bagaimana cara kamu menghitung 4!, apa dulu yang dikali?

SI : $1 \times 2 = 2$, $2 \times 3 = 6$, $6 \times 4 = 24$.

4.2.3.3 Representasi Simbol Permutasi Dan Ketrampilan Menggunakan Aturan

Permutasi

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi digunakan soal nomor 2c. Adapun jawaban ketiga subyek tersebut pada lembaran jawaban adalah sebagai berikut.

$$\text{AF : } {}_8P_2 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8!}{6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{6!} = 56$$

$$\text{GA : } {}_7P_2 = \frac{7!}{2!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{1 \times 2}$$

$$\text{SI : } {}_7P_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4!} = 35$$

Dari jawaban ini terlihat AF memiliki pengetahuan prosedural representasi simbol permutasi dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi yang baik, temuan ini diperkuat lagi dengan wawancara, berikut transkrip wawancara dengan AF.

P : Coba hitung ${}_7P_3$

$$S : \{ \text{Siswa menulis : } {}_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 210 \}$$

Sedangkan GA dan SI tidak memiliki pengetahuan prosedural representasi simbol permutasi ini terlihat kedua salah merepresentasikan simbol ${}_7P_2$ dan ${}_7P_3$, bagaimana dengan pengetahuan prosedural algoritmatik berupa ketrampilan menggunakan aturan permutasi, untuk itu perlu ditelusuri dengan wawancara, berikut transkrip wawancara dengan GA dan SI.

P : Coba lihat rumus permutasi di buku.

GA : { Siswa membaca buku }

P : Coba hitung ${}_7P_2$

$$GA : \{ \text{Siswa menulis: } {}_7P_2 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 42 \}$$

P : Kamu tulis begini { sambil menunjuk lembaran jawaban siswa $\frac{7!}{3!(7-3)!}$ }
maksudnya apa?

$$SI : \frac{7!}{3!} \text{ atau } (7-3)!$$

P : Coba lihat rumus permutasi di buku.

SI : { Siswa membaca buku }

P : Coba hitung ${}_7P_3$

$$SI : \{ \text{Siswa menulis: } {}_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = 210 \}$$

Dari transkrip wawancara ini terlihat pengetahuan prosedural algoritmatik berupa ketrampilan menggunakan aturan permutasi kedua subyek ini sudah baik.

4.2.3.4 Representasi Simbol Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama dan Ketrampilan Menggunakan Aturan Permutasi Untuk Beberapa Elemen Yang Sama

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama digunakan soal nomor 5. Adapun jawaban ketiga subyek dari ujian tulis yang diberikan adalah sebagai berikut .

$$AF : \underline{F ISIKAWAN} = {}_9P_9 = \frac{9!}{(9-9)!} = \frac{9!}{1}$$

$$GA : \text{“KIMIAWAN” } I=2, a=2 \quad {}_2C_2 = \frac{2!}{2!(2-2)!} = \frac{2!}{2!!} = 1$$

SI : himpunan huruf { A, B, C, D, E, F, G } yang beranggota 3 huruf { B, E, F }

Dari jawaban ini terlihat ketiga subyek tidak memiliki pengetahuan representasi simbol untuk beberapa elemen yang sama. Temuan ini diperkuat dengan transkrip wawancara berikut ini.

P : Mengapa ${}_9P_9$?

AF : Karena susunan 9 huruf disusun menjadi 9.

P : Jadi bila ada huruf yang sama atau semua huruf berbeda, apakah banyaknya cara menyusunnya sama?

AF : Ya.

P : Ini kok ${}_2C_2$. Apa huruf yang sama saja yang diperhitungkan?

GA : Yang boleh dibolak-balik hanya I dengan I dan A dengan A.

P : Mengapa kamu jawab seperti ini?

SI : Enggak bisa Pak ,ini asal tulis.

Untuk melihat pengetahuan prosedural algoritmatik berupa ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama siswa disuruh mengerjakan hitungan

berbentuk $\frac{n}{n_1 n_2}$ ketika wawancara, berikut transkrip wawancara dengan ketiga subyek

tersebut.

P : Coba hitung.

AF : {Siswa menulis: $\frac{9!}{3!2!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} = 30240$, hasil ini dihitung dengan bantuan coretan dikertas buram}

P : Coba hitung $\frac{8!}{2!3!}$

GA : {Siswa menulis: $\frac{8!}{2!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{1 \times 2 \times 3!} = 3360$ hasil akhir dihitung dengan bantuan perkalian ke bawah dicoretan}

P : Coba hitung $\frac{9!}{2!3!}$

SI : {Siswa menulis: $\frac{9!}{2!3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{1 \cdot 2 \cdot 3!} = 30240$ hasil akhir dihitung dengan bantuan perkalian ke bawah dicoretan}

Dari transkrip wawancara ini terlihat ketiga siswa memiliki pengetahuan prosedural algoritmatik berupa ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama dengan baik.

4.2.3.5 Representasi Simbol Kombinasi dan Ketrampilan Menggunakan Aturan

Kombinasi

Untuk melihat pengetahuan prosedural berupa representasi simbol kombinasi dan ketrampilan menggunakan aturan kombinasi digunakan soal nomor 2d. Pada lembaran jawaban dari tes tertulis terlihat AF menjawab benar, GA menjawab salah, sedangkan SI tidak mengerjakan. Adapun jawaban AF dan GA adalah sebagai berikut ini.

$$AF : {}_8C_2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2!6!} = 28$$

$$GA : {}_8C_3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{40 \cdot 320}{6 \times 120} = \frac{40 \cdot 320}{720} = 56$$

Dari lembaran jawaban siswa pada lampiran 4 terlihat AF memiliki pengetahuan prosedural representasi simbol dan ketrampilan menggunakan aturan kombinasi dengan

baik sebab ia dapat menjawab dengan benar dan efisien. Sedangkan kedua subyek lainnya tidak memiliki kedua pengetahuan prosedural tersebut, ini terlihat GA salah merepresentasikan simbol $8C_3$ dan SI tidak mengerjakan soal .

4.3 Keterkaitan Pengetahuan Konseptual Dan Pengetahuan Prosedural

Dalam menyelesaikan persoalan matematika termasuk materi peluang kemampuan siswa mengaitkan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural sangatlah penting, hal ini seperti yang dikatakan Hiebert dan Lavefre (1986:11) bahwa “apabila pengetahuan konseptual dikaitkan dengan pengetahuan prosedural, ini dapat (a) meningkatkan representasi problem dan penyederhaan permintaan prosedur, (b) memonitor seleksi dan eksekusi prosedur, (c) memfasilitasi (promote) transfer dan penyederhanaan sejumlah prosedur yang diperlukan.

Untuk melihat keterkaitan ini perlu ditelusuri melalui analisis lembaran jawaban siswa dari tes tertulis dan wawancara apakah dalam menyelesaikan soal prosedur yang digunakan terkait konsep dan prosedur yang digunakan sudah efisien. Berikut ini akan diberikan gambaran keterkaitan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural dari siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah berdasarkan nilai rapor selama kelas satu dan pertimbangan kedua guru matematika.

