

Penerbit Kemala Indonesia

---

# ANTENA dan Propagasi Gelombang

---

HARRY RAMZA

Edisi 1

# Antena dan Propagasi Gelombang

Penulis : Harry Ramza

Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Teknik  
Universitas Muhammadiyah Prof. Dr. HAMKA, Jakarta  
INDONESIA

Cetakan pertama : 12 Mei 2020

Edisi : I (Pertama)

Editor : Mastang Tanra

Program Studi Teknik Industri  
Sekolah Tinggi Teknologi Muhammadiyah Cileungsi, Bogor  
INDONESIA

Sampul dan Tata Letak : Tim Penerbit Kemala Indonesia

Di Terbitkan oleh: Penerbit Kemala Indonesia

Alamat :

Jalan Raya Tengah Gg Aliyas No. 47, Kp Tengah  
Jakarta 13540, INDONESIA

E – mail : [admin@kemalapublisher.com](mailto:admin@kemalapublisher.com)

ISBN No. 978-602-14781-3-4

Typeset menggunakan : MS-Word.

BISAC Subject Heading : TEC033000, TEC034000, TEC041000, TEC061000

Kata kunci : antena, propagasi gelombang, perambatan gelombang.

Dilarang mengutip atau memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apa pun (seperti cetakan, fotokopi, mikrofilm, VCD, CD-ROM, dan rekaman suara) tanpa izin tertulis dari pemegang hak cipta/Penerbit.

**ISBN 978-602-14781-3-4**



Hak cipta © 2020 Penerbit Kemala Indonesia

Penerbitan pertama: 5 Mei 2020  
di Jakarta, INDONESIA

# Antena dan Propagasi Gelombang

Harry Ramza

Edisi - 1



## KATA PENGANTAR

Dengan rasa syukur kehadiran Allah SWT, buku ini telah diperbaiki kembali untuk digunakan sebagai sumber rujukan. Pada awalnya merupakan diktat pegangan untuk perkuliahan Antena dan Propagasi Gelombang dengan topik – topik tertentu serta waktu yang terbatas. Namun dengan segala upaya serta dorongan rekan – rekan dan mahasiswa buku ini dapat disusun kembali.

Penulis juga mengucapkan terima kasih yang sebesar – besarnya kepada Saudara Ridwan Montezari yang telah menghasilkan hak cipta perangkat lunak bidang Komputasi Elektromagnetik Antena dengan Judul “MZ-Release 1” serta menggunakan bahan rujukan perkuliahan ini sebagai sumber informasi, serta Program Studi Teknik Elektro, FT – UHAMKA yang membantu untuk pengembangan buku ajar dan rujukan yang berkaitan dengan antena.

Penulis juga merasakan banyak kekurangan dalam membuat sebuah buku serta bidang kajian yang sedang dibahas oleh praktisi dan peneliti bidang antena dan propagasi gelombang. Dengan harapan semoga buku dapat memberikan informasi yang bermanfaat dan berguna bagi segala pihak.

Terima kasih juga penulis sampaikan kepada keluarga yang selalu mendukung untuk pengembangan ilmu pengetahuan, semoga jilid 1 ini dapat dikembangkan menjadi lebih baik.

Penulis

( Harry Ramza )



## DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR .....	v
DAFTAR ISI .....	vii
DAFTAR GAMBAR .....	ix
 BAB 1 DASAR ANTENA .....	1
1. 1. Pendahuluan. ....	1
1. 2. DASAR – DASAR RADIASI ANTENA. ....	1
1. 3. Pola – Pola Radiasi Antena. ....	2
1. 4. PERSAMAAN – PERSAMAAN MAXWELL. ....	4
1. 5. Daya Radiasi Rata-Rata Sebuah Antena. ....	5
1. 6. Intensitas Radiasi. ....	6
1. 7. KETERARAHAN. ....	7
1. 8. Berkas Sudut Soliditas. ....	8
1. 8. 1. MATLAB M-File Untuk Grafik Fungsi Keterarahan. ....	9
1. 8. 2. PENDEKATAN SUDUT BERKAS SOLIDITAS. ....	10
1. 9. Evaluasi Numerik Keterarahan Antena. ....	10
1. 10. PROGRAM MATLAB M-FILE. ....	14
 BAB 2 EFISIENSI ANTENA .....	15
2. 1. Penguatan Antena (Gain Antena). ....	16
2. 2. Impedansi Antena. ....	17
2. 3. Efisiensi Radiasi Antena. ....	17
2. 4. Rugi – Rugi Tahanan Antena. ....	18
 BAB 3 DASAR – DASAR SALURAN TRANSMISI TANPA RUGI – RUGI. ....	22
3. 1. Sistem Pemancar/Penerima Dengan Saluran Transmisi. ....	23
3. 2. PROGRAM MATLAB M-FILE (GENERATOR/T-LINE/LOAD). ....	25
 BAB 4 POLARISASI ANTENA. ....	27
4. 1. Faktor Rugi – Rugi Polarisasi. ....	27
4. 2. POLARISASI ELLIPS UMUM. ....	28
4. 3. POLARISASI LINIER. ....	29
4. 4. POLARISASI CIRCULAR (LINGKARAN). ....	29
4. 5. POLARISASI TANGAN BENTUK ELLIPTICAL. ....	29
 BAB 5 PENYETARAAN LUAS ANTENA. ....	30
5. 1. Celah Efektif Antena. ....	30
5. 2. Area Hamburan Antena. ....	30
5. 3. Rugi – Rugi Luas Antena. ....	30
5. 4. Luas Tangkapan Antena. ....	31
5. 5. Keterarahan Maksimum dan Celah Efektif. ....	31

5. 6. Persamaan Transmisi Friis. ....	32
BAB 6 Persamaan Jarak Dan Bagian Melintang Pada Radar.....	34
6. 1. Sistem Radar Monostatic. ....	34
6. 2. Sistem Radar Bistatic. ....	34
CONTOH – CONTOH SOAL .....	38
SOAL LATIHAN .....	50
 BAB 7 Menentukan Medan Radiasi Antena Menggunakan Fungsi Potensial .....	60
7. 1. Persamaan – Persamaan Maxwell (Bentuk Simetris Dan Waktu Harmonis)...	60
7. 2. Tambahan – Tambahan .....	64
7. 3. Medan Jauh Antena Pada Bagian Potensial.....	65
7. 4. DUALITAS. ....	68
7. 5. Ketimbal – Balikan. ....	68
CONTOH – CONTOH SOAL .....	72
 BAB 8 ANTENA KAWAT .....	78
8. 1. Antena Infinitesimal Dipole. ....	78
8. 2. Antena Plat Kapasitor.....	79
8. 3. Saluran Transmisi Antena Terbeban. ....	79
8. 4. Antena L - Terbalik.....	80
8. 5. Daerah - Daerah Medan Dipol Infinitesimal .....	83
8. 5. 1. Medan Dekat Reaktif $kr \ll 1$ atau $r \ll \lambda/2\pi$ .....	84
8. 5. 2. Medan Dekat Radiasi $kr \cong 1$ atau $r \cong \lambda/2\pi$ .....	85
8. 5. 3. Medan Jauh $kr \gg 1$ atau $r \gg \lambda/2\pi$ .....	85
8. 6. Medan Jauh dari Sebuah Dipol Infinitesimal Berorientasi Nilai Berubah – ubah. ....	85
8. 7. Teorema Poynting (Konservasi Daya) .....	87
8. 8. Daya Total dan Tahanan Radiasi. ....	89
8. 9. Intensitas Radiasi Dipol Infinitesimal dan Keterarahan.....	90
8. 10. Celah Efektif Dipol Infinitesimal dan Sudut Berkas Solid.....	91
8. 11. Antena Dipol Pendek.....	92
 Daftar Pustaka .....	95
 APENDIK .....	97

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1. Antena sebagai Terminal Pandu Gelombang.....	2
Gambar 1. 2. Antena sebagai terminal; a. Bagian akhir pandu gelombang persegi,.....	2
b. Bagian akhir pandu gelombang persegi dengan sebuah antena piramid horn.....	2
Gambar 1. 3. Daerah – daerah medan antena.....	3
Gambar 1. 4. Parameter – Parameter Pola Antena (Pola Daya Ternormalisasi).....	4
Gambar 1. 5. Daerah radiasi dengan permukaan S.....	5
Gambar 1. 6. Integrasi numerik aturan persegi.....	12
Gambar 2. 1. Transmisi saluran dari generator menuju antena.....	15
Gambar 2. 2. Bentuk pemancaran antena dari generator melalui saluran-T.....	17
Gambar 2. 3. Rangkaian setara untuk daya radiasi total dan rugi-rugi ohmic.....	18
Gambar 2. 4. Bentuk konduktor lingkaran dan persegi.....	19
Gambar 3. 1. Bentuk rangkaian dasar saluran transmisi.....	22
Gambar 3. 2. Sistem pemancar/penerima menggunakan saluran transmisi.....	23
Gambar 3. 3. Rangkaian setara tanpa saluran transmisi.....	24
Gambar 4. 1. Bentuk – bentuk polarisasi gelombang.....	27
Gambar 4. 2. Polarisasi Antara Gelombang Datang dan Gelombang Polarisasi.....	28
Gambar 4. 3. Bentuk Polarisasi Ellips.....	28
Gambar 5. 1. Rangkaian Setara kondisi MATCHED (sesuai).....	30
Gambar 5. 2. Blok pengiriman antena pemancar dan penerima.....	31
Gambar 5. 3. Skema daerah FRIIS antara pemancar dan penerima.....	32
Gambar 6. 1. Sistem RADAR Monostatic.....	34
Gambar 6. 2. Sistem Radar Bistatic.....	34
Gambar 6. 3. Bentuk gambar pemancar dengan RCS.....	35
Gambar 7. 1. Diagram konversi medan antena.....	60
Gambar 7. 2. Konversi tiga bentuk vektor perhitungan.....	60
Gambar 7. 3. Diagram konversi medan radiasi.....	61
Gambar 7. 4. Bentuk konversi medan titik sumber arus kedalam bentuk vektor potensial.....	63
Gambar 7. 5. Posisi vektor $\mathbf{r}$ dan $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ pada medan terjauh.....	65
Gambar 7. 7. Sistem pemancar dan penerima dengan konduktivitas sempurna.....	70
Gambar 8. 1. Antena Kawat dengan frekuensi yang berbeda.....	78
Gambar 8. 2. Infinitesimal Dipole.....	78
Gambar 8. 3. Penunjukkan Arus $I\mathbf{z}'$ yang merupakan arus sumbu antena.....	79
Gambar 8. 4. Antena kapasitor plat berbentuk (a) Dua plat sejajar (b). Kawat terhubung berbentuk plat.....	79
Gambar 8. 5. Saluran Transmisi Antena Terbeban dengan jarak saluran L.....	80

Gambar 8. 6. Antena Dipole Setengah Gelombang.....	80
Gambar 8. 7. Rangkaian listrik sebuah antena L-terbalik .....	80
Gambar 8. 8. Rangkaian Listrik Antena L-Terbalik.....	80
Gambar 8. 9. Daerah Standard dipol infinitesimal. ....	83
Gambar 8. 10. Dipol elektrostatik dengan dua muatan. ....	84
Gambar 8. 11. Perubahan putaran sudut antena .....	86

# BAB 1

## DASAR ANTENA

### 1. 1. Pendahuluan.

Antena merupakan sebuah perangkat yang digunakan memancar dan/atau menerima gelombang elektromagnetik secara efisien. Sebagai contoh penggunaan antena yaitu; a. Komunikasi Tanpa Kabel (*Wireless Communication*) berupa sistem komunikasi personal (PCS), sistem *Global Positioning Satellite* (GPS), *Wireless Local Area Networks* (WLAN), *Direct Broadcast Satellite* (DBS) *Television*, komunikasi bergerak, Telefon gelombang mikro / jaringan satelit, Pemancar Televisi dan Radio, dan lain – lainnya; b. Penginderaan jauh (*Remote Sensing*) berupa: Radar [Penginderaan Jauh aktif yang bekerja meradiasi dan menerima gelombang], Pemakaian untuk militer sebagai pencari target dan tracking, radar cuaca, pengaturan lalu lintas udara, deteksi kecepatan mobil, pengatur lalu lintas (*magnetometer*), *ground penetrating radar* (GPR), pemakaian untuk pertanian menggunakan Radiometry Penginderaan Jauh Pasif yang bekerja dengan cara menerima emisi gelombang, serta penggunaan militer dalam bentuk perlakuan gelombang dan penggabungan sinyal.

Jenis – Jenis Antena :

1. Antena Kabel (Wire Antenna); seperti monopole, dipole, loop dan lain – lainnya.
2. Antena Celah (Aperture Antenna); seperti Sectoral Horn, Piramidal Horn, Slot dan lainnya.
3. Antena Pantul (Reflector Antenna); Parabolic dish, corner reflector dan lain – lainnya.
4. Antena Lensa.
5. Antena Mikrostrip.
6. Antenna Susun (array).

Parameter – Parameter Kinerja Antena :

1. Pola radiasi (*Radiation Pattern*) yaitu Penggambaran sudut radiasi (polar plot). Bentuk yang lain seperti pola *omnidirectional pattern* yaitu pola radiasi yang serba sama dalam satu bidang radiasi saja. Pola *Directive* yang membentuk pola berkas yang sempit dengan radiasi yang sangat tinggi.
2. Keterarahan (directivity) yaitu perbandingan antara densitas daya antena pada jarak sebuah titik tertentu relatif terhadap sebuah radiator isotropis; radiator isotropis merupakan sebuah antena dimana radiasi antena akan serba sama keseluruhan arah (titik sumber radiasi).
3. Gain merupakan keterarahan yang berkurang akibat rugi – rugi yang ditimbulkan.
4. Polarisasi yang merupakan pelacakan vektor radiasi medan listrik (polarisasi linier circular, eliptical).
5. Impedansi merupakan impedansi masukan antena pada terminalnya.
6. Bandwidth merupakan rentang frekuensi dengan kinerja yang dapat diterima (resonansi antena, antena pita lebar / broadband antena).
7. *Beam Scanning* (Pemindaian Berkas) merupakan pergerakan pada arah radiasi maksimum dengan cara mekanik dan listrik.
8. Sistem lain yang terdiri dari ukuran, berat, biaya, pemakaian daya, radar bagian depan dan lain – lainnya.

### 1. 2. DASAR – DASAR RADIASI ANTENA.

Sebuah antena dapat dibayangkan sebagai sebuah jaringan setara (matching network) antara sebuah perangkat pandu gelombang (saluran transmisi, pandu gelombang) dan media di sekitarnya.

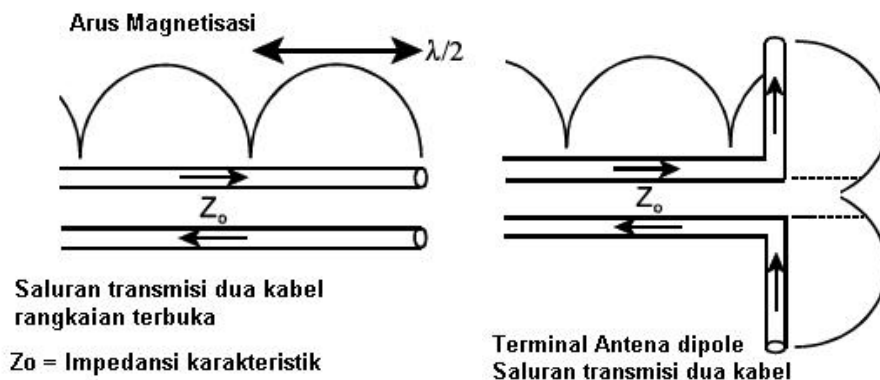
**Antena Pemancar**

Masukan Pandu gelombang  $\rightarrow$  Antena  $\rightarrow$  Keluaran Gelombang Tidak Terpandu

### Antena Penerima

Masukan gelombang tidak terpandu  $\rightarrow$  Antena  $\rightarrow$  Keluaran Pandu Gelombang.

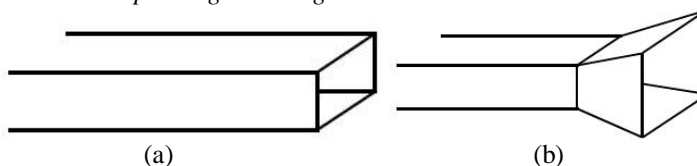
Antena sebagai sebuah terminal sebuah saluran transmisi, gambaran ini dapat dilihat pada gambar 1.1 dibawah ini.



Gambar 1. 1. Antena sebagai Terminal Pandu Gelombang.

Rangkaian terbuka saluran transmisi tidak dapat meradiasikan gelombang secara efektif karena arus pada saluran transmisi sama dan berlawanan (dan saling menutupi satu sama lain). Medan radiasi arus – arus ini cenderung untuk menghilangkan satu dengan lainnya. Arus pada lengan antena dipol diatur pada arah yang sama sehingga medan – medan radiasi ini akan terjadi kecenderungan untuk saling menambahkan dan membuat dipole sebagai radiator yang efisien.

*Antena sebagai terminasi pandu gelombang.*



Gambar 1. 2. Antena sebagai terminal; a. Bagian akhir pandu gelombang persegi.,  
b. Bagian akhir pandu gelombang persegi dengan sebuah antena piramid horn.

Pada bagian akhir pandu gelombang akan meradiasikan gelombang, tetapi tidak efisien seperti bagian akhir pandu gelombang dengan menggunakan antena horn. Impedansi gelombang didalam pandu gelombang tidak akan sama dengan media disekitarnya yang membentuk sebuah ketidak-sesuaian pada bagian akhir terbuka pandu gelombang tersebut. Maka, bagian gelombang yang berjalan dipantulkan kembali kedalam pandu gelombang. Antena horn bekerja sebagai sebuah rangkaian setara, dengan sebuah perpindahan secara gradual dalam impedansi gelombang dari pandu gelombang menuju media disekitar pandu gelombang tersebut. Dengan terminal yang sesuai pada pandu gelombang, gelombang yang dipantulkan dapat diminimalisasikan dan medan radiasi dapat dimaksimalkan.

### 1. 3. Pola – Pola Radiasi Antena.

Pola radiasi antena merupakan sebuah gambar grafik yang melambangkan perangkat radiasi antena sebagai sebuah fungsi posisi pada koordinat spheris (koordinat bola). Jenis –

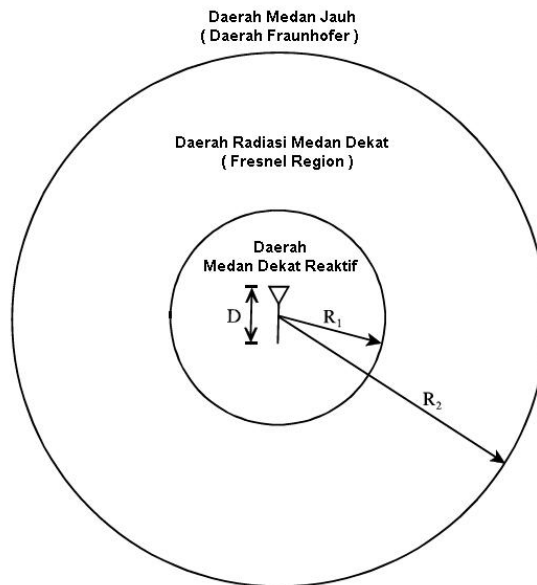
jenis umum pola radiasi antenna berupa Pola Daya yang menggambarkan normalisasi daya terhadap posisi koordinat spheris, dan Pola Medan yang menggambarkan normalisasi medan  $|E|$  dan  $|H|$  terhadap posisi koordinat spheris.

Jenis – jenis Medan Antena :

- Medan Reaktif yang merupakan bagian karakteristik medan antenna akibat gelombang berdiri yang melambangkan energi yang tersimpan.
- Medan Radiasi yang merupakan bagian karakteristik medan antenna akibat radiasi gelombang (propagasi) yang melambangkan energi dipancarkan oleh antenna.

Daerah – Daerah Medan Antena :

- Daerah medan dekat reaktif yang merupakan daerah yang berada disekitar antenna dimana medan reaktif sangat dominan (energi tersimpan – gelombang berdiri).
- Daerah medan dekat Fresnel yang merupakan daerah antara medan dekat reaktif dan medan jauh dimana radiasi medan sangat dominan dan distribusi medan tergantung jarak dari antenna.
- Daerah medan jauh Fraunhofer merupakan daerah paling terjauh dari antenna dimana distribusi medan secara esensial berdiri sendiri dari jarak antenna sumber (propagasi gelombang).



Untuk  $D$  = dimensi maksimum antenna

$$R_1 = 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \quad R_2 = \frac{2D^2}{\lambda}$$

Gambar 1. 3. Daerah – daerah medan antenna.

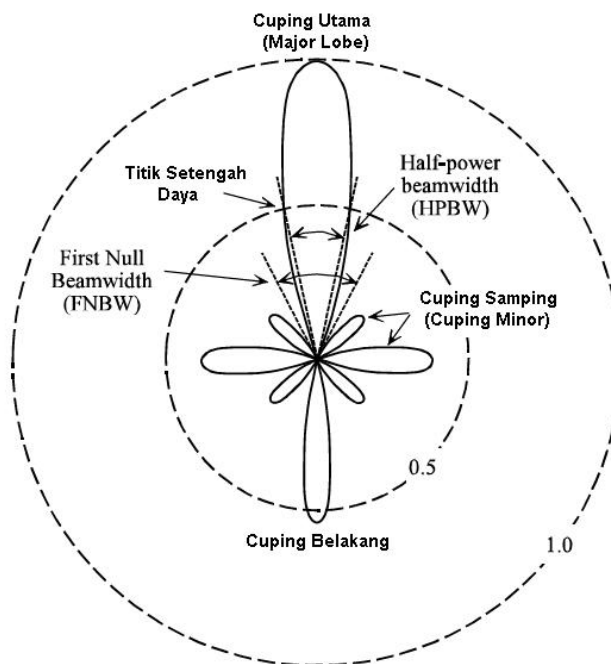
Definisi – definisi pola radiasi antenna

- Pola isotropis adalah pola sebuah antenna didefinisikan sebagai radiasi serba sama ke segala arah, pola ini dibentuk oleh sebuah radiator isotropis (sumber titik, sebuah antenna non-fisik yang tidak mempunyai arah).
- Pola keterarahan merupakan sebuah pola dikarakterisasi oleh beberapa radiasi yang efisien dalam satu arah dibandingkan arah lainnya (secara fisik antenna yang dapat direalisasikan adalah antenna pengarah saja).

- c. Pola omnidirectional merupakan sebuah pola yang serba sama dalam pemberian ruang radiasinya.
- d. Pola bidang utama yaitu pola bidang E dan bidang H dari sebuah polarisasi linier antenna. Bidang E adalah bidang yang terdiri vektor medan elektrik dan arah radiasinya maksimum. Bidang H adalah bidang yang terdiri vektor medan magnetik dan arah radiasinya maksimum.

Parameter – parameter Pola Antena;

1. Kuping radiasi (radiation lobe) merupakan puncak intensitas radiasi tertinggi disekitar daerah intensitas radiasi terendah.
2. Kuping Utama (Main Lobe) merupakan Kuping radiasi pada arah radiasi maksimum.
3. Kuping Minor (Minor Lobe) merupakan Kuping radiasi lainnya dari pada Kuping utama.
4. Kuping Sisi (Side Lobe) merupakan sebuah Kuping radiasi dalam arah lainnya daripada arah radiasi yang dipusatkan.
5. Kuping Belakang (Back Lobe) merupakan kebalikan daripada Kuping radiasi terhadap Kuping utama.
6. Half Power Beamwidth (HPBW) merupakan lebar sudut berkas utama pada titik setengah daya antenna.
7. First Null Beamwidth (FNBW) merupakan lebar sudut antara bagian null (kosong) pertama pada sisi lain berkas utama.



Gambar 1. 4. Parameter – Parameter Pola Antena (Pola Daya Ternormalisasi)

#### 1. 4. PERSAMAAN – PERSAMAAN MAXWELL.

Persamaan – persamaan Maxwell dalam bentuk sesaat dapat kita tuliskan pada persamaan dibawah ini;

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{J} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho_t \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (1.4)$$

$\bar{E}, \bar{H}, \bar{D}, \bar{B}, \bar{J}$  merupakan vektor sesaat untuk persamaan [ $\bar{E} = \bar{E}(x, y, z, t)$  dan lainnya].  $\rho_t$  merupakan bentuk skalar sesaat.

Persamaan Maxwell dalam bentuk fasor dan bentuk waktu harmonis dapat dituliskan kembali seperti persamaan dibawah ini,

$$\nabla \times E = -j\omega B \quad (1.5)$$

$$\nabla \times H = j\omega D + J \quad (1.6)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad (1.7)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (1.8)$$

$E, H, D, B, J$  merupakan vektor fasor [ $E = E(x, y, z)$  dan lainnya].  $\rho$  merupakan fasor dalam bentuk skalar.

Untuk hubungan jumlah sesaat terhadap jumlah fasor dapat dibuat dalam bentuk persamaan,

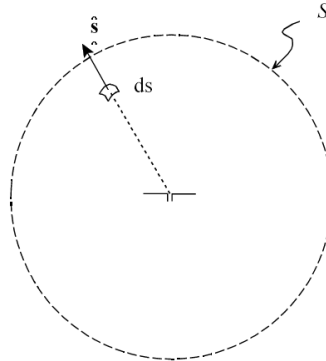
$$\bar{E}(x, y, z, t) = \text{Re}\{E(x, y, z) e^{j\omega t}\} \text{ , dan lainnya} \quad (1.9)$$

### 1. 5. Daya Radiasi Rata-Rata Sebuah Antena.

Untuk menentukan daya radiasi rata – rata oleh sebuah antena, kita mulai dengan vektor pointing sesaat  $\bar{S}$  (vektor densitas daya) yang didefinisikan sebagai persamaan,

$$\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H} \quad \left( \frac{\text{V}}{\text{m}} \times \frac{\text{A}}{\text{m}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right) \quad (1.10)$$

Asumsikan bahwa antena dibatasi oleh permukaan  $S$ ,



Gambar 1. 5. Daerah radiasi dengan permukaan  $S$ .

Maka Total Daya Radiasi Sesaat,

$$\bar{P}_{rad} = \oint_S \bar{S} \cdot ds = \oint_S (\bar{E} \times \bar{H}) \cdot ds \quad ds = \hat{s} ds \quad (1.11)$$

$ds$  = diferensial permukaan.

$\hat{s}$  = satuan vektor normal untuk  $ds$ .

Untuk medan waktu harmonis, maka waktu rata-rata Poynting Vektor sesaat (vektor waktu rata-rata densitas daya) didapat dengan cara mengintegalkan poynting vektor sesaat dalam satu periode waktu ( $T$ ) dan dibagi dengan periode itu sendiri.

$$\bar{P}_{rata-rata} = \frac{1}{T} \oint_T (\bar{E} \times \bar{H}) dt \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \text{Re}\{\mathbf{E}e^{j\omega t}\} \\ \bar{H} &= \text{Re}\{\mathbf{H}e^{j\omega t}\} \end{aligned}$$

Medan magnetik sesaat dapat dituliskan sebagai persamaan,

$$\bar{H} = \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} [\mathbf{H}e^{j\omega t} + \mathbf{H}^*e^{-j\omega t}] \right\} \quad (1.13)$$

Persamaan diatas memberikan persamaan Poynting Vektor sesaat dalam bentuk,

$$\bar{E} \times \bar{H} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ [\mathbf{E} \times \mathbf{H}] e^{j2\omega t} + [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \} \quad (1.14)$$

~~~~~  
Waktu harmonis      Waktu khusus  
Integrasi dengan  
Nol pada T tertentu

dan vektor waktu rata-rata densitas daya akan menjadi,

$$\begin{aligned} \bar{P}_{rata-rata} &= \frac{1}{2T} \text{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \oint_T dt \\ &= \text{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \end{aligned} \quad (1.15)$$

Waktu rata-rata total daya radiasi antenna ( $P_{rad}$ ) ditentukan dengan cara mengintegalkan densitas daya rata-rata pada permukaan S, sehingga persamaan akan menjadi :

$$P_{rad} = \oint_S \bar{P}_{rata-rata} \cdot ds = \frac{1}{2} \text{Re} \oint_S [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \cdot ds \quad (1.16)$$

## 1. 6. Intensitas Radiasi.

Intensitas radiasi merupakan daya radiasi per sudut soliditas (normalisasi daya radiasi terhadap sebuah satuan spheris. Pada persamaan (16) dapat dituliskan kembali,

$$P_{rad} = \oint_S \bar{P}_{rata-rata} \cdot ds$$

Pada medan jauh, radiasi medan listrik dan magnet akan bervariasi sebesar  $1/r$  dan arah vektor densitas daya ( $P_{rata-rata}$ ) berputar kearah keluar permukaan. Jika kita asumsikan bahwa permukaan S merupakan sebuah jari-jari spheris  $r$ , kemudian integral untuk total waktu rata-rata daya radiasi akan menjadi persamaan,

$$\begin{aligned} \bar{P}_{rata-rata} &= P_{rata-rata} \hat{\mathbf{r}} \\ ds &= \hat{\mathbf{s}} ds = \hat{\mathbf{r}} r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ P_{rad} &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_{rata-rata} r^2 \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned} \quad (1.17)$$

Jika kita definisikan  $P_{rata-rata} r^2 = U(\theta, \phi)$  sebagai intensitas radiasi, kemudian:

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi$$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) d\Omega \quad (1.18)$$

dimana  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$  definisi dari turunan sudut soliditas. Satuan untuk intensitas radiasi didefinisikan sebagai satuan watt per satuan sudut soliditas. Intensitas radiasi rata-rata ditentukan dengan cara membagikan intensitas radiasi dengan luas satuan spheris ( $4\pi$ ), yang akan memberikan persamaan,

$$U_{rata-rata} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) d\Omega}{4\pi} = \frac{P_{rad}}{4\pi} \quad (1.19)$$

Intensitas radiasi rata-rata diberikan untuk antenna yang melambangkan intensitas radiasi sebuah titik sumber yang menghasilkan hasil nilai yang sama dengan daya radiasi antenna tersebut.

## 1. 7. KETERARAHAN.

Keterarahan ini dimaksudkan sebagai perbandingan intensitas radiasi pada arah tertentu dari sebuah antenna terhadap intensitas radiasi rata-rata keseluruhan arah. Persamaan keterarahan ini dapat dituliskan persamaan yaitu,

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{rata-rata}} = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}} \quad (1.20)$$

Keterarahan sebuah radiator isotropis adalah  $D(\theta, \phi) = 1$ .

Keterarahan maksimum didefinisikan sebagai persamaan  $[D(\theta, \phi)]_{max} = D_0$ .

Rentang keterarahan untuk setiap antenna adalah  $0 \leq D(\theta, \phi) \leq D_0$ .

Keterarahan dalam satuan dB dapat kita tuliskan sebagai berikut,

$$D(\theta, \phi)[dB] = 10 \log_{10} D(\theta, \phi) \quad (1.21)$$

Keterarahan dalam bagian sudut berkas soliditas, kita dapat mendefinisikan persamaan intensitas radiasi sebagai persamaan,

$$U(\theta, \phi) = B_0 F(\theta, \phi) \quad (1.22)$$

dimana  $B_0$  adalah sebuah konstanta dan  $F(\theta, \phi)$  merupakan fungsi pola intensitas radiasi. Maka keterarahan dapat dituliskan menjadi,

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} = 4\pi B_0 \frac{F(\theta, \phi)}{P_{rad}} \quad (1.23)$$

dan Daya Radiasi dituliskan dalam bentuk persamaan,

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \\ &= B_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned} \quad (1.24)$$

Dengan memasukkan ungkapan untuk  $P_{rad}$  kedalam hasil ungkapan keterarahan maka,

$$\begin{aligned} D(\theta, \phi) &= [D(\theta, \phi)]_{max} \\ &= 4\pi \frac{[F(\theta, \phi)]_{max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi} \end{aligned}$$

$$= \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (1.25)$$

dimana bagian  $\Omega_A$  pada persamaan sebelumnya didefinisikan sebagai berkas sudut soliditas dan didefinisikan sebagai persamaan,

$$\Omega_A = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi}{[F(\theta, \phi)]_{\max}} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F_n(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (1.26)$$

$$F_n(\theta, \phi) = \frac{F(\theta, \phi)}{[F(\theta, \phi)]_{\max}}$$

### 1. 8. Berkas Sudut Soliditas

Merupakan sudut soliditas yang mengalir ke seluruh daya antenna jika intensitas radiasi yang diberikan adalah  $[U(\theta, \phi)]_{\max}$  untuk segala sudut putaran yang dilambangkan  $\Omega_A$ .

Contoh (Keterarahan / berkas sudut soliditas / keterarahan maksimum)

Tentukan keterarahan  $[D(\theta, \phi)]$ , berkas sudut soliditas  $\Omega_A$  dan keterarahan maksimum sebuah antenna  $[D_0]$  yang didefinisikan dengan persamaan  $F(\theta, \phi) = \sin^2 \theta \cos^2 \theta$ .

Solusi:

$$\begin{aligned} D(\theta, \phi) &= 4\pi \frac{[F(\theta, \phi)]_{\max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi} \\ &= 4\pi \frac{[F(\theta, \phi)]_{\max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3 \theta \cos^2 \theta \, d\theta \, d\phi} \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$\sin^3 \theta \cos^2 \theta = \sin^3 \theta (1 - \sin^2 \theta) = \sin^3 \theta - \sin^5 \theta$$

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{2\pi \int_0^\pi (\sin^3 \theta - \sin^5 \theta) \, d\theta}$$

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x \, dx &= -\frac{1}{3}(\cos x)(\sin^2 x + 2) \\ \int \sin^5 x \, dx &= -\frac{\sin^4 x \cos x}{5} - \frac{4}{15}(\cos x)(\sin^2 x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(\theta, \phi) &= 4\pi \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{2\pi \left(\frac{4}{3} - \frac{16}{15}\right)} = 4\pi \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\left(\frac{8\pi}{15}\right)} \\ &= \frac{15}{2} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \end{aligned}$$

$$\Omega_A = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi}{[F(\theta, \phi)]_{\max}} \quad (1.28)$$

Untuk menentukan  $[F(\theta, \phi)]_{\max}$ , kita harus menyelesaikan ;

$$\frac{dF(\theta, \phi)}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} (\sin^2 \theta \cos^2 \theta) = 0$$

$$\begin{aligned} (2 \sin \theta \cos \theta) \cos^2 \theta + \sin^2 \theta (-2 \cos \theta \sin \theta) &= 0 \\ \sin \theta \cos^3 \theta - \sin^3 \theta \cos \theta &= 0 \\ \sin \theta \cos \theta (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) &= 0 \\ \sin \theta \cos \theta (1 - 2 \sin^2 \theta) &= 0 \end{aligned}$$

|                           |                                                                                                 |          |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| $\sin \theta = 0$         | $\theta = (0, \pi)$                                                                             | Minimum  |
| $\cos \theta = 0$         | $\theta = \frac{\pi}{2}$                                                                        | Minimum  |
| $1 - 2 \sin^2 \theta = 0$ | $\theta = \sin^{-1} \left( \frac{\pm 1}{\sqrt{2}} \right)$<br>$= \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ | Maksimum |

Maka fungsi intensitas radiasi maksimum sebesar;

$$[F(\theta, \phi)]_{\max} = \sin^2 \left( \frac{\pi}{4} \right) \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{4}$$

Berkas sudut soliditas,

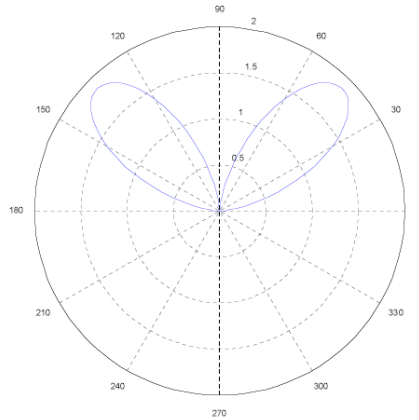
$$\Omega_A = \frac{\left( \frac{8\pi}{15} \right)}{\left( \frac{1}{4} \right)} = \frac{32\pi}{15} \, \text{rad}^2 = 6,70 \, \text{rad}^2$$

Keterarahan maksimum sebesar,

$$D_0 = \frac{4\pi}{\Omega_A} = 4\pi \frac{(15)}{(32\pi)} = \frac{15}{8} = 1,875 \quad (2,73 \, \text{dB})$$

### 1. 8. 1. MATLAB M-File Untuk Grafik Fungsi Keterarahan.