4.3.1 Pada Siswa Berkemampuan Tinggi

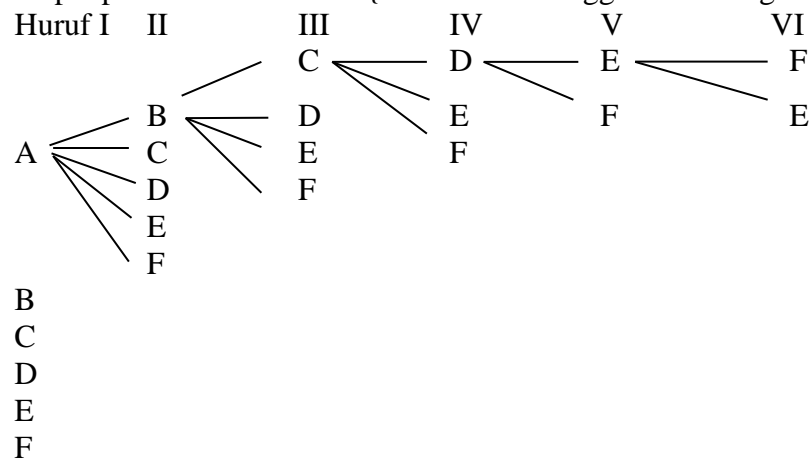
Seperti telah dijelaskan di Bab III ada 3 siswa berkemampuan tinggi yang dipilih untuk dijadikan subyek penelitian yaitu IK, NH, dan WS. Kepada IK diberikan soal seri D, pada NH diberikan soal seri A, dan kepada WS diberikan soal seri B. Dari lembaran

jawaban siswa dan wawancara terlihat gambaran keterkaitan pengetahuan ketiga subyek tersebut adalah sebagai berikut.

- a. Dalam pikiran IK terdapat keterkaitan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang baik, sebab IK dapat menjelaskan dengan baik mengapa suatu prosedur dipakai dalam menyelesaikan soal, ini terlihat dari transkrip wawancara terhadap soal nomor 3, dan 5 berikut.

P : Mengapa 6! { untuk soal nomor 3a }

S : Karena 6 huruf A, B, C, D, E, F, diletakan pada 6 tempat. Penempatan huruf pada tempat pertama ada 6 cara . {Lalu siswa menggambar sebagai berikut:



Pada tempat kedua karena sudah diambil satu huruf jadi tinggal 5 huruf, jadi 5 cara, pada pengisian tempat ketiga telah diambil 2 huruf sehingga tinggal 4 huruf jadi ada 4 cara, pada pengisian tempat keempat telah diambil 3 huruf sehingga tinggal 3 huruf jadi ada 3 cara, pada pengisian tempat kelima telah diambil 4 huruf sehingga tinggal 2 huruf jadi ada 2 cara, dan terakhir tinggal satu huruf, jadi satu cara.

P : Nomor 3a kamu katakan aturan permutasi, nomor 3c kamu katakan juga aturan permutasi bedanya dimana?

S : Pada soal 3a diambil semua sedangkan pada soal 3c diambil sebagian.

P : Mengapa kamu buat begitu? { soal nomor 5 }

S : “KIMIAWAN” ada 8 huruf, huruf I ada 2, huruf A ada 2. Menempatkan 8 huruf pada 8 tempat, jadi 8! . Karena huruf I ada 2 maka dibagi 2!, dan huruf A ada 2 juga dibagi 2!, sehingga $\frac{8!}{2!2!}$

P : Mengapa dibagi 2!

S : Karena ada dua huruf yang sama.

P : Mengapa 2!

S : Bingung pak.

P : Kalau sama boleh ditukar letak?

S : Ya, sehingga banyak pertukaran letak huruf yang sama dianggap satu.

Selain itu IK juga dapat menyederhanakan pemakaian prosedur, ini terlihat dari penyelesaian soal nomor 1, 3, dan 5 pada lembaran jawaban siswa berikut.

1. a. Dengan 2 cara pengisian bola.
b. $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ cara.
- 3 a. $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$ cara.
b. menggunakan aturan permutasi.
c. $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ cara.
d. menggunakan permutasi.
- 5 a. $\frac{8!}{2!2!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 3 \times 2 = 10080$
b. menggunakan cara permurtasi.

Kesalahan menjawab soal nomor 4, dan 2c disebabkan ia tidak memiliki

pengeta-huan konseptual kombinasi dan pengetahuan prosedural representasi simbol

7P_3 {lihat bagian 4.1.1.4 dan 4.2.1.3}.

- b. Dalam pikiran NH terdapat keterkaitan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang baik, sebab NH dapat menjelaskan dengan baik mengapa suatu prosedur dipakai dalam menyelesaikan soal, ini terlihat dari transkrip wawancara terhadap soal nomor 3 dan 5 berikut.

P : Pada soal 3c mengapa dihitung dengan 7P_4 , bukan 7C_4 , atau $4!$

S : Karena dari 7 huruf diambil 4 dan urutannya diperhatikan.

P : No. 3a dan 3c sama-sama menggunakan aturan permutasi, bedanya dimana.

S : Kalau no. 3a diambil semua unsurnya, kalua 3c hanya sebagian.

NH juga dapat menyederhanakan pemakaian prosedur, ini terlihat dari penyelesaian soal nomor 1, 3, dan 5 pada dalam jawaban berikut.

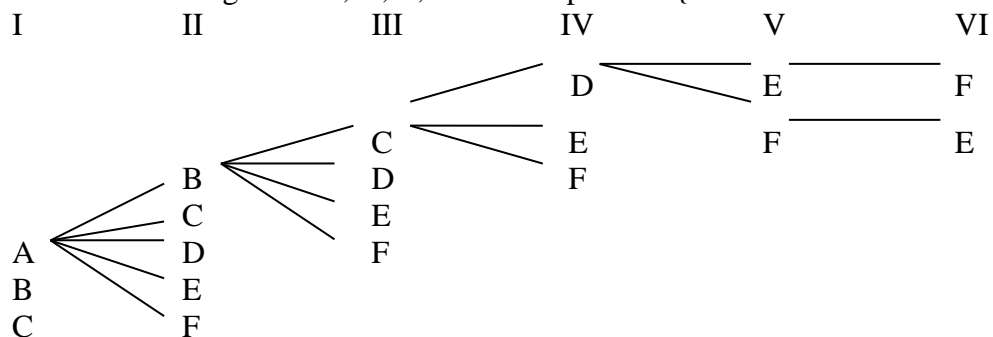
- 1 a. 3 cara.
 b. $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ cara atau ${}_4P_4 = 4! = 24$.
- 3 : {A,B,C,D,E,R,G} ketentuan huruf tidak boleh dibalik.
 a. $7 \ 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 = 5040$ {jangan lupa kotak}
 atau
 ${}_7P_7 = 7! = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040$
 b. Permutasi.
 c. $7 \ 6 \ 5 \ 4 = 5040$ {jangan lupa kotak}
 atau
 ${}_7P_4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{3! \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{3!} = 840$
 d. permutasi.
- 5 “FISIKAWAN”, I=2, A=2
 c. $\frac{9!}{2!2!} = \frac{2!3.4.5.6.7.8.9}{2!2!} = 90720$
 d. permutasi.

Kesalahan menjawab soal nomor 4 disebabkan ia tidak memiliki pengetahuan konseptual kombinasi {lihat bagian 4.1.1.4}.

- c. Dalam pikiran WS terdapat keterkaitan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang yang boleh dikatakan baik, sebab WS dapat menjelaskan dengan baik mengapa suatu prosedur dipakai dalam menyelesaikan soal ini terlihat dari transkrip wawancara terhadap soal nomor 3 dan 5 berikut.

P : Mengapa kamu jawab seperti ini? {soal nomor 3}

S : Huruf pertama bisa A, B, C, D, E, F. Ada 6 cara. Misalkan huruf pertama A, maka huruf ke dua bisa B, C, D, E, F. Ada lima cara. Misalkan huruf ke dua B, maka huruf ke tiga bisa C, D, E, F. Ada empat cara. {Lalu siswa menulis:



D
E
F

}
P : Pada nomor 3a permutasi, pada nomor 3c juga permutasi, bedanya dimana?
S : 3a diletakan pada 6 tempat sedangkan pada 3c pada 4 tempat.

P : $\frac{8!}{2!2!}$ dari mana? {soal nomor 5}

S : Semua huruf 8 jadi 8!, Huruf I ada 2 jadi dibagi 2!, Dan huruf A ada 2 sehingga dibagi lagi 2!

P : Kalau pada kata :KIMIAWAI”?

S : Semua huruf 8 jadi 8!, dibagi 3! Karena huruf I ada 3 huruf, dibagi lagi 2!
Karena huruf A ada 2.

P : Mengapa dibagi 3 faktorial dan 2 faktorial?

S : Huruf I ada 3 jadi dapat dipertukarkan. Banyak cara pertukaran 3 ketiga huruf I ini sebanyak 3! faktorial. Karena 3 faktorial cara ini dianggap satu maka banyak cara ini dibagi 3 faktorial.

Namun WS belum dapat menyederhanakan pemakaian prosedur, ini terlihat dari

jawaban soal nomor 3a berikut yang bisa disederhanakan dengan

$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ cara.

$${}_6P_6 = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}{1} = 720$$

4.3.2 Pada Siswa Berkemampuan Sedang

Seperti telah dijelaskan di Bab III ada 3 siswa berkemampuan sedang yang dipilih untuk dijadikan subyek penelitian yaitu MS, IN dan FZ. Kepada MS diberikan soal seri C, kepada IN diberikan soal seri B, sedangkan kepada FZ diberikan soal seri A. Dari lembaran jawaban siswa dan wawancara terlihat gambaran keterkaitan pengetahuan ketiga subyek tersebut adalah sebagai berikut.

- a. Dalam pikiran MS terdapat keterkaitan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang boleh dikatakan baik sebab ia dapat menjelaskan dengan baik

mengapa suatu prosedur dipakai dalam penyelesaian soal, ini terlihat dari transkrip wawancara terhadap soal nomor 3 dan 5 berikut.

- P : Mengapa 7P_7 ? {soal nomor 3}
 S : Karena 7 huruf digunakan semuanya, ini sama dengan nomor 1b
 P : Samanya dimana?
 S : Hurufnya 7 dipakai ke 7nya jadi digunakan semua.
 P : Apa beda nomor 3a dengan nomor 3c?
 S : Nomor 3a diambil semua nomor 3c sebagian.
 P : Mengapa kamu jawab seperti ini? {soal nomor 5}
 S : Karena susunan 9 huruf yang diambil semuanya
 P : Coba buat susunan huruf dari kata AWI.
 S : AWI, IWA, WAI, WIA, IAW, AIW.
 P : Ada berapa semua?
 S : 6.
 P : 6 ini dari mana?
 S : Permutasi.
 P : Permutasi berapa?
 S : permutasi tiga-tiga.
 P : Kalau AWA?
 S : AWA, WAA, AAW.
 P : Ada berapa?
 S : 3.
 P : Berarti 3P_3 dibagi ?
 S : 2P_2 .
 P : Yang soal nomor 5 bagaimana?
 S : 9P_9 dibagi....
 P : Dibagi berapa?
 S : $\frac{9!}{2!2!}$.
 P : Bagaimana dengan “FISIKAWAI”
 S : $\frac{9!}{3!2!}$

Namun MS belum dapat menyederhanakan pemakaian prosedur, ini terlihat dari jawaban siswa terhadap soal nomor 3a berikut ini yang seharusnya dapat ditulis lebih sederhana menjadi $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$ cara).

$${}^7P_7 = \frac{7!}{(7-7)!} = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040$$

Kesalahan siswa menjawab soal nomor 4 dan 5 disebabkan siswa tidak memiliki pengetahuan konseptual kombinasi dan permutasi untuk beberapa elemen yang sama.

- b. Dalam pikiran IN tidak terdapat keterkaitan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural sebab yang pertama IN tidak dapat menjelaskan mengapa suatu prosedur digunakan dalam penyelesaian soal, hal ini terlihat dari transkrip wawancara mengenai soal nomor 3, 4, dan 5 berikut.

P : Mengapa soal nomor 3a digunakan ${}_6P_6$?

S : Karena urutannya enggak campur.

P : Maksudnya enggak campur?

S : {Siswa menggeleng}

P : Karena 6 diambil 6 ya?

S : Ya.

P : Misalnya soalnya saya ubah, himpunan hurufnya {A,B,C}. Apa saja password yang mungkin.

S : ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

P : Mengapa soal nomor 3c pakai kombinasi?

S : {Siswa menggeleng}

P : Kombinasi apa?

S : {Siswa kebingungan}. Urutannya tidak diperhatikan.

P : Kalau nomor 3a huruf pertama yang mungkin.

S : Enggak tahu.

P : Ini hurufnya 7 kok bisa ${}_6C_3$ {soal nomor 4}

S : Enggak tahu.

P : 2. ${}_8P_2$ dari mana? {soal nomor 5}

S : Jumlah huruf .

P : 2 ini { sambil menunjuk $\rightarrow 2 \cdot {}_8P_2$ }

S : Banyak huruf yang sama.

Yang kedua tidak efisiennya penggunaan prosedur terlihat dari lembaran siswa

terhadap soal nomor 3a ${}_6P_6 = \frac{6!}{(6-6)!} = 1.2.3.4.5.6 = 720$ yang bisa disederhanakan

dengan $6! = 1.2.3.4.5.6 = 720$.

c. Dalam pikiran FZ terdapat keterkaitan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural yang agak baik, sebab FZ dapat menjelaskan dengan baik mengapa suatu prosedur dipakai dalam menyelesaikan soal, ini terlihat transkrip wawancara terhadap soal nomor 3 dan 5 berikut.

P : Mengapa kamu buat 7P_7 ?

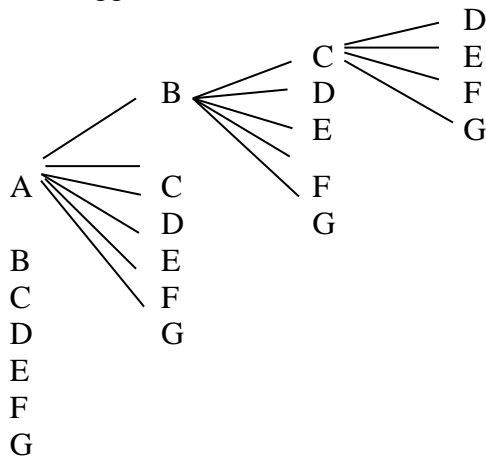
S : Ada 7 huruf yaitu A, B, C, D, E, F, dan G, diambil 7 huruf . Berarti 7 tempat diisi oleh 7 unsur.

P : Pada soal ini 7 buku diambil 4 buku, dari mana datangnya 3?

S : Keliru pak, seharusnya 7P_3 .

P : Bagaimana gambarnya?

S : {Siswa menggambar



Jadi $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$

P : Mengapa kamu jawab seperti ini? Coba terangkan dengan gambar. {soal nomor 5}

S : {Lalu siswa menulis $\underline{F} \underline{I} \underline{S} \underline{I} \underline{K} \underline{A} \underline{W} \underline{A} \underline{N}$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 }

Banyaknya huruf ada 9 jadi 9!

P : Mengapa dibagi $2!2!$

S : Karena ada dua huruf yang sama yaitu huruf A dan I.

P : Misalnya soalnya saya rubah dari FISIKAWAN menjadi FISIKAWAI. Banyak cara penyusunan huruf-huruf tersebut?

S : Huruf I ada 3 dan huruf A ada 2 jadi $\frac{9!}{3!2!}$

P : Kalau hurufnya tidak ada yang sama?

S : 9!

P : Mengapa harus dibagi 3! Tidak dibagi 3 saja.