```
for i=1:100
theta(i)=pi*(i-1)/99;
d(i)=7.5*((cos(theta(i)))^2)*((sin(theta(i)))^2);
end
polar(theta,d)
```



### 1. 8. 2. PENDEKATAN SUDUT BERKAS SOLIDITAS.

Antena yang diberikan dengan celah sempit pada Kuping utama dan mengabaikan radiasi pada Kuping minor, berkas sudut soliditas dapat didekati dengan persamaan,

$$\Omega_A = \theta_1 \theta_2 \quad (1.29)$$

dimana  $\theta_1$  dan  $\theta_2$  merupakan lebar berkas setengah-daya (dalam radian), masing – masing sudut tersebut saling tegak lurus. Keterarahan maksimum dalam kasus ini didekati dengan persamaan,

$$D_0 = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{\theta_1 \theta_2} \quad (\theta_1 \text{ dan } \theta_2 \text{ dalam radian}) \quad (1.30)$$

Jika lebar berkas diukur dalam satuan derajat, kita akan mempunyai;

$$D_0 = \frac{4\pi \left(\frac{180}{\pi}\right)^2}{\theta_1 \theta_2} = \frac{41,253}{\theta_1 \theta_2} \quad (\theta_1 \text{ dan } \theta_2 \text{ dalam radian}) \quad (1.31)$$

#### Contoh soal :

Sebuah antena Horn dengan Kuping sisi rendah (Low Side Lobe) mempunyai lebar berkas setengah daya sebesar  $29^\circ$  pada bidang prinsip (bidang E dan bidang H). Tentukanlah pendekatan keterarahan (dB) antena Horn tersebut.

$$D_0 = \frac{41,253}{29^2} = 49,05$$

$$D_0 \text{ (dB)} = 10 \log_{10}(49,05) = 16,9 \text{ dB}$$

### 1. 9. Evaluasi Numerik Keterarahan Antena.

Keterarahan maksimum sebuah antena dapat dituliskan persamaan sebagai berikut,

$$D_0 = 4\pi \frac{[U(\theta, \phi)]_{maks}}{P_{rad}}$$

$$= 4\pi \frac{[U(\theta, \phi)]_{maks}}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi}$$

$$= 4\pi \frac{[F(\theta, \phi)]_{maks}}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi} \quad (1.32)$$

dimana  $U(\theta, \phi) = B_0 F(\theta, \phi)$ . Integral berhubungan dengan daya radiasi pada bagian denominator diatas yang tidak dapat diintegral secara analitik. Pada kasus ini, integral haruslah dievaluasi dengan menggunakan teknik numerik. Jika kita asumsikan bahwa ketergantungan intensitas radiasi pada  $\theta$  dan  $\phi$  dapat dipisahkan, sehingga kita dapat menuliskan persamaan seperti dibawah ini,

$$U(\theta, \phi) = B_0 F(\theta, \phi) = B_0 f(\theta) g(\phi) \quad (1.33)$$

Integral daya radiasi kemudian akan menjadi persamaan dibawah ini.

$$\begin{aligned} P_{rad} &= B_0 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta) g(\phi) \sin \theta d\theta d\phi \\ &= B_0 \left[ \int_0^\pi f(\theta) \sin \theta d\theta \right] \left[ \int_0^{2\pi} g(\phi) d\phi \right] \end{aligned} \quad (1.34)$$

Catatan bahwa asumsi hasil fungsi pola intensitas variabel dapat dipisahkan kedalam dua bagian perkalian integral untuk daya radiasi. Kita dapat melakukan bermacam – macam teknik integrasi numerik untuk mengevaluasi integral tersebut. Secara garis besar teknik – teknik ini merupakan aturan persegi (Rectangular) termasuk aturan trapezoidal, Gaussian Quadrature. Jika kita pertama kali menentukan ketergantungan integral  $\theta$ , maka rentang  $\theta$  pertama kali dibagikan kedalam  $N$  yang merupakan interval sama dengan panjangnya.

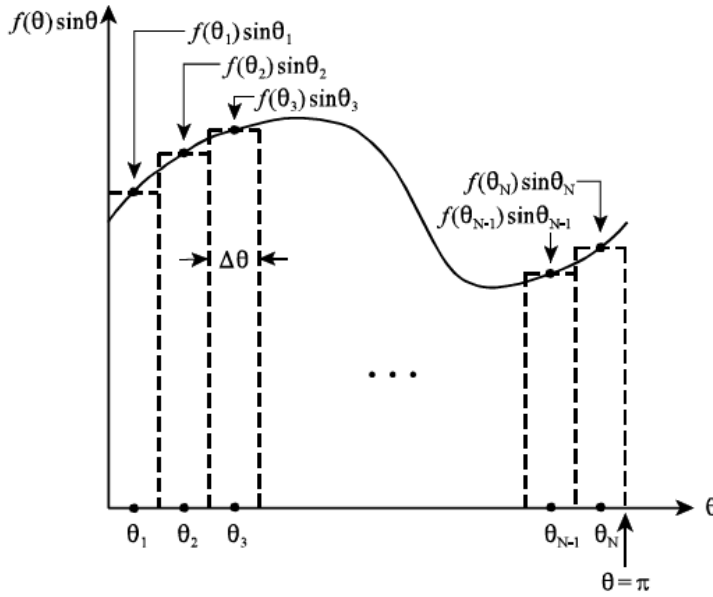
$$\Delta\theta = \frac{\pi}{N} \quad (1.35)$$

$f(\theta)$  merupakan fungsi yang diketahui kemudian dievaluasi pada setiap subinterval. Pusat pada setiap subinterval didefinisikan sebagai,

$$\theta_i = \Delta\theta \left( i - \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{N} \left( i - \frac{1}{2} \right) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1.36)$$

Luas setiap sub-bagian persegi diberikan persamaan sebagai berikut;

$$[f(\theta_i) \sin \theta_i] \Delta\theta \quad (1.37)$$



Gambar 1. 6. Integrasi numerik aturan persegi.

Integral keseluruhan kemudian didekati dengan persamaan,

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} f(\theta) \sin \theta d\theta &= \sum_{i=1}^N [f(\theta_i) \sin \theta_i] \Delta\theta \\ &= \Delta\theta \sum_{i=1}^N f(\theta_i) \sin \theta_i \end{aligned} \quad (1.38)$$

dengan menggunakan cara yang sama pada hasil integral ketergantungan- $\phi$ , maka;

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{M} \quad (1.39)$$

$$\phi_i = \Delta\phi \left( j - \frac{1}{2} \right) = \frac{2\pi}{M} \left( j - \frac{1}{2} \right) \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (1.40)$$

maka,

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} g(\phi) d\phi &= \sum_{j=1}^M [g(\phi_j)] \Delta\phi \\ &= \Delta\phi \sum_{j=1}^M g(\phi_j) \end{aligned} \quad (1.41)$$

dengan melakukan kombinasi  $\theta$  dan  $\phi$  hasil ketergantungan dua variabel tersebut memberikan persamaan daya radiasi berupa,

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi$$

$$\begin{aligned}
&= B_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi \\
&\approx B_0 \Delta\theta \Delta\phi \left[ \sum_{i=1}^N f(\theta_i) \sin \theta_i \right] \left[ \sum_{j=1}^M g(\phi_j) \right] \\
&= \frac{2\pi^2 B_0}{NM} \left[ \sum_{i=1}^N f(\theta_i) \sin \theta_i \right] \left[ \sum_{j=1}^M g(\phi_j) \right] \quad (1.42)
\end{aligned}$$

Pendekatan daya radiasi untuk antenna yang berbentuk omnidirectional dengan menanggapi persyaratan persamaan pada  $\phi$  [ $g(\phi) = 1$ ], maka persamaan (42) disingkat menjadi,

$$\begin{aligned}
P_{rad} &= 2\pi B_0 \Delta\theta \left[ \sum_{i=1}^N f(\theta_i) \sin \theta_i \right] \\
&= \frac{2\pi^2 B_0}{N} \left[ \sum_{i=1}^N f(\theta_i) \sin \theta_i \right] \quad (1.43)
\end{aligned}$$

Pendekatan daya radiasi untuk antenna yang berbentuk omnidirectional dengan menanggapi persyaratan persamaan pada  $\theta$  [ $f(\theta) = 1$ ], maka persamaan (42) disingkat menjadi,

$$\begin{aligned}
P_{rad} &= 2B_0 \Delta\phi \left[ \sum_{j=1}^M g(\phi_j) \right] \\
&= \frac{4\pi B_0}{M} \left[ \sum_{j=1}^M g(\phi_j) \right] \quad (1.44)
\end{aligned}$$

Untuk antenna yang mempunyai sebuah intensitas radiasi serta tidak dapat dipisahkan pada variabel  $\theta$  dan  $\phi$ , integrasi numerik dua-dimensi dapat dibentuk dengan hasil berupa persamaan dibawah ini,

$$P_{rad} = \frac{2\pi^2 B_0}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M [f(\theta_i, \phi_j) \sin \theta_i] \quad (1.45)$$

### Contoh Soal Evaluasi Numerik Keterarahan.

Tentukan keterarahan sebuah antenna dipole setengah-gelombang dengan persamaan intensitas radiasi yang diberikan yaitu;

$$\begin{aligned}
U(\theta, \phi) &= B_0 \left[ \frac{\cos \left[ \frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin \theta} \right]^2 \\
&= B_0 f(\theta) \quad [g(\phi) = 1]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_0 &= 4\pi \frac{[U(\theta, \phi)]_{maks}}{P_{rad}} \\
P_{rad} &\approx \frac{2\pi^2 B_0}{N} \sum_{i=1}^N [f(\theta_i) \sin \theta_i] \\
\theta_i &= \frac{\pi}{N} \left( i - \frac{1}{2} \right) \quad i = 1, 2, \dots, N
\end{aligned}$$

Maka nilai maksimum intensitas radiasi untuk antenna dipole setengah-gelombang yang terjadi pada  $\theta = \pi/2$ , sehingga dapat dituliskan menjadi persamaan;

$$\begin{aligned}
 [U(\theta, \phi)]_{maks} &= B_0 \left[ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2}\right)}{\sin \frac{\pi}{2}} \right]^2 \\
 &= B_0 \\
 D_0 &\approx \frac{4\pi B_0}{\frac{2\pi^2 B_0}{N} \sum_{i=1}^N f(\theta_i) \sin \theta_i} \\
 &= \frac{\frac{2N}{\pi}}{\sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_i\right)}{\sin \theta_i} \right\}}
 \end{aligned}$$

### 1. 10. PROGRAM MATLAB M-FILE.

```

sum=0.0;
N=input('Masukkan jumlah bagian kedalam arah theta')
for i=1:N
    thetai=(pi/N)*(i-0.5);
    sum=sum+(cos((pi/2)*cos(thetai)))^2/sin(thetai);
end
D=(2*N)/(pi*sum)

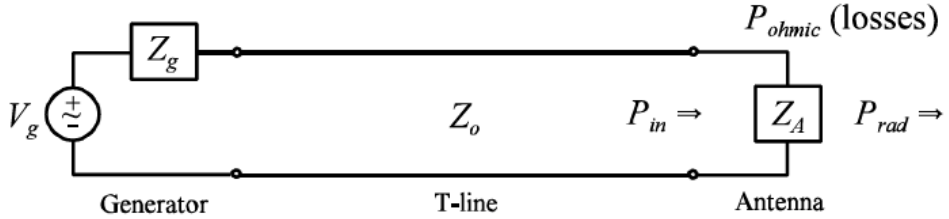
```

Hasil program diatas akan menghasilkan data sebagai berikut,

| N  | Do     |
|----|--------|
| 5  | 1.6428 |
| 10 | 1.6410 |
| 15 | 1.6409 |
| 20 | 1.6409 |

## BAB 2 EFISIENSI ANTENA.

Ketika antenna dikendalikan oleh sumber tegangan (generator), maka daya radiasi antenna tidak akan seluruhnya untuk dipancarkan ke antenna dari sumber tegangan. Faktor rugi-rugi sangat berpengaruh terhadap efisiensi antenna serta dapat diidentifikasi dengan contoh umum sebuah generator dihubungkan terhadap sebuah antenna pemancar melalui saluran transmisi seperti yang ditunjukkan pada gambar dibawah ini.



Gambar 2. 1. Transmisi saluran dari generator menuju antenna.

dari gambar 2. 1 diatas,

$Z_g$  merupakan impedansi sumber.

$Z_A$  merupakan impedansi antenna.

$Z_0$  merupakan impedansi karakteristik saluran transmisi.

$P_{in}$  merupakan daya total yang melayani terminal antenna.

$P_{ohmic}$  merupakan rugi antenna ohmic ( $I^2 R$ ) atau sama dengan [rugi-rugi konduksi + rugi-rugi dielektrik].

$P_{rad}$  merupakan daya radiasi total antenna.

Daya total yang melayani terminal antenna ini lebih kecil dari pada daya didapat dari generator yang memberikan efek ketidak sesuaian pada sumber/hubungan koneksi saluran-T, atau rugi-rugi dalam saluran-T, dan ketidak sesuaian pada saluran-T/hubungan antenna.

Daya total yang melayani terminal antenna haruslah sama dengan rugi-rugi pada  $I^2 R$  (ohmic) ditambahkan dengan radiasi yang ditimbulkan oleh antenna.

$$P_{in} = P_{rad} + P_{ohmic} \quad (2.1)$$

Kita dapat mendefinisikan efisiensi radiasi antenna sebagai persamaan,

$$e_{cd} = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{P_{rad}}{P_{rad} + P_{ohmic}} \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) diatas memberikan sebuah pengukuran, bagaimana efesiensi daya radiasi antenna melayani terminal-terminalnya. Efisiensi radiasi antenna dapat dituliskan sebagai sebuah perkalian efisiensi konduksi ( $e_c$ ) dan efesiensi dielektrik ( $e_d$ ).

$$e_{cd} = e_c e_d \quad (2.3)$$

dimana :

$e_c$  adalah efisiensi konduksi (hanya rugi-rugi konduksi).

$e_d$  adalah efisiensi dielektrik (hanya rugi-rugi dielektrik).

Bagaimanapun juga, kedua bagian efisiensi ini sulit untuk dihitung, sehingga keduanya

secara bentuknya ditentukan dengan cara pengukuran eksperimental. Hasil pengukuran total efisiensi radiasi antenna ini bahwa bagian masing-masing tidak dapat dipisah-pisahkan.

Dengan catatan bahwa efisiensi radiasi antenna tidak termasuk rugi-rugi ketidak-sesuaian (refleksi) pada saluran-T/hubungan antenna. Faktor rugi-rugi ini juga tidak termasuk dalam efisiensi radiasi antenna karena radiasi antenna tersebut bukan radiasi inherent pada antenna itu sendiri. Faktor rugi-rugi refleksi tergantung pada saluran-T dihubungkan kepada antenna. Maka, kita dapat mendefinisikan total efisiensi antenna ( $e_0$ ), yang termasuk dengan rugi-rugi ketidak-sesuaian seperti,

$$e_0 = e_r e_c e_d \quad (2.4)$$

dimana,

$e_0$  merupakan efisiensi total antenna (seluruh rugi-rugi).

$e_r$  merupakan efisiensi refleksi (rugi-rugi ketidak-sesuaian).

Efisiensi refleksi melambangkan perbandingan daya yang melayani terminal antenna terhadap daya total yang masuk pada saluran-T / hubungan antenna. Efisiensi refleksi dengan mudah ditentukan dari teori saluran transmisi pada bagian koefisien refleksi ( $\Gamma$ ).

$$e_r = 1 - |\Gamma|^2 \quad (2.5)$$

kemudian,

$$\Gamma = \frac{Z_A - Z_0}{Z_A + Z_0} \quad (2.6)$$

Maka, Efisiensi total antenna akan menjadi ;

$$e_0 = e_{cd}(1 - |\Gamma|^2) \quad (2.7)$$

Efisiensi antenna (khususnya, efisiensi radiasi antenna) sangat berperan penting dalam pendefinisian penguatan antenna (gain antenna).

## 2. 1. Penguatan Antena (Gain Antena).

Definisi daripada keterarahan antenna dan penguatan antenna secara esensialnya mempunyai kesamaan kecuali pada bagian daya yang digunakan.

**Keterarahan**  $[D(\theta, \phi)]$  merupakan perbandingan antara densitas daya radiasi antenna pada jarak titik tertentu terhadap daya radiasi total antenna ( $P_{rad}$ ) secara isotropis.

**Penguatan**  $[G(\theta, \phi)]$  merupakan perbandingan densitas radiasi antenna pada jarak titik tertentu terhadap daya input total antenna ( $P_{in}$ ) yang diradiasikan secara isotropis.

Maka, penguatan antenna akan tergantung pada daya total yang melayani terminal masukan antenna, serta perhitungan untuk rugi-rugi ohmic pada antenna dilakukan ketika keterarahan tergantung pada daya total radiasi dan tidak termasuk efek rugi-rugi ohmic.

Persamaan untuk keterarahan dan penguatan adalah,

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}} = \frac{U(\theta, \phi)}{\frac{P_{rad}}{4\pi}} \quad (2.8)$$

$$G(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{in}} = \frac{U(\theta, \phi)}{\frac{P_{in}}{4\pi}} \quad (2.9)$$

Hubungan antara keterarahan dan penguatan sebuah antenna dapat ditentukan dengan menggunakan definisi efisiensi radiasi antenna.

$$P_{rad} = e_{cd} P_{in} \quad (2.10)$$

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}} = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{e_{cd} P_{in}} \\ = \frac{G(\theta, \phi)}{e_{cd}}$$

maka,

$$G(\theta, \phi) = e_{cd} D(\theta, \phi) \quad (2.11)$$

Gain dalam dB

$$G(\theta, \phi) [db] = 10 \log_{10} G(\theta, \phi) \quad (2.12)$$

## 2. 2. Impedansi Antena.

Impedansi kompleks antena didefinisikan pada komponen bagian resistif (real) dan reaktif (imaginer).

$$Z_A = R_A + jX_A \quad (2.13)$$

dimana,

$R_A$  merupakan tahanan antena [ (daya disipasi) rugi-rugi ohmic + radiasi]

$X_A$  merupakan reaktansi antena [ (energi yang tersimpan) medan dekat antena].

Kita dapat mendefinisikan tahanan antena sebagai penjumlahan dua tahanan yang terpisah dan melambangkan rugi-rugi ohmic dan radiasi.

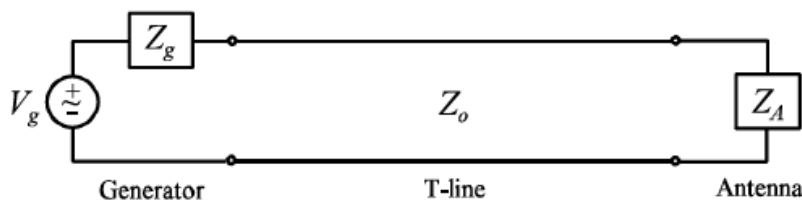
$$R_A = R_r + R_L \quad (2.14)$$

untuk persamaan diatas,

$R_r$  merupakan hambatan radiasi antena.

$R_L$  merupakan rugi-rugi tahanan antena.

Bentuk sistem pemancaran antena dapat didefinisikan sebagai sebuah generator, saluran transmisi dan pemancaran antena seperti yang ditunjukkan dibawah ini,



Gambar 2. 2. Bentuk pemancaran antena dari generator melalui saluran-T.

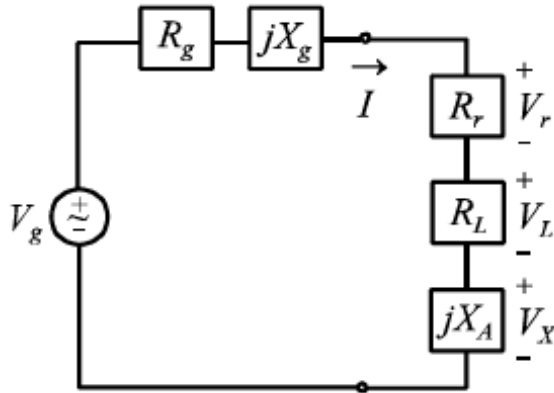
Generator dimodelkan sebagai sebuah sumber tegangan kompleks  $V_g$  dan sebuah sumber impedansi kompleks  $Z_g$ . Pada kasus ini, generator dapat dihubungkan langsung menuju antena.

## 2. 3. Efisiensi Radiasi Antena.

Efisiensi radiasi antena ( $e_{cd}$ ) yang diberikan oleh antena sebelumnya didefinisikan pada bagian daya radiasi total oleh antena ( $P_{rad}$ ) dan daya disipasi total oleh antena dalam bentuk rugi-rugi ohmic ( $P_{ohmic}$ ).

$$e_{cd} = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{P_{rad}}{P_{rad} + P_{ohmic}} \quad (2.15)$$

Total daya radiasi dan total rugi-rugi ohmic ditentukan untuk kasus umum sebuah antenna pemancar dengan menggunakan rangkaian penyetaraan seperti dilihat pada gambar 2. 3 dibawah ini.



Gambar 2. 3. Rangkaian setara untuk daya radiasi total dan rugi-rugi ohmic.

Daya radiasi total yang di disipasi pada tahanan radiasi antenna ( $R_r$ ) yaitu;

$$P_{rad} = P_r = \frac{|V_g|^2 R_r}{8(R_r + R_L)^2} \quad (2.16)$$

Maka rugi-rugi total ohmic untuk antenna terdisipasi pada rugi-rugi tahanan antenna ( $R_L$ ) dapat kita tuliskan sebagai persamaan sebagai berikut,

$$P_{ohmic} = P_L = \frac{|V_g|^2 R_L}{8(R_r + R_L)^2} \quad (2.17)$$

Dengan memasukkan nilai-nilai rangkaian setara untuk  $P_{rad}$  dan  $P_{ohmic}$  kedalam persamaan hasil efisiensi radiasi antenna, maka;

$$e_{cd} = \frac{R_r}{R_r + R_L} \quad (2.18)$$

Sehingga, efisiensi radiasi antenna dapat ditentukan secara langsung dari parameter – parameter rangkaian setara antenna tersebut.

## 2. 4. Rugi – Rugi Tahanan Antena.

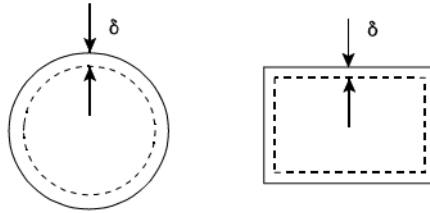
Rugi – rugi tahanan antenna (rugi – rugi konduktor dan dielektrik) untuk segala macam jenis antenna secara bentuknya sangat sulit untuk dihitung. Pada kasus ini, rugi – rugi tahanan secara normal diukur secara eksperimen. Bagaimanapun, rugi – rugi tahanan antenna kawat dapat dihitung secara mudah dan akurat. Jika diasumsikan sebuah konduktor dengan panjang  $l$  dan luas permukaan bagian silang  $A$  yang menghasilkan sebuah densitas arus serba-sama, sehingga tahanan DC dapat kita tuliskan sebagai persamaan,

$$R = \frac{l}{\sigma A} \quad (2.19)$$

dimana  $\sigma$  adalah konduktifitas konduktor. Pada frekuensi tinggi, arus cenderung menurun menuju permukaan luar konduktor (efek kulit). Tahanan HF (high frekuensi) dapat didefinisikan pada bagian kedalaman kulit (*skin depth*)  $\delta$ .

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (2.20)$$

dimana  $\mu$  adalah permeabilitas bahan dan  $f$  adalah frekuensi dalam Hz.



Gambar 2. 4. Bentuk konduktor lingkaran dan persegi.

Kedalaman kulit untuk tembaga ( $\sigma = 5.8 \times 10^7 \text{ U/m}$ ,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ) dapat dituliskan sebagai persamaan,

$$\delta = \frac{66.1}{\sqrt{f}} \text{ (mm)} \quad [\text{frekuensi dalam Hz}] \quad (2.21)$$

Jika kita definisikan jarak perimeter konduktor sebagai  $d_p$ , kemudian tahanan konduktor HF dapat dituliskan sebagai persamaan,

$$R_{HF} = \frac{1}{\sigma d_p \delta} = \frac{1}{d_p} R_s \quad (2.22)$$

dimana  $R_s$  didefinisikan sebagai tahanan permukaan material.

$$R_s = \frac{l}{\sigma \delta} = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} \quad (2.23)$$

Untuk persamaan  $R_{HF}$  akan bernilai akurat, maka kedalaman kulit seharusnya mempunyai fraksi yang kecil untuk ukuran maksimum bagian yang bersilangan pada konduktor. Pada kasus ini sebuah konduktor selinder ( $d_p = 2\pi a$ ), maka tahanan HF adalah,

$$\begin{aligned} R_{HF} &= \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} \\ &= \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{f \mu}{\pi \sigma}} \end{aligned} \quad (2.24)$$

| f       | $\delta$  | R                           |
|---------|-----------|-----------------------------|
| 0       | ~         | $R_{DC}=0.818 \text{ mOhm}$ |
| 1 KHz   | 2.09 mm   | $R_{HF}= \sim$              |
| 10 KHz  | 0.661 mm  | $R_{HF}= 1.60 \text{ mOhm}$ |
| 100 KHz | 0.209 mm  | $R_{HF}= 5.07 \text{ mOhm}$ |
| 1 MHz   | 0.0661 mm | $R_{HF}= 16.0 \text{ mOhm}$ |

Tahanan permukaan material tabel diatas menggunakan kabel tembaga sepanjang 1 m menggunakan kabel type AWG #10 (dengan diameter  $a = 2.59 \text{ mm}$ ).

Persamaan tahanan frekuensi tinggi mengsumsikan bahwa arus melalui konduktor adalah sinusoidal pada waktu dan posisi tertentu sepanjang konduktor  $[I_z(z, t) =$

$I_0 \cos(\omega t)$ ] . Pada seluruh antenna, arus tidak diperlukan pada posisi tertentu. Bagaimanapun juga, distribusi arus aktual yang diberikan pada antenna, sebuah tahanan  $R_L$  yang setara akan dapat dihitung.

### Contoh

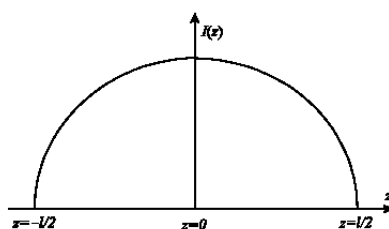
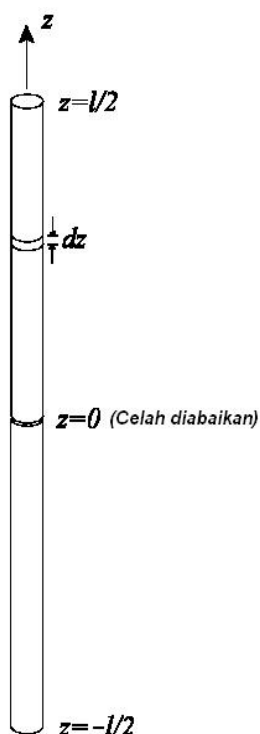
[Perhitungan Rugi-rugi tahanan antenna].

Sebuah antenna dipole terdiri dari sebuah kawat gulungan sepanjang  $l$ . Diasumsikan bahwa distribusi arus pada kawat adalah sinusoidal, sebagai contoh.,

$$\begin{aligned} I_z(z, t) &= I_z(z) \cos(\omega t) \\ &= I_0 \cos\left(\frac{\pi z'}{l}\right) \cos(\omega t) \end{aligned}$$

dimana,

$$-\frac{l}{2} \leq z' \leq \frac{l}{2}$$



Persamaan rangkaian setara (arus serba-sama,  $I_0$ -puncak),

$$P_L = \frac{1}{2} I_0^2 R_L$$

Integrasi pertambahan daya sepanjang antenna, berupa persamaan;

$$\begin{aligned} P_L &= \int dP_L(z) \\ dP_L(z) &= \frac{1}{2} [I(z)]^2 dR_{HF}(z) \end{aligned}$$

dimana :

$$R_{HF} = \frac{l}{d_p} R_s$$

maka,

$$\begin{aligned}
dP_L(z) &= \frac{1}{2} [I(z)]^2 \left[ \frac{dz}{d_p} R_s \right] \\
&= \frac{1}{2} I_0^2 \cos^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) \frac{dz}{2\pi a} R_s \\
&= \frac{I_0^2 R_s}{4\pi a} \cos^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) dz
\end{aligned}$$

Dari bentuk yang telah didapat, maka;

$$\begin{aligned}
P_L &= \int_{-l/2}^{l/2} dP_L(z) \\
&= \frac{I_0^2 R_s}{4\pi a} \int_{-l/2}^{l/2} \cos^2\left(\frac{\pi z}{l}\right) dz \\
&= \frac{I_0^2 R_s}{8\pi a} \left[ z + \frac{l}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi z}{l}\right) \right] \\
&= \frac{I_0^2 R_s l}{8\pi a} = \frac{1}{2} I_0^2 R_L
\end{aligned}$$

maka,

$$R_L = \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi a} R_s = \frac{R_{HF}}{2}$$

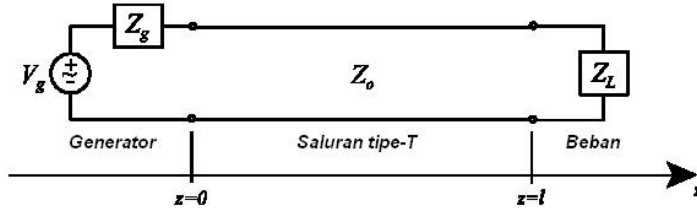
sehingga, rugi-rugi tahanan antena dipole sepanjang  $l$  adalah 1,5 dari arus serba-sama (*uniform*) yang dibawa oleh konduktor yang sama.

### BAB 3

## DASAR – DASAR SALURAN TRANSMISI

### TANPA RUGI – RUGI.

Bentuk rangkaian dasar saluran transmisi ditunjukkan pada gambar 1. 16 dibawah ini, yang terdiri dari generator sumber disertai impedansi generator, saluran transmisi tipe T dan beban dilambangkan dengan impedansi beban saluran.



Gambar 3. 1. Bentuk rangkaian dasar saluran transmisi.

Persamaan – persamaan saluran transmisi (tegangan dan arus) dapat dituliskan,

$$V(z) = V_0^+ e^{-j\beta z} + V_0^- e^{j\beta z} \quad (3.1. a)$$

$$I(z) = I_0^+ e^{-j\beta z} + I_0^- e^{j\beta z} \quad (3.1. b)$$

|           |           |
|-----------|-----------|
| ~~~~~     | ~~~~~     |
| Arah      | Arah      |
| Gelombang | Gelombang |
| +z        | -z        |

$V_0^+$  dan  $V_0^-$  merupakan koefisien tegangan, gelombang maju dan gelombang mundur.

$I_0^+$  dan  $I_0^-$  merupakan koefisien arus, gelombang maju dan gelombang mundur.

$\beta = \frac{\omega}{v}$  merupakan konstanta fasa, serta  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$  merupakan kecepatan gelombang.

Untuk nilai impedansi karakteristik ditentukan dengan persamaan,

$$\frac{V_0^+}{I_0^+} = -\frac{V_0^-}{I_0^-} = Z_0 \quad (3.2)$$

Maka, impedansi karakteristik untuk saluran dengan rugi – rugi (*Lossy Line*) ditentukan dengan nilai;

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (3.3)$$

begitupula untuk saluran tanpa rugi – rugi (*Lossless Line*) ditentukan,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3.4)$$

Nilai tegangan dan arus pada saluran dapat kita tuliskan dalam bentuk persamaan dibawah ini.

$$\begin{aligned} V(z) &= V_0^+ e^{-j\beta z} \left[ 1 + \frac{V_0^-}{V_0^+} \right] e^{j2\beta z} \\ &= V_0^+ e^{-j\beta z} [1 + \Gamma(z)] \end{aligned} \quad (3.5. a)$$

$$\begin{aligned} I(z) &= \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} \left[ 1 - \frac{V_0^-}{V_0^+} \right] e^{j2\beta z} \\ &= \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} [1 - \Gamma(z)] \end{aligned} \quad (3.5. b)$$

Untuk nilai koefisien refleksi,

$$\Gamma(z) = \frac{V_0^-}{V_0^+} e^{j2\beta z} \quad (3.6)$$

Selanjutnya, nilai koefisien refleksi di setiap titik pada terminal saluran-T;

$$\Gamma(z) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{j2\beta(z-l)} \quad (3.7)$$

Begitupula, untuk nilai koefisien refleksi pada beban sebuah terminal saluran-T;

$$\Gamma(l) = \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (3.8)$$

maka, nilai impedansi masukan pada setiap titik;

$$Z_{in}(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan[\beta(l-z)]}{Z_0 + jZ_L \tan[\beta(l-z)]} \quad (3.9)$$

begitupula untuk nilai impedansi input pada input saluran tipe-T;

$$Z_{in}(0) = \frac{V(0)}{I(0)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan[\beta l]}{Z_0 + jZ_L \tan[\beta l]} \quad (3.10)$$

Untuk nilai perbandingan gelombang berdiri atau **Standing Wave Ratio**,

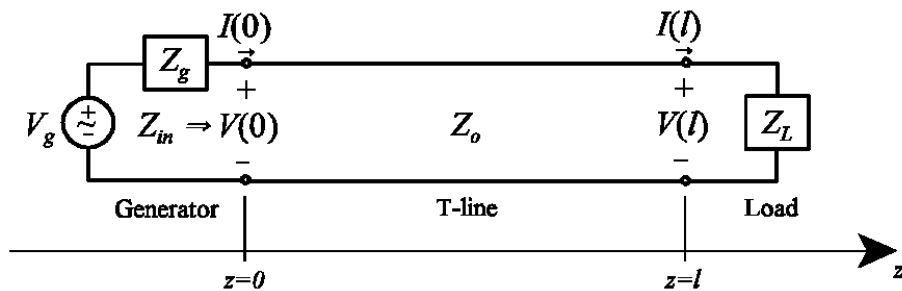
$$S = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad (3.11)$$

pada persamaan ( ) diatas, untuk nilai koefisien refleksi pada beban dapat dituliskan,

$$|\Gamma_L| = \frac{s-1}{s+1} \quad (3.12)$$

### 3. 1. Sistem Pemancar/Penerima Dengan Saluran Transmisi.

Bentuk rangkaian sistem pemancar/penerima menggunakan saluran transmisi dapat digambarkan seperti pada gambar 3. 2 dibawah ini.

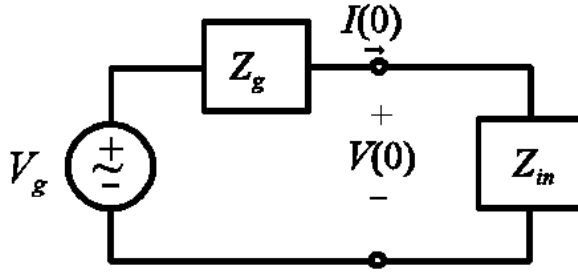


Gambar 3. 2. Sistem pemancar/penerima menggunakan saluran transmisi.

Dengan menggunakan teori saluran transmisi, impedansi yang terlihat dalam terminal input saluran transmisi ( $Z_{in}$ ) adalah,

$$Z_{in}(0) = \frac{V(0)}{I(0)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan[\beta l]}{Z_0 + jZ_L \tan[\beta l]} \quad (3.13)$$

Maka, hasil rangkaian setara persamaan diatas ditunjukkan pada gambar dibawah ini.



Gambar 3. 3. Rangkaian setara tanpa saluran transmisi.

Arus dan tegangan pada terminal input saluran transmisi dapat dituliskan;

$$I(0) = \frac{V_g}{Z_g + Z_{in}} \quad (3.14)$$

dan,

$$V(0) = I(0)Z_{in} = V_g \frac{Z_{in}}{Z_g + Z_{in}} \quad (3.15)$$

Daya yang dihasilkan dari generator adalah;

$$P_g = \frac{1}{2} V_g I^*(0) = \frac{|V_g|^2}{2(Z_g + Z_{in})^*} \quad (3.16)$$

Daya yang diberikan ke terminal input saluran transmisi dapat dituliskan persamaan,

$$P(0) = \frac{1}{2} V(0) I^*(0) = \frac{Z_{in}}{2} \left| \frac{V_g}{Z_g + Z_{in}} \right|^2 \quad (3.17)$$

Penggabungan daya dengan impedansi generator, yaitu:

$$P_{Z_g} = \frac{1}{2} [V_g - V_0] I^*(0) = \frac{Z_g}{2} \left| \frac{V_g}{Z_g + Z_{in}} \right|^2 \quad (3.18)$$

Arus dan tegangan yang diberikan pada masukan saluran transmisi, dan nilai pada setiap titik dalam saluran dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan saluran transmisi.

$$\begin{aligned} V(z) &= V_0^+ e^{-j\beta z} \left[ 1 + \frac{V_0^-}{V_0^+} \right] e^{j2\beta z} \\ &= V_0^+ e^{-j\beta z} [1 + \Gamma(z)] \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} I(z) &= \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} \left[ 1 - \frac{V_0^-}{V_0^+} \right] e^{j2\beta z} \\ &= \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} [1 - \Gamma(z)] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Koefisien  $V_0^+$  dapat ditentukan dari nilai selain  $V(0)$  atau  $I(0)$  yang ditemukan pada input rangkaian setara. Dengan menggunakan  $V(0)$  memberikan persamaan,

$$V(0) = V_g \frac{Z_{in}}{Z_g + Z_{in}} = V_0^+ [1 + \Gamma(0)] \quad (3.21)$$

dimana,

$$\Gamma(z) = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} e^{j2\beta(z-l)} \Rightarrow \Gamma(0) = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} e^{-j2\beta l} \quad (3.22)$$

untuk nilai tegangan maju pada input saluran transmisi dapat dituliskan,

$$V_0^+ = \frac{V(0)}{1 + \Gamma(0)} = \frac{V_g \frac{Z_{in}}{Z_g + Z_{in}}}{\left[1 + \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} e^{-j2\beta l}\right]} \quad (3.23)$$

Koefisien  $V_0^+$ , arus dan tegangan yang diberikan pada beban, dari persamaan – persamaan saluran transmisi dapat dituliskan secara lengkap berupa,

$$\begin{aligned} V(l) &= V_0^+ e^{-j\beta l} [1 + \Gamma(l)] \\ &= V_0^+ e^{-j\beta l} \left[1 + \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0}\right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

kemudian,

$$\begin{aligned} I(l) &= \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta l} [1 - \Gamma(l)] \\ &= \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta l} \left[1 - \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0}\right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Daya diberikan pada beban dapat ditentukan,

$$P(l) = \frac{1}{2} V(l) I^*(l) \quad (3.26)$$

Secara kompleks persamaan sebelumnya memberikan solusi secara bentuknya ditentukan oleh komputer atau Smith Chart.

### 3. 2. PROGRAM MATLAB M-FILE (GENERATOR/T-LINE/LOAD).