S : Enggak tahu, karena dibuku ditulis begitu.

P : {Lalu peneliti menulis F I₁ S I₂ K A W A I₃ } I₁, I₂, dan I₃ kan dapat dipertukarkan. Banyak cara pertukaran ini?
S : 3!

Namun belum dapat menyederhanakan pemakaian prosedur hal ini terlihat dilembaran jawaban siswa terhadap soal nomor 3a berikut yang sebenarnya dapat disederhanakan menjadi $7! = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040$

$${}_n P_k = {}_7 P_7 = \frac{7!}{(7-7)!} = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040$$

Kesalahan siswa menyelesaikan soal yang diberikan dari tes tertulis ini disebabkan karena siswa tidak memiliki pengetahuan prosedural algoritmatik permutasi dan kombinasi {lihat bagian 4.1.2.2 dan 4.1.2.4}.

4.3.3 Pada Siswa Berkemampuan Rendah

Seperti telah dijelaskan di Bab III ada 3 siswa berkemampuan rendah yang dipilih untuk dijadikan subyek penelitian yaitu AF, GA, dan SI. Kepada AF diberikan soal seri A, kepada GA diberikan soal seri B, dan kepada SI diberikan soal seri D. Dari lembaran jawaban siswa dan wawancara terlihat gambaran keterkaitan pengetahuan ketiga subyek tersebut adalah sebagai berikut.

- a. Dalam pikiran AF tidak terdapat keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural sebab pertama ia tidak dapat menjelaskan mengapa menggunakan suatu prosedur dalam menyelesaikan soal dalam hal ini dikatakan tidak ada keterkaitan prosedur dengan konsepnya tergambar dari transkrip wawancara terhadap soal nomor 3c, 4, dan 5 berikut.

P : Mengapa kamu jawab ${}_4 P_4$? {soal nomor 3c}

S : Karena yang diambil 4 huruf .

P : Semua huruf ada berapa?

S : 7.

P : Jadi .

S : 4 huruf diambil dari 7 huruf.

P : Jadi kalau diambil 4 huruf dari 7 huruf .

S : ${}_7P_4$.

P : Ini kok ${}_4P_4$ yang benar yang mana?

S : ${}_4P_4$.

P : Mengapa digunakan ${}_6P_3$. {soal nomor 4}

S : Mencari anggota 3 huruf dari 6 huruf.

P : Mengapa ${}_9P_9$? {soal nomor 5}

S : Karena susunan 9 huruf disusun menjadi 9.

P : Jadi bila ada huruf yang sama atau semua huruf berbeda, apakah banyaknya cara menyusunnya sama?

S : Ya.

Kedua tidak adanya penyederhanaan prosedur, ini terlihat pada penyelesaian soal nomor 1b dan 3a berikut, yang sebenarnya dapat disederhanakan dengan $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ untuk nomor 1b dan $7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 5040$ untuk soal nomor 3a.

$$1b. {}_4P_4 = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{1} = 24 \quad \text{dan} \quad 3a. {}_7P_7 = \frac{7!}{(7-7)!} = \frac{7!}{1!} = 2520$$

- b. Dalam pikiran GA hanya ada keterkaitan prosedur kombinasi dengan konsepnya, ini terlihat dari transkrip wawancara terhadap soal nomor 4 berikut

P : Mengapa pakai kombinasi?

S : Kan mencari himpunan bagian.

P : Mengapa mencari banyaknya himpunan bagian dengan kombinasi?

S : {diam}.

P : Kalau himpunan bagian itu diperhatikan enggak urutannya?

S : Enggak.

P : Kalau himpunan bagian yang beranggota 3 huruf dari {A,B,C,D} apa saja?

S : {A,B,C}, {A,B,D}, {A,C,B}, {A,C,D}, {A,D,B}, {A,D,C}. Banyaknya ${}_4C_3$.

Sedangkan keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural lainnya boleh dibilang tidak ada, ini terlihat dari transkrip wawancara terhadap soal lainnya.

- P : Mengapa bisa ${}_6P_6$? {soal nomor 3a}
 S : Karena 6 huruf diambil semua. Sama dengan nomor 1b
 P : Mengapa pakai kombinasi untuk nomor 3c?
 S : Seharusnya pakai permutasi?
 P : Permutasi berapa?
 S : ${}_6P_4$.
 P : Bisa enggak kamu gambarkan mengapa dipakai permutasi.
 S : {siswa terdiam}
 P : Ini kok ${}_2C_2$. Apa huruf yang sama saja yang diperhitungkan? {soal nomor 5}
 S : Yang boleh dibolak-balik hanya I dengan I dan A dengan A.

- c. Dalam pikiran SI tidak terdapat keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural sebab ia tidak dapat menjelaskan mengapa menggunakan suatu prosedur dalam menyelesaikan soal dalam hal dikatakan tidak ada keterkaitan prosedur dengan konsepnya tergambar dari transkrip wawancara terhadap soal nomor 3, 4, dan 5 berikut.

- P : Mengapa kamu jawab seperti ini? { soal nomor 3a}
 S : Enggak mengerti pak, jadi saya jawab asal-asal.
 P : Yang dimaksud dengan permutasi apa? {Soal nomor 3c}
 S : Susunan n unsur yang diambil r unsur.
 P : Coba kamu jelaskan jawabanmu.
 S : Bingung pak.
 P : Mengapa kamu jawab seperti ini, apa yang dalam pikiranmu.
 S : Enggak mengerti pak
 P : Mengapa kamu menjawab seperti ini? {Soal nomor 4}
 S : Salah satu himpunan bagian yang beranggota 3 huruf yaitu {B,E,F}.
 P : Misalnya himpunannya {A,B,C,D} maka himpunan bagian yang beranggota 3 huruf dari himpunan itu adalah {A,B,C}, {A,B,D}, {A,C,D}, {B,C,D}. Nah banyaknya ini semua bagaimana cara menghitungnya.
 S : Bingung pak.
 P : Yang disebut permutasi ini apa?
 S : Pakai rumus pak
 P : Mengapa kamu jawab seperti ini? {Soal nomor 5}

S : Enggak bisa Pak ,ini asal tulis.

BAB V

PEMBAHASAN

5.1. PENGETAHUAN KONSEPTUAL

Pengetahuan konseptual adalah suatu pengetahuan yang kaya akan hubungan-hubungan. Hubungan-hubungan itu meliputi fakta-fakta dan sifat-sifat sehingga semua potongan informasi terkait pada satu jaringan. (Hiebert dan Lefevre, 1986:3). Seorang siswa memiliki pengetahuan konseptual yang baik tentang kaidah pencacahan bila ia mampu:

- (1) mengaitkan fakta-fakta dengan ide aturan pengisian tempat yang tersedia, keterkaitan ini melahirkan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia,
- (2) mengaitkan konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia,
- (3) mengaitkan konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama dengan konsep permutasi, dan
- (4) mengaitkan konsep kombinasi dengan konsep permutasi.

Dari paparan data terlihat bahwa masih ditemukan adanya ketidakterkaitan dari aspek-aspek di atas baik pada kelompok siswa berkemampuan tinggi, kelompok siswa berkemampuan sedang, apalagi pada kelompok siswa berkemampuan rendah, mengapa hal ini bisa terjadi? Untuk itu perlu pembahasan teoritis yang dapat dijadikan masukan dalam menciptakan pengetahuan konseptual yang baik dalam pikiran siswa baik pada pada kelompok siswa berkemampuan tinggi, kelompok siswa berkemampuan sedang, maupun pada kelompok siswa berkemampuan rendah. Berikut ini akan diuraikan pembahasan ketiga kelompok tersebut.

5.1.1. Pada Siswa Berkemampuan Tinggi

Dari paparan data ditemukan bahwa untuk ketiga subyek telah dapat membuat pengaitan dengan baik untuk aspek-aspek fakta dengan ide permutasi dan konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia. Sedangkan untuk aspek-aspek berikut ini masih terdapat ketidakterkaitan yaitu:

- fakta dengan ide pengisian tempat yang tersedia,
- fakta dengan ide kombinasi (pada IK dan NH),
- konsep kombinasi dengan konsep permutasi (IK dan NH).

Ketidakterkaitan dari aspek-aspek diatas kemungkinan disebabkan pembelajaran yang belum menunjukkan secara konkret bagi pikiran siswa tentang adanya keterkaitan tersebut. Ketidakterkaitan ini juga terjadi pada kelompok lainnya.

5.1.2. Pada Siswa Berkemampuan Sedang

Dari paparan data ditemukan pada umumnya dalam pikiran siswa berkemampuan sedang tidak terdapat keterkaitan untuk aspek-aspek berikut ini, yaitu :

- fakta dengan ide pengisian tempat yang tersedia,
- konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama dengan konsep permutasi,
- fakta dengan ide kombinasi,
- dan konsep kombinasi dengan konsep permutasi.

Sedangkan untuk aspek lainnya seperti: fakta dengan ide permutasi dan konsep aturan permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat masih ada siswa yang tidak dapat mengaitkannya.

Ketidakterkaitan dari aspek-aspek diatas kemungkinan juga disebabkan oleh hal yang sama seperti pada kelompok tinggi

5.1.3. Pada Siswa Berkemampuan Rendah

Dari paparan data ditemukan pada umumnya dalam pikiran siswa berkemampuan rendah tidak terdapat keterkaitan untuk aspek-aspek berikut ini, yaitu :

- fakta dengan ide pengisian tempat yang tersedia,
- fakta dengan ide permutasi,
- konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia,
- fakta dengan ide permutasi untuk beberapa elemen yang sama,
- konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama dengan konsep permutasi,

Sedangkan untuk aspek lainnya seperti: fakta dengan ide kombinasi, dan konsep kombinasi dengan konsep permutasi belum terkait dalam pikiran sebagian siswa.

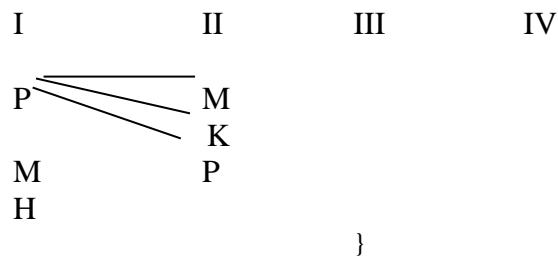
Ketidakterkaitan dari aspek-aspek diatas kemungkinan disebabkan oleh hal sama seperti yang terjadi pada siswa berkemampuan tinggi dan siswa berkemampuan sedang.

Mengingat masih adanya kecenderungan siswa yang tidak dapat mengaitkan beberapa aspek di atas, ini menunjukkan bahwa aspek-aspek diatas dapat dikategorikan sulit atau sukar, terutama pada dua aspek yaitu aspek pengaitan fakta dengan ide pengisian tempat yang tersedia dan aspek pengaitan fakta dengan ide kombinasi yang terjadi pada ketiga kelompok tersebut. Oleh karena itu guru perlu memberikan perhatian yang lebih pada beberapa aspek yang tidak terkait ini, terutama aspek yang keseluruhan

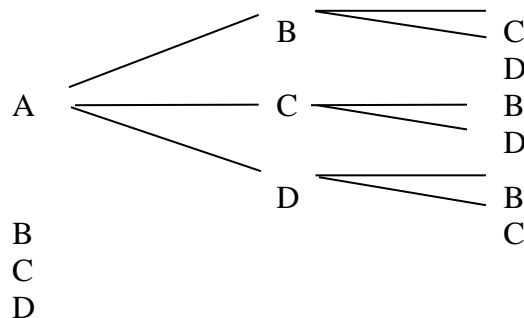
siswa tidak dapat mengaitkannya.. Demikian pula buku teks yang digunakan sebagai pegangan siswa yaitu *Buku Pelajaran Matematika SMU untuk kelas 2*, karangan *B.K Noormandiri dan Endar Sucipto*, terbitan *Erlangga*, belum dapat memberikan ilustrasi konkret bagi siswa, misalnya konsep aturan pengisian tempat yang tersedia, buku teks hanya memberikan definisi dan contoh cara penyelesaian soal, mengapa soal dikerjakan demikian tidak terdapat dalam buku teks, sehingga dalam pikiran siswa tidak ada keterkaitan fakta-fakta dengan ide aturan pengisian tempat yang tersedia. Demikian pula untuk keterkaitan konsep kombinasi dengan konsep permutasi, buku teks hanya menjelaskan hubungan kombinasi dengan permutasi dan cara terbentuknya rumus kombinasi tanpa gambaran yang konkret dalam pikiran siswa.

Perlunya seorang guru membuat ilustrasi yang konkret bagi siswa dalam mengaitkan hal-hal diatas sangat penting agar informasi yang tersimpan menjadi suatu jaringan yang kecil kemungkinan hilang. Hal sesuai dengan pendapat Dahar dan Hudojo. Dahar (1988:110) menyatakan bahwa “Para siswa itu sendiri merupakan sumber lain untuk menentukan konsep-konsep yang dapat diajarkan. Andaikan kita dapat menyelami pikiran siswa untuk melihat struktur kognitif mereka, kita mungkin dapat menentukan kekosongan-kekosongan, ketidaktelitian, ketidakkonsistenan (*inconsistence*) yang membutuhkan bimbingan .” Pendapat ini sejalan dengan Hudojo (1988:95) yang menyatakan “Apabila memang diperlukan walaupun matematika itu abstraks, pendekatan konkret perlu disajikan terlebih dahulu sehingga pengalaman konkret itu merupakan jembatan untuk meningkat ke penyajian yang abstraks.”

Pengaitan aspek-aspek diatas dapat dimulai dengan mengaitkan fakta dengan ide aturan pengisian tempat dengan contoh khusus yang terhadap cara pengisian 4 kotak oleh 4 bola yang masing kotak hanya dapat diisi oleh 1 bola dengan ilustrasi diagram pohon sebagai berikut.



Selanjutnya cara mengaitkan konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat dengan contoh khusus yang salah satunya berupa pengambilan 3 huruf dari himpunan huruf {A, B, C, D}, contoh khusus ini diilustrasikan dengan gambar sebagai berikut.



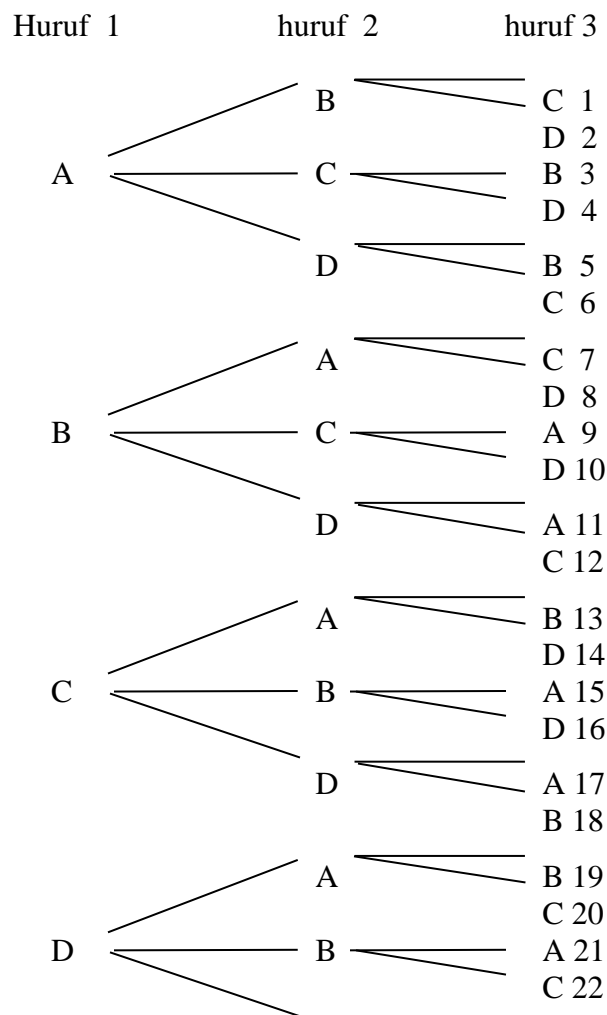
Dari transkrip wawancara pada lampiran 5 terlihat dengan ilustrasi seperti siswa dapat mengaitkan konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat.