```
=====
Vg=input('Enter the complex generator voltage ');
Zg=input('Enter the complex generator impedance ');
Zo=input('Enter the lossless t-line characteristic impedance ');
l=input('Enter the lossless t-line length in wavelengths ');
Zl=input('Enter the complex load impedance ');

j=0+1j;
betal=2*pi*l;
Zin=Zo*(Zl+j*Zo*tan(betal))/(Zo+j*Zl*tan(betal));
gammal=(Zl-Zo)/(Zl+Zo);
gamma0=gammal*exp(-j*2*betal);
Ig=Vg/(Zg+Zin);
Pg=0.5*Vg*conj(Ig);
V0=Ig*Zin;
P0=0.5*V0*conj(Ig);
Vcoeff=V0/(1+gamma0);
Vl=Vcoeff*exp(-j*betal)*(1+gammal);
Il=Vcoeff*exp(-j*betal)*(1-gammal)/Zo;
Pl=0.5*Vl*conj(Il);
s=(1+abs(gammal))/(1-abs(gammal));
format compact
=====
Generator_voltage=Vg
Generator_current=Ig
Generator_power=Pg
Generator_impedance_voltage=Vg-V0
Generator_impedance_current=Ig
Generator_impedance_power=Pg-P0
```

$T_{\text{line\_input\_voltage}}=V_0$   
 $T_{\text{line\_input\_current}}=I_g$   
 $T_{\text{line\_input\_power}}=P_0$   
 $T_{\text{line\_input\_impedance}}=Z_{in}$   
 $T_{\text{line\_input\_reflection\_coeff}}=\gamma_0$   
 $T_{\text{line\_standing\_wave\_ratio}}=s$   
 $\text{Load\_voltage}=V_l$   
 $\text{Load\_current}=I_l$   
 $\text{Load\_power}=P_l$   
 $\text{Load\_reflection\_coeff}=\gamma_{\text{ammal}}$

diberikan tegangan  $V_g = (10 + j0)$  volt

$Z_g = (100 + j0) \Omega$  dan  $l = 5.125 \lambda$

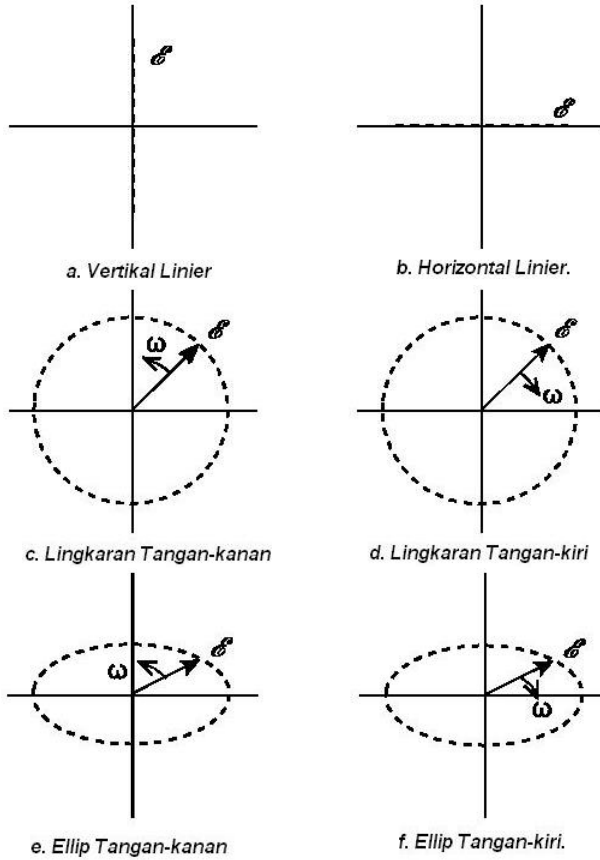
hasil – hasil yang didapat,

| $z_0$ | $z_l$ | $Z_{in}$  | $ \Gamma(0)  =  \Gamma(l) $ | $P_g$  | $s$    | $P(l)$ |
|-------|-------|-----------|-----------------------------|--------|--------|--------|
| 100   | 75    | $96+j28$  | 0.1429                      | 0.25   | 1.3333 | 0.1224 |
| 100   | 100   | 100       | 0                           | 0.25   | 1      | 0.125  |
| 100   | 125   | $98-j22$  | 0.1111                      | 0.25   | 1.25   | 0.1235 |
| 75    | 100   | $72-j21$  | 0.1429                      | 0.2864 | 1.3333 | 0.1199 |
| 100   | 100   | 100       | 0                           | 0.25   | 1      | 0.125  |
| 125   | 100   | $122-j27$ | 0.1111                      | 0.2219 | 1.25   | 0.1219 |

## BAB 4

### POLARISASI ANTENA.

Polarisasi sebuah bidang gelombang didefinisikan dengan urutan penggambaran medan listrik sesaat pada sebuah titik observasi yang tetap. Polarisasi berlawanan arah secara umum banyak diikuti dengan asumsi pendekatan gelombang.



Gambar 4. 1. Bentuk – bentuk polarisasi gelombang.

Polarisasi pada arah yang diberikan antenna didefinisikan sebagai polarisasi radiasi gelombang antenna pada arah tertentu. Dengan catatan, bahwa setiap gambar polarisasi sebelumnya dapat berputar dengan nilai sudut sembarang.

#### 4. 1. Faktor Rugi – Rugi Polarisasi.

Polarisasi gelombang datang dituliskan sebagai,

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{a}_i E_i \quad (4.1)$$

Polarisasi Antena dituliskan sebagai,

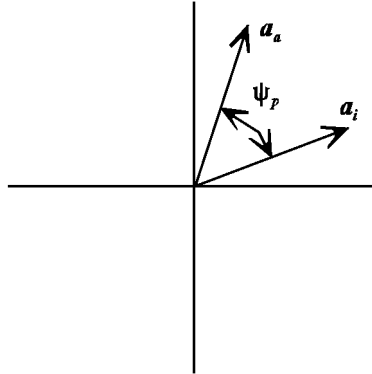
$$\mathbf{E}_a = \mathbf{a}_a E_a \quad (4.2)$$

Maka, faktor rugi – rugi polarisasi (PLF),

$$PLF = |\mathbf{a}_i \mathbf{a}_a|^2 = |\cos \psi_p|^2 \quad (4.3)$$

untuk PLF dalam dB,

$$PLF(dB) = 10 \log_{10}(PLF) \quad (4.4)$$

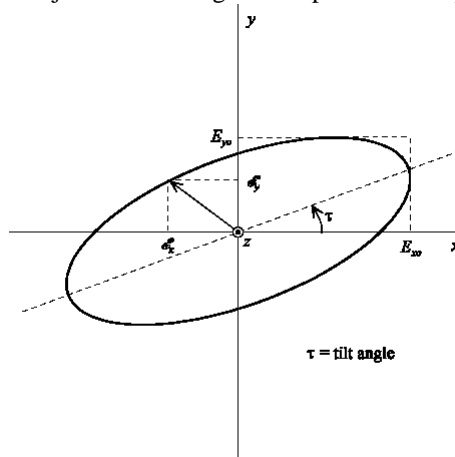


Gambar 4. 2. Polarisasi Antara Gelombang Datang dan Gelombang Polarisasi.

Pada gambar diatas, dapat dilihat bahwa polarisasi berlawanan arah jarum jam.  $\psi_P$  merupakan simbol besar sudut polarisasi antara gelombang datang dan gelombang yang terpolarisasi.

#### 4. 2. POLARISASI ELLIPS UMUM.

Gambar 4. 3 dibawah ini menjelaskan tentang bentuk polarisasi ellip pada bidang xyz.



Gambar 4. 3. Bentuk Polarisasi Ellips.

Penggabungan vektor medan listrik dengan sebuah bidang gelombang dengan arah +z dapat dituliskan dengan bentuk fasor secara umum,

$$E = (E_x a_x + E_y a_y) e^{-jkz} \quad (4.5)$$

Dimana  $E_x$  dan  $E_y$  merupakan fasor kompleks yang dapat didefinisikan pada bagian magnetisasi dan fasa.

$$E_x = E_{x0} e^{j\phi_x} \quad E_y = E_{x0} e^{j\phi_y} \quad (4.6)$$

Komponen – komponen medan listrik sesaat ditentukan dengan mengalikan komponen fasor terhadap  $e^{j\omega t}$  dan mengambil hanya bagian riil.

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x(z, t) &= \text{Re}[E_{x0} e^{j\phi_x} e^{-jkz} e^{j\omega t}] \\ &= E_{x0} \cos(\omega t - kz + \phi_x) \end{aligned} \quad (4.7. a)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_y(z, t) &= \text{Re}[E_{y0} e^{j\phi_y} e^{-jkz} e^{j\omega t}] \\ &= E_{y0} \cos(\omega t - kz + \phi_y)\end{aligned}\quad (4.7. b)$$

Posisi relatif komponen medan listrik sesaat pada polarisasi umum ellips didefinisikan polarisasi bidang gelombang.

#### 4. 3. POLARISASI LINIER.

Jika kita definisikan pergeseran fasa antara dua komponen medan listrik sebagai  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x$ . Maka kita akan dapatkan pergeseran fasa berupa,

$$\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = n\pi \quad \text{dimana } n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.8)$$

Definisi persamaan diatas sebagai sebuah polarisasi gelombang linier, dengan bentuk :

$$\mathcal{E}_x(z, t) = E_{x0} \cos(\omega t - kz + \phi_x) \quad (4.9)$$

dan

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_y(z, t) &= E_{y0} \cos(\omega t - kz + \phi_y + n\pi) \\ &= \pm E_{y0} \cos(\omega t - kz + \phi_y) \begin{cases} n \text{ genap} \\ n \text{ ganjil} \end{cases}\end{aligned}\quad (4.10)$$

Contoh – contoh polarisasi linier :

Jika  $E_{y0} = 0 \Rightarrow$  Polarisasi linier pada arah-x ( $\tau = 0$ ).

Jika  $E_{x0} = 0 \Rightarrow$  Polarisasi linier pada arah-y ( $\tau = 90^\circ$ ).

Jika  $E_{x0} = E_{y0}$  dan n adalah bilangan genap  $\Rightarrow$  Polarisasi linier ( $\tau = 45^\circ$ ).

Jika  $E_{x0} = E_{y0}$  dan n adalah bilangan ganjil  $\Rightarrow$  Polarisasi linier ( $\tau = 135^\circ$ ).

#### 4. 4. POLARISASI LINGKARAN.

$$\begin{aligned}\text{Jika } E_{x0} = E_{y0} \text{ dan } \Delta\phi = \phi_y - \phi_x &= (2n + 1/2)\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots \text{ kemudian,} \\ \mathcal{E}_x(z, t) &= E_{x0} \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ \mathcal{E}_y(z, t) &= E_{x0} \cos[\omega t - kz + \phi_x + (2n + 1/2)\pi] \\ &= -E_{x0} \sin(\omega t - kz + \phi_x)\end{aligned}\quad (4.11)$$

persamaan diatas merupakan polarisasi lingkaran tangan kiri.

Jika  $E_{x0} = E_{y0}$  dan  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = -(2n + 1/2)\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots$  kemudian,

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_x(z, t) &= E_{x0} \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ \mathcal{E}_y(z, t) &= E_{x0} \cos[\omega t - kz + \phi_x - (2n + 1/2)\pi] \\ &= E_{x0} \sin(\omega t - kz + \phi_x)\end{aligned}\quad (4.12)$$

persamaan diatas merupakan polarisasi lingkaran tangan kanan.

#### 4. 5. POLARISASI TANGAN BENTUK ELLIPTICAL.

Definisi Polarisasi Elliptical sama halnya dengan polarisasi lingkaran dengan pengecualian bahwa  $E_{x0} \neq E_{y0}$  . dimana :

$$E_{x0} \neq E_{y0}, \Delta\phi = \left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi \Rightarrow \text{Polarisasi ellliptical tangan kiri} \quad (4.13)$$

$$E_{x0} \neq E_{y0}, \Delta\phi = -\left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi \Rightarrow \text{Polarisasi ellliptical tangan kanan} \quad (4.14)$$

## BAB 5

### PENYETARAAN LUAS ANTENA.

#### 5. 1. Celah Efektif Antena.

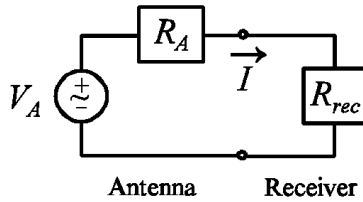
Orientasi antena penerima yang diberikan untuk respon maksimum, penyesuaian polarisasi terhadap gelombang datang dan penyesuaian impedansi terhadap beban serta daya yang dihasilkan untuk melayani penerima ( $P_{rec}$ ) dapat didefinisikan dalam Celah Efektif Antena ( $A_e$ ) sebagai persamaan,

$$P_{rec} = S A_e \quad (Watt) \quad (5.1)$$

dimana  $S$  merupakan densitas daya gelombang datang (magnetisasi vektor poynting) yang didefinisikan sebagai,

$$S = \frac{1}{2} |E_i \times H_i^*| \quad (Watt/m^2) \quad (5.2)$$

Berdasarkan penyetaraan rangkaian dalam kondisi kesesuaian,



Gambar 5. 1. Rangkaian Setara kondisi MATCHED (sesuai).

dari gambar 5. 1 diatas untuk nilai,

$$R_A = R_r + R_L = R_{rec} \quad (5.3)$$

Maka daya penerima, kita tuliskan :

$$\begin{aligned} P_{rec} &= \frac{1}{2} V_{rec} I^* = \frac{1}{2} \frac{V_A}{2} \left( \frac{V_A}{2R_A} \right)^* \\ &= \frac{|V_A|^2}{8R_A} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Kita dapat memecahkan solusi untuk celah efektif antena dengan memberikan persamaan,

$$\begin{aligned} A_e &= \frac{P_{rec}}{S} = \frac{|V_A|^2}{8 S R_A} \\ &= \frac{|V_A|^2}{8S(R_r + R_L)} \end{aligned} \quad (5.5)$$

#### 5. 2. Luas Hamburan Antena.

Daya total hamburan oleh antena penerima didefinisikan sebagai perkalian densitas daya yang datang dan area hamburan antena ( $A_s$ ).

$$P_s = S A_s \quad (5.6)$$

dari rangkaian setara, daya hamburan total adalah,

$$P_s = \frac{|V_A|^2 R_r}{8(R_r + R_L)^2} \quad (5.7)$$

Persamaan diatas memberikan,

$$A_s = \frac{P_s}{S} = \frac{|V_A|^2 R_r}{8S(R_r + R_L)^2} \quad (5.8)$$

#### 5. 3. Rugi – Rugi Luas Antena.

Daya total disipasi sebagai panas oleh antena penerima didefinisikan sebagai

perkalian densitas daya datang dan rugi – rugi luas antenna ( $A_L$ ).

$$P_L = S A_L \quad (5.9)$$

dari rangkaian setara, daya disipasi total adalah :

$$P_L = \frac{|V_A|^2 R_L}{8(R_r + R_L)^2} \quad (5.10)$$

Persamaan diatas memberikan,

$$A_L = \frac{P_L}{S} = \frac{|V_A|^2 R_L}{8S(R_r + R_L)^2} \quad (5.11)$$

#### 5. 4. Luas Tangkapan Antena.

Daya tangkapan total oleh antenna penerima (daya dilayani menuju beban + daya hamburan oleh antenna, disipasi daya dalam bentuk panas) didefinisikan sebagai perkalian densitas daya gelombang datang dan luas tangkapan antenna ( $A_c$ ).

$$P_c = S A_c \quad (5.12)$$

Daya tangkapan total oleh antenna adalah,

$$\begin{aligned} P_c &= P_{rec} + P_s + P_L \\ &= \frac{|V_A|^2}{4(R_r + R_L)} \end{aligned} \quad (5.13)$$

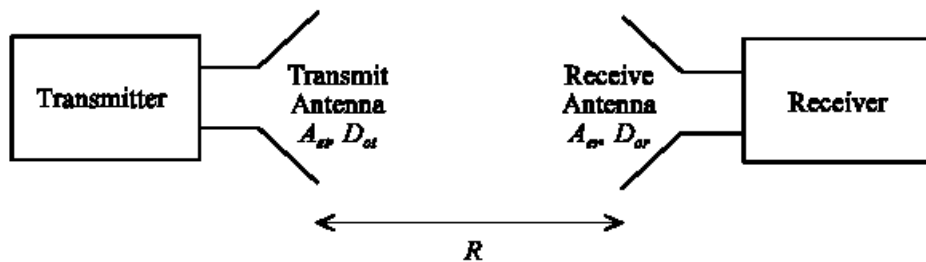
Persamaan diatas memberikan persamaan,

$$A_c = \frac{P_c}{S} = \frac{|V_A|^2}{4S(R_r + R_L)} \quad (5.14)$$

Catatan bahwa  $A_c = A_e + A_s + A_L$  .

#### 5. 5. Keterarahan Maksimum dan Celah Efektif.

Kita mengasumsikan bahwa antenna pemancar dan penerima adalah saluran transmisi tanpa rugi – rugi dan beroerientasi kepada tangkapan maksimum, seperti skema pada gambar 5. 2.



Gambar 5. 2. Blok pengiriman antenna pemancar dan penerima.

Dari gambar 5. 2 diatas, untuk;

$A_{et}, D_{ot}$  - Celah efektif antenna pemancar dan keterarahan maksimum.

$A_{er}, D_{or}$  - Celah efektif antenna penerima dan keterarahan maksimum.

Jika kita asumsikan bahwa daya total pemancar oleh antenna adalah  $P_t$  , densitas daya pada antenna penerima ( $W_r$ ) dapat dituliskan menjadi persamaan,

$$W_r = \frac{P_t}{4\pi R^2} D_{ot} \quad (5.15)$$

Maka, daya total penerima oleh antenna adalah,

$$P_r = W_r A_{er} = \frac{P_t D_{ot} A_{er}}{4\pi R^2} \quad (5.16)$$

persamaan diatas dapat memberikan bentuk,

$$D_{ot} A_{er} = \frac{P_r}{P_t} 4\pi R^2 \quad (5.17)$$

Jika kita memindahkan antenna pemancar dan penerima, persamaan sebelumnya dapat dipegang kebenarannya dengan memindahkan masing – masing nilai pemancar dan penerima (dengan asumsi linier, dan medium isotropis), yang akan memberikan persamaan :

$$D_{or} A_{et} = \frac{P_r}{P_t} 4\pi R^2 \quad (5.18)$$

Kedua persamaan menghasilkan

$$D_{ot} A_{er} = D_{or} A_{et}$$

atau,

$$\frac{D_{ot}}{A_{et}} = \frac{D_{or}}{A_{er}} \quad (5.19)$$

Jika antenna pemancar merupakan radiator isotropis, kita kemudian akan menunjukkan bahwa,

$$D_{ot} = 1 \quad A_{et} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

persyaratan diatas akan memberikan bentuk persamaan

$$\frac{D_{or}}{A_{er}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \quad (\text{Untuk setiap antenna}) \quad (5.20)$$

Kemudian, celah setara untuk antenna tanpa rugi – rugi dapat didefinisikan pada bagian keterarahan maksimum sebagai persamaan,

$$A_e = \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_0 \quad (5.21)$$

Efisiensi Antena Keseluruhan ( $e_0$ ) dapat dimasukkan kedalam perhitungan untuk rugi – rugi ohmic dan rugi – rugi ketidak-seusaian pada sebuah antenna yang juga mempunyai rugi – rugi.

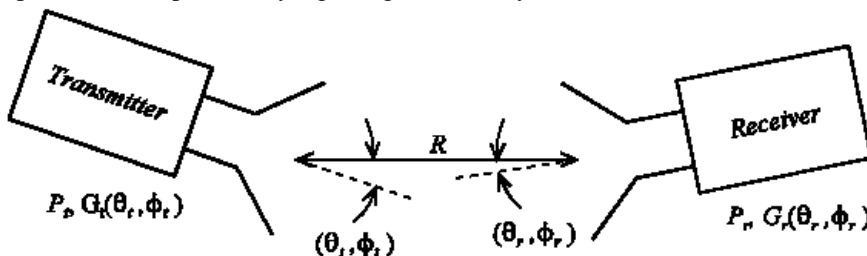
$$A_e = e_0 \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_0 = e_{cd} (1 - |\Gamma|^2) \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_0 \quad (5.22)$$

Maka, efek rugi – rugi polarisasi dapat dimasukkan kedalam hasil persamaan,

$$A_e = e_{cd} (1 - |\Gamma|^2) \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_0 |a_t \cdot a_r|^2 \quad (5.23)$$

## 5. 6. Persamaan Transmisi Friis.

Persamaan transmisi Friis didefinisikan sebagai hubungan antara daya pemancar dan daya penerima sebuah sistem antenna pemancar/penerima sembarang. Pada gambar 5. 3 bentuk pemancar dan penerima yang mengirimkan sinyal informasi.



Gambar 5. 3. Skema daerah FRIIS antara pemancar dan penerima.  
Orientasi nilai sembarang sistem antenna pemancar dan penerima, maka densitas daya pada

antena penerima ( $W_r$ ) dapat dituliskan sebagai persamaan,

$$\begin{aligned} W_r &= \frac{P_t}{4\pi R^2} G_t(\theta_t, \phi_t) \\ &= e_{ot} \frac{P_t}{4\pi R^2} D_t(\theta_t, \phi_t) \end{aligned} \quad (5.24)$$

dimana  $P_t$  adalah daya input pada terminal antenna pemancar dimana gain antenna pemancar dan keterarahan untuk kinerja sistem dihubungkan oleh efisiensi keseluruhan.

$$\begin{aligned} G_t(\theta_t, \phi_t) &= e_{ot} D_t(\theta_t, \phi_t) \\ &= e_{cdt} (1 - |\Gamma|^2) D_t(\theta_t, \phi_t) \end{aligned} \quad (5.25)$$

dimana  $e_{cdt}$  merupakan efisiensi radiasi antenna pemancar dan  $\Gamma_t$  adalah koefisien refleksi pada terminal antenna pemancar. Dengan catatan bahwa definisi penguatan antenna pemancar termasuk dengan rugi – rugi ketidak-sesuaian sistem pemancar serta penambahan rugi – rugi konduksi dan dielektrik. Spesifikasi pabrik untuk penguatan antenna tidak termasuk dengan rugi – rugi ketidak-sesuaian.

Total daya penerima yang diberikan pada terminal antenna penerima ( $P_r$ ) adalah,

$$P_r = W_r A_{er} \quad (5.26)$$

dimana celah efektif antenna penerima ( $A_{er}$ ) harus diambil kedalam perhitungan tujuan antenna. Kita dapat mengembangkan definisi celah efektif antenna sebelumnya (yang diterangkan dengan menggunakan keterarahan maksimum) pada sebuah celah efektif umum untuk setiap tujuan antenna.

Tujuan antenna untuk respon maksimum.

$$A_{er} = e_{or} \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_{ot} \quad (5.27)$$

Tujuan antenna dengan nilai sembarang.

$$A_{er}(\theta_r, \phi_r) = e_{or} \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) D_r(\theta_r, \phi_r) \quad (5.28)$$

Daya Penerima Total kemudian,

$$P_r = e_{or} e_{ot} \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 D_r(\theta_r, \phi_r) D_t(\theta_t, \phi_t) P_t \quad (5.29)$$

seperti halnya perbandingan daya penerima dengan daya pemancar, maka :

$$\frac{P_r}{P_t} = e_{cdr} e_{cdt} (1 - |\Gamma_t|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 D_r(\theta_r, \phi_r) D_t(\theta_t, \phi_t) \quad (5.30)$$

persamaan diatas termasuk dengan hasil rugi – rugi polarisasi (PERSAMAAN TRANSMISI FRIIS UMUM) yaitu;

$$\begin{aligned} \frac{P_r}{P_t} &= e_{cdr} e_{cdt} (1 - |\Gamma_t|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \\ &\quad \times D_r(\theta_r, \phi_r) D_t(\theta_t, \phi_t) |a_t \cdot a_r|^2 \end{aligned} \quad (5.31)$$

Untuk mengatur kembali antenna dengan respon maksimum, penyesuaian-pantulan dan penyesuaian polarisasi, maka persamaan transmisi FRIIS disingkatkan menjadi persamaan;

$$\frac{P_r}{P_t} = \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 G_{ot} G_{or} \quad (5.32)$$

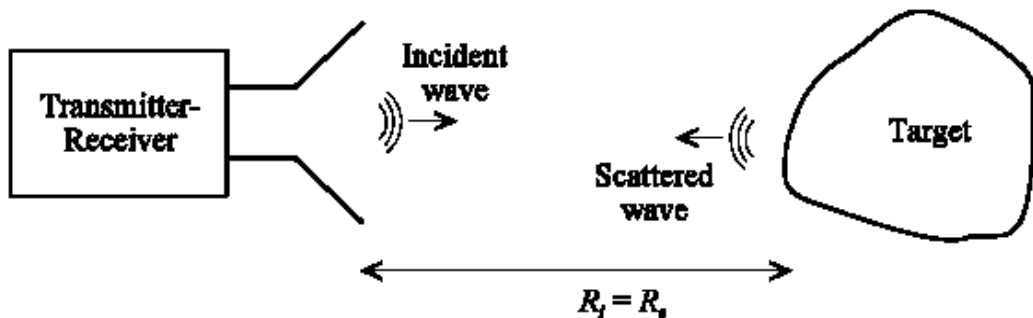
## BAB 6

### Persamaan Jarak Dan Bagian Melintang Pada Radar.

Persamaan transmisi FRIIS dapat digunakan untuk menentukan persamaan jarak radar. Untuk menentukan jarak maksimum pada target yang telah ditentukan dapat dideteksi menggunakan RADAR, dengan 2 jenis sistem radar (monostatic atau bistatic) dan komponen hamburan target (atau bagian melintang radar) harus diketahui.

#### 6. 1. Sistem Radar Monostatic.

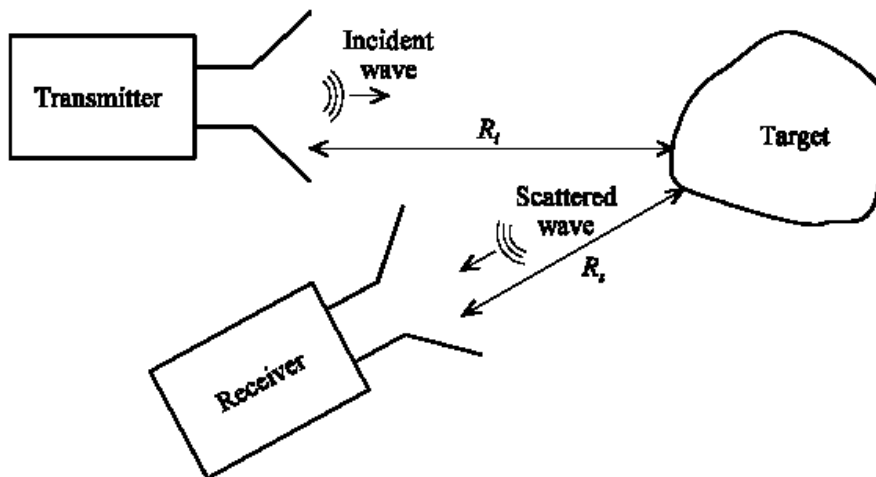
Antena pemancar dan penerima berada pada tempat yang sama, seperti pada gambar 6. 1 dibawah ini.



Gambar 6. 1. Sistem RADAR Monostatic.

#### 6. 2. Sistem Radar Bistatic.

Antena pemancar dan penerima terletak pada tempat yang terpisah, seperti pada gambar 6. 2 dibawah ini.



Gambar 6. 2. Sistem Radar Bistatic.

Bagian melintang pada radar atau biasa disebut Radar Cross Section (RCS) merupakan sebuah kemampuan pengukuran target untuk memantulkan (menghamburkan) energi elektromagnetik (satuan =  $m^2$ ). Daerah pertemuan RCS menghasilkan daya total kemudian dihamburkan secara isotropis, serta menghasilkan densitas daya yang sama pada penerima sebagai jarak aktual target.

Jika kita definisikan;

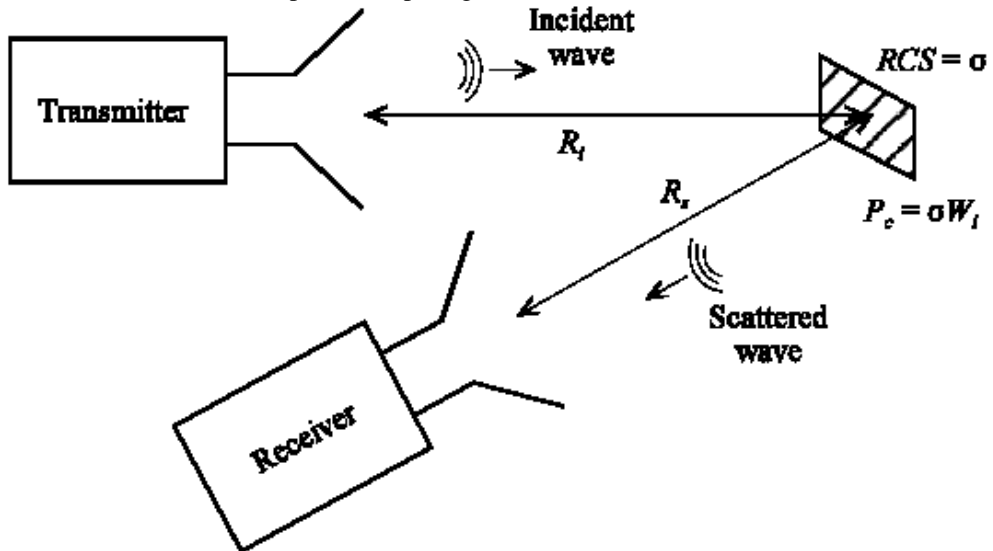
$\sigma$  merupakan daerah melintang pada radar ( $m^2$ ).

$W_i$  merupakan densitas daya masuk pada target ( $W/m^2$ ).

$P_c$  merupakan daya tangkapan setara oleh target (W).

$W_s$  merupakan densitas daya hamburan pada penerima ( $W/m^2$ ).

Definisi – definisi diatas dapat dilihat pada gambar 6. 3.



Gambar 6. 3. Bentuk gambar pemancar dengan RCS.

Berdasarkan pada definisi target RCS, hubungan antara densitas daya yang masuk pada target dan densitas daya hamburan pada antena penerima;

$$\lim_{R_s \rightarrow \infty} \left( \frac{\sigma W_i}{4\pi R_s^2} \right) = W_s \quad \dots\dots\dots (6.1)$$

Persamaan limit harus selalu diawali dari medan jauh target untuk bagian melintang radar agar menghasilkan nilai yang akurat.

Daerah melintang radar dapat dituliskan sebagai persamaan,

$$\begin{aligned} \sigma &= \lim_{R_s \rightarrow \infty} \left( 4\pi R_s^2 \frac{W_s}{W_i} \right) = \lim_{R_s \rightarrow \infty} \left( 4\pi R_s^2 \frac{|E_s|^2}{|E_i|^2} \right) \\ &= \lim_{R_s \rightarrow \infty} \left( 4\pi R_s^2 \frac{|H_s|^2}{|H_i|^2} \right) \quad \dots\dots\dots (6.2) \end{aligned}$$

Dimana  $(E_i, H_i)$  merupakan medan elektrik dan magnetik yang datang pada target dan  $(E_s, H_s)$  adalah medan elektrik dan magnetik yang terhambur pada penerima. Densitas daya yang datang pada target dibangkitkan oleh antena pemancar  $(P_t, G_t, D_t, e_{0t}, \Gamma_t, a_t)$  yang diberikan oleh persamaan,

$$W_i = \frac{P_t}{4\pi R_i^2} G_t(\theta_t, \phi_t) \quad \dots\dots\dots (6.3)$$

Daya total tangkapan oleh target ( $P_c$ ) adalah;

$$\begin{aligned}
 P_c &= \sigma W_i = \frac{\sigma P_t}{4\pi R_i^2} G_t(\theta_t, \phi_t) \\
 &= \frac{e_{0t} \sigma P_t}{4\pi R_i^2} D_t(\theta_t, \phi_t) \dots\dots\dots (6.4)
 \end{aligned}$$

Daya tangkapan oleh target yang dihamburkan secara isotropis, sehingga daya densitas daya hamburan pada penerima adalah,

$$W_s = \frac{P_c}{4\pi R_s^2} = \frac{e_{0t} \sigma P_t}{(4\pi R_i R_s)^2} D_t(\theta_t, \phi_t) \dots\dots\dots (6.5)$$

Daya yang diberikan pada beban antenna penerima adalah;

$$\begin{aligned}
 P_r &= W_s A_{er} \\
 &= W_s e_{0r} D_t(\theta_t, \phi_t) \frac{\lambda^2}{4\pi} \\
 &= e_{0t} e_{0r} \sigma \frac{D_t(\theta_t, \phi_t)}{4\pi} \left( \frac{\lambda}{4\pi R_i R_s} \right)^2 P_t \dots\dots\dots (6.6)
 \end{aligned}$$

dengan menunjukkan rugi – rugi konduktivitas, rugi – rugi ketidak-sesuaian dan rugi – rugi polarisasi, secara tertulis, perbandingan daya penerima terhadap daya pemancar akan menjadi PERSAMAAN RADAR.

$$\begin{aligned}
 \frac{P_r}{P_t} &= e_{cdt} e_{cdr} (1 - |\Gamma_t|^2) (1 - |\Gamma_r|^2) \\
 &\quad \times \sigma \frac{D_t(\theta_t, \phi_t) D_r(\theta_r, \phi_r)}{4\pi} \left( \frac{\lambda}{4\pi R_i R_s} \right)^2 |a_w \cdot a_r|^2 \dots\dots\dots (165)
 \end{aligned}$$

dimana;

$a_w$  merupakan vektor satuan polarisasi untuk gelombang terhambur.

$a_r$  merupakan vektor satuan polarisasi untuk antenna penerima.

Dengan memberikan pengaturan kesesuaian antenna untuk respon dan polarisasi, secara umum persamaan radar dapat disingkat menjadi;

$$\frac{P_r}{P_t} = \sigma \frac{G_{0t} G_{0r}}{4\pi} \left( \frac{\lambda}{4\pi R_i R_s} \right)^2 \dots\dots\dots (166)$$

Contoh :

Sebuah radar antenna menggunakan kedua sisi pemancar dan penerima yang mempunyai gain 150 pada frekuensi kerja 5 GHz. Radar memancarkan daya 100 KWatt diatur untuk arah radiasi maksimum dan penerimaan terhadap target sebesar 1 Km serta mempunyai sebuah daerah melintang 3 m<sup>2</sup>. Sinyal penerimaan sesuai dengan polarisasi sinyal transmisi. Tentukan daya yang diterima oleh antenna.

Jawab :

Dengan menggunakan persamaan diatas, berupa :

$$\frac{P_r}{P_t} = \sigma \frac{G_{0t} G_{0r}}{4\pi} \left( \frac{\lambda}{4\pi R_i R_s} \right)^2$$

$$P_t = 10^5 W \quad R_i = R_s = 10^3 m \quad G_{0t} = G_{0r} = 150$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{5 \times 10^9 Hz} = 0.06 m$$

$$P_r = (10^5)(3) \frac{150^2}{4\pi} \left( \frac{0.06}{4\pi \times 10^6} \right)^2 = 12.2 nW$$

$$W_i = \frac{P_t}{4\pi R_i^2} G_t(\theta_t, \phi_t) = \frac{10^5}{4\pi \times 10^6} 150 = 1.19 W/m^2$$

$$P_c = \sigma W_i = (3)(1.19) = 3.58 W$$

$$W_s = \frac{P_c}{4\pi R_s^2} = \frac{3.58}{4\pi \times 10^6} = 285 nW/m^2$$

$$P_r = W_s A_{er} = P_r = W_s \left( \frac{\lambda^2}{4\pi} \right) G_{0r} = 285 \times 10^{-9} \frac{0.06^2}{4\pi} 150 = 12.2 nW$$

## CONTOH – CONTOH SOAL

1. Turunkan persamaan (14) yang telah didefinisikan dari persamaan (13).

**Jawab:**

$$\bar{W} = \bar{E} \times \bar{H} = \text{Re}[\bar{E}e^{j\omega t}] \times \text{Re}[\bar{H}e^{j\omega t}]$$

Dengan menggunakan bentuk identitas,

$$\text{Re}[Ae^{j\omega t}] = \frac{1}{2}[\bar{E}e^{j\omega t} + \bar{E}^*e^{-j\omega t}]$$

Poynting vektor sesaat dapat dituliskan sebagai;

$$\begin{aligned}\bar{W} &= \left\{ \frac{1}{2}[\bar{E}e^{j\omega t} + \bar{E}^*e^{-j\omega t}] \right\} \times \left\{ \frac{1}{2}[\bar{H}e^{j\omega t} + \bar{H}^*e^{-j\omega t}] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2}[\bar{E} \times \bar{H}^* + \bar{E}^* \times \bar{H}] + \frac{1}{2}[\bar{E} \times \bar{H}e^{j2\omega t} + \bar{E}^* \times \bar{H}^*e^{-j2\omega t}] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2}[\bar{E} \times \bar{H}^* + (\bar{E} \times \bar{H}^*)^*] + \frac{1}{2}[\bar{E} \times \bar{H}e^{j2\omega t} + (\bar{E} \times \bar{H}e^{j\omega t})^*] \right\}\end{aligned}$$

Dengan menggunakan bentuk identitas diatas, tetapi saat ini dalam penulisan ulang kita dapat menuliskan bahwa;

$$\bar{W} = \frac{1}{2}[\text{Re}(\bar{E} \times \bar{H}^*)] + \frac{1}{2}[\text{Re}(\bar{E} \times \bar{H}e^{j2\omega t})]$$