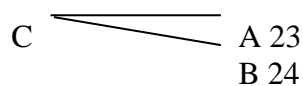
Setelah siswa memahami konsep permutasi dikaitkan dengan konsep permutasi untuk beberapa elemen dengan contoh khusus yang salah satunya berupa banyaknya susunan semua huruf-dari kata “FISIKAWAN” dan “FISIKAWAI” dengan ilustrasi

“FI₁SI₂KA₁WA₂N” dan “FI₁SI₂KA₁WA₂I₃” dengan penjelasan pertukaran letak I₁, I₂, I₃ dianggap satu demikian pula pertukaran letak A₁, A₂ dianggap satu. Dari sini siswa dapat menentukan banyak cara pertukaran letak huruf-huruf yang sama sehingga banyak cara

penyusunan ini adalah $\frac{n!}{n_1 n_2 \dots n_k}$.

Konsep kombinasi diajarkan dengan mengaitkan dengan konsep permutasi dengan ilustrasi sebagai berikut. Kita mengambil 3 huruf dari 4 huruf yaitu huruf-huruf “A, B, C, D, tanpa memperhatikan urutan. Hal ini digambar sebagai berikut ini.





Berdasarkan gambaran ini maka siswa disuruh memperhatikan no.1, 3, 7, 9, 13, dan 15, serta ditanyakan apakah nomor-nomor terdiri dari huruf-huruf yang sama, dari diagram ini siswa akan diberi stimulus untuk menghubungkan konsep kombinasi ini dengan konsep permutasi dan terlihat berhasil berdasarkan data dari transkrip wawancara.

5.2. PENGETAHUAN PROSEDURAL

Menurut Hiebert dan Lafevre (1986:6) pengetahuan prosedural merupakan pengetahuan tentang urutan kaidah-kaidah, algoritma-algoritma, atau prosedur-prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan soal matematika. Hiebert dan Wearne (1986:204) membedakan dua jenis pengetahuan prosedural yaitu, pertama pengetahuan mengenai simbol tanpa mengikutkan makna dari simbol tersebut, dan kedua sekumpulan aturan-aturan atau langkah-langkah yang membentuk suatu algoritma atau prosedur.

Sedangkan Jensen dan Williams (1993:231) merinci pengetahuan prosedural dalam beberapa tahap, yaitu (1) mengingat aturan-aturan dan algoritma, (2) melakukan perhitungan diatas kertas dengan pensil secara berulang-ulang, (3) menemukan bentuk asli dari jawaban dan (4) mengingat prosedur tanpa memahaminya.

Berdasarkan kedua pendapat diatas dapat kita simpulkan pengetahuan prosedural terdiri dari 2 bagian berikut ini.

- (1). Pengetahuan mengenai simbol tanpa memahami maknanya atau dengan kata lain mengingat aturan (rumus) yang meliputi: representasi simbol faktorial yaitu $n!$,

representasi simbol permutasi yaitu ${}_nP_r$, representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama, representasi simbol kombinasi ${}_nC_r$.

- (2). Sekumpulan aturan-aturan atau langkah-langkah yang membentuk suatu algoritma atau prosedur, bagian kedua ini meliputi melakukan perhitungan diatas kertas dengan pensil berulang-ulang, menemukan bentuk asli dari suatu jawaban, dan mengingat prosedur tanpa memahaminya. Pengetahuan prosedural ini meliputi: ketrampilan dalam perkalian pecahan, ketrampilan dalam menggunakan aturan faktorial, ketrampilan menggunakan aturan permutasi, ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama, dan ketrampilan menggunakan aturan kombinasi.

Dari paparan data terlihat bahwa pada siswa berkemampuan tinggi pada umumnya pengetahuan prosedural algoritmatik sudah baik, namun untuk pengetahuan prosedural representasi simbol masih terdapat kekurangan, sedangkan pada siswa berkemampuan sedang dan rendah pengetahuan prosedural baik simbolik maupun algoritmatik sangat rendah. Berikut ini akan dijelaskan pengetahuan prosedural pada kelompok siswa berkemampuan tinggi, sedang dan rendah.

5.2.1. Pada Siswa Berkemampuan Tinggi

Dari paparan data ditemukan hanya ditemukan kekurangan siswa dalam representasi simbolik permutasi ${}_nP_r$. Hal ini disebabkan siswa lupa representasi simbol permutasi. Untuk memperbaiki kekurangan ini perlu diperbanyak latihan agar siswa dapat menghafal representasi ini. Hal ini sesuai dengan pendapat Hiebert dan Lafevre

(1986) menyatakan "...prosedur dapat dipelajari dengan menghafal...". Sedangkan pentingnya latihan ini dinyatakan oleh Dahar (1988:93) yang menyatakan " Kita membutuhkan banyak kesempatan dan latihan prosedur-prosedur, sebab hanya melalui latihan dapat dikembangkan prosedur-prosedur".

5.2.2. Pada siswa Berkemampuan Sedang

Dari paparan data ditemukan pengetahuan prosedural berupa representasi simbol faktorial, dan ketrampilan menggunakan aturan faktorial, dan ketrampilan menggunakan aturan permutasi umumnya sudah baik, namun pengetahuan prosedural berupa ketrampilan mengalikan bilangan pecahan, dan representasi simbol kombinasi, masih sangat rendah, sedangkan pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi, representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama, masih ada ditemukan kekurangan. Hal ini disebabkan kurangnya ingatan siswa terhadap representasi simbolik dan langkah-langkah algoritmatik penyelesaian masalah.

5.2.3. Pada Siswa Berkemampuan Rendah

Dari paparan data ditemukan pengetahuan prosedural berupa representasi simbol faktorial, dan ketrampilan menggunakan aturan faktorial, umumnya sudah baik, namun pengetahuan prosudural berupa ketrampilan mengalikan bilangan pecahan masih sangat rendah, sedangkan pengetahuan prosedural berupa representasi simbol permutasi, ketrampilan menggunakan aturan permutasi, representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama, ketrampilan menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang uang sama masih ada ditemukan kekurangan. Hal ini disebabkan

kurangnya ingatan siswa terhadap representasi simbolik dan langkah-langkah aljabar penyelesaian masalah.

Mengingat kelemahan penguasaan pengetahuan prosedural ini disebabkan oleh kurangnya ingatan siswa akan representasi simbolik dan langkah-langkah aljabar penyelesaian masalah siswa berkemampuan sedang dan rendah untuk itu dapat dilakukan hal-hal berikut ini.