2. Sebuah hipotetis antenna isotropis dengan radiasi ruang bebas. Pada jarak 100 m dari antenna, total medan elektrik ( $E_\theta$ ) diukur menjadi 5 V/m, tentukan :

- (a). Densitas Daya ( $W_{rad}$ ).  
(b). Daya Radiasi ( $P_{rad}$ ).

**Jawab :**

(a).

$$\begin{aligned}W_{rad} &= \frac{1}{2}[\bar{E} \times \bar{H}^*] = \frac{E^2}{2\eta} \hat{a}_r \\ &= \frac{5^2 \hat{a}_r}{2(120\pi)} \\ &= 0.03315 \hat{a}_r \text{ Watt}/m^2\end{aligned}$$

(b).

$$\begin{aligned}P_{rad} &= \oint_S W_{rad} ds = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (0.03315) (r^2 \sin \theta d\theta d\phi) \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (0.03315) (100)^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= 2\pi(0.03315)(100)^2 \int_0^\pi \sin \theta d\theta \\ &= 2\pi(0.03315)(100)^2 \cdot 2 \\ &= 4165,75 \text{ Watt}.\end{aligned}$$

3. Intensitas radiasi maksimum dari sebuah efisiensi antenna 90% sebesar 200 mW/satuan sudut soliditas. Tentukan keterarahan dan penguatan ( tanpa dimensi dan dalam satuan dB) pada saat;

- (a). Daya input sebesar 125,66 mW.  
 (b). Daya radiasi sebesar 125,66 mW.

Jawab :

(a).

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi(200 \times 10^{-3})}{0,9(125,66 \times 10^{-3})} = 22,22 = 13,47 \text{ dB}.$$

$$G_0 = \epsilon_t \cdot D_0 = 0,9(22,22) = 20 = 13,01 \text{ dB}.$$

(b).

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi(200 \times 10^{-3})}{(125,66 \times 10^{-3})} = 20 = 13,01 \text{ dB}.$$

$$G_0 = \epsilon_t \cdot D_0 = 0,9(20) = 18 = 12,55 \text{ dB}.$$

4. Daya radiasi sebuah antenna tanpa rugi-rugi sebesar 10 Watt. Karakteristik arah antenna dilambungkan oleh persamaan intensitas radiasi,

$$U = B_0 \cos^3 \theta \quad [\text{W/satuan sudut soliditas}] \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

Tentukanlah,

- (a). Densitas daya maksimum (dalam watt per meter bujursangkar) pada jarak 1000 m (asumsikan sebagai jarak medan jauh). Buatlah spesifikasi terjadinya sudut.  
 (b). Keterarahan antenna (tanpa dimensi dan dalam satuan dB).  
 (c). Penguatan antenna (tanpa dimensi dan dalam satuan dB).

Jawab :

$$U = B_0 \cos^3 \theta$$

(a).

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} U \sin \theta \, d\theta \, d\phi = B_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^3 \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$= 2\pi B_0 \int_0^{\pi/2} \cos^3 \theta \sin \theta \, d\theta$$

$$P_{rad} = 2\pi B_0 \left( \frac{-(\cos^4 \theta)}{4} \right) \bigg|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} B_0 = 10$$

maka

$$B_0 = \frac{10}{\pi} = 6,3662.$$

$$W = \frac{U}{r^2} = \frac{6,3662}{r^2} \cos^3 \theta = \frac{6,3662}{(10^3)^2} \cdot \cos^3 \theta = 6,3662 \times 10^{-6} \cdot \cos^3 \theta$$

$$W \bigg|_{max} = 6,3662 \times 10^{-6} \cdot \cos^3 \theta \bigg|_{max} = 6,3662 \times 10^{-6} \text{ Watt/m}^2$$

(b).  $D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi(6,3662)}{10} = 8 = 9 \text{ dB}.$

(c).  $G_0 = \epsilon_t \cdot D_0 = 8 = 9 \text{ dB}.$

5. Pada pencarian target oleh radar pemetaan bumi akan terjadi daya penerimaan gelombang echo dari sebuah target yang dicari. Target yang berada pada bagian yang tegak lurus gelombang echo akan menjadi jarak radar terhadap target. Beberapa

intensitas radiasi antenna diberikan persamaan,

$$U(\theta, \phi) = \begin{cases} 1 & 0^\circ \leq \theta < 20^\circ \\ 0,342 \csc \theta & 20^\circ \leq \theta < 60^\circ \\ 0 & 60^\circ \leq \theta < 180^\circ \end{cases} \quad 0^\circ \leq \phi < 360^\circ$$

Tentukanlah keterarahan (dalam dB) gunakan persamaan eksak.

Jawab :

$$U(\theta, \phi) = \begin{cases} 1 & 0^\circ \leq \theta \leq 20^\circ \\ 0,342 \csc(\theta) & 20^\circ \leq \theta \leq 60^\circ \\ 0 & 60^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \end{cases} \quad 0^\circ \leq \phi \leq 360^\circ$$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi \left[ \int_0^{20^\circ} \sin \theta \, d\theta + \int_{20^\circ}^{60^\circ} 0,342 \csc(\theta) \times \sin \theta \, d\theta \right]$$

$$= 2\pi \left\{ -\cos \theta \Big|_0^{\pi/9} + 0,342 \cdot \theta \Big|_{\pi/9}^{\pi/3} \right\} = 2\pi \left\{ \left[ -\cos \left( \frac{\pi}{9} \right) + 1 \right] + 0,342 \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{9} \right) \right\}$$

$$= 2\pi \left\{ [-0,93969 + 1] + 0,342\pi \left( \frac{2}{9} \right) \right\}$$

$$= 2\pi \{ [0,06031] + 0,23876 \} = 1,87912$$

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi(1)}{1,87912} = 6,68737 = 8,25255 \, dB.$$

6. Sebuah berkas antenna mempunyai lebar berkas setengah-daya adalah  $30^\circ$  dan  $35^\circ$  pada bidang tegak lurus yang saling berhubungan terhadap berkas utama maksimum. Tentukan pendekatan maksimum celah efektif antenna (dalam  $\lambda^2$ ) dengan menggunakan (a). Persamaan Kraus dan (b). Persamaan Tai dan Pereira. Kuping minor mempunyai nilai sangat kecil dan dapat diabaikan.

Jawab :

(a).

$$D_0 \cong \frac{41,253}{\Theta_{1d} \Theta_{2d}} = \frac{41,253}{30(35)} = 39,29 = 15,94 \, dB$$

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0$$

(b).

$$D_0 \cong \frac{72,815}{\Theta_{1d}^2 \Theta_{2d}^2} = \frac{72,815}{(30)^2 + (35)^2} = 34,27 = 15,35 \, dB$$

$$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0$$

7. Intensitas radiasi ternormalisasi yang diberikan sebuah antenna membentuk persamaan,

- (a).  $U = \sin \theta \sin \phi$ . (b).  $U = \sin \theta \sin^2 \phi$ .  
(c).  $U = \sin \theta \sin^3 \phi$ . (d).  $U = \sin^2 \theta \sin \phi$ .  
(e).  $U = \sin^2 \theta \sin^2 \phi$ . (f).  $U = \sin^2 \theta \sin^3 \phi$ .

Rentang keberadaan intensitas antenna sebesar  $0 \leq \theta \leq \pi$  dan  $0 \leq \phi \leq \pi$ , dan keberadaan lainnya bernilai 0. Tentukan;

- (a). Keterarahan Eksak (tanpa dimensi dan dalam satuan dB).  
(b). Lebar berkas setengah-daya bidang azimuth dan elevasi (dalam derajat).

Jawab :

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}}$$

(a)

$$U = \sin \theta \sin \phi \quad \text{untuk} \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi$$

$$U \Big|_{\max} = 1 \quad \text{dan persamaan tersebut akan terjadi ketika } \theta = \phi = \pi/2.$$

$$P_{\text{rad}} = \int_0^\pi \int_0^\pi U \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \int_0^\pi \sin \phi \, d\phi \int_0^\pi \sin^2 \theta \, d\theta = 2 \left( \frac{\pi}{2} \right) = \pi$$

maka,

$$D_0 = \frac{4\pi (1)}{\pi} = 4 = 6,02 \, \text{dB}.$$

Lebar berkas setengah daya (Half Power Beamwidth) HPBW sama dengan,

$$\text{HPBW (azimuth)} = 2 [90^\circ - \sin^{-1}(1/2)] = 2 (90^\circ - 30^\circ) = 120^\circ.$$

$$\text{HPBW (elevasi)} = 2 [90^\circ - \sin^{-1}(1/2)] = 2 (90^\circ - 30^\circ) = 120^\circ.$$

Dalam bentuk yang sama, cara diatas dapat ditunjukkan untuk:

$$(b). \, U = \sin \theta \sin^2 \phi \Rightarrow D_0 = 5,09 = 7,07 \, \text{dB}.$$

$$\text{HPBW (elevasi)} = 120^\circ.$$

$$\text{HPBW (azimuth)} = 90^\circ.$$

$$(c). \, U = \sin \theta \sin^3 \phi \Rightarrow D_0 = 6 = 7,78 \, \text{dB}.$$

$$\text{HPBW (elevasi)} = 120^\circ.$$

$$\text{HPBW (azimuth)} = 74,93^\circ.$$

$$(d). \, U = \sin^2 \theta \sin \phi \Rightarrow D_0 = 12\pi/8 = 4,71 = 6,73 \, \text{dB}.$$

$$\text{HPBW (elevasi)} = 90^\circ.$$

$$\text{HPBW (azimuth)} = 120^\circ.$$

$$(e). \, U = \sin^2 \theta \sin^2 \phi \Rightarrow D_0 = 6 = 7,78 \, \text{dB}.$$

$$\text{HPBW (elevasi)} = 90^\circ.$$

$$\text{HPBW (azimuth)} = 120^\circ.$$

$$(f). \, U = \sin^2 \theta \sin^3 \phi \Rightarrow D_0 = 9\pi/4 = 7,07 = 8,49 \, \text{dB}.$$

$$\text{HPBW (elevasi)} = 90^\circ.$$

$$\text{HPBW (azimuth)} = 74,93^\circ.$$

8. Tentukan keterarahan antenna (tanpa satuan dan dalam satuan dB) untuk antenna soal 7 diatas dengan menggunakan,
- Pendekatan persamaan Kraus.
  - Pendekatan persamaan Tai dan Pereira.

Jawab :

Dengan menggunakan lebar berkas setengah daya yang didapat pada soal sebelumnya (soal No 7), keterarahan untuk setiap intensitas dengan menggunakan persamaan Kraus dan Tai dan Pereira diberikan persamaan yaitu;

$$U = \sin \theta \sin \phi$$

(a).

$$D_0 \cong \frac{41,253}{\Theta_{1d} \Theta_{2d}} = \frac{41,253}{120(120)} = 2,86 = 4,57 \, \text{dB}$$

(b).

$$D_0 \cong \frac{72,815}{\Theta_{1d}^2 \Theta_{2d}^2} = \frac{72,815}{(120)^2 (120)^2} = 2,53 = 4,03 \, \text{dB}$$

$$U = \sin \theta \sin^2 \phi$$

$$(a). \, D_0 \cong 3,82 = 5,82 \, \text{dB}$$

$$(b). \, D_0 \cong 3,24 = 5,10 \, \text{dB}$$

$$U = \sin \theta \sin^3 \phi$$

(a).  $D_0 \cong 4,59 = 6,62 \text{ dB}$

(b).  $D_0 \cong 3,64 = 5,61 \text{ dB}$

$$U = \sin^2 \theta \sin \phi$$

(a).  $D_0 \cong 3,82 = 5,82 \text{ dB}$

(b).  $D_0 \cong 3,24 = 5,10 \text{ dB}$

$$U = \sin^2 \theta \sin^2 \phi$$

(a).  $D_0 \cong 5,09 = 7,07 \text{ dB}$

(b).  $D_0 \cong 4,49 = 6,53 \text{ dB}$

$$U = \sin^2 \theta \sin^3 \phi$$

(a).  $D_0 \cong 6,12 = 7,87 \text{ dB}$

(b).  $D_0 \cong 5,31 = 7,25 \text{ dB}$

9. Untuk soal 5 diatas, tentukan pendekatan keterarahan (dalam dB) menggunakan,

(a). Persamaan Kraus.

(b). Persamaan Tai dan Pereira.

Jawab :

(a).

$$D_0 \cong \frac{4\pi}{\Theta_{1r} \Theta_{2r}} = \frac{4\pi}{(1,5064)^2} = 5,5377 = 7,433 \text{ dB}$$

(b).

$$D_0 \cong \frac{32 \ln(2)}{\Theta_{1r}^2 \Theta_{2r}^2} = \frac{32 \cdot \ln(2)}{(1,5064)^2 + (1,5064)^2} = 4,88725 \\ = 6,8906 \text{ dB}$$

10. Intensitas radiasi ternormalisasi sebuah antenna berputar secara rotasi simetris dalam  $\phi$ , dan intensitas tersebut dilambangkan sebagai,

$$U = \begin{cases} 1 & 0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ \\ 0,5 & 30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ \\ 0,1 & 60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \\ 0 & 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \end{cases}$$

(a). Berapakah keterarahan antenna (antena isotropis) dalam satuan dB.

(b). Berapakah keterarahan antenna (dipole infinitesimal) dalam satuan dB.

Jawab :

(a).

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{U_{max}}{U_0} \\ P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} U \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi \int_0^\pi U \sin \theta \, d\theta \\ = 2\pi \left\{ \int_0^{30^\circ} \sin \theta \, d\theta + \int_{30^\circ}^{60^\circ} (0,5) \sin \theta \, d\theta + \int_{60^\circ}^{90^\circ} (0,1) \sin \theta \, d\theta \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= 2\pi \left\{ (-\cos \theta) \Big|_{0^0}^{30^0} + \left( -\frac{\cos \theta}{2} \right) \Big|_{30^0}^{60^0} + (-0,1 \cos \theta) \Big|_{60^0}^{90^0} \right\} \\
&= 2\pi \left\{ (-0,866 + 1) + \left( \frac{-0,5 + 0,866}{2} \right) + \left( \frac{-0 + 0,5}{10} \right) \right\} \\
&= 2\pi \{-0,866 + 1 - 0,25 + 0,433 + 0,05\} = 2\pi(0,367) \\
&= 0,734 \pi = 2,3059
\end{aligned}$$

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{(1)4\pi}{2,3059} = 5,4496 = 7,3636 \text{ dB}$$

$$\begin{aligned}
\text{(b)} \quad D_0(\text{dipole}) &= 1,5 = 1,761 \text{ dB} \\
D_0(\text{dipole atas}) &= (7,3636 - 1,761) \text{ dB} = 5,6026 \text{ dB} \\
D_0(\text{dipole atas}) &= \frac{5,45}{1,5} = 3,633 = 5,603 \text{ dB}.
\end{aligned}$$

11. Intensitas radiasi sebuah antenna diberikan dengan persamaan,

$$U(\theta, \phi) = \cos^4 \theta \sin^2 \theta$$

untuk  $0 \leq \theta \leq \pi/2$  dan  $0 \leq \phi \leq 2\pi$  (sebagai contoh setengah ruang diatas).

Batasan in merupakan setengah ruang dibawah persamaan tersebut. Tentukanlah;

(a). Keterarahan Eksak (tanpa dimensi dan dalam satuan dB)

(b). Lebar berkas setengah daya bidang elevasi (dalam derajat).

Jawab:

(a).

$$\begin{aligned}
P_{rad} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \int_0^{2\pi} \sin^2 \phi \, d\phi \int_0^{\pi/2} \cos^4 \theta \sin \theta \, d\theta \\
&= (\pi) \left( \frac{1}{5} \right) = \frac{\pi}{5}
\end{aligned}$$

$$U_{max} = U(\theta = 0^0, \phi = \pi/2) = 1$$

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi}{(\pi/5)} = 20 = 13.0 \text{ dB}$$

(b). Bidang elevasi :  $\theta$  nilai berubah – ubah,  $\phi$  nilai tetap. Pemilihan  $\phi = \frac{\pi}{2}$ .

$$U(\theta, \phi = \pi/2) = \cos^4 \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi/2$$

$$\cos^4 \left[ \frac{HPBW(ell)}{2} \right] = \frac{1}{2}$$

$$HPBW(ell) = 2 \cdot \cos^{-1} \{ \sqrt{0.5} \} = 65.5^0$$

12. Intensitas radiasi ternormalisasi sebuah antenna simetris, dan antenna tersebut dapat didekati dengan persamaan,

$$U(\theta) = \begin{cases} 1 & 0^\circ \leq \theta < 30^\circ \\ \frac{\cos(\theta)}{0,88} & 30^\circ \leq \theta < 90^\circ \\ 0 & 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \end{cases}$$

Persamaan diatas mempunyai nilai  $\phi$  tersendiri. Tentukanlah,

- Keterarahan eksak dengan meng integralkan fungsi persamaan diatas.
- Pendekatan keterarahan menggunakan persamaan Kraus.

Jawab :

(a).

$$\begin{aligned} P_{rad} &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \\ &= 2\pi \left\{ \int_0^{30^\circ} \sin \theta d\theta + \int_{30^\circ}^{90^\circ} \frac{\cos \theta \sin \theta}{0.866} d\theta \right\} \\ &= 2\pi \left\{ \int_0^{\pi/6} \sin \theta d\theta + \int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos \theta \sin \theta}{0.866} d\theta \right\} \\ &= 2\pi \left\{ -\cos \theta \Big|_0^{\pi/6} + \frac{1}{0.866} \left( -\frac{\cos^2 \theta}{2} \right) \Big|_{\pi/6}^{\pi/2} \right\} \\ &= 2\pi [-0.866 + 1 + 0.433] = 3.5626 \\ D_0 &= \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi(1)}{3.5626} = 3.5273 = 5.4745 \text{ dB} \end{aligned}$$

(b).

$$\begin{aligned} U &= \frac{\cos(\theta)}{0.866} = 0.5 \rightarrow \cos \theta = 0.5(0.866) = 0.433 \\ \theta &= \cos^{-1}(0.433) = 64.34^\circ \end{aligned}$$

$$\Theta_{1r} = 2(64.34) = 128.68^\circ = 2.246 \text{ rad} = \Theta_{2r}$$

$$D_0 \cong \frac{4\pi}{\Theta_{1r}\Theta_{2r}} = \frac{4\pi}{(2.246)^2} = 2.4912 = 3.9641 \text{ dB}$$

- Gain maksimum sebuah antena Horn adalah +20 dB, apabila penguatan Kuping sisi (sidelobe) pertama sebesar -15 dB. Berapakah perbedaan penguatan antara penguatan maksimum dan Kuping sisi (sidelobe) pertama :
  - Dalam dB.
  - Sebagai sebuah perbandingan intensitas medan.

Jawab :

(a). 35 dB.

(b).

$$20 \log_{10} \left| \frac{E_{max}}{E_s} \right| = 35$$

$$\log_{10} \left| \frac{E_{max}}{E_s} \right| = \frac{35}{20} = 1.75$$

$$\left| \frac{E_{max}}{E_s} \right| = 10^{1.75} = 56.234$$

14. Intensitas radiasi ternormalisasi sebuah antena didekati dengan persamaan,

$$U = \sin \theta$$

dimana  $0 \leq \theta < \pi$ , dan  $0 \leq \phi < 2\pi$ . Tentukan keterarahan menggunakan

(a). Persamaan eksak.

(b). Persamaan McDonald

$$D_0 = \frac{101}{HPBW(Derajat) - 0,0027[HPBW(Derajat)]^2}$$

Persamaan Pozar,

$$D_0 = -172,4 + 191 \sqrt{0,818 + \frac{1}{HPBW(Derajat)}}$$

Pada buku Pozar.

(c). Program komputer untuk keterarahan.

Jawab :

(a).

$$U = \sin \theta, \quad U_{max} = 1$$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^2 \theta \, d\theta \, d\phi = \pi^2$$

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi}{\pi^2} = \frac{4}{\pi} = 1.2732$$

(b)  $HPBW = 120^\circ, 2\pi/3$

Keterarahan berdasarkan persamaan Mc Donald sama dengan ,

$$D_0 = \frac{101}{120^\circ - 0.0027(120^\circ)^2} = 1.2451$$

Begitupula apabila berdasarkan persamaan Pozar sama dengan,

$$D_0 = -172.4 + 191 \sqrt{0.818 + \frac{1}{120^\circ}} = 1.2245$$

(c) Program komputer didapat  $D_0 = 1.2732$

15. Ulangi kembali pada contoh no 14 untuk dipole  $\lambda/2$  dimana intensitas ternormalisasi didekati dengan persamaan,

$$U = \sin^3 \theta$$

Bandingkan nilai dengan persamaan

$$D_0 = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} = 4\pi \frac{U|_{\theta=\pi/2}}{P_{rad}} = \frac{4}{C_{in}(2\pi)} = \frac{4}{2,435} \cong 1,643$$

atau 1,643 (2,156 dB).

Jawab :

(a)  $U = \sin^3 \theta, U_{max} = 1$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^4 \theta d\theta d\phi = \frac{3}{4}\pi^2$$

$$D_0 = \frac{4\pi}{\frac{3}{2}\pi^2} = \frac{16}{3\pi} = 1.6976$$

(b)  $HPBW = 74.93^\circ$ .

Keterarahan dari persamaan Mc.Donald, didapat:

$$D_0 = \frac{101}{(74.93^\circ) - 0.0027(74.93^\circ)^2} = 1.68971$$

Keterarahan dari persamaan Pozar, didapat :

$$D_0 = -172.4 + 191 \sqrt{0.818 + \frac{1}{74.93^\circ}} = 1.75029$$

(c) Program komputer didapat

$$D_0 = 1.69766$$

Nilai  $D_0 = 1.69766$  sama dengan hasil persamaan  $D_0 = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} = 4\pi \frac{U|_{\theta=\pi/2}}{P_{rad}}$  atau 1.643.

16. Intensitas radiasi sebuah jari – jari loop lingkaran dan  $a$  konstanta arus diberikan dengan persamaan,

$$U = J_1^2(ka \sin \theta), 0 \leq \theta \leq \pi \text{ dan } 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

dimana  $J_1$  adalah fungsi Bessel orde 1. Untuk loop dengan jari – jari  $a = \lambda/10$  dan  $\lambda/20$ , tentukan keterarahan dengan menggunakan :

(a) Persamaan McDonald dan Pozar.

(b) Buatlah program keterarahan dari persamaan diatas.

Jawab :

(a).

$$U = J_1^2(ka \sin \theta)$$

$$a = \frac{\lambda}{10}, \quad ka \sin \theta = \frac{\pi}{5} \sin \theta, \quad HPBW = 93.10^\circ$$

dari persamaan Mc Donald,

$$D_0 = \frac{101}{[(93.10) - 0.0027(93.10)^2]} = 1.449120$$

dari persamaan Pozar,

$$D_0 = -172.4 + 191 \sqrt{0.818 + \frac{1}{93.10^\circ}} = 1.477271$$

Untuk,

$$a = \frac{\lambda}{20}, \quad ka \sin \theta = \frac{\pi}{10} \sin \theta, \quad HPBW = 91.10^\circ$$

dari persamaan Mc Donald,

$$D_0 = 1.47033$$

dari persamaan Pozar,

$$D_0 = 1.502$$

(b).

$$a = \frac{\lambda}{10}$$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} J_1^2(ka \sin \theta) \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 0.7638045$$

$$U_{max} = 0.0893$$

$$D_0 = \frac{4\pi(0.0893)}{0.7638045} = 1.469193$$

$$a = \frac{\lambda}{20}$$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} J_1^2\left(\frac{\pi}{10} \sin \theta\right) \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 0.202664$$

$$U_{max} = 0.0240714$$

$$D_0 = \frac{4\pi(0.0240714)}{0.202664} = 1.49257$$

Jika jari-jari lingkaran lebih kecil daripada  $\lambda/20$ , maka keterarahan mendekati 1.5.

17. Tentukan keterarahan (tanpa dimensi dan dalam dB) untuk antenna soal nomor 7 menggunakan teknik numerik dengan  $10^0$  pembagian serba sama dan dengan evaluasi medan pada,

(a). Titik tengah.

(b). Jalur tepi setiap pembagian.

Jawab :

Dengan menggunakan teknik numerik, keterarahan untuk setiap intensitas (soal no 7), dengan  $10^0$  pembagian yang uniform akan sama dengan  $U = \sin \theta \sin \phi$ .

(a) Titik tengah,

$$D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}}$$

$$U_{max} = 1, \quad P_{rad} = \frac{\pi}{18} \left(\frac{\pi}{18}\right) \sum_{j=1}^{18} \sin \phi_j \sum_{i=1}^{18} \sin^2 \theta_i$$

$$\theta_i = \frac{\pi}{36} + (i-1) \frac{\pi}{18}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, 18$$

$$\phi_j = \frac{\pi}{36} + (j-1) \frac{\pi}{18}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, 18$$

$$P_{rad} = \left(\frac{\pi}{18}\right)^2 (11.38656)(8.9924) = 3.119$$

$$D_0 = \frac{4\pi(1)}{3.119} = 4.03 = 6.05 \text{ dB.}$$

(b) Jalur tepi setiap pembagian,

$$\theta_i = i(\pi/18), \quad i = 1, 2, 3, \dots, 18$$

$$\theta_j = j(\pi/18), \quad j = 1, 2, 3, \dots, 18$$

$$P_{rad} = \left(\frac{\pi}{18}\right)^2 (11.25640)(8.96985) = 3.076$$

$$D_0 = \frac{4\pi(1)}{3.076} = 4.09 = 6.11 \text{ dB}$$

Pada bentuk yang sama pula,

$$\begin{aligned} U = \sin \theta \sin^2 \phi; & \quad (a) P_{rad} = 2.463 \rightarrow D_0 = 5.10 = 7.07 \text{ dB}. \\ & \quad (b) P_{rad} = 2.451 \rightarrow D_0 = 5.13 = 7.10 \text{ dB}. \\ U = \sin \theta \sin^3 \phi; & \quad (a) P_{rad} = 2.092 \rightarrow D_0 = 6.01 = 7.79 \text{ dB}. \\ & \quad (b) P_{rad} = 2.086 \rightarrow D_0 = 6.02 = 7.80 \text{ dB}. \\ U = \sin^2 \theta \sin \phi; & \quad (a) P_{rad} = 2.469 \rightarrow D_0 = 4.74 = 6.76 \text{ dB}. \\ & \quad (b) P_{rad} = 2.618 \rightarrow D_0 = 4.80 = 6.81 \text{ dB}. \\ U = \sin^2 \theta \sin^2 \phi; & \quad (a) P_{rad} = 2.092 \rightarrow D_0 = 6.01 = 7.79 \text{ dB}. \\ & \quad (b) P_{rad} = 2.086 \rightarrow D_0 = 6.02 = 7.80 \text{ dB}. \\ U = \sin^2 \theta \sin^3 \phi; & \quad (a) P_{rad} = 1.777 \rightarrow D_0 = 7.07 = 8.49 \text{ dB}. \\ & \quad (b) P_{rad} = 1.775 \rightarrow D_0 = 7.08 = 8.50 \text{ dB}. \end{aligned}$$

18. Hitunglah nilai keterarahan pada soal no 17 diatas menggunakan program komputer.

Jawab:

Dengan menggunakan program komputer untuk keterarahan pada bagian akhir bab 2 buku Pozar, keterarahan setiap intensitas radiasi soal no 7 sama dengan,

(a).

$$\begin{aligned} U &= \sin \theta \sin \phi; P_{rad} = 3.1318. \\ U_{max} &= 1; \quad D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{3.1318} = 4.0125 \rightarrow 6.034 \text{ dB} \end{aligned}$$

(b).

$$\begin{aligned} U &= \sin \theta \sin^2 \phi; P_{rad} = 2.4590 \\ U_{max} &= 1; \quad D_0 = \frac{4\pi \cdot 1}{2.4590} = 5.110358 \rightarrow 7.0845 \text{ dB} \end{aligned}$$

(c).

$$\begin{aligned} U &= \sin \theta \sin^3 \phi; P_{rad} = 2.0870 \\ U_{max} &= 1; \quad D_0 = \frac{4\pi \cdot 1}{2.0870} = 6.02124 \rightarrow 7.80 \text{ dB} \end{aligned}$$

(d).

$$\begin{aligned} U &= \sin^2 \theta \sin \phi; P_{rad} = 2.6579. \\ U_{max} &= 1; \quad D_0 = \frac{4\pi \cdot 1}{2.6579} = 4.72793 \rightarrow 6.746 \text{ dB} \end{aligned}$$

(e).

$$\begin{aligned} U &= \sin^2 \theta \sin^2 \phi; P_{rad} = 2.0870. \\ U_{max} &= 1; \quad D_0 = \frac{4\pi \cdot 1}{2.0870} = 6.02126 \rightarrow 7.7968 \text{ dB} \end{aligned}$$

(f).

$$\begin{aligned} U &= \sin^2 \theta \sin^3 \phi; P_{rad} = 1.7714. \\ U_{max} &= 1; \quad D_0 = \frac{4\pi \cdot 1}{1.7714} = 7.09403 \rightarrow 8.5089 \text{ dB} \end{aligned}$$

19. Intensitas medan listrik zona-jauh (faktor array) dari sebuah bagian akhir antena array 2 elemen, diletakkan sepanjang sumbu-z dan terjadi radiasi kedalam ruang bebas, diberikan dengan persamaan,

$$E = \cos \left[ \frac{\pi}{4} (\cos \theta - 1) \right] \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

Tentukan keterarahan menggunakan,

(a). Pendekatan persamaan Kraus.

(b). Program komputer Keterarahan.

Jawab :

(a).

$$\begin{aligned}
 E|_{max} &= \cos \left[ \frac{\pi}{4} (\cos \theta - 1) \right]_{max} = 1, \quad \text{pada } \theta = 0^\circ. \\
 0.707 E_{max} &= 0.707(1) = \cos \left[ \frac{\pi}{4} (\cos \theta_1 - 1) \right] \\
 \frac{\pi}{4} (\cos \theta_1 - 1) &= \pm \frac{\pi}{4} \rightarrow \theta_1 \\
 &= \begin{cases} \cos^{-1}(2) = \text{tidak mempunyai keberadaan nilai.} \\ \cos^{-1}(0) = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases} \\
 \Theta_{1r} = \Theta_{2r} &= 2 \left( \frac{\pi}{2} \right) = \pi
 \end{aligned}$$

$$D_0 = \frac{4\pi}{\Theta_{1r} \Theta_{2r}} = \frac{4\pi}{\pi^2} = \frac{4}{\pi} = 1.273 = 1.049 \text{ dB}$$