- (1). Mengaitkan pengetahuan prosedur dengan konsepnya, sebagai contoh simbol 5C_3 dikaitkan dengan konsep kombinasi yaitu banyak cara mengambil 3 unsur dari 5 unsur yang tersedia tanpa memperhatikan urutan pengambilan. Hal ini sesuai dengan pendapat Hiebert dan Lavefee (1986) yang menyatakan bahwa “Building relationships between conceptual knowledge and the procedures of mathematics contributes to memory (storage and retrieval) of procedures and to their effective use”. Yang artinya membangun hubungan antara pengetahuan konseptual dan prosedural matematika memberikan kontribusi memori (ingatan dan penyimpanan) pada prosedur dan penggunaan prosedur yang efektif.
- (2). Memperbanyak latihan dan umpan balik yang menggunakan prosedur tersebut dan diikuti dengan umpan balik yaitu evaluasi tentang dimana letak kebenaran dan kesalahan siswa dalam menggunakan suatu prosedur. Hal ini sesuai dengan pendapat Dahar (1988:92) yang menyatakan sebagai berikut.

“...ada pula strategi yang dapat digunakan untuk setiap macam pengetahuan prosedural. Strategi ini adalah latihan yang diikuti dengan umpan balik. Apabila prosedur itu merupakan pengenalan-pola, maka kesempatan untuk mengklasifikasikan contoh-contoh baru dari pola hendaknya diberikan. Umpan balik tidak hanya memperlihatkan apakah yang dilakukan itu betul, tetapi juga

bila jawaban tidak betul, harus ditunjukkan mana dari jawaban itu yang tidak betul dan mana bagian yang betul. Bila prosedur merupakan urutan aksi, soal-soal hendaknya berupa aplikasi dari prosedur, dan umpan baliknya menunjukkan secara tepat dalam hal apa aplikasi itu tidak betul, atau secara tepat bagaimana cepatnya suatu prosedur yang betul diterapkan.”

5.3. Keterkaitan Pengetahuan Konseptual dan Pengetahuan Prosedural

Pentingnya kaitan antara pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural menurut Hiebert karena bila konsep dan prosedur tidak terhubung maka akan terjadi siswa dapat memperoleh perasaan intuitif yang baik tentang matematika tetapi tidak dapat menyelesaikan masalah, atau mereka dapat memunculkan jawaban namun mereka tidak memahami apa yang sedang mereka kerjakan (Hiebert dan Lefevre, 1986:9).

Pendapat ini didukung oleh Eisenhart yang menyatakan bahwa pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural merupakan aspek yang penting pada pemahaman matematika, oleh karena itu mengajar untuk memahami harus menerapkan kedua pengetahuan tersebut (dalam Sujiarto, 1999:18).

Dari paparan data masih ditemukan kelemahan pada pengaitan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural baik pada kelompok siswa berkemampuan sedang maupun pada siswa berkemampuan rendah kelemahan ini terlihat pada transkrip wawancara yang menunjukkan siswa tidak mampu menjelaskan mengapa suatu prosedur dipakai dalam pemecahan masalah. Sedangkan pada kelompok siswa berkemampuan tinggi sudah mampu menjelaskan mengapa suatu prosedur digunakan dalam menyelesaikan masalah, dari penjelasan ini terlihat ada keterkaitan prosedur yang

dipakai dengan konsepnya. Namun pada semua kelompok ini masih ada ditemukan ketidakmampuan siswa menyederhanakan penggunaan prosedur, seperti untuk menjawab soal nomor 3a siswa menentukan banyak susunan dari 7 huruf masih terpaku

pada prosedur ${}_7P_7 = \frac{7!}{(7-7)!} = \frac{7!}{0!} = \frac{7.6.5.4.3.2.1}{1} = 5040$, bila pengetahuan konseptual

dan pengetahuan prosedural memiliki keterkaitan yang baik, maka siswa dapat menyederhanakan prosedur diatas dengan $7.6.5.4.3.2.1 = 5040$. Ketidakketerkaitan ini menurut Hiebert dan Lavefre (1986:17) disebabkan karena (1) kekurangan dalam dasar pengetahuan, (2) kesukaran dalam pengkodean hubungan, dan (3) kecenderungan mengelompokan pengetahuan.

Pengetahuan dasar dari materi ini adalah konsep aturan pengisian tempat yang belum begitu baik (lihat bagian 5.1). Sedangkan kesukaran dalam pengkodean ini terlihat dalam siswa menggambarkan apa yang dikendaki soal sehingga terlihat apakah gambaran mengikuti konsep permutasi, kombinasi atau konsep lainnya, dari sini baru dapat dibuat pengkodean apakah ${}_nP_r$, ${}_nC_r$ atau simbolik lainnya. Kecenderungan siswa mengelompokkan pengetahuan terlihat dari tidak dapatnya siswa menghubungkan konsep-konsep, jadi masing-masing konsep dihafal secara terpisah. Oleh karena itu perlu dijelaskan menjadi lebih mendetail bagaimana keterkaitan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural ini secara lebih konkret. Hal ini sesuai dengan pendapat Hudojo (1988:95) yang menyatakan “Apabila memang diperlukan walaupun matematika itu abstraks, pendekatan konkret perlu disajikan terlebih dahulu sehingga pengalaman konkret itu merupakan jembatan untuk meningkat ke penyajian yang abstraks.”

BAB VI

PENUTUP

6.1 KESIMPULAN

Berdasarkan beberapa hasil temuan dalam penelitian ini dan pembahasan yang telah diuraikan pada bab IV dan bab V diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Pengetahuan konseptual kaidah pencacahan pada siswa belum begitu baik.

Namun tingkat penguasaan pengetahuan konseptual pada masing-masing tingkat kemampuan siswa tidaklah sama. Berikut ini deskripsi kelemahan penguasaan pengetahuan konseptual dari masing-masing tingkatan kemampuan siswa.

- a. Pada siswa berkemampuan tinggi kelemahannya terletak pada pengaitan aspek-aspek berikut yaitu : (1) fakta dengan ide aturan pengisian tempat yang tersedia, (2) fakta dengan ide kombinasi, dan (3) konsep kombinasi dengan konsep permutasi. Hal ini terjadi pada beberapa siswa.
- b. Pada siswa berkemampuan sedang kelemahannya terletak pada pengaitan hal-hal berikut yaitu: (1) fakta dengan ide pengisian tempat yang tersedia, (2) konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama dengan konsep permutasi, (3) fakta dengan ide kombinsi, (4) konsep kombinasi dengan konsep permutasi. Keempat aspek diatas ditemukan pada ketiga subyek. Sedangkan sebagian siswa yang menjadi subyek belum dapat menemukan keterkaitan antara fakta dengan ide permutasi dan konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia.

- c. Pada siswa berkemampuan rendah kelemahannya terletak pada pengaitan aspek-aspek berikut yaitu : (1) fakta dengan ide pengisian tempat yang tersedia, (2) fakta dengan ide permutasi, (3) konsep permutasi dengan konsep aturan pengisian tempat yang tersedia, (4) fakta dengan ide permutasi untuk beberapa elemen yang sama, dan (5) konsep permutasi untuk beberapa elemen yang sama dengan konsep permutasi. Kelima aspek ini ditemukan pada ketiga subyek. Sedangkan sebagian siswa berkemampuan sedang ini belum dapat mengaitkan fakta dengan ide kombinasi dan konsep kombinasi dengan konsep permutasi.

Agar siswa memiliki pengetahuan konseptual yang baik maka hal-hal diatas harus terkait dalam sebuah jaringan. Agar terjadi keterkaitan ini maka dalam buku teks dan pembelajaran harus diberikan ilustrasi yang konkret dalam pikiran.