- (b) Dengan menggunakan program komputer pada bagian akhir buku Pozar bab 2,  $D_0 = 2.00789 = 3.027 \text{ dB}$ . Pada awalnya pola radiasi tidak terlalu sempit, jawaban yang diterangkan menggunakan pendekatan persamaan Krauss tidak akurat.

20. Ulangi untuk soal no 19, ketika;

$$E = \cos \left[ \frac{\pi}{4} (\cos \theta + 1) \right] \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

Jawab :

(a).

$$\begin{aligned}
 E|_{max} &= \cos \left( \frac{\pi}{4} (\cos \theta + 1) \right) \Big|_{max} = 1, \quad \text{pada } \theta = \pi. \\
 0.707 &= \cos \left( \frac{\pi}{4} (\cos \theta_1 + 1) \right) \\
 \frac{\pi}{4} (\cos \theta_1 + 1) &= \pm \frac{\pi}{4} \rightarrow \theta_1 \\
 &= \begin{cases} \cos^{-1}(-2) \rightarrow \text{tidak mempunyai keberadaan nilai.} \\ \cos^{-1}(0) \rightarrow 90^\circ \rightarrow \frac{\pi}{2} \text{ rad.} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\Theta_{1r} = \Theta_{2r} = 2 \left( \frac{\pi}{2} \right) = \pi$$

$$D_0 = \frac{4\pi}{\pi^2} = \frac{4}{\pi} = 1.273 = 1.049 \text{ dB}$$

- (b). Program komputer,

$$D_0 = 2.00789 = 3.0276 \text{ dB}$$

## SOAL LATIHAN

21. Intensitas radiasi dilambangkan dengan,

$$U = \begin{cases} U_0 \sin(\pi \sin \theta), & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \text{ dan } 0 \leq \phi \leq \pi/2 \\ 0 & \text{dan lainnya} \end{cases}$$

Tentukanlah keterarahan,

- (a). Secara eksak.  
(b). Menggunakan program komputer.
22. Intensitas radiasi sebuah antena celah, ditempelkan pada sebuah ruang bidang tak berhingga  $z$  yang tegak lurus terhadap celah, serta berputar secara simetris (bukan merupakan fungsi  $\phi$ ), dan intensitas radiasi tersebut diberikan persamaan,

$$U = \left[ \frac{\sin(\pi \sin \theta)}{\pi \sin \theta} \right]^2$$

Tentukanlah pendekatan keterarahan (tanpa dimensi dan dalam satuan dB) menggunakan,

- (a). Integrasi numerik. Gunakan program komputer.  
(b). Persamaan Kraus.  
(c). Persamaan Tai dan Pereira.
23. Pola medan zona-jauh ternormalisasi sebuah antena diberikan dengan persamaan,

$$E = \begin{cases} (\sin \theta \cos^2 \phi)^{1/2} & 0 \leq \theta \leq \pi \text{ dan } 0 \leq \phi \leq \pi/2 \\ & 3\pi/2 \leq \phi \leq 2\pi \\ 0 & \text{dan lainnya} \end{cases}$$

Tentukanlah keterarahan menggunakan;

- (a). Ungkapan eksak.  
(b). Persamaan pendekatan Kraus.  
(c). Persamaan pendekatan Tai dan Pereira.  
(d). Program komputer Keterarahan dari persamaan diatas.
24. Pola medan ternormalisasi berkas utama sebuah antena horn, ditempelkan pada sebuah bidang ground tak berhingga  $z$ , dimana  $z$  tersebut tegak lurus terhadap celah, yang diberikan persamaan;

$$\frac{J_1(ka \sin \theta)}{\sin \theta}$$

dimana  $a$  merupakan jari – jari pola medan pada celah. Asumsi bahwa  $a = \lambda$ ,  
Tentukanlah ;

- (a). Lebar berkas setengah daya.  
(b). Keterarahan menggunakan persamaan pendekatan Kraus.
25. Sebuah bidang gelombang serba sama dari bentuk yang sama pada persamaan,

$$\mathcal{E}(z; t) = \hat{a}_x \mathcal{E}_x(z; t) + \hat{a}_y \mathcal{E}_y(z; t)$$

Merupakan penjalaran gelombang pada sumbu- $z$  positif. Tentukan polarisasi (linier, circular atau eliptikal), indera putaran (CW [clock wised] atau CCW [counter clock wised]), axial ratio (AR), dan sudut kemiringan  $\tau$  (dalam derajat) ketika

- (a).  $E_x = E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = 0$ .  
(b).  $E_x \neq E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = 0$ .  
(c).  $E_x = E_y$ ,  $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi/2$ .

- (d).  $E_x = E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi/2$ .  
 (e).  $E_x = E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi/4$ .  
 (f).  $E_x = E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi/4$ .  
 (g).  $E_x = 0.5E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi/2$ .  
 (h).  $E_x = 0.5E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi/2$ .

26. Turunkan persamaan,

$$OA = \left[ \frac{1}{2} \left\{ E_{xo}^2 + E_{yo}^2 [E_{xo}^4 + E_{yo}^4 + 2E_{xo}^2 E_{yo}^2 \cos(2\Delta\phi)]^{1/2} \right\} \right]^{1/2}$$

$$OB = \left[ \frac{1}{2} \left\{ E_{xo}^2 - E_{yo}^2 [E_{xo}^4 + E_{yo}^4 + 2E_{xo}^2 E_{yo}^2 \cos(2\Delta\phi)]^{1/2} \right\} \right]^{1/2}$$

dan,

$$\tau = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{2E_{xo}E_{yo}}{E_{xo}^2 - E_{yo}^2} \cos(\Delta\phi) \right]$$

27. Tuliskan sebuah ungkapan umum untuk faktor polarisasi rugi – rugi (PLF) dua buah antenna polarisasi linier jika,  
 (a). Kedua polariasi antenna saling bertentangan pada bidang yang sama.  
 (b). Kedua polariasi antenna tidak saling bertentangan pada bidang yang sama.
28. Polarisasi gelombang linier bergerak pada arah – z positif merupakan gelombang datang dari sebuah antenna dipolarisasi secara khusus. Tentukan faktor rugi – rugi polarisasi PLF (tanpa dimensi dan dalam satuan dB) ketika antenna (berdasarkan operasi moda transmisi gelombang),  
 (a). Moda tangan-kanan (CW- Clockwise).  
 (b). Moda tangan-kiri (CCW- Counter Clockwise).
29. Polarisasi gelombang lingkaran (circular), berjalan dalam arah-z positif merupakan gelombang datang dari sebuah antenna dipolarisasi secara khusus. Tentukan faktor rugi – rugi polarisasi PLF (tanpa dimensi dan dalam satuan dB) untuk polarisasi tangan-kanan (CW) dan polarisasi tangan-kiri (CCW) dan antenna.
30. Medan listrik diradiasi dengan sebuah celah persegi-empat, ditempelkan pada sebuah bidang tanah tak berhingga z tegak lurus terhadap celah, diberikan persamaan;  

$$E = [\hat{a}_\theta \cos \phi - \hat{a}_\phi \sin \phi \cos \theta] f(r, \theta, \phi)$$
 dimana  $f(r, \theta, \phi)$  adalah sebuah fungsi skalar yang menggambarkan variasi medan antenna. Diasumsikan bahwa antenna penerima dipolarisasi secara linier sepanjang sumbu-x, tentukan faktor rugi – rugi polarisasi (PLF).
31. Sebuah gelombang terpolarisasi circular, menjalar ke arah +z, diterima dengan antenna terpolarisasi secara ellip dimana karakteristik penerimaan antenna dekat Kuping utama diberikan pendekatan persamaan yaitu,  

$$E_a \cong [2\hat{a}_x + j\hat{a}_y] f(r, \theta, \phi)$$
 Tentukanlah faktor rugi – rugi polarisasi PLF (tanpa dimensi dalam satuan dB) pada saat gelombang datang,  
 (a). Arah tangan kanan (CW).  
 (b). Arah tangan kiri (CCW).
32. Sebuah gelombang terpolarisasi secara linier berjalan ke arah z negatif mempunyai sudut kemiringan ( $\tau$ ) 45 derajat. Gelombang tersebut datang menuju sebuah antenna

dimana karakteristik yang diberikan berupa persamaan,

$$\hat{\rho}_a = \frac{4\hat{a}_x + j\hat{a}_y}{\sqrt{17}}$$

Tentukan faktor rugi – rugi polarisasi PLF (tanpa dimensi dan dalam satuan dB).

33. Sebuah gelombang terpolarisasi secara ellip berjalan pada arah z negatif diterima dengan sebuah antenna terpolarisasi secara circular dimana Kuping utama berada pada arah  $\theta = 0$ . Vektor satuan menggambarkan polarisasi gelombang datang diberikan persamaan berupa,

$$\hat{\rho}_w = \frac{2\hat{a}_x + j\hat{a}_y}{\sqrt{5}}$$

Tentukan faktor rugi – rugi polarisasi PLF (tanpa dimensi dan dalam satuan dB) pada saat gelombang akan ditransmisikan oleh antenna sebagai,

- (a). Tangan kanan polarisasi lingkaran CP (circular polarisation).
  - (b). Tangan kiri polarisasi lingkaran CP (circular polarisation).
34. Sebuah bidang gelombang serbasama terpolarisasi lingkaran searah jarum jam (CW clock wised) berjalan pada arah z positif. Tentukan faktor rugi – rugi polarisasi PLF (tanpa dimensi dan dalam satuan dB) dengan asumsi antenna penerima (dalam moda pemancaran) berbentuk,
- (a). Polarisasi lingkaran searah jarum jam (CW- clock wised).
  - (b). Polarisasi lingkaran berlawanan arah jarum jam (CCW-counter clock wised).
35. Sebuah bidang gelombang uniform terpolarisasi secara linier berjalan pada arah +z, dengan sebuah densitas daya 10 mWatt per meter persegi, gelombang tersebut merupakan gelombang datang pada antenna terpolarisasi circular searah jarum jam dimana penguatannya adalah 10 dB pada 10 GHz. Tentukanlah,
- (a). Luas efektif maksimum antenna (dalam satuan meter persegi).
  - (b). Daya (dalam watt) yang dilayani ke sebuah beban yang dihubungkan langsung ke terminal antenna.
36. Sebuah bidang gelombang terpolarisasi linier berjalan sepanjang sumbu z negatif sebagai gelombang datang pada antenna terpolarisasi secara ellip (polarisasi searah jarum jam atau berlawanan arah jarum jam). Perbandingan sumbu polarisasi ellip antenna adalah 2 : 1 dan sumbu utama saling bertumpuk dengan sumbu prinsip x. Tentukan faktor rugi – rugi polarisasi (PLF) dengan asumsi gelombang datang terpolarisasi secara linier pada,
- (a). Arah – x.
  - (b). Arah – y.
37. Sebuah gelombang berjalan secara normal kearah luar bidang lembaran (menuju pembaca) merupakan resultan dua buah gelombang terpolarisasi secara ellip, salah satu komponen E diberikan persamaan:

$$\epsilon'_y = 3 \cos \omega t$$

$$\epsilon'_x = 7 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

dan komponen lain diberikan persamaan berupa,

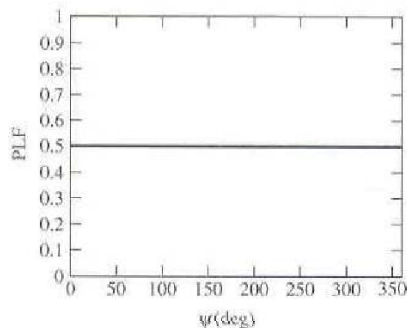
$$\epsilon''_y = 2 \cos \omega t$$

$$\epsilon'_x = 3 \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

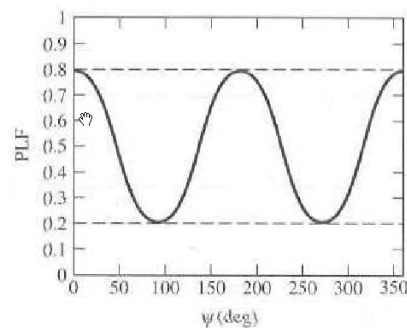
- (a). Berapa perbandingan sumbu resultan gelombang.
- (b). Apakah resultant vektor E berputar searah jarum jam atau berlawanan jarum jam.

38. Sebuah antenna terpolarisasi linier yang berhimpit pada bidang x-y digunakan untuk menentukan perbandingan sumbu axial bidang gelombang yang datang serta menjalar pada arah z-negatif. Polarisasi antenna digambarkan dengan satuan vektor, berupa;

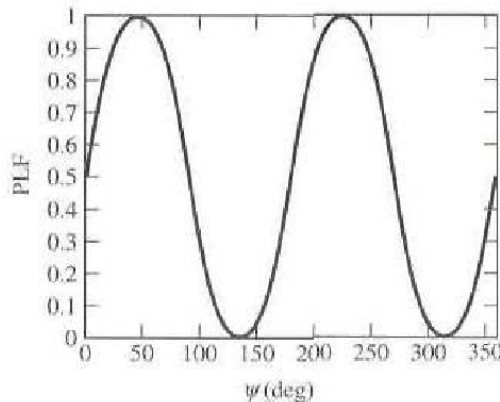
$$\hat{\rho}_a = \hat{a}_x \cos \psi + j \hat{a}_y \sin \psi$$



(a). PLF terhadap  $\psi$ .



(b). PLF terhadap  $\psi$ .

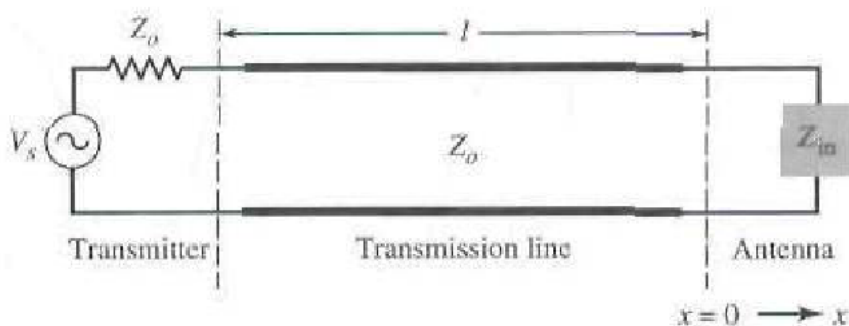


(c). PLF terhadap  $\psi$ .

dimana  $\psi$  merupakan sebuah sudut yang menggambarkan orientasi pada bidang x-y antenna penerima. Diatas ini merupakan PLF faktor rugi – rugi polarisasi terhadap kurva orientasi antenna penerima yang ditampilkan pada tiga buah bidang gelombang datang yang berbeda – beda. Untuk setiap kurva menentukan perbandingan sumbu bidang gelombang datang.

39. Sebuah antenna dipole  $\lambda/2$ , dengan sebuah rugi – rugi tahanan total 1 Ohm, dihubungkan dengan sebuah generator yang mempunyai impedansi internal  $50 + j25$  Ohm. Asumsi bahwa tegangan puncak generator adalah 2 Volt dan impedansi dipole tidak termasuk rugi – rugi tahanan antenna yaitu  $73 + j42.5$  Ohm. Tentukan daya,
- Yang dikirimkan oleh sumber (bentuk real).
  - Yang diradiasikan oleh antenna.
  - Yang terdisipasi oleh antenna.
40. Antena dan generator pada soal 39 dihubungkan melalui saluran transmisi tanpa rugi – rugi sebesar 50 Ohm sepanjang  $\lambda/2$ . Tentukan daya,
- Yang dikirimkan oleh sumber (bentuk real).

- (b) Yang diradiasikan oleh antena.  
 (c) Yang terdisipasi oleh antena.
41. Sebuah antena dengan tahanan radiasi 48 Ohm, sebuah rugi – rugi tahanan antena sebesar 2 Ohm dan sebuah reaktansi antena sebesar 50 Ohm dihubungkan ke sebuah generator dengan tegangan 10 Volt rangkaian terbuka dan impedansi internal adalah 50 Ohm melalui sebuah saluran transmisi sepanjang  $\lambda/4$  dengan impedansi karakteristik 100 Ohm.  
 (a). Gambarkanlah rangkaian setara.  
 (b). Tentukanlah daya yang diberikan oleh generator.  
 (c). Tentukan daya radiasi antena.
42. Sebuah transmitter, dengan sebuah impedansi internal  $Z_0$  (real) dihubungkan ke sebuah antena melalui saluran transmisi tanpa rugi – rugi  $l$  dan impedansi karakteristik  $Z_0$ . Tentukanlah sebuah ungkapan sederhana untuk perbandingan antara penguatan antena dan penguatan nyata antena tersebut.



$$V(x) = A[e^{-jkx} + \Gamma(0)e^{+jkx}]$$

$$I(x) = \frac{A}{Z_0}[e^{-jkx} - \Gamma(0)e^{+jkx}]$$

$V_s$  = Besarnya sumber tegangan.

$Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$  = impedansi input antena.

$Z_0 = R_0$  = Impedansi karakteristik saluran.

$P_{diterima}$  = daya yang diterima oleh antena  $\{P_{diterima} = \text{Re}[V(0)I^*(0)]\}$ .

$P_{didapat}$  = daya yang disediakan ke beban matching (penyesuaian beban)  
 [contoh.,  $Z_{in} = Z_0^* = Z_0$ ]

43. Reaktansi masukan sebuah antena dipole linier infinitesimal dengan panjang  $\lambda/60$  dan jari – jari  $a = \lambda/200$  diberikan persamaan berupa;

$$X_{in} \approx -120 \frac{\left[ \ln\left(\frac{l}{a}\right) - 1 \right]}{\tan(kl)}$$

Asumsi yang diberikan adalah antena dipole kabel dengan bahan tembaga mempunyai konduktivitas  $5.7 \times 10^7$  S/m, tentukanlah pada frekuensi 1 GHz yaitu;

- (a). Rugi – rugi tahanan antena.  
 (b). Tahanan radiasi antena.  
 (c). Efisiensi radiasi antena.  
 (d). VSWR ketika antena dihubungkan pada saluran bernilai 50 Ohm.
44. Sebuah antena dipole terdiri dari sebuah kabel melingkar dengan panjang  $l$ . Dengan

asumsi distribusi arus pada kabel adalah sinusoidal, dengan persamaan.,

$$I_z(z) = I_0 \cos\left(\frac{\pi}{l} z'\right) \quad -l/2 \leq z' \leq l/2$$

dimana  $I_0$  merupakan sebuah konstanta, turunkan sebuah ungkapan untuk rugi – rugi tahanan antenna  $R_L$  dimana panjang kabel  $3/2 \lambda$  dari persamaan dibawah ini,

$$R_{hf} = \frac{l}{P} R_s = \frac{l}{P} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \quad (ohm)$$

45. Pola medan E sebuah antenna, dimana  $\phi$  merupakan variabel nilai bebas serta nilai variabel lainnya,

$$E = \begin{cases} 1 & 0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ \\ 0 & 45^\circ < \theta \leq 90^\circ \\ 1/2 & 90^\circ < \theta \leq 180^\circ \end{cases}$$

- Berapakah nilai keterarahan antenna tersebut.
  - Berapakah tahanan radiasi antenna pada jarak 200 m dari sumber jika medan antenna sama dengan 10 V/m (rms) untuk  $\theta = 0^\circ$  pada jarak tersebut dan arus terminal sebesar 5 A (rms).
46. Antena dipole dengan panjang 1 m dikendalikan dengan sumber frekuensi 150 MHz yang mempunyai sebuah tahanan sumber sebesar 50 Ohm dan tegangan 100 V. Jika tahanan ohmic antenna yang diberikan sebesar  $R_L = 0.625$  Ohm, Tentukanlah :
- Arus yang berjalan menuju antenna ( $I_{ant}$ ).
  - Daya disipasi rata – rata sebuah antenna.
  - Daya radiasi rata – rata sebuah antenna.
  - Efisiensi radiasi antenna.
47. Tunjukkan bahwa panjang efektif sebuah antenna linier dapat dituliskan sebagai

$$l_e = \sqrt{\frac{A_e |Z_L|^2}{\eta R_T}}$$

dimana untuk sebuah antenna tanpa rugi – rugi dan transfer daya maksimum persamaan diatas dapat disingkat menjadi,

$$l_e = \sqrt{\frac{A_{em} R_r}{\eta}}$$

$A_e$  dan  $A_{em}$  masing – masing melambangkan celah efektif antenna dan celah efektif maksimum antenna, dimana  $\eta$  merupakan impedansi intrinsik media.

48. Sebuah antenna mempunyai celah efektif maksimum sebesar  $2.147 \text{ m}^2$  pada frekuensi operasional sebesar 100 MHz. Antena tersebut tidak mempunyai rugi – rugi konduksi dan rugi – rugi dielektrik. Impedansi input antenna sebesar 75 Ohm, dan dihubungkan kepada sebuah saluran transmisi dengan impedansi karakteristik 50 Ohm. Tentukan keterarahan sistem antenna (sistem disini mengandung pengertian setiap efek hubungan saluran transmisi). Asumsikan bahwa antenna tidak mempunyai rugi – rugi polarisasi.
49. Sebuah gelombang masuk, dengan densitas daya serbasama sebesar  $10^{-3} \text{ W/m}^2$  datang secara normal bertindak sebagai horn antenna tanpa rugi – rugi serta mempunyai keterarahan 20 dB. Pada frekuensi 10 GHz, tentukan kemungkinan daya maksimum yang dapat diharapkan untuk melayani penerima atau sebuah beban dihubungkan pada

horn antenna. Bagian ini tidak terdapat rugi – rugi antara antenna dan penerima atau beban.

50. Untuk sebuah antenna horn persegi X-band (8.2 – 12.4 GHz), dengan ukuran celah sebesar 5.5 cm dan 7.4 cm, Tentukanlah celah efektif maksimum (dalam  $\text{cm}^2$ ) pada saat penguatan antenna tersebut (kondisi isotropis) adalah,
- 14.8 dB pada frekuensi 8.2 GHz.
  - 16.5 dB pada frekuensi 10.3 GHz.
  - 18.0 dB pada frekuensi 12.4 GHz.

51. Sebuah antenna terpolarisasi lingkaran arah kanan sebesar 30 dB dalam sebuah jaringan radio menghasilkan daya radiasi sebesar 5 W pada frekuensi 2 GHz. Antena penerima mempunyai sebuah ketidaksesuaian impedansi pada bagian terminal yang memberikan nilai VSWR sebesar 2. Efisiensi antenna penerima sebesar 95% serta mempunyai berkas pola medan dekat maksimum berupa persamaan  $E_r = (2\hat{a}_x + j\hat{a}_y)F_R(\theta, \phi)$ . Jarak antara kedua antenna adalah 4000 Km, dan antenna penerima dibutuhkan untuk melayani rangkaian penerima  $10^{-14}$  W. Tentukanlah celah efektif maksimum antenna penerima.

52. Intensitas radiasi sebuah antenna dapat didekati dengan persamaan,

$$U(\theta, \phi) = \begin{cases} \cos^4(\theta) & 0 \leq \theta \leq 90^\circ \\ 0 & 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \end{cases} \text{ dan } 0^\circ \leq \phi \leq 360^\circ$$

Tentukan celah efektif maksimum (dalam  $\text{m}^2$ ) suatu antenna jika antenna tersebut mempunyai frekuensi kerja adalah  $f = 10$  GHz.

53. Sebuah satelit komunikasi berada pada orbit stationer (sinkron) dengan bumi (asumsi ketinggian 22.300 mil). Pemancar satelit membangkitkan daya sebesar 8.0 Watt. Diasumsikan antenna pemancar adalah isotropis. Sinyal satelit diterima di bumi dengan antenna parabola tracking diameter 210 feet pada pusat tracking NASA, Goldstone, California. Serta asumsi bahwa tidak ada rugi – rugi tahanan antenna lainnya, polarisasi terjadi dengan sempurna dan terjadi kesesuaian impedansi dengan sempurna pada kedua antenna. Pada frekuensi 2 GHz, tentukan :
- Densitas daya yang datang (dalam  $\text{Watt/m}^2$ ) pada antenna penerima.
  - Daya yang diterima oleh antenna stasiun bumi yang mempunyai gain sebesar 60 dB.

54. Sebuah antenna tanpa rugi – rugi ( $e_{cd} = 1$ ) bekerja pada frekuensi 100 MHz dan celah maksimum antenna sebesar  $0.7162 \text{ m}^2$  pada frekuensi tersebut. Impedansi antenna sebesar 75 Ohm dan menggunakan sebuah saluran transmisi 50 Ohm. Tentukan keterarahan (tanpa ukuran) antenna jika antenna tersebut terjadi kesesuaian polarisasi.

55. Sebuah resonansi, antenna dipole setengah panjang gelombang tanpa rugi – rugi ( $e_{cd} = 1$ ), mempunyai keterarahan 2.156 dB, sebuah impedansi input 73 Ohm dan dihubungkan dengan saluran transmisi tanpa rugi – rugi 50 Ohm. Sebuah gelombang, mempunyai polarisasi yang sama sebagai antenna dan gelombang tersebut datang menuju antenna dengan densitas daya  $5 \text{ W/m}^2$  pada frekuensi 10 MHz. Tentukanlah daya yang diterima dan terdapat pada bagian akhir saluran transmisi.

56. Dua buah antenna X-Band (8.2 – 12.4 GHz) jenis corong persegi, dengan ukuran celah 5.5 cm dan 7.4 cmdan penguatan setiap antenna 16.3 dB (jenis isotropik) pada frekuensi 10 GHz digunakan sebagai antenna pemancar dan penerima. Asumsi bahwa

- daya input adalah 200 mW, VSWR untuk setiap antenna 1.1, efisiensi konduksi dielektrik adalah 100 %, dan terjadi kesesuaian (Matched) polarisasi , Tentukan penerimaan maksimum ketikan corong antenna dipisahkan oleh udara dengan panjang,
- 5 m.
  - 50 m.
  - 500 m.
57. Antena pemancar dan penerima beroperasi pada frekuensi 1 GHz dengan gain (isotropis) masing – masing adalah 20 dan 15 GHz, dipisahkan dengan jarak 1 Km. Tentukan daya maksimum yang melayani beban ketika daya input sebesar 150 Watt. Asumsikan bahwa,
- Antena dengan polarisasi yang sesuai (Matched).
  - Antena pemancar terpolarisasi lingkaran (polarisasi tangan kiri atau tangan kanan) dan antenna penerima terpolarisasi linier.
58. Dua buah antenna dengan polarisasi yang sesuai (Matched) diatur untuk radiasi maksimum antara kedua antenna tersebut, dan dipisahkan dengan jarak  $50\lambda$ . Antena disesuaikan kepada saluran transmisi dan keduanya mempunyai keterarahan 20 dB. Asumsi bahwa daya terminal input antenna pemancar sebesar 10 Watt, tentukan daya pada terminal antenna penerima.
59. Ulangi pada soal nomor 58 diatas, untuk dua buah antenna dengan keterarahan 30 dB dan dipisahkan dengan jarak  $100\lambda$ . Daya terminal input sebesar 20 Watt.
60. Antena pemancar dan penerima beroperasi pada frekuensi 1 GHz dengan gain masing – masing 20 dB dan 15 dB, dipisahkan dengan jarak 1 Km. Tentukan daya yang melayani beban ketika daya input sebesar 150 Watt. Asumsi bahwa PLF = 1.
61. Sebuah jaringan stasiun pengulang microwave beroperasi pada frekuensi 10 GHz digunakan untuk sinyal relay televisi yang berada didalam sebuah lembah disekitar stasiun yang merupakan kaki bukit. Setiap relay terdiri dari sebuah penerima, pemancar, antenna dan perangkat pendukungnya. Antena pemancar dan penerima berbentuk corong (horn), dengan gain masing – masing antenna (pada jenis isotropis) sebesar 15 dB. Pengulang (relay) dipisahkan dengan jarak 10 Km. Untuk perbandingan sinyal terhadap noise (S/N ratio), daya penerima pada setiap pengulang harus lebih besar dari pada 10 nW. Rugi – rugi akibat ketidak sesuaian polarisasi yang diharapkan tidak melebihi 3 dB. Asumsi ketidak sesuaian beban dan kondisi propagasi ruang bebas. Tentukan daya pemancar minimum yang harus digunakan.
62. Sebuah sistem komunikasi satu arah, beroperasi pada frekuensi 100 MHz, menggunakan dua antenna  $\lambda/2$  yang sama vertikal, resonansi dan tanpa rugi – rugi dipoe sebagai elemen pemancar dan penerima dipisahkan dengan jarak 10 km. Untuk kondisi kerja sinyal dideteksi oleh penerima, level daya pada terminal penerima harus lebih kecil dari 1  $\mu$ W. Setiap antenna dihubungkan pada pemancar dan penerima dengan saluran transmisi tanpa rugi – rugi 50 Ohm. Asumsikan bahwa antenna terjadi kesesuaian polarisasi dan diatur sehingga salah satu intensitas maksimum diarahkan pada intensitas radiasi maksimum dengan yang lainnya, tentukan daya minimum yang harus dibangkitkan oleh pemancar sehingga sinyal akan dideteksi oleh antenna penerima. Hitunglah rugi – rugi sebelumnya dari antenna pemancar menuju antenna penerima.

63. Sebuah sistem komunikasi microwave jarak jauh beroperasi pada frekuensi 9 GHz, pemancar dan penerima mempunyai antena yang sama, serta dipisahkan dengan jarak 10.000 m. Untuk mendapatkan perbandingan sinyal terhadap noise pada penerima, daya penerima harus bernilai paling sedikit sebesar  $10 \mu\text{Watt}$ . Asumsi kedua antena diatur untuk penerimaan maksimum pada setiap bagiannya, termasuk kesesuaian polarisasi, berapakah gain antena pemancar seharusnya (dalam dB) dan antena penerima ketika daya input pemancar antena sebesar 10 Watt ?
64. Antena corong persegi X-Band, dengan ukuran celah 5.5 cm dan 7.4 cm serta sebuah gain 16.3 dB (isotropis) pada frekuensi 10 GHz, digunakan untuk pemancaran dan penerimaan energi terhambur dari sebuah penghantar sempurna dengan jari – jari spheris  $a = 5\lambda$ . Tentukanlah daya hamburan maksimum yang melayani beban ketika jarak antara corong dan spheris adalah ;  