2. Pengetahuan prosedural pada masing-masing tingkat kemampuan siswa tidaklah sama. Berikut ini deskripsi penguasaan pengetahuan prosedural dari masing-masing tingkat kemampuan siswa.
- a. Pada siswa berkemampuan tinggi umumnya penguasaan pengetahuan prosedural ini sudah cukup baik, walaupun masih ditemukan kekurangan pada representasi simbol permutasi ${}_nP_r$ pada sebagian siswa, kekurangan ini disebabkan kelupaan.
- b. Pada siswa berkemampuan sedang masih ditemukan kelemahan pada ketrampilan perkalian pecahan dan representasi simbol kombinasi yang ditemukan pada ketiga siswa yang menjadi subyek penelitian. Sedangkan

sebagian siswa masih lemah dalam representasi simbol permutasi dan representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama.

- c. Pada siswa berkemampuan rendah masih ditemukan kelemahan pada ketrampilan perkalian pecahan, representasi simbol permutasi, ketrampilan menggunakan aturan permutasi, representasi simbol permutasi untuk beberapa elemen yang sama, dan ketrampilan menggunakan permutasi untuk beberapa elemen yang sama.

Kelemahan yang terjadi pada pengetahuan prosedural ini dapat diatasi dengan mengaitkan pengetahuan prosedural dengan pengetahuan konseptual dalam pembelajaran dan memperbanyak latihan yang menggunakan prosedur tersebut dengan diikuti dengan umpan balik yaitu evaluasi tentang letak kebenaran dan kesalahan jawaban siswa dalam menggunakan prosedur tersebut.

3. Keterkaitan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural pada siswa berkemampuan tinggi sudah baik, hal ini ditandai dengan kemampuan siswa menjelaskan mengapa suatu prosedur digunakan. Walaupun ada siswa yang membuat kesalahan dalam menjawab soal, kesalahan ini disebabkan oleh kurangnya pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural simbolik. Untuk siswa berkemampuan sedang dan siswa berkemampuan rendah keterkaitan ini sangat kurang, hal ini terlihat siswa tidak bisa menjelaskan mengapa suatu prosedur dipakai pada penyelesaian suatu soal.

6.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan diatas, disarankan sebagai berikut.

1. Untuk meningkatkan penguasaan pengetahuan konseptual siswa, dalam pembelajaran teori peluang khususnya sub materi kaidah pencacahan perlunya guru memberi ilustrasi konkret dalam pikiran siswa tentang keterkaitan fakta-fakta, ide-ide, dan konsep-konsep sehingga membentuk sebuah jaringan informasi, yang kecil kemungkinan untuk hilang.
2. Dalam penyajian materi di buku teks penulis buku perlu menggambarkan keterkaitan antara fakta-fakta, ide-ide, dan konsep-konsep secara lebih konkret.
3. Dalam penyusunan kurikulum matematika hendaknya menekankan tentang perlunya penyajian gambaran tentang keterkaitan antara fakta-fakta, ide-ide, dan konsep-konsep secara lebih konkret.
4. Untuk meningkatkan pengetahuan prosedural guru perlu mengaitkan pengetahuan prosedural dengan pengetahuan konseptual.

DAFTAR PUSTAKA

- Adinawan, M. Cholik dan Sugijono. 1999. *Seribu Pena Matematika SLTP Kelas 2*. Jakarta : Erlangga.
- Armiati.1994. *Kesulitan Mahasiswa Jurusan Biologi FPMIPA IKIP Padang Dalam Mempelajari Mata Kuliah Kalkulus*. Tesis: PPS IKIP Malang.
- Asdar. 1997. *Membangun Pengertian Konsep Pengukuran Panjang Bagi Siswa kelas III SD Negeri Pisang Candi I*. Tesis: PPS IKIP Malang.
- Bell, Frederick. 1978. *Teaching and Learning Mathematics (In Secondary Schools)*. Iowa: Wm.C: Brown Company
- Cramer, Post and Currier. 1993.*Learning and Teaching Ratio and Proportion Research Implication*. Dalam Douglas T.Owen (Ed). *Research Ideas for the Classroom Middle Grades Mathematics*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Dahar, Ratna Willis.1988. *Teori-Teori Belajar*. Jakarta: Depdikbud Dikti PPLPTK.
- Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. *Kamus Besar Bahasa Indonesi*. 1988. Jakarta: Depdikbud.
- Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. *Kurikulum Sekolah Lanjutan Pertama, Garis-Garis Besar Program Pengajaran 1994, Mata Pelajaran Matematika*.1995. Jakarta: Depdikbud.
- Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. *Kurikulum Sekolah Menengah Umum, Garis-Garis Besar Program Pengajaran 1994, Mata Pelajaran Matematika*.1995. Jakarta: Depdikbud.
- Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. *Suplemen GBPP 1999 Sekolah Lanjutan Pertama , Mata Pelajaran Matematika*.2000. Jakarta: Depdiknas.
- Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. *Suplemen GBPP 1999 Sekolah Menengah Umum, Mata Pelajaran Matematika*.2000. Jakarta: Depdiknas.
- Einsenhart, Margaret. 1993. *Conceptual Knowledge Falls Through The Cracks : Complexities of Learning to Teach Mathematics for Understanding*. Dalam *Journal for Research in Mathematics Education (JRME)*. 24 (1): 8—40.

- Hiebert and Carpenter, P.1992. *Learning and Teaching With Understanding*. Dalam Douglas A. Grows (Ed). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Hiebert, James and Lefevre. 1986. *Conceptual And Procedural Knowledge in Mathematics: An Introduction to Analysis*. Dalam James Hiebert (Ed). *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*. London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hiebert, James and Wearne, Diana. 1986. *Procedures Over Concepts: The Acquisition of Decimal Number Knowledge*. Dalam James Hiebert (Ed). *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*. London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hudoyo, Herman. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta: Depdikbud Dikti PPLPTK.
- Jensen, Robert and Willeams, Brevard. 1993. *Technology: Implications for Middle Graddess Mathematics*. Dalam Douglas T. Owen (Ed). *Research Ideas for the Classroom Middle Grades Mathematics*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Miles, M.B dan Huberman, A.M.1992. *Analisis Data Kualitatif*. Terjemahan oleh Rohidi,T.R. Jakarta : UI Press.
- Moleong, L. 1994. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: P.T. Remaja Rosda Karya.
- Noormandiri, B.K dan Sucipto. 2000. *Buku Pelajaran Matematika SMU, untuk kelas 2*. Jakarta: Erlangga.
- Orton, Anthony. 1992. *Learning Mathematics (Issues, Theory and Classroom practice)*. London: British Library Cataloguing in Publication Data.
- Paridjo. 2002. Analisis Kesalahan Memahami Rumus-Rumus Trigonometri Untuk Jumlah Dua Sudut Dan Cara Mengatasinya Pada Siswa Kelas II SMU Negeri 3 Slawi.
- Pratt, Dave. 2000. Making Sense of The Total of Two Dice. Dalam *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5): 602-625.
- Resnick, Lauren B and Ford. 1981. *The Psychology Of Mathematics For Instruction*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associate.

- Ruseffendi, E.T. 1980. *Pengajaran Matematika Modern Untuk Orang Tua Murid, Guru, Dan SPG*. Bandung: Tarsito.
- Soedjadi, R. 1994. *Memantapkan Matematika Sekolah Sebagai Wahana Pendidikan Dan Pembudayaan Penalaran*. Yogyakarta: HMJ Pend. Matematika IKIP Yogyakarta.
- Sujiarto, Heru. 1999. *Pemahaman Tentang Tentang Limit fungsi Aljabar Pada Siswa Kelas II SMU Shalahuddin Malang*. Tesis : PPS IKIP Malang.
- Walpole, Ronald E. dan Myers. 1989. *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insyinyur dan Ilmuwan*. Terjemahan oleh R.K.Sembiring. 1995. Bandung : Penerbit ITB.