 (a).  $200\lambda$ .  
 (b).  $500\lambda$ .  
 Asumsikan bahwa daya input sebesar 200 mWatt, dan bagian yang melintang (cross section) sama dengan geometri hadapannya.
65. Sebuah antena radar, digunakan untuk pemancar dan penerima, mempunyai sebuah gain 150 (tanpa satuan) dan antena tersebut bekerja pada frekuensi 5 GHz. Daya pancaran antena sebesar 100 KWatt dan diatur untuk arah radiasi maksimum dan penerimaan sebuah target berjarak 1 Km dari sumber mempunyai *radar cross section* sebesar  $3 \text{ m}^2$ . Sinyal penerimaan disesuaikan dengan polarisasi sinyal pemancar. Tentukan daya penerimaannya.
66. Dalam sebuah eksperimen untuk menentukan luas *radar cross section* sebuah rudal penjelajah Gatotkaca, sebuah sinyal dengan daya 1000 W, frekuensi 300 MHz dipancarkan menuju target dan daya penerima diukur sebesar 0.1425 mWatt. Antena yang sama dimana gain sebesar 75 digunakan untuk pemancar dan penerima. Polarisasi kedua sinyal adalah sama (PLF=1), dan jarak antara antena dan rudal adalah 500 m. Berapakah daerah *radar cross section* sebuah rudal penjelajah tersebut ?
67. Ulangi soal nomor 66 diatas untuk sistem radar dengan 1000 Watt, sinyal pemancar dengan frekuensi 100 MHz, sinyal penerima 0.01 Watt, sebuah antena dengan sebuah gain sebesar 75, serta pemisahan antara antena dan target sebesar 700 m.
68. Antena pemancar dan penerima beroperasi pada frekuensi 1 GHz dengan gain (kondisi isotropis) masing – masing sebesar 20 dB dan 15 dB, serta dipisahkan oleh jarak sebesar 1 km. Tentukan daya maksimum yang melayani beban ketika daya input sebesar 150 Watt. Asumsikan bahwa,  
 (a). Antena mempunyai kesesuaian polarisasi.  
 (b). Antena pemancar terpolarisasi lingkaran (polarisasi tangan kanan atau tangan kiri) dan antena penerima terpolarisasi linier.
69. Luas *radar cross section* maksimum dari sebuah antena dipole  $\lambda/2$  resonansi linier bernilai  $0.86\lambda^2$ . Untuk sebuah sistem monostatik (seperti pemancar dan penerima berada pada posisi yang sama), tentukan daya penerima (dalam Watt) jika daya pemancar sebesar 100 Watt, jarak dipole dari antena pemancar dan antena penerima adalah 100 m, gain antena pemancar dan penerima masing – masing sebesar 15 dB, serta frekuensi operasi sebesar 3 GHz. Asumsikan sebuah faktor rugi – rugi polarisasi sebesar -1 dB.

70. Sebuah suhu antena efektif kearah zenith bernilai 5 Kelvin. Asumsikan bahwa temperatur saluran transmisi (pandu gelombang) adalah  $72^{\circ}\text{F}$ , tentukanlah suhu efektif pada terminal penerima ketika atenuasi saluran transmisi adalah 4 dB / 100 feet dan panjang saluran transmisi adalah,
- (a). 2 feet.
  - (b). 100 feet.

71. Turunkan persamaan,

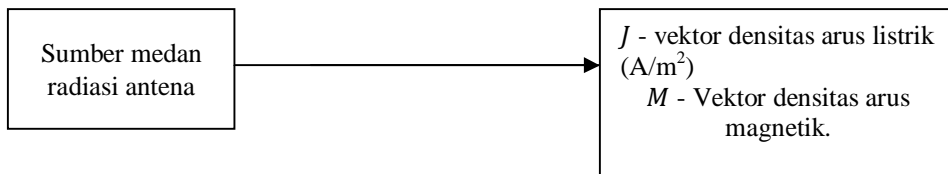
$$T_a = T_A e^{-2\alpha l} + T_{AP} e^{-2\alpha l} + T_0 (1 - e^{-2\alpha l})$$

Mulailah dengan sebuah ungkapan bahwa asumsi suhu fisik dan atenuasi saluran transmisi tidak konstan.

## BAB 7

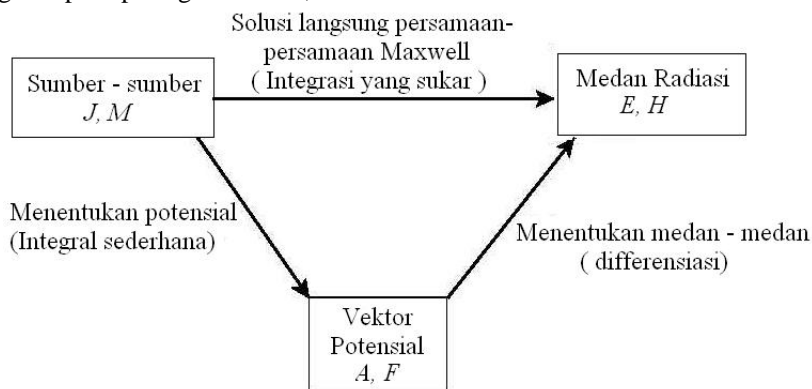
### Menentukan Medan Radiasi Antena Menggunakan Fungsi Potensial

Beberapa permasalahan yang mencakup arus listrik dapat digambarkan dalam bentuk arus magnetik (penggunaan arus magnetik mempunyai perangkat yang sederhana dalam penyelesaian masalah, walaupun tidak dibuktikan keberadaannya). Seperti pada gambar 7.1 dibawah ini merupakan konversi perhitungan sumber kedalam bentuk vektor.



Gambar 7. 1. Diagram konversi medan antenna.

Dari bentuk – bentuk vektor kita dapat mengkorvesikan perhitungan kedalam vektor potensial magnetik dan listrik. Hal ini dapat kita gambar suatu diagram blok konversi perhitungan seperti pada gambar 7. 2,



Gambar 7. 2. Konversi tiga bentuk vektor perhitungan.

Dari gambar 7. 2 diatas, dapat dilihat bahwa vektor potensial  $A$  merupakan vektor magnetik yang timbul akibat dari  $J$  yang merupakan vektor densitas arus listrik. Begitupula dengan vektor potensial  $F$  merupakan vektor potensial listrik yang timbul akibat terjadinya  $M$  yang merupakan vektor densitas arus magnetik.

Untuk melakukan perhitungan untuk kedua sumber arus yaitu listrik dan/atau magnetik, persamaan Maxwell bentuk simetris harus digunakan untuk menentukan hasil medan radiasi. Persamaan Maxwell bentuk simetris termasuk dengan sumber radiasi tambahan (densitas muatan listrik -  $\rho$  dan densitas muatan magnetik -  $\rho_m$ ). Bagaimanapun juga, muatan – muatan tersebut selalu dapat dihubungkan langsung kepada arus melalui persamaan konservasi muatan.

#### 7. 1. Persamaan – Persamaan Maxwell (Bentuk Simetris Dan Waktu Harmonis).

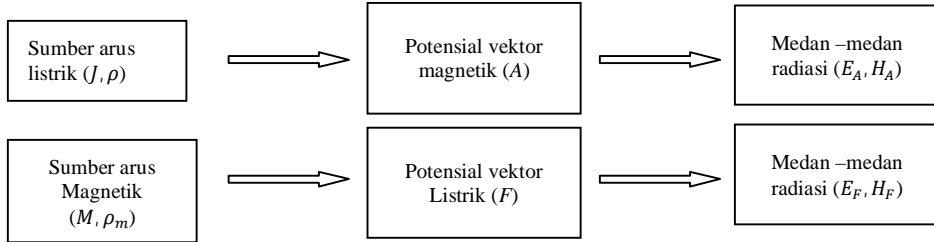
$$\nabla \times E = -j\omega B - M \quad \text{Hukum Faraday}$$

$$\nabla \times H = j\omega D + J \quad \text{Hukum Amper}$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad \text{Hukum Gauss – Medan Listrik}$$

$$\nabla \cdot B = \rho_m \quad \text{Hukum Gauss – Medan Magnetik}$$

Penggunaan potensial dalam solusi medan radiasi bekerja sebagai konsep medan superposisi.



Gambar 7. 3. Diagram konversi medan radiasi.

Medan radiasi total ( $E, H$ ) merupakan penjumlahan medan – medan akibat arus listrik ( $E_A, H_A$ ) dan medan – medan akibat arus magnetik ( $E_F, H_F$ ).

$$E = E_A + E_F$$

$$H = H_A + H_F$$

Persamaan – persamaan Maxwell (hanya sumber – sumber listrik  $\Rightarrow F = 0$ )

$$\nabla \times E_A = -j\omega B_A \quad (7.1a)$$

$$\nabla \times H_A = j\omega D_A + J \quad (7.1b)$$

$$\nabla \cdot D_A = \rho \quad (7.1c)$$

$$\nabla \cdot B_A = 0 \quad (7.1d)$$

Persamaan – persamaan Maxwell (hanya sumber – sumber listrik  $\Rightarrow A = 0$ )

$$\nabla \times E_F = -j\omega B_A - M \quad (7.2a)$$

$$\nabla \times H_F = j\omega D_F \quad (7.2b)$$

$$\nabla \cdot D_F = 0 \quad (7.2c)$$

$$\nabla \cdot B_F = \rho_m \quad (7.2d)$$

Berdasarkan vektor identitas,

$$\nabla \cdot (\nabla \times G) \equiv 0 \quad \text{Untuk setiap vektor } G$$

Setiap vektor dengan divergensi nol = 0 (rotasi atau medan solenoidal) dapat diungkapkan sebagai *curl* beberapa vektor lainnya. Dari persamaan Maxwell hanya dengan sumber – sumber listrik dan magnetik [persamaan (7.1d) dan (7.2c)], kita dapat menentukan

$$\nabla \cdot B_A = 0 \quad \nabla \cdot D_F = 0$$

Sehingga kita dapat mendefinisikan vektor – vektor ini sebagai,

$$B_A = \nabla \times A \quad (7.3a)$$

$$D_F = -\nabla \times F \quad (7.3b)$$

Dimana  $A$  dan  $F$  merupakan vektor potensial magnetik dan listrik. Definisi densitas fluks pada persamaan (7.3a) dan (7.3b) digunakan untuk definisi medan berikut ini :

$$H_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times A \quad (7.4a)$$

$$E_F = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times F \quad (7.4b)$$

Dengan memasukkan (7.3a) kedalam (7.1a) dan (7.3b) kedalam (7.2b) menghasilkan,

$$\nabla \times E_A = -j\omega (\nabla \times A) \quad (7.5a)$$

$$\nabla \times H_F = -j\omega (\nabla \times F) \quad (7.5b)$$

Persamaan (7.5a) dan (7.5b) dapat dituliskan sebagai persamaan;

$$\nabla \times [E_A + j\omega A] = 0 \quad (7.6a)$$

$$\nabla \times [H_F + j\omega F] = 0 \quad (7.6b)$$

Berdasarkan vektor identitas,

$$\nabla \times (\nabla_g) \equiv 0 \quad (\text{untuk setiap nilai skalar } g).$$

Tanda kurung pada persamaan (7.6a) dan (7.6b) melambangkan bentuk non-solenoidal (medan lamellar atau medan irrotational) dan persamaan tersebut dapat dituliskan sebagai sebuah gradien beberapa nilai skalar,

$$E_A + j\omega A = -\nabla\phi_e \quad (7.7a)$$

$$H_F + j\omega F = -\nabla\phi_m \quad (7.7b)$$

dimana  $\phi_e$  adalah potensial skalar elektrik dan  $\phi_m$  adalah potensial skalar magnetik. Pemecahan persamaan – persamaan (7.7a) dan (7.7b) untuk hasil medan listrik dan magnetik.

$$E_A = -j\omega A - \nabla\phi_e \quad (7.8a)$$

$$H_F = -j\omega F - \nabla\phi_m \quad (7.8b)$$

Persamaan (7.4a) dan (7.8a) memberikan nilai medan ( $E_A, H_A$ ) akibat sumber – sumber elektrik sedangkan persamaan (7.4b) dan (7.8b) memberikan nilai medan ( $E_F, H_F$ ) akibat sumber – sumber magnetik. Dengan catatan bahwa medan – medan radiasi disini diterangkan dengan cara diferensiasi terhadap vektor dan skalar potensial.

Integral yang mendefinisikan vektor dan skalar potensial dapat ditentukan pertama kali dengan memberikan perintah CURL kedua sisi persamaan (7.4a) dan (7.4b):

$$\nabla \times H_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times \nabla \times A \quad (7.9a)$$

$$\nabla \times E_F = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \nabla \times F \quad (7.9b)$$

Berdasarkan vektor identitas,

$$\nabla \times \nabla \times G = \nabla(\nabla \cdot G) - \nabla^2 G$$

dan persamaan (7.1b) dan (7.2a), kita dapat mencari nilai,

$$\nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A = j\omega\mu\epsilon E_A + \mu J \quad (7.10a)$$

$$\nabla(\nabla \cdot F) - \nabla^2 F = j\omega\mu\epsilon H_F - \epsilon M \quad (7.10b)$$

dengan memasukkan persamaan (7.7a) dan (7.7b) kedalam persamaan (7.10a) dan (7.10b), akan memberikan persamaan baru yaitu;

$$\nabla^2 A + k^2 A = \nabla(\nabla \cdot A) + \nabla(j\omega\mu\epsilon\phi_e) - \mu J \quad (7.11a)$$

$$\nabla^2 F + k^2 F = \nabla(\nabla \cdot F) + \nabla(j\omega\mu\epsilon\phi_m) - \epsilon M \quad (7.11b)$$

Kita telah melakukan definisi perangkat rotasi (CURL) magnetik dan elektrik vektor potensial [Persamaan (7.3a) dan (7.3b) belum melakukan perangkat irrotational (Divergensi). Jika kita memilih persamaan,

$$\nabla \cdot A = -j\omega\mu\epsilon\phi_e \quad (7.12a)$$

$$\nabla \cdot F = -j\omega\mu\epsilon\phi_m \quad (7.12a)$$

Kemudian, persamaan (7.11a) dan (7.11b) disingkat menjadi persamaan,

$$\nabla^2 A + k^2 A = -\mu J \quad (7.13a)$$

$$\nabla^2 F + k^2 F = -\epsilon M \quad (7.13b)$$

Pemilihan hubungan untuk vektor potensial dan skalar potensial didefinisikan pada persamaan (7.12a) dan (7.12b) yang didefinisikan sebagai Gauge Lorentz (dapat dimungkinkan untuk pemilihan lainnya). Persamaan (7.13a) dan (7.13b) didefinisikan sebagai persamaan gelombang vektor Helmholtz tak Homogen yang mempunyai bentuk – bentuk solusi seperti,

$$A(r) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V J(r') \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dv' \quad (7.14a)$$

$$F(r) = \frac{\epsilon}{4\pi} \iiint_V M(r') \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dv' \quad (7.14b)$$

dimana  $r$  merupakan lokasi titik medan (titik dimana sebuah medan diukur) dan  $r'$  merupakan titik sumber (dimana arus di letakkan). Sama halnya dengan persamaan – persamaan gelombang Helmholtz skalar tak-homogen dapat ditentukan untuk potensial elektrik skalar dan potensial magnetik skalar.

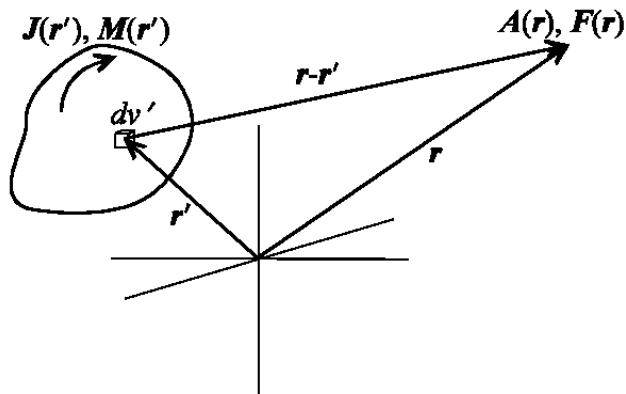
$$\nabla^2 \phi_e + k^2 \phi_e = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (7.15a)$$

$$\nabla^2 \phi_m + k^2 \phi_m = -\frac{\rho_m}{\mu} \quad (7.15b)$$

Untuk solusi persamaan – persamaan potensial skalar adalah

$$\phi_e(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint_V \rho(r') \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dv' \quad (7.16a)$$

$$\phi_m(r) = \frac{1}{4\pi\mu} \iiint_V \rho_m(r') \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dv' \quad (7.16b)$$



Gambar 7. 4. Bentuk konversi medan titik sumber arus kedalam bentuk vektor potensial.

## 7. 2. Tambahan – Tambahan

$$A(r) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V J(r') \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dv'$$

$$\begin{aligned} E_A &= -j\omega A - \nabla\phi_e \\ &= -j\omega A - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot A) \\ &= -j\omega A \left[ A + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot A) \right] \end{aligned}$$

$$H_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times A$$

$$F(r) = \frac{\epsilon}{4\pi} \iiint_V M(r') \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dv'$$

$$\begin{aligned} H_F &= -j\omega F - \nabla\phi_m \\ &= -j\omega F - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot F) \\ &= -j\omega \left[ F + \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot F) \right] \end{aligned}$$

$$E_F = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times F$$

Catatan pada perangkat persamaan – persamaan sebelumnya untuk medan radiasi pada bagian potensial bahwa persamaan untuk  $E_A$  dan  $H_F$  keduanya terdiri dari sebuah turunan kompleks yang mencakup operator gradien dan operator divergensi. Untuk menghindari turunan kompleks, kita dapat memilih alternatif pemilihan lain  $E_A$  dan  $H_F$  langsung dari persamaan Maxwell, salah satunya  $E_F$  dan  $H_A$  persamaan yang ditentukan dengan menggunakan potensial. Dari persamaan Maxwell untuk arus listrik dan magnetik, kita mempunyai persamaan;

$$\nabla \times H_A = j\omega D_A + J \quad (7.1b)$$

$$\nabla \times E_F = -j\omega B_A - M \quad (7.2a)$$

Pada permasalahan antena, daerah – daerah yang diinginkan untuk menentukan medan radiasi dari sumber gelombang. Maka, kita dapat mengatur  $J = 0$  pada persamaan (7.1b) untuk menyelesaikan persamaan  $E_A$  dan mengatur  $M = 0$  pada persamaan (7.2a) untuk menyelesaikan persamaan  $H_F$ . Hasil persamaan – persamaan tersebut;

$$E_A = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times H_A$$

$$H_F = -\frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times E_F$$

Maka medan total dengan cara superposisi adalah,

$$E = E_A + E_F$$

$$H = H_A + H_F$$

Bentuk diatas memberikan,

$$\begin{aligned} E = E_A + E_F &= -j\omega A - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot A) - \frac{1}{\epsilon} \nabla \times F \\ &= \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times H_A - \frac{1}{\epsilon} \nabla \times F \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H = H_A + H_F &= \frac{1}{\mu} \nabla \times A - j\omega F - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot F) \\ &= \frac{1}{\mu} \nabla \times A - \frac{j}{j\omega\mu} \nabla \times E_F \end{aligned}$$

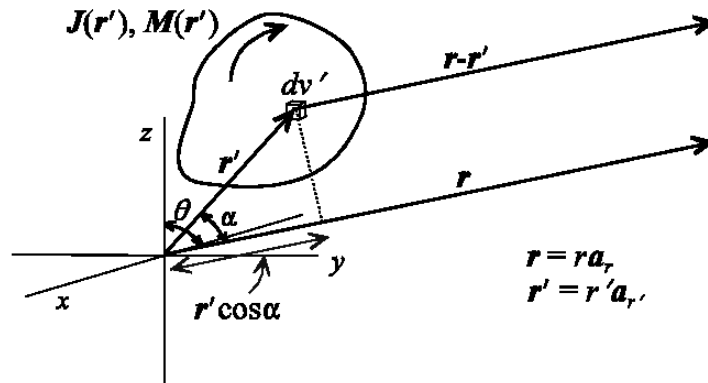
### 7. 3. Medan Jauh Antena Pada Bagian Potensial.

Seperti yang telah ditunjukkan, potensial vektor magnetik dan potensial vektor listrik didefinisikan sebagai integral densitas arus listrik antenna atau densitas arus magnetik.

$$A(r) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V J(r') \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dV'$$

$$F(r) = \frac{\epsilon}{4\pi} \iiint_V M(r') \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dV'$$

Jika tertarik pada penentuan medan jauh antenna, maka kita harus menentukan potensial pada medan jauh tersebut. Serta, kita akan temukan bahwa persamaan – persamaan integral didefinisikan sebagai potensial sederhana pada medan terjauh. Pada medan terjauh, posisi vektor  $r$  dan  $r - r'$  akan terletak saling paralel.



Gambar 7. 5. Posisi vektor  $r$  dan  $r - r'$  pada medan terjauh.

pada gambar 7. 5 diatas bahwa nilai kompleks,

$$|r - r'| \approx r - r' \cos \alpha \quad (7.17)$$

Dengan menggunakan pendekatan pada persamaan (7.17) serta hasil bagian integral potensial,

$$\frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} \approx \frac{e^{-jkr} e^{jkr' \cos \alpha}}{r - r' \cos \alpha} \quad (7.18)$$

Jika kita memberikan asumsi bahwa  $r \gg (r')_{max}$ , kemudian pemisahan pada persamaan (7.18) dapat disederhanakan

$$\frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} \approx \frac{e^{-jkr} e^{jkr' \cos \alpha}}{r} \quad (7.19)$$

Catatan bahwa variabel  $r'$  berada pada bagian numerator eksponensial kompleks dalam persamaan (7.19) tidak dapat diabaikan, selama variabel tersebut melambangkan sebagai sebuah bagian penggeser fasa. Penggeser fasa ini merupakan bagian yang sangat penting walaupun berada pada medan jauh antenna. Bagian variabel terikat- $r$  dapat diambil ke bagian luar integral selama integral potensial di gabungkan kepada koordinat sumber (utama) gelombang. Sehingga, integral medan jauh mendefinisikan potensial menjadi persamaan,

$$A(r) \approx \mu \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \iiint_V J(r') e^{jkr' \cos \alpha} dv' \quad (7.20)$$

$$F(r) \approx \epsilon \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \iiint_V M(r') e^{jkr' \cos \alpha} dv' \quad (7.21)$$

Potensial mempunyai bentuk gelombang spheris seperti yang diinginkan pada medan jauh antenna. Juga perlu dicatat bahwa seluruh potensial variabel terikat- $r$  diberikan pada bagian luar integral. Bagian  $r'$  pada integral potensial dapat diungkapkan pada sistem koordinat sembarang yang dapat meletakkan sumber arus secara geometri dengan baik. Koordinat spheris selalu digunakan untuk koordinat medan pada medan jauh berdasarkan simetri spheris medan jauh.

$$r \cdot r' = rr' \cos \alpha \quad (7.22)$$

$$r' \cos \alpha = \frac{r \cdot r'}{r} = \frac{xx' + yy' + zz'}{r} \quad (7.23)$$

Sumber Koordinat Persegi (Rectangular).

1. (Medan)  $(x, y, z) = (r \sin \theta \cos \phi, r \sin \theta \sin \phi, r \cos \theta)$ .
2. (Sumber)  $(x', y', z')$ .
3.  $r' \cos \alpha = \frac{xx' + yy' + zz'}{r} = (x' \cos \phi + y' \sin \phi) \sin \theta + z' \cos \theta$ .

Sumber Koordinat Selinder.

1. (Medan)  $(x, y, z) = (r \sin \theta \cos \phi, r \sin \theta \sin \phi, r \cos \theta)$ .
2. (Sumber)  $(x', y', z') = (\rho' \cos \phi', \rho' \sin \phi', z')$ .
3.  $r' \cos \alpha = \frac{xx' + yy' + zz'}{r} = \rho' \sin \theta \cos(\phi - \phi') + z' \cos \theta$ .

Sumber Koordinat Spheris.

1. (Medan)  $(x, y, z) = (r \sin \theta \cos \phi, r \sin \theta \sin \phi, r \cos \theta)$ .
2. (Sumber)  $(x', y', z') = (r' \sin \theta' \cos \phi', r' \sin \theta' \sin \phi', r' \cos \theta')$ .
3.  $r' \cos \alpha = \frac{xx' + yy' + zz'}{r} = r' [\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\phi - \phi')]$ .

Hasil integral potensial medan jauh antena pada persamaan (7.20) dan (7.21) dapat dituliskan sebagai persamaan

$$A(r) \approx \frac{e^{-jkr}}{r} [A_r(\theta, \phi)a_r + A_\theta(\theta, \phi)a_\theta + A_\phi(\theta, \phi)a_\phi] \quad (7.24)$$

$$F(r) \approx \frac{e^{-jkr}}{r} [F_r(\theta, \phi)a_r + F_\theta(\theta, \phi)a_\theta + F_\phi(\theta, \phi)a_\phi] \quad (7.25)$$

Medan listrik akibat sebuah sumber arus listrik ( $E_A$ ) dan medan magnetik akibat sebuah sumber arus magnetik ( $H_F$ ) di definisikan sebagai persamaan,

$$E_A = -j\omega A - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot A) \quad (7.26)$$

$$H_F = -j\omega F - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot F) \quad (7.27)$$

Jika dilakukan pelebaran operator differensial pada persamaan (7.26) dan (7.27) pada koordinat spheris, dengan pemberian nilai terikat- $r$ , akan ditemukan bahwa bagian nilai terikat- $a_r$  diabaikan dan seluruh bagian lainnya dihasilkan dengan cara penurunan nilai terikat- $r^{-2}$  atau yang lebih kecil dari nilai terikat tersebut. Kontribusi medan – medan tersebut lebih kecil yang berada pada medan jauh, daripada kontribusi bagian pertama pada persamaan (7.26) dan (7.27) serta mempunyai nilai yang bervariasi sebagai  $r^{-1}$ . Maka pada medan jauh,  $E_A$  dan  $H_F$  dapat didekati dengan persamaan,

$$E_A = -j\omega(A_\theta a_\theta + A_\phi a_\phi) \quad (7.28)$$

$$H_F = -j\omega(F_\theta a_\theta + F_\phi a_\phi) \quad (7.29)$$

Hubungan komponen – komponen medan ( $H_F$  dan  $E_F$ ) dapat ditentukan dengan menggunakan hubungan gelombang pada bidang dasar antara medan listrik dan medan magnet dalam medan jauh antena. Radiasi awal medan jauh harus mempunyai propagasi gelombang kearah luar yang terlihat seperti sebuah ruang gelombang dilambangkan  $r \rightarrow \infty$ , komponen medan jauh  $H_A$  dan  $E_F$  dihubungkan kepada komponen medan jauh  $E_A$  dan  $H_F$  dengan persamaan,

$$\begin{aligned} E_{Ar} &\approx 0 & H_{Fr} &\approx 0 \\ E_{A\theta} &\approx -j\omega A_\theta = \eta H_{A\phi} & H_{F\phi} &\approx -j\omega F_\phi = \frac{E_{F\theta}}{\eta} \\ E_{A\phi} &\approx -j\omega A_\phi = -\eta H_{A\theta} & H_{F\theta} &\approx -j\omega F_\theta = -\frac{E_{F\phi}}{\eta} \end{aligned}$$

Pembahasan persamaan sebelumnya untuk masing – masing komponen  $H_A$  dan  $E_F$  akan menghasilkan,

$$\begin{aligned} H_{Ar} &\approx 0 & E_{Fr} &\approx 0 \\ H_{A\theta} &\approx j\frac{\omega}{\eta} A_\phi = j\frac{k}{\mu} A_\phi & E_{F\theta} &\approx -j\omega\eta F_\phi = -j\frac{k}{\epsilon} F_\phi \\ H_{A\phi} &\approx -j\frac{\omega}{\eta} A_\theta = -j\frac{k}{\mu} A_\theta & E_{F\phi} &\approx j\omega\eta F_\theta = j\frac{k}{\epsilon} F_\theta \end{aligned}$$

Sehingga, salah satu potensial medan jauh dapat dievaluasi, hubungan medan jauh dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan aljabar sederhana diatas (penurunan persamaan telah ditentukan sebelumnya).

#### 7. 4. DUALITAS.

Jika persamaan bekerja dalam dua fenomena yang berbeda pada bentuk matematika, maka solusi diambil dari kesamaan bentuk matematika tersebut (dual kuantitas).

**Tabel 7. 1. Dualitas Persamaan .**

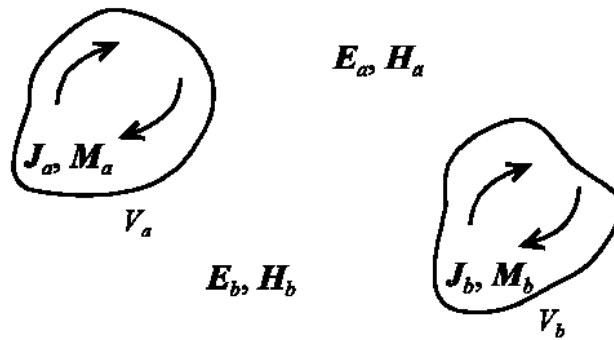
| Sumber Elektrik                                                                  | Sumber Magnetik                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| $\nabla \times H_A = j\omega\epsilon E_A + J$                                    | $-\nabla \times E_F = j\omega\mu H_F + M$                                     |
| $\nabla \times E_A = -j\omega\mu H_A$                                            | $\nabla \times H_F = j\omega\epsilon E_F$                                     |
| $\nabla^2 A + k^2 A = -\mu J$                                                    | $\nabla^2 F + k^2 F = -\epsilon M$                                            |
| $A = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V J \frac{e^{-jk r-r' }}{ r-r' } dV'$               | $F = \frac{\epsilon}{4\pi} \iiint_V M \frac{e^{-jk r-r' }}{ r-r' } dV'$       |
| $H_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times A$                                            | $E_F = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times F$                                   |
| $E_A = -j\omega A - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot A)$          | $H_F = -j\omega F - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot F)$       |
| $\nabla^2 \phi_e + k^2 \phi_e = -\frac{\rho}{\epsilon}$                          | $\nabla^2 \phi_m + k^2 \phi_m = -\frac{\rho_m}{\mu}$                          |
| $\phi_e = -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot A$                          | $\phi_m = -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot F$                       |
| $\phi_e = \frac{1}{4\pi\epsilon} \iiint_V \rho \frac{e^{-jk r-r' }}{ r-r' } dV'$ | $\phi_m = \frac{1}{4\pi\mu} \iiint_V \rho_m \frac{e^{-jk r-r' }}{ r-r' } dV'$ |

**Tabel 7. 2. Jumlah – Jumlah Dualitas**

| Sumber Listrik   | Sumber Magnetik  |
|------------------|------------------|
| $E_A$            | $H_F$            |
| $H_A$            | $-E_F$           |
| $J$              | $M$              |
| $A$              | $F$              |
| $\rho$           | $\rho_m$         |
| $\phi_e$         | $\phi_m$         |
| $\epsilon$       | $\mu$            |
| $\mu$            | $\epsilon$       |
| $k$              | $k$              |
| $\eta$           | $\frac{1}{\eta}$ |
| $\frac{1}{\eta}$ | $\eta$           |

#### 7. 5. Ketimbal – Balikan.

Menentukan dua perangkat sumber didefinisikan sebagai  $(J_a, M_a)$  dengan volume  $V_a$  dan  $(J_b, M_b)$  dengan volume  $V_b$  yang menghasilkan radiasi pada frekuensi yang sama. Sumber  $(J_a, M_a)$  meradiasikan medan  $(E_a, H_a)$  begitupula sumber  $(J_b, M_b)$  meradiasikan medan  $(E_b, H_b)$ . Sumber – sumber tersebut diasumsikan menjadi lingkup yang terbatas dan daerah antara antenna diasumsikan menjadi isotropis dan linier. Kita dapat menuliskan dua bagian terpisah persamaan – persamaan Maxwell untuk dua buah sumber.



Gambar 7. 6. Dua buah sumber medan gelombang terpisah.

Dari persamaan Maxwell,

$$\nabla \times H_a = j\omega\epsilon E_a + J_a \quad (7.30a)$$

$$-\nabla \times E_a = j\omega\mu H_a + M_a \quad (7.31a)$$

$$\nabla \times H_b = j\omega\epsilon E_b + J_b \quad (7.30b)$$

$$-\nabla \times E_b = j\omega\mu H_b + M_b \quad (7.31b)$$

Jika kita dot persamaan (7.30a) dengan  $E_b$  dan dot persamaan (7.31b) dengan  $H_a$ , kita akan menemukan persamaan,

$$E_b \cdot (\nabla \times H_a) = j\omega\epsilon E_a \cdot E_b + J_a \cdot E_b \quad (7.32a)$$

$$-H_a \cdot (\nabla \times E_b) = j\omega\mu H_a \cdot H_b + H_a \cdot M_b \quad (7.32b)$$

dengan cara menambahkan persamaan (7.32a) dan (7.32b), akan menghasilkan persamaan :

$$E_b \cdot (\nabla \times H_a) - H_a \cdot (\nabla \times E_b) = j\omega\epsilon E_a \cdot E_b + J_a \cdot E_b + j\omega\mu H_a \cdot H_b + H_a \cdot M_b \quad (7.33)$$

Persamaan sebelumnya dapat dituliskan dengan menggunakan vektor identitas berupa;

$$\nabla \cdot (A \times B) = B \cdot (\nabla \times A) - A \cdot (\nabla \times B)$$

dengan memberikan persamaan,

$$-\nabla \cdot (E_b \times H_a) = j\omega\epsilon E_a \cdot E_b + J_a \cdot E_b + j\omega\mu H_a \cdot H_b + H_a \cdot M_b \quad (7.34a)$$

Jika kita dot persamaan (7.31b) dengan  $E_a$  dan dot persamaan (7.32a) dengan  $H_b$  dan membentuk operasi yang sama, kemudian kita akan dapatkan persamaan,

$$-\nabla \cdot (E_a \times H_b) = j\omega\epsilon E_b \cdot E_a + J_b \cdot E_a + j\omega\mu H_b \cdot H_a + H_b \cdot M_a \quad (7.34b)$$

Kemudian mengurangkan persamaan (7.34a) dari (7.34b) akan memberikan bentuk persamaan berupa,

$$-\nabla \cdot (E_a \times H_b - E_b \times H_a) = E_a \cdot J_b + H_b \cdot M_a - E_b \cdot J_a - H_a \cdot M_b \quad (7.35)$$

Jika kita mengintegrasikan kedua sisi persamaan (7.35) melalui seluruh bidang permukaan dan menggunakan teorema divergensi pada sisi bagian kanan, maka

$$- \iint_S (E_a \times H_b - E_b \times H_a) \cdot ds = \iiint_V (E_a \cdot J_b + H_b \cdot M_a - E_b \cdot J_a - H_a \cdot M_b) dv \quad (7.36)$$

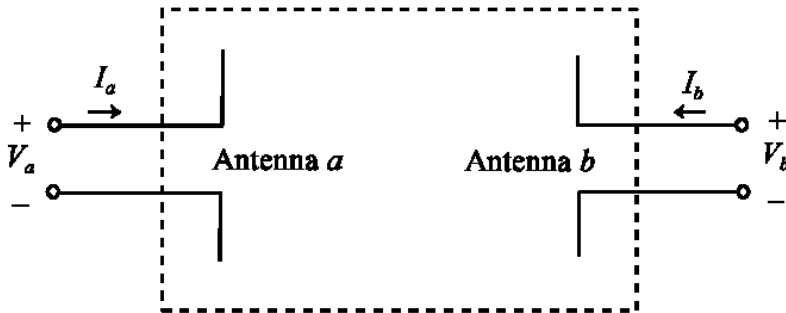
Permukaan pada sisi kiri persamaan (7.36) merupakan sebuah bentuk spheris dengan jari – jari tidak berhingga yang meradiasikan medan mendekati nilai 0. Volume  $V$  merupakan isi dari seluruh bidang permukaan. Maka, kita dapat menuliskan persamaan berupa,

$$\iiint_V (E_a \cdot J_b - H_a \cdot M_b) dv = \iiint_V (E_b \cdot J_a - H_b \cdot M_a) dv \quad (7.37)$$

Catatan bahwa bagian sisi kiri integral sebelumnya tergantung kepada sumber perangkat “b” begitupula sisi bagian kanan tergantung pada sumber perangkat “a”. Pada awalnya kita membatasi sumber – sumber medan gelombang untuk volume  $V_a$  dan  $V_b$ , kita dapat membatasi volume integral pada persamaan (7.37) kepada masing – masing volume sumber medan gelombang, sehingga

$$\iiint_{V_b} (E_a \cdot J_b - H_a \cdot M_b) dv = \iiint_{V_a} (E_b \cdot J_a - H_b \cdot M_a) dv \quad (7.38)$$

Persamaan (7.38) diatas melambangkan bentuk umum teorema ketimbal – balikan. Kita dapat menggunakan teorema ini untuk menganalisa sebuah sistem antenna pemancar dan penerima. Penentuan sistem antenna ditunjukkan pada gambar 7.7 dibawah ini. Untuk bentuk matematika sederhana, diasumsikan bahwa antenna sebagai penghantar yang sempurna, jenis antenna dipole pendek secara elektrik.



Gambar 7. 7. Sistem pemancar dan penerima dengan konduktivitas sempurna.

Integral – integral sumber medan gelombang persamaan (7.38) pada teorema ketimbal – balikan 3-dimensi disederhanakan terhadap integral garis untuk kasus antenna kawat.

$$\int_{L_a} E_b \cdot I_a dl' = \int_{L_b} E_a \cdot I_b dl' \quad (7.39)$$

Lagipula, medan listrik sepanjang konduktor kawat adalah 0 sehingga penggabungan persamaan dapat dipersingkat pada terminal – terminal antenna.

$$\int_{g_a} E_b \cdot I_a dl' = \int_{g_b} E_a \cdot I_b dl' \quad (7.40)$$

Jika kita kemudian memberikan asumsi bahwa arus antenna adalah serba sama pada antenna dipole pendek secara elektrik, kemudian

$$I_a \int_{g_a} E_b \cdot I_a dl' = I_b \int_{g_b} E_a \cdot I_b dl' \quad (7.41)$$

Medan listrik pada integral garis tersebut dipancarkan dengan arah antenna yang berlawanan pada terminal – terminal antenna. Terminal – terminal antenna akan menghasilkan induksi rangkaian tegangan terbuka (open circuit).

$$I_a V_a = I_b V_b \quad (7.42)$$

Jika kita menuliskan persamaan dua port untuk sistem antenna, kita akan menemukan,

$$V_a = Z_{aa} I_a + Z_{ab} I_b \quad (7.43)$$

$$V_b = Z_{ba} I_a + Z_{bb} I_b \quad (7.44)$$

dengan catatan bahwa impedansi  $Z_{ab}$  dan  $Z_{ba}$  yang ditunjukkan menjadi persamaan dari hasil teorema ketimbal – balikan.

$$Z_{ba} = \left. \frac{V_b}{I_a} \right|_{I_b=0} \quad (7.45)$$

$$Z_{ab} = \left. \frac{V_a}{I_b} \right|_{I_a=0} \quad (7.46)$$

$$Z_{ab} = \frac{V_a}{I_b} = \frac{V_b}{I_a} = Z_{ba} \quad (7.47)$$

Maka, jika kita meletakkan sebuah sumber arus pada antenna  $a$  dan mengukur tanggapannya pada antenna  $b$ , kemudian memindahkan sumber arus ke antenna  $b$  dan mengukur tanggapannya pada antenna  $a$ , kita akan mendapatkan tanggapan yang sama (magnitudo dan fasa). Serta, impedansi transfer awal ( $Z_{ab}$  dan  $Z_{ba}$ ) bernilai sama. Sehingga kita dapat mengukur pola antenna yang diberikan dalam mode pancaran atau mode penerimaan.

## CONTOH – CONTOH SOAL

1. Jika  $H_e = j\omega\epsilon\nabla \times \Pi_e$ , dimana  $\Pi_e$  merupakan potensial Hertzian elektris, tunjukkan bahwa,

- (a).  $\nabla^2 \Pi_e + k^2 \Pi_e = j \frac{1}{\omega\epsilon} J$   
 (b).  $E_e = k^2 \Pi_e + \nabla(\nabla \cdot \Pi_e)$   
 (c).  $\Pi_e = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} A$

Jawab :

$$\text{Jika } \bar{H}_e = j\omega\epsilon\nabla \times \bar{\Pi}_e \quad (1)$$

Persamaan CURL Maxwell  $\nabla \times \bar{E}_e = -j\omega\mu\bar{H}_e$  dapat dituliskan sebagai persamaan,

$$\nabla \times \bar{E}_e = -j\omega\mu\bar{H}_e = -j\omega\mu(j\omega\epsilon\nabla \times \bar{\Pi}_e) = \omega^2\mu\epsilon\nabla \times \bar{\Pi}_e$$

atau

$$\nabla \times (\bar{E}_e - \omega^2\mu\epsilon\bar{\Pi}_e) = \nabla \times (\bar{E}_e - k^2\bar{\Pi}_e) = 0$$

dimana

$$k^2 = \omega^2\mu\epsilon$$

diberikan,

$$\bar{E}_e - k^2\bar{\Pi}_e = -\nabla\phi_e \Rightarrow \bar{E}_e = -\nabla\phi_e + k^2\bar{\Pi}_e \quad (2)$$

dengan mengambil CURL dari persamaan (1) serta menggunakan vektor identitas persamaan

$$\nabla \times \nabla \times A = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A$$

akan menghasilkan,

$$\nabla \times \bar{H}_e = j\omega\epsilon\nabla \times \nabla \times \bar{\Pi}_e = j\omega\epsilon[\nabla(\nabla \cdot \bar{\Pi}_e) - \nabla^2 \bar{\Pi}_e] \quad (3)$$

Dengan menggunakan persamaan Maxwell,

$$\nabla \times \bar{H}_e = \bar{J} + j\omega\epsilon\bar{E}_e$$

dikurangkan terhadap persamaan (3), maka

$$\bar{J} + j\omega\epsilon\bar{E}_e = j\omega\epsilon[\nabla(\nabla \cdot \bar{\Pi}_e) - \nabla^2 \bar{\Pi}_e] \quad (4)$$

Substitusikan persamaan (2) kedalam persamaan (4) yang dikurangkan akan menjadi persamaan

$$\nabla^2 \bar{\Pi}_e + k^2 \bar{\Pi}_e = j \frac{\bar{J}}{\omega\epsilon} + [\nabla(\nabla \cdot \bar{\Pi}_e) + \nabla\phi_e] \quad (5)$$

Asumsikan bahwa  $\phi_e = -\nabla \cdot \bar{\Pi}_e$  sederhanakan persamaan (5) kedalam persamaan,

$$\nabla^2 \bar{\Pi}_e + k^2 \bar{\Pi}_e = j \frac{\bar{J}}{\omega\epsilon} \quad (6)$$

dan Persamaan (2) kedalam

$$\bar{E}_e = \nabla(\nabla \cdot \bar{\Pi}_e) + k^2 \bar{\Pi}_e \quad (7)$$

Bandingkanlah persamaan (6) dengan persamaan dibawah ini,

$$\nabla^2 A + k^2 A = -\mu J$$

akan menghasilkan hubungan persamaan berupa,

$$\bar{\Pi}_e = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \bar{A} \quad (8)$$

2. Jika  $E_h = -j\omega\mu\nabla \times \Pi_h$ , dimana  $\Pi_h$  adalah potensial magnetik Hertzian dipole, tunjukkan bahwa

- (a).  $\nabla^2 \Pi_h + k^2 \Pi_h = j \frac{1}{\omega\mu} M$   
 (b).  $H_h = k^2 \Pi_h + \nabla(\nabla \cdot \Pi_h)$   
 (c).  $\Pi_h = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} F$

Jawab:

$$\text{Jika } \bar{E}_h = -j\omega\mu\nabla \times \bar{\Pi}_m \quad (1)$$

Persamaan Maxwell CURL  $\nabla \times \bar{H}_m = j\omega\epsilon\bar{E}_m$  dapat dituliskan sebagai persamaan,

$$\nabla \times \bar{H}_m = j\omega\epsilon(-j\omega\mu\nabla \times \bar{\Pi}_m) = \omega^2\mu\epsilon \nabla \times \bar{\Pi}_m$$

atau

$$\nabla \times (\bar{H}_m - \omega^2\mu\epsilon\bar{\Pi}_m) = \nabla \times (\bar{H}_m - k^2\bar{\Pi}_m) = 0$$

dimana  $k^2 = \omega^2\mu\epsilon$

Berikanlah persamaan

$$\bar{H}_m - k^2\bar{\Pi}_m = -\nabla\phi_m \quad \Rightarrow \quad \bar{H}_m = -\nabla\phi_m + k^2\bar{\Pi}_m \quad (2)$$

Dengan mengambil CURL persamaan (1) serta menggunakan vektor identitas, akan menghasilkan persamaan,

$$\nabla \times \bar{E}_m = -j\omega\mu\nabla \times \nabla \times \bar{\Pi}_m = -j\omega\mu[\nabla(\nabla \cdot \bar{\Pi}_m) - \nabla^2\bar{\Pi}_m] \quad (3)$$

gunakan persamaan Maxwell,

$$\nabla \times \bar{E}_m = -\bar{M} - j\omega\mu\bar{H}_m \text{ sederhanakan persamaan (3) kedalam,}$$

$$-\bar{M} - j\omega\mu\bar{H}_m = -j\omega\mu[\nabla(\nabla \cdot \bar{\Pi}_m) - \nabla^2\bar{\Pi}_m] \quad (4)$$

Substitusi persamaan (2) kedalam persamaan (4) sehingga disederhanakan menjadi persamaan,

$$\nabla^2\bar{\Pi}_m + k^2\bar{\Pi}_m = j\frac{\bar{M}}{\omega\mu} + [\nabla(\nabla \cdot \bar{\Pi}_m) - \nabla\phi_m] \quad (5)$$

Diberikan persamaan  $\phi_m = -\nabla\bar{\Pi}_m$  sehingga dapat menyederhanakan persamaan (5) menjadi,

$$\nabla^2\bar{\Pi}_m + k^2\bar{\Pi}_m = j\frac{\bar{M}}{\omega\mu} \quad (6)$$

Dan persamaan (2) menjadi bentuk persamaan,

$$\bar{H}_m = \nabla(\nabla \cdot \bar{\Pi}_m) + k^2\bar{\Pi}_m \quad (7)$$

Bandingkan persamaan (6) dengan persamaan dibawah ini,

$$\nabla^2 F + k^2 F = -\epsilon M$$

Memberikan hubungan persamaan,

$$\bar{\Pi}_m = -j\frac{1}{\omega\mu\epsilon} \bar{F}$$

3. Buktikan bahwa persamaan (1) dan (2) dibawah ini merupakan solusi persamaan (3).

$$A_{z1} = C_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (1)$$

$$A_{z2} = C_2 \frac{e^{+jkr}}{r} \quad (2)$$

$$\frac{d^2 A_z(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dA_z(r)}{dr} + k^2 A_z(r) = 0 \quad (3)$$

Jawab :

$$\bar{A} = \hat{a}_z A_{z1} = \hat{a}_z C_1 \frac{e^{-jkr}}{r}$$

Substitusikan persamaan diatas kedalam persamaan (3) yang akan menghasilkan bagian persamaan berupa,

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_{z1}}{dr^2} &= \frac{d}{dr} \left[ \frac{d}{dr} \left( C_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right] = C_1 \frac{d}{dr} \left[ -jk \frac{e^{-jkr}}{r} - \frac{e^{-jkr}}{r^2} \right] \\ &= C_1 \left[ (-jk)^2 \frac{e^{-jkr}}{r} + jk \frac{e^{-jkr}}{r^2} - jk \frac{e^{-jkr}}{r^2} + 2 \frac{e^{-jkr}}{r^3} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{2}{r} \frac{dA_{z1}}{dr} = \frac{2}{r} C_1 \left( -jk \frac{e^{-jkr}}{r} - \frac{e^{-jkr}}{r^2} \right)$$

$$k^2 A_{z1} = k^2 C_1 \frac{e^{-jkr}}{r}$$

Penjumlahan ketiga bagian diatas sama dengan nol, dan bentuk tersebut memenuhi persamaan,

$$\frac{d^2 A_z(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dA_z(r)}{dr} + k^2 A_z(r) = 0$$

Kesimpulan yang sama diturunkan menggunakan persamaan,

$$\bar{A} = \hat{a}_z A_{z2} = \hat{a}_z C_2 \frac{e^{-jkr}}{r}$$

persamaan tersebut merupakan sebuah solusi.

4. Tunjukkan bahwa persamaan,

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \frac{J_z}{r} dv'$$

merupakan sebuah solusi untuk persamaan

$$\nabla^2 A_z = -\mu J_z$$

dan persamaan,

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V J_z \frac{e^{-jkr}}{r} dv'$$

merupakan sebuah solusi untuk persamaan

$$\nabla^2 A_z + k^2 A_z = -\mu J_z$$

Jawab :

Solusi persamaan  $\nabla^2 A_z = -\mu J_z$  dapat dirujuk dari solusi persamaan Poisson, yaitu :

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (1)$$

untuk potensial  $\phi$ ,  $\rho(x', y', z')$  melambangkan densitas muatan. Solusi ini diawali dengan teorema Green.

$$\int_V (\psi \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \psi) dv' = \oint_S (\psi \nabla \phi - \phi \nabla \psi) \cdot \hat{n} da \quad (2)$$

dimana  $\psi$  dan  $\phi$  merupakan fungsi perlakuan (nonsingular, kontinu dan dapat diturunkan dua kali). Untuk  $\psi$  dipilih sebuah solusi yang berbentuk,

$$\psi = \frac{1}{R} \quad (3)$$

dimana,

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (3.a)$$

Dengan menentukan muatan pada titik pusat sistem koordinat, muatan tersebut dapat ditunjukkan bahwa (diberikan  $r \neq 0$ ),

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2}$$

$$\nabla^2 \left( \frac{1}{r} \right) = 0$$

maka persamaan (2) disingkat menjadi,

$$\int_V \psi \nabla^2 \phi dv' = -\frac{1}{\epsilon} \int_V \frac{\rho(x', y', z')}{r} dv' \quad (4)$$

Untuk pengecualian  $r = 0$  dari singularitas  $\psi$ , titik observasi  $x', y', z'$  disekitar sebuah jari-jari lingkaran spherical  $r'$  dan permukaan  $\Sigma'$ . Maka volume  $V$  dibatasi oleh permukaan  $\Sigma$  dan  $\Sigma'$ , dan persamaan (2) dibagi menjadi 2 bahagian integral; satu bahagian untuk  $\Sigma$  dan lainnya untuk  $\Sigma'$ . Menggunakan persamaan (4) dikurangkan dengan persamaan (2) untuk,

$$-\frac{1}{\epsilon} \int_V \frac{\rho}{r} dv' = \oint_{\Sigma} (\psi \nabla \phi - \phi \nabla \psi) \cdot \hat{n} da + \oint_{\Sigma_0} (\psi \nabla \phi - \phi \nabla \psi) \cdot \hat{n} da \quad (5)$$

dan

$$\begin{aligned} \oint_{\Sigma} (\psi \nabla \phi - \phi \nabla \psi) \cdot \hat{n} da &= \oint_{\Sigma'} \left[ \frac{1}{r'} \nabla \phi - \phi (\nabla \psi)_{r=r'} \right] \cdot \hat{n} da \\ &= -\frac{1}{r'} \oint_{\Sigma'} \frac{\partial \phi}{\partial r} da - \frac{1}{r'^2} \oint_{\Sigma'} \phi da \end{aligned} \quad (5a)$$

Pada awalnya untuk nilai  $r'$  merupakan nilai sembarang, nilai ini dapat dipilih untuk nilai yang cukup kecil, sehingga  $\phi$  dan  $\frac{\partial \phi}{\partial r}$  secara esensi bernilai tetap pada setiap  $\Sigma'$ . Jika kita membuat nilai  $r'$  sangat kecil,  $\phi$  dan turunan normalnya mendekati nilai batas pada nilai tengah (dengan hipotesa, kedua nilai tersebut dan juga merupakan fungsi posisi kontinu). Maka dalam batas sebagai  $r' \rightarrow 0$ , kedua nilai tersebut dapat diambil keluar persamaan integral serta kita dapat menuliskan bahwa,

$$\oint_{\Sigma'} (\psi \nabla \phi - \phi \nabla \psi) \cdot \hat{n} da = -4\pi \phi(x, y, z) \quad (6)$$

dimulai dengan,

$$\lim_{r' \rightarrow 0} \frac{1}{r'} \oint_{\Sigma'} \frac{\partial \phi}{\partial r} da = \lim_{r' \rightarrow 0} \frac{1}{r'} \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=r'} \oint_{\Sigma'} da = \lim_{r' \rightarrow 0} \frac{1}{r'} \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=r'} (4\pi r'^2) = 0$$

Mengganti persamaan (6) kedalam persamaan (5) sederhanakan persamaan tersebut menjadi,

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho}{r} dv' + \frac{1}{4\pi} \oint_{\Sigma} \left[ \frac{1}{r} \nabla \phi - \phi \nabla \left( \frac{1}{r} \right) \right] \cdot \hat{n} da \quad (7)$$

Bagian pertama pada sisi kanan persamaan (7) menghitung kontribusi dari muatan dengan simbol  $\Sigma$  sementara bagian kedua untuk diluar dari  $\Sigma$ . Pengembangan  $\Sigma$  untuk seluruh muatan sehingga bagian kedua dihilangkan.

dan persamaan (7) disingkat menjadi,

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho(x', y', z')}{r} dv' \quad (8)$$

dengan membandingkan  $\nabla^2 A_z = -\mu J_z$  dengan persamaan (1), kita dapat menuliskan bahwa,

$$A_z(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{J_z(x', y', z')}{r} dv' \quad (9)$$

untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada buku D.T. Paris dan F.K.Hard, Basic Electromagnetic Theory, McGraw-Hill, 1969, pp.128-131.

Untuk penjelasan lengkap solusi soal diatas dapat dilihat pada buku R. E. Collin, Field Theory of Guided Waves, McGraw – Hill, 1960, pp. 35-39. Soal tersebut dapat menunjukkan bahwa,

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_V J_z(x', y', z') \frac{e^{-jkr}}{r} dV$$

Dikarenakan turunan persamaan yang panjang, persamaan tersebut tidak akan diulang disini.

5. Buktikan persamaan

$$\begin{aligned}\bar{A} &\cong [\hat{a}_r A'_r(\theta, \phi) + \hat{a}_\theta A'_\theta(\theta, \phi) + \hat{a}_\phi A'_\phi(\theta, \phi)] \frac{e^{-jkr}}{r} \\ \bar{E} &= -j\omega\bar{A} - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \bar{A}) \\ \psi = \nabla \cdot \bar{A} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \\ \psi = \nabla \cdot \bar{A} &= -jk \frac{e^{-jkr}}{r} + \frac{e^{-jkr}}{r^2} [\dots] + \frac{e^{-jkr}}{r^3} [\dots] + \dots \dots \dots \\ \nabla(\nabla \cdot \bar{A}) &= \nabla\psi = \hat{a}_r \frac{\partial \psi}{\partial r} + \hat{a}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \hat{a}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \\ &= \hat{a}_r \left\{ \frac{1}{r} [-\omega^2 \mu \epsilon e^{-jkr} A'_r(\theta, \phi)] + \frac{1}{r^2} [\dots] + \frac{1}{r^3} [\dots] + \dots \right\} \\ &\quad + \hat{a}_\theta \left\{ \frac{1}{r} (0) + \frac{1}{r^2} [\dots] + \frac{1}{r^3} [\dots] + \dots \right\} \\ &\quad + \hat{a}_\phi \left\{ \frac{1}{r} (0) + \frac{1}{r^2} [\dots] + \frac{1}{r^3} [\dots] + \dots \right\}\end{aligned}$$

maka,

$$\begin{aligned}\bar{E} &= -j\omega\bar{A} - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \bar{A}) \\ \bar{E} &= -j\omega[\hat{a}_r A'_r + \hat{a}_\theta A'_\theta + \hat{a}_\phi A'_\phi] \frac{e^{-jkr}}{r} \\ &\quad - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \left\{ \hat{a}_r \left[ \omega^2 \mu \epsilon \frac{e^{-jkr}}{r} + \frac{1}{r^2} (\dots) + \frac{1}{r^3} (\dots) + \dots \right] \right. \\ &\quad \left. + \hat{a}_\theta \left[ \frac{1}{r} (0) + \frac{1}{r^2} (\dots) + \frac{1}{r^3} (\dots) + \dots \right] \right. \\ &\quad \left. + \hat{a}_\phi \left[ \frac{1}{r} (0) + \frac{1}{r^2} (\dots) + \frac{1}{r^3} (\dots) + \dots \right] \right\}\end{aligned}$$

atau

$$\bar{E} \cong \frac{1}{r} \left\{ -j\omega e^{-jkr} [\hat{a}_r (0) + \hat{a}_\theta A'_\theta + \hat{a}_\phi A'_\phi] \right\} + \frac{1}{r^2} (\dots) + \frac{1}{r^3} (\dots) + \dots$$

dalam bentuk yang sama, persamaan diatas dapat ditunjukkan bahwa,

$$\bar{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{A} = \frac{1}{r} \left\{ j \frac{\omega}{\eta} e^{-jkr} [\hat{a}_r (0) + \hat{a}_\theta A'_\theta + \hat{a}_\phi A'_\phi] \right\} + \frac{1}{r^2} (\dots) + \frac{1}{r^3} (\dots) + \dots$$

6. Turunkan persamaan

$$-\nabla \cdot (E_1 \times H_2 - E_2 \times H_1) = E_1 \cdot J_2 + H_2 \cdot M_1 - E_2 \cdot J_1 - H_1 \cdot M_2$$

dan

$$\begin{aligned}& - \oint_S (E_1 \times H_2 - E_2 \times H_1) \cdot ds' \\ &= \iiint_V (E_1 \cdot J_2 + H_2 \cdot M_1 - E_2 \cdot J_1 - H_1 \cdot M_2) dv'\end{aligned}$$

Kita asumsikan bahwa keadaan linear dan medium isotropis, tetapi tidak homogen, terdapat dua set sumber  $\bar{J}_1, \bar{M}_1$  dan  $\bar{J}_2, \bar{M}_2$  yang diizinkan untuk memancarkan gelombang secara simultan dan individual kedalam media yang sama, frekuensi yang sama dan menghasilkan medan  $\bar{E}_1, \bar{H}_1$  dan  $\bar{E}_2, \bar{H}_2$ . Untuk medan – medan yang valid, medan tersebut harus memenuhi persamaan – persamaan Maxwell.

$$\nabla \times \bar{E}_1 = -\dot{z}\bar{H}_1 - \bar{M}_1 \quad (1)$$

$$\nabla \times \bar{H}_1 = \dot{y}\bar{E}_1 + \bar{J}_1 \quad (2)$$

$$\nabla \times \bar{E}_2 = -\dot{z}\bar{H}_2 - \bar{M}_2 \quad (3)$$

$$\nabla \times \bar{H}_2 = \dot{y}\bar{E}_2 + \bar{J}_2 \quad (4)$$

dimana

$$\dot{z} = j\omega(\mu' - j\mu'') \quad (5)$$

$$\dot{y} = \sigma + j\omega(\epsilon' - j\epsilon'') \quad (6)$$

Jika kita melakukan perkalian dot persamaan (1) dengan  $\bar{H}_2$  dan persamaan (4) dengan  $\bar{E}_1$ , kita dapat menuliskan,

$$\bar{H}_2 \cdot \nabla \times \bar{E}_1 = -\dot{z}\bar{H}_2 \cdot \bar{H}_1 - \bar{H}_2 \cdot \bar{M}_1 \quad (7)$$

$$\bar{E}_1 \cdot \nabla \times \bar{H}_2 = \dot{y}\bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2 + \bar{E}_1 \cdot \bar{J}_2 \quad (8)$$

Kurangkan persamaan (7) dari persamaan (8) disederhanakan menjadi,

$$\bar{E}_1 \cdot \nabla \times \bar{H}_2 - \bar{H}_2 \cdot \nabla \times \bar{E}_1 = \dot{y}\bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2 + \dot{z}\bar{H}_2 \cdot \bar{H}_1 + \bar{E}_1 \cdot \bar{J}_2 + \bar{H}_2 \cdot \bar{M}_1 \quad (9)$$

dengan menggunakan vektor identitas,

$$\nabla \cdot (\bar{A} \times \bar{B}) = \bar{B} \cdot (\nabla \times \bar{A}) - \bar{A} \cdot (\nabla \times \bar{B}) \quad (10)$$

Kita dapat menuliskan sebagai persamaan,

$$\nabla \cdot (\bar{H}_2 \times \bar{E}_1) = -\nabla \cdot (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2) = \dot{y}\bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2 + \dot{z}\bar{H}_2 \cdot \bar{H}_1 + \bar{E}_1 \cdot \bar{J}_2 + \bar{H}_2 \cdot \bar{M}_1 \quad (11)$$

Dalam bentuk yang sama, jika kita mengalikan dot persamaan (2) dengan  $\bar{E}_2$  dan persamaan (3) dengan  $\bar{H}_1$ ,

Kita dapat menuliskan persamaan dalam bentuk

$$\bar{E}_2 \cdot \nabla \times \bar{H}_1 = \dot{y}\bar{E}_2 \cdot \bar{E}_1 + \bar{E}_2 \cdot \bar{J}_1 \quad (12)$$

$$\bar{H}_1 \cdot \nabla \times \bar{E}_2 = -\dot{z}\bar{H}_1 \cdot \bar{H}_2 - \bar{M}_1 \cdot \bar{M}_2 \quad (13)$$

Kurangkan persamaan (13) dari persamaan (12) mengarah kepada persamaan

$$\bar{E}_2 \cdot \nabla \times \bar{H}_1 - \bar{H}_1 \cdot \nabla \times \bar{E}_2 = \dot{y}\bar{E}_2 \cdot \bar{E}_1 + \dot{z}\bar{H}_1 \cdot \bar{H}_2 + \bar{E}_2 \cdot \bar{J}_1 + \bar{H}_1 \cdot \bar{M}_2 \quad (14)$$

dengan menggunakan persamaan (10) dapat dituliskan persamaan,

$$\nabla \cdot (\bar{H}_1 \times \bar{E}_2) = -\nabla \cdot (\bar{E}_2 \times \bar{H}_1) = \dot{y}\bar{E}_2 \cdot \bar{E}_1 + \dot{z}\bar{H}_1 \cdot \bar{H}_2 + \bar{E}_2 \cdot \bar{J}_1 + \bar{H}_1 \cdot \bar{M}_2 \quad (15)$$

kurangkan persamaan (15) dari persamaan (11) yang akan mengarah kepada persamaan,

$$-\nabla \cdot (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2 - \bar{E}_2 \times \bar{H}_1) = \bar{E}_1 \cdot \bar{J}_2 + \bar{H}_2 \cdot \bar{M}_1 - \bar{E}_2 \cdot \bar{J}_1 - \bar{H}_1 \cdot \bar{M}_2 \quad (16)$$

persamaan diatas dikenal sebagai Teorema Resiprositas Lorentz dalam bentuk differensial. Dengan mengambil integral volume dari kedua sisi dari persamaan (16) dan menggunakan teorema divergensi pada sisi kiri persamaan, kita dapat menuliskan kembali persamaan (16) sebagai bentuk,

$$-\oint (\bar{E}_1 \times \bar{H}_2 - \bar{E}_2 \times \bar{H}_1) \cdot d\mathbf{s} = \iiint_V (\bar{E}_1 \cdot \bar{J}_2 + \bar{H}_2 \cdot \bar{M}_1 - \bar{E}_2 \cdot \bar{J}_1 - \bar{H}_1 \cdot \bar{M}_2) dV \quad (17)$$

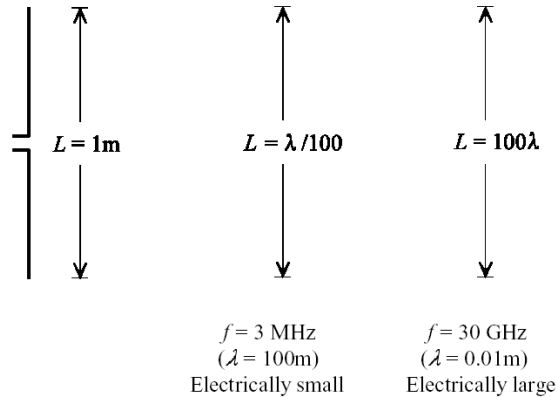
persamaan diatas dikenal sebagai Teorema Resiprositas Lorentz dalam bentuk integral.

## BAB 8 ANTENA KAWAT

Ukuran elektris sebuah antena merupakan ukuran fisik suatu antena yang didefinisikan relatif terhadap panjang gelombang. Ukuran elektris terdiri dari antena berukuran kecil secara elektris yaitu antena berukuran kecil relatif terhadap panjang gelombang dan antena berukuran besar yaitu antena berukuran besar relatif terhadap panjang gelombang.

Contoh;

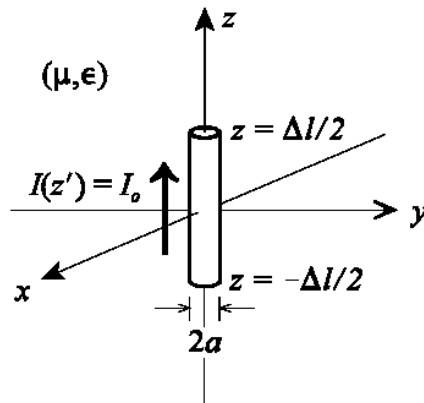
Ditentukan sebuah antena dengan panjang  $L = 1$  meter. Tentukan panjang elektris antena dipole pada frekuensi  $f = 3$  MHz dan  $f = 30$  GHz.



Gambar 8. 1. Antena Kawat dengan frekuensi yang berbeda.

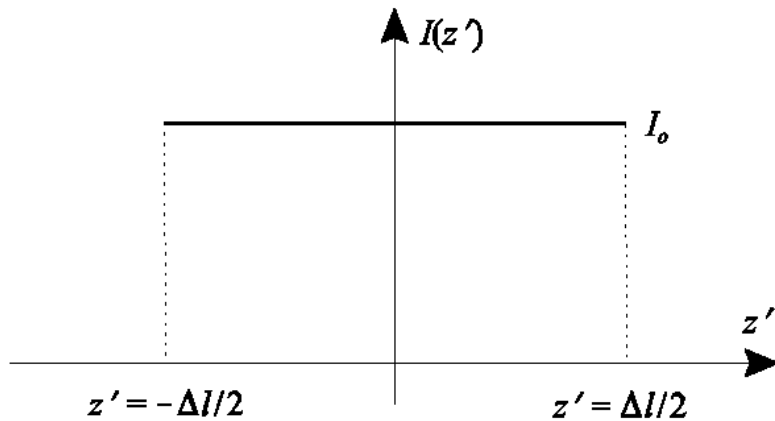
### 8. 1. Antena Infinitesimal Dipole.

Bentuk fisik antena dipole infinitesimal dapat dilihat pada gambar 8. 2 dibawah ini. Dimana nilai untuk panjang antena sebesar  $\Delta l \lesssim \frac{\lambda}{50}$  dan diameter antena  $a \ll \lambda$ .



Gambar 8. 2. Infinitesimal Dipole.

Kita asumsikan bahwa yang melalui sumbu antena infinite dipole adalah uniform. Dengan nilai  $a \ll \lambda$ , kita asumsikan bahwa setiap yang melingkari antena diabaikan dan perlakuan antena sebagai sebuah arus filament.

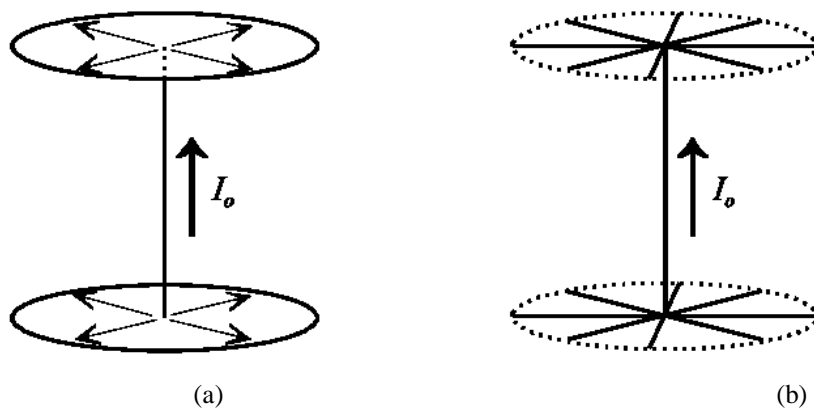


Gambar 8. 3. Penunjukkan Arus  $I(z')$  yang merupakan arus sumbu antenna.

Gambar 8. 3 menerangkan bahwa antenna infinitesimal dipole dengan sebuah arus konstan sepanjang batang antenna merupakan sebuah gambaran antenna secara non-fisik. Bagaimanapun juga, antenna dipole infinitesimal hampir sama dengan beberapa fisik antenna yang ada.

### 8. 2. Antena Plat Kapasitor.

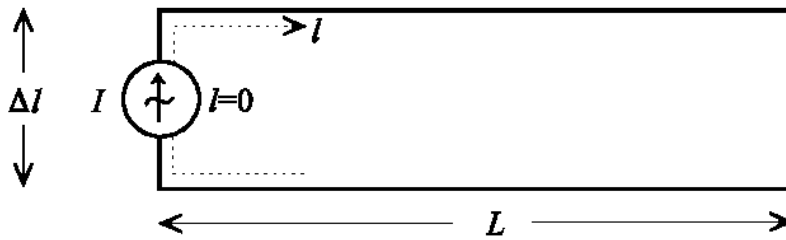
Kapasitor ini dikenal dengan nama *Top-Hat-Loaded Antenna*. Kapasitor plat dapat digambarkan sebagai konduktor atau bentuk kabel sederhana. Radiasi medan yang ditimbulkan arus radial cenderung menghambat setiap medan jauh lainnya sehingga medan jauh antenna kapasitor plat hampir sama bentuknya dengan antenna infinitesimal dipole.



Gambar 8. 4. Antena kapasitor plat berbentuk (a) Dua plat sejajar  
(b). Kawat terhubung berbentuk plat.

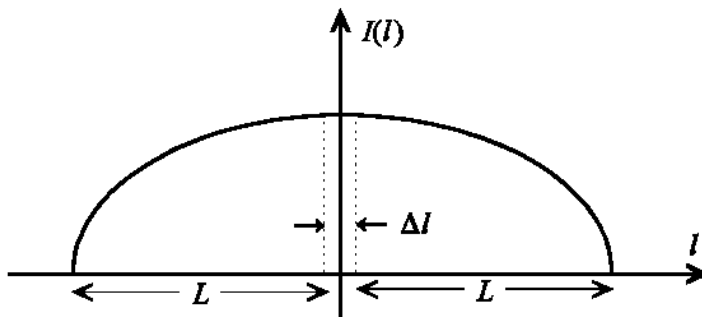
### 8. 3. Saluran Transmisi Antena Terbeban.

Gambar 8. 5 dibawah ini menggambarkan saluran transmisi dimana antenna sebagai pemancar. Perlakuan arus yang ditunjukkan pada gambar 8. 5 adalah penjalaran arus pada jarak saluran mulai dari 0 sampai dengan  $L$  panjang saluran yang dikehendaki.



Gambar 8. 5. Saluran Transmisi Antena Terbeban dengan jarak saluran  $L$ .

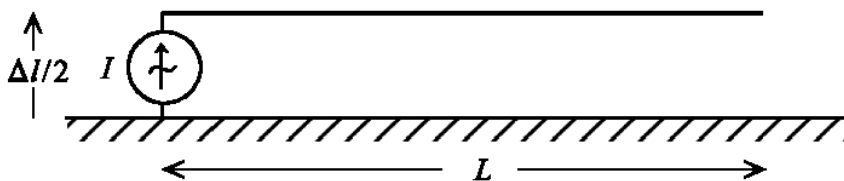
Jika kita asumsikan bahwa  $L \approx \lambda/4$ , kemudian arus sepanjang antenna dengan ukuran yang menyerupai dipole setengah gelombang. Maka dapat dilihat seperti gambar 8. 6 dibawah ini,



Gambar 8. 6. Antena Dipole Setengah Gelombang.

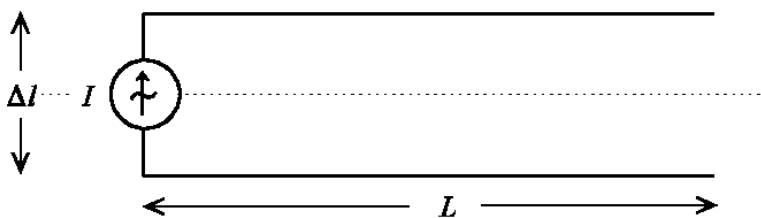
#### 8. 4. Antena L - Terbalik.

Pada gambar 8.7 dibawah ini menerangkan rangkaian listrik sebuah antena L-terbalik dimana salah satu ujung dari antena dihubungkan sebagai pentanahan atau ground.



Gambar 8. 7. Rangkaian listrik sebuah antena L-terbalik.

Dengan menggunakan teori pencitraan, antena L-terbalik sama dengan saluran transmisi antena yang terbeban.



Gambar 8. 8. Rangkaian Listrik Antena L-Terbalik.

Berdasarkan pada distribusi arus antena – antena ini, medan jauh antena kapasitor plat,

antena saluran transmisi terbeban dan antenna L-terbalik dapat didekati dengan medan jauh antenna dipole infinitesimal.

Untuk menentukan radiasi medan yang ditimbulkan oleh antenna dipole infinitesimal, pertama – tama yang dilakukan adalah menentukan vektor potensial magnetik  $A$  akibat dari sumber arus listrik yang diberikan  $J (M = 0, F = 0)$ .

$$A(r) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V J(r') \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dv' \quad (8.1)$$

$$J(r') \Rightarrow I(z') = I_0 a_z \quad (8.2)$$

$$dv' \Rightarrow dl' = dz' \quad \left(-\frac{\Delta l}{2} \leq z' \leq \frac{\Delta l}{2}\right) \quad (8.3)$$

$$r' \approx 0 \text{ (sumber titik)} \\ |r-r'| \approx |r| = r$$

$$\begin{aligned} A(r) &= \frac{\mu}{4\pi} \int_{-\Delta l/2}^{\Delta l/2} I_0 a_z \frac{e^{-jkr}}{r} dz' \\ &= \frac{\mu I_0}{4\pi r} e^{-jkr} a_z \int_{-\Delta l/2}^{\Delta l/2} dz' \\ &= \frac{\mu I_0 \Delta l}{4\pi r} e^{-jkr} a_z \\ &= A_z(r) a_z \end{aligned} \quad (8.4)$$

Vektor potensial magnetik antenna dipole infinitesimal diberikan pada persamaan sebelumnya sebagai sebuah vektor koordinat persegi (rectangular) dengan mendefinisikan magnetisasi pada bagian koordinat spheris. Vektor koordinat persegi dapat dipindahkan kedalam koordinat spheris dengan menggunakan standard transformasi koordinat.

$$\begin{aligned} A_x, A_y, A_z &\Rightarrow A_r, A_\theta, A_\phi \\ A_r &= A_x \sin \theta \cos \phi + A_y \sin \theta \sin \phi + A_z \cos \theta \\ A_\theta &= A_x \cos \theta \cos \phi + A_y \cos \theta \sin \phi - A_z \sin \theta \\ A_\phi &= -A_x \sin \phi + A_y \cos \phi \end{aligned} \quad (8.5)$$

$$A_r = A_z \cos \theta = \frac{\mu I_0 \Delta l}{4\pi r} e^{-jkr} \cos \theta = A_r(r, \theta) \quad (8.6)$$

$$A_\theta = -A_z \sin \theta = -\frac{\mu I_0 \Delta l}{4\pi r} e^{-jkr} \sin \theta = A_\theta(r, \theta) \quad (8.7)$$

$$A_\phi = 0 \quad (8.8)$$

Vektor potensial magnetik total dapat dituliskan dalam bentuk vektor seperti,

$$\begin{aligned} A(r, \theta) &= A_r(r, \theta) a_r + A_\theta(r, \theta) a_\theta \\ &= \frac{\mu I_0 \Delta l}{4\pi r} e^{-jkr} (\cos \theta a_r - \sin \theta a_\theta) \end{aligned} \quad (8.10)$$

Karena sumber titik alami sebenarnya dipole infinitesimal ( $\Delta l \lesssim \lambda/50$ ), persamaan diatas

berlaku untuk potensial vektor magnetik dipole infinitesimal serta berlaku diseluruh titik sumber medan magnetik. Ungkapan persamaan – persamaan diatas dapat digunakan untuk A dalam menentukan medan dekat dan medan jauh.

Radiasi medan dipole infinitesimal dipole didapat dengan menurunkan persamaan potensial vektor magnetik.

$$H = \frac{1}{\mu} \nabla \times A$$

$$\nabla \times A = \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] a_r + \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] a_\theta + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] a_\phi \quad (8.11)$$

$$H = \frac{1}{\mu} \nabla \times A$$

$$= \frac{1}{\mu r} \left[ -\frac{\mu I_0 \Delta l}{4\pi} \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} (e^{-jkr}) - \frac{\mu I_0 \Delta l}{4\pi r} e^{-jkr} \frac{\partial}{\partial \theta} (\cos \theta) \right] a_\phi$$

$$= \frac{I_0 \Delta l}{4\pi r} \left[ -\sin \theta (-jke^{-jkr}) - \frac{e^{-jkr}}{r} (-\sin \theta) \right] a_\phi$$

$$= \frac{jk I_0 \Delta l}{4\pi} \sin \theta \left[ \frac{1}{r} + \frac{1}{jkr^2} \right] e^{-jkr} a_\phi$$

$$= \frac{I_0 \Delta l}{4\pi} \sin \theta \left[ \frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right] e^{-jkr} a_\phi$$

$$= H_\phi(r, \theta) a_\phi \quad (8.12)$$

Medan listrik ditentukan dengan menggunakan teori potensial atau persamaan Maxwell.

### TEORI POTENSIAL

$$E = -j\omega A - \nabla \phi_e$$

$$= -j\omega A - \frac{j}{\omega \mu \epsilon} \nabla (\nabla \cdot A)$$

$$= -j\omega \left[ A + \frac{1}{k^2} \nabla (\nabla \cdot A) \right] \quad (8.13)$$

Persamaan Maxwell ( $J = 0$  medan yang menjauh dari sumber)

$$\nabla \times H = j\omega \epsilon E + J \quad \rightarrow \quad E = \frac{1}{j\omega \epsilon} \nabla \times H \quad (8.14)$$

sebagai catatan bahwa ungkapan medan listrik pada bagian potensial membutuhkan dua tingkatan penurunan persamaan sedangkan persamaan Maxwell hanya membutuhkan satu tingkatan penurunan. Maka dengan menggunakan persamaan Maxwell, dapat ditentukan;

$$\nabla \times H = \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (H_\phi \sin \theta) - \frac{\partial H_\theta}{\partial \phi} \right] a_r + \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r H_\phi) \right] a_\theta + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r H_\theta) - \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right] a_\phi \quad (8.15)$$

$$\begin{aligned}
E &= \frac{1}{j\omega\epsilon} \left( \frac{jk I_0 \Delta l}{4\pi} \right) \left\{ \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{1}{r} + \frac{1}{jkr^2} \right] e^{-jkr} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin^2 \theta) a_r \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{r} \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( 1 + \frac{1}{jkr} \right) e^{-jkr} \right] a_\theta \right\} \\
&= \frac{\mu I_0 \Delta l}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{1}{r} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{jkr^2} \right] e^{-jkr} (2 \sin \theta \cos \theta) a_r \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{r} \sin \theta \left[ -jke^{-jkr} + \left( \frac{1}{jkr} \right) (-jke^{-jkr}) + (e^{-jkr}) \left( -\frac{1}{jkr^2} \right) \right] a_\theta \right\} \\
&= \frac{\mu I_0 \Delta l}{4\pi} \left\{ 2 \cos \theta \left[ \frac{1}{r^2} + \frac{1}{jkr^3} \right] e^{-jkr} a_r \right. \\
&\quad \left. + \sin \theta \left[ \frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{jkr^3} \right] e^{-jkr} a_\theta \right\} \\
&= E_r(r, \theta) a_r + E_\theta(r, \theta) a_\theta
\end{aligned} \tag{8.16}$$

Persamaan radiasi medan dengan antenna dipol infinitesimal

$$E_r = \eta \frac{k I_0 \Delta l}{2\pi r} \cos \theta \left[ \frac{1}{kr} - \frac{j}{(kr)^2} \right] e^{-jkr} \tag{8.17}$$

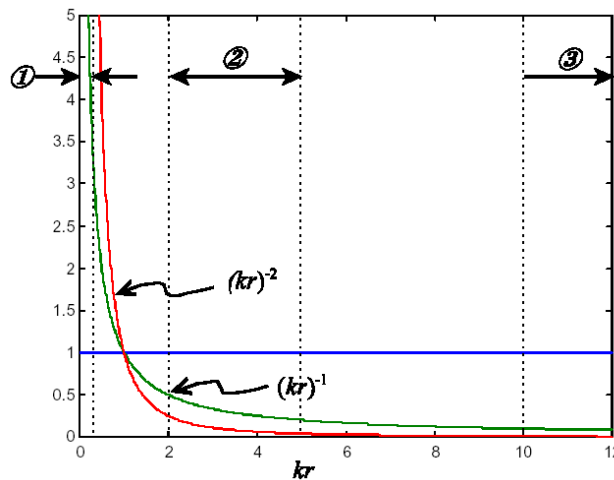
$$E_\theta = \eta \frac{k I_0 \Delta l}{4\pi r} \sin \theta \left[ j + \frac{1}{kr} - \frac{j}{(kr)^2} \right] e^{-jkr} \tag{8.18}$$

$$H_\phi = \frac{k I_0 \Delta l}{4\pi r} \sin \theta \left[ j + \frac{1}{kr} \right] e^{-jkr} \tag{8.19}$$

### 8. 5. Daerah - Daerah Medan Dipol Infinitesimal

Kita dapat memisahkan medan – medan dipol infinitesimal kedalam tiga daerah standard, yaitu;

1. Medan dekat reaktif dengan persyaratan  $kr \ll 1$ .
2. Medan dekat radiatif dengan persyaratan  $kr > 1$ .
3. Medan jauh dengan persyaratan  $kr \gg 1$ .



Gambar 8. 9. Daerah Standard dipol infinitesimal.

Mempertimbangkan tanda kurung [ ] dalam ungkapan medan radiasi untuk dipol infinitesimal,

1. Medan dekat reaktif ( $kr \ll 1$ ) ;  $(kr)^{-2}$  merupakan bagian mendominasi.
2. Medan dekat radiasi ( $kr > 1$ ) ; konstanta bagian mendominasi jika ada nilai berarti sebaliknya,  $(kr)^{-1}$  bagian mendominasi.
3. Medan jauh ( $kr \gg 1$ ) ; konstanta bagian mendominasi.

### 8. 5. 1. Medan Dekat Reaktif [ $kr \ll 1$ atau $r \ll \lambda/2\pi$ ].

Ketika  $kr \ll 1$ , istilah yang berbeda secara terbalik dengan daya paling tinggi dari  $kr$  menjadi medan yang dominan. Maka, medan dekat dipol infinitesimal diberikan dengan persamaan,

$$E_r \approx -j\eta \frac{I_0 \Delta l e^{-jkr}}{2\pi kr^3} \cos \theta \quad (8.20)$$

$$E_\theta \approx -j\eta \frac{I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi kr^3} \sin \theta \quad (8.21)$$

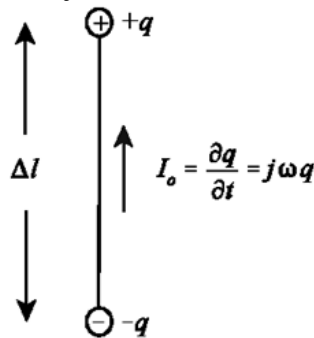
$$H_\phi \approx \frac{I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r^2} \sin \theta \quad (8.22)$$

Catatan perbedaan fasa  $90^\circ$  antara komponen medan listrik dan komponen medan magnetik (komponen – komponen ini berada pada fasa kuadratur yang menunjukkan daya reaktif (energi disimpan, tidak diradiasikan). Jika kita menyelidiki vektor poynting dari bagian medan dekat dominan, kita akan menemukan persamaan,

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} E \times H^* = \frac{1}{2} [(E_r a_r + E_\theta a_\theta) \times H_\phi^* a_\phi] = \frac{1}{2} [-E_r H_\phi^* a_\theta + E_\theta H_\phi^* a_r] \\ &= j \frac{\eta}{k} \left( \frac{I_0 \Delta l}{4\pi} \right)^2 \left[ \frac{\sin \theta \cos \theta}{r^5} a_\theta - \frac{\sin^2 \theta}{2r^5} a_r \right] \end{aligned} \quad (8.23)$$

Vektor pointing (densitas daya vektor komplek) untuk medan dekat dipol infinitesimal intinya bernilai imajiner. Sebuah vektor pointing imajiner berhubungan dengan gelombang berdiri atau penyimpanan energi (daya reaktif).

Bentuk vektor medan elektrik dekat sama dengan sebuah dipol elektrostatik (muatan +q dan -q dipisahkan dengan sebuah jarak  $\Delta l$ ).



Gambar 8. 10. Dipol elektrostatik dengan dua muatan.

dari gambar 8.10 diatas, bahwa nilai arus dapat dituliskan dengan persamaan,

$$I_0 \frac{\eta}{k} = j\omega q \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\omega \sqrt{\mu\epsilon}} = j \frac{q}{\epsilon} \quad (8.24)$$

jika kita ganti pada bagian  $I_0 \frac{\eta}{k}$  dengan bagian medan elektrik dekat disertai dengan ungkapan muatan setaranya , kita akan mendapatkan persamaan berbentuk;

$$E = \frac{q \Delta l}{4\pi \epsilon r^3} [2 \cos \theta a_r + \sin \theta a_\theta] e^{-jkr} \quad (8.25)$$

Ungkapan medan elektrik diatas sama dengan dipol elektrostatis kecuali untuk bagian eksponensial kompleks (osilasi medan elektrik dipol *infinitesimal*). Hasil ini dihubungkan dengan asumsi dari sebuah arus serbasama yang terjadi pada bagian akhir antena kawat, menghasilkan muatan untuk membangun medan dekat reaktif serta terjadi pelemahan pada bagian akhir dipol sebagai proses osilasi arus.

Medan magnetik dekat dari dipol infinitesimal dapat ditunjukkan menjadi setara secara matematik terhadap bagian arus singkat DC dikali dengan bagian eksponensial kompleks yang sama.

### 8. 5. 2. Medan Dekat Radiasi [ $kr \cong 1$ atau $r \cong \lambda/2\pi$ ].

Bagian dominan untuk medan dekat radiasi dari dipol infinitesimal merupakan bagian – bagian yang bernilai konstan dengan menanggapi nilai pada  $kr$  untuk  $E_\theta$  dan  $H_\phi$  serta bagian yang sebanding dengan  $(kr)^{-1}$  untuk  $E_r$ .

Persamaan medan dekat radiasi dipol infinitesimal dapat dituliskan sebagai berikut ;

$$E_r \approx \eta \frac{I_0 \Delta l e^{-jkr}}{2\pi r^2} \cos \theta \quad (8.26)$$

$$E_\theta \approx j\eta \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \quad (8.27)$$

$$H_\phi \approx j \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \quad (8.28)$$

Sebagai catatan bahwa  $E_\theta$  dan  $H_\phi$  mempunyai nilai fasa yang sama dimana hasil sebuah vektor pointing untuk kedua komponen ini pada intinya bernilai nyata / real (radiasi). Arah komponen vektor poynting ini adalah kearah luar secara radial serta menunjukkan daya real kearah keluar tersebut.

### 8. 5. 3. Medan Jauh [ $kr \gg 1$ atau $r \gg \lambda/2\pi$ ]

Bagian dominan untuk medan jauh dipol infinitesimal merupakan bagian yang bernilai konstan dengan menanggapi nilai  $kr$ . Persamaan nilai medan jauh dipol infinitesimal dapat kita tuliskan sebagai berikut ;

$$E_\theta \approx j\eta \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \quad (8.29)$$

$$H_\phi \approx j \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \quad (8.30)$$

Catatan bahwa komponen – komponen medan jauh dari  $E$  dan  $H$  merupakan dua komponen yang sama serta menghasilkan arah secara radial dan vektor poynting bernilai real (daya radiasi) untuk medan dekat radiasi. Juga perlu dicatat bahwa tidak ada komponen radial dari  $E$  dan  $H$  sehingga gelombang yang merambat hanyalah sebuah gelombang TEM (*Transverse Electromagnetic Wave*). Untuk nilai yang sangat besar dari  $r$ , gelombang TEM ini merupakan pendekatan sebuah bidang gelombang. Perbandingan medan elektrik jauh terhadap medan magnetik jauh untuk dipol infinitesimal menghasilkan nilai impedansi intrinsik medium.

$$\frac{E_\theta}{H_\phi} \approx \eta \quad (8.31)$$

## 8. 6. Medan Jauh dari Sebuah Dipol Infinitesimal Berorientasi Nilai Berubah – ubah.

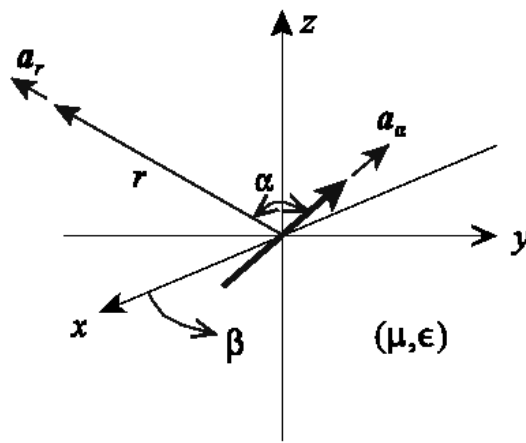
Pemberian persamaan untuk medan jauh dipol infinitesimal yang berorientasi sepanjang sumbu – z, maka kita dapat menyatakan secara umum bahwa persamaan – persamaan untuk

antena dipol infinitesimal berorientasi pada segala arah. Medan jauh dipol infinitesimal berorientasi sepanjang sumbu  $z$  adalah persamaan (8.29) dan (8.30),

$$E_\theta \approx j\eta \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \quad (8.29)$$

$$H_\phi \approx j \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \quad (8.30)$$

jika antenna kita putar dengan beberapa nilai sudut ( $\alpha$ ) yang berubah – ubah dan definisi arah baru dari aliran arus dengan vektor satuan  $a_\alpha$ , menghasilkan medan jauh yang sederhana versi putar dari persamaan – persamaan awal diatas. Pada sistem koordinat putar gambar 8. 11, kita harus mendefinisikan sudut baru ( $\alpha, \beta$ ) yang berhubungan dengan sudut koordinat spheris ( $\theta, \phi$ ) pada sistem koordinat awal. Sudut  $\beta$  ditunjukkan pada gambar dibawah ini merujuk kepada sumbu  $x$  (didefinisikan sebagai  $\phi$ ) tetapi dapat dirujuk untuk setiap sumbu yang dapat melambangkan sebuah putaran dalam arah  $-\phi$ .



Gambar 8. 11. Perubahan putaran sudut antenna

Catatan bahwa medan jauh infinitesimal dalam sistem koordinat awal bergantung kepada koordinat spheris  $r$  dan  $\theta$ . Untuk nilai  $r$  identik dengan sistem 2-koordinat pada awalnya melambangkan sebagai jarak dari koordinat awal. Bagaimanapun juga, kita harus menentukan transformasi dari  $\theta$  ke  $\alpha$ . Transformasi medan jauh dalam sistem koordinat awal terhadap kedua sistem koordinat putar dapat kita tuliskan sebagai persamaan,

$$E_\theta \approx j\eta \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \rightarrow E_\alpha \approx j\eta \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \alpha \quad (8.32)$$

$$H_\phi \approx j \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \rightarrow H_\beta \approx j \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \alpha \quad (8.33)$$

Secara khusus, kita memerlukan definisi dari  $\sin \alpha$ . Berdasarkan kepada identitas trigonometri,

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad (8.34)$$

kita dapat menuliskan persamaan,

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \quad (8.35)$$

Berdasarkan definisi perkalian dot, bagian  $\cos \alpha$  dapat dituliskan sebagai persamaan,

$$\cos \alpha = \mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_\alpha \quad (8.36)$$

maka

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - (\mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_\alpha)^2} \quad (8.37)$$

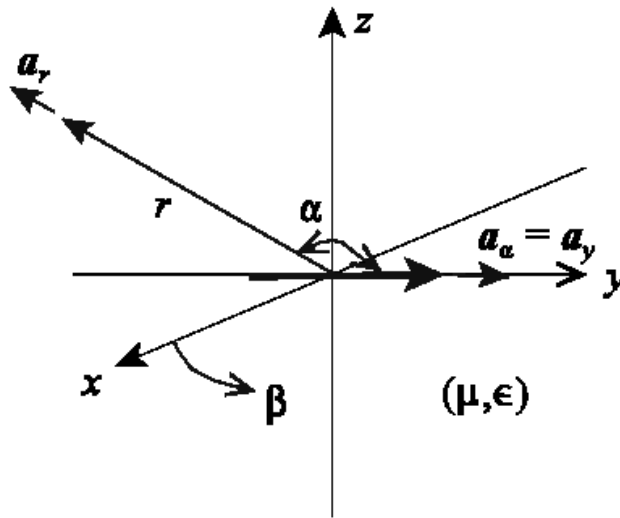
dengan memasukkan hasil untuk nilai bagian  $\sin \alpha$ ,

$$E_\alpha \approx j\eta \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sqrt{1 - (\mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_\alpha)^2} \quad (8.38)$$

$$H_\beta \approx j \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sqrt{1 - (\mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_\alpha)^2} \quad (8.39)$$

Contoh :

Tentukan medan jauh dari sebuah antena dipol infinitesimal dengan orientasi sepanjang sumbu - y



dari gambar diatas dapat dituliskan,

$$\mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_\alpha = \mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_y = \sin \theta \sin \phi$$

maka,

$$E_\alpha \approx j\eta \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sqrt{1 - (\sin \theta \sin \phi)^2}$$

$$H_\beta \approx j \frac{k I_0 \Delta l e^{-jkr}}{4\pi r} \sqrt{1 - (\sin \theta \sin \phi)^2}$$

## 8. 7. Teorema Poynting (Konservasi Daya)

Teorema poynting didefinisikan sebagai prinsip dasar dari konservasi daya yang diterapkan untuk radiasi gelombang antena. Turunan dari bentuk waktu harmonik vektor poynting berawal dengan mengikuti aturan vektor identitas.

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) \quad (8.40)$$

Jika kita memasukkan vektor poynting ( $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*$ ) pada bagian sisi kiri identitas diatas, kita menemukan

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \mathbf{H}^* \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}^*) \quad (8.41)$$

dari persamaan – persamaan Maxwell, curl E dan H dapat dituliskan

$$\nabla \times H = j\omega\epsilon E + J \quad (8.42)$$

$$\nabla \times E = -j\omega\mu H \quad (8.43)$$

seperti yang dijelaskan sebelumnya,

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (E \times H^*) &= H^* \cdot (-j\omega\mu H) - E \cdot (-j\omega\epsilon E^* + J) \\ &= -j\omega\mu |H|^2 + j\omega\epsilon |E|^2 - E \cdot J^* \end{aligned} \quad (8.44)$$

dengan mengintegrasikan kedua sisi persamaan diatas ke seluruh volume V dan menggunakan teorema divergensi untuk bagian sisi lengkan kiri memberikan persamaan,

$$\begin{aligned} \iiint_V [\nabla \cdot (E \times H^*)] dv &= \iint_S (E \times H^*) \cdot ds \\ &= -j\omega \left[ \iiint_V \mu |H|^2 dv - \iiint_V \epsilon |E|^2 dv \right] - \iiint_V (E \cdot J^*) dv \end{aligned} \quad (8.55)$$

Kerapatan arus pada persamaan (8.55) diatas terdiri dari dua komponen; arus yang berkesan (sumber arus) yang dilambangkan dengan ( $J_i$ ) dan arus konduksi ( $J_c$ ).

$$J = J_c + J_i = \sigma E + J_i \quad (8.56)$$

Memasukkan ungkapan arus dan membagi kedua sisi persamaan dengan 2 menghasilkan teorema poynting.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \iint_S (E \times H^*) \cdot ds &= -j\omega \left[ \iiint_V \frac{1}{2} \mu |H|^2 dv - \iiint_V \frac{1}{2} \epsilon |E|^2 dv \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \iiint_V \sigma |E|^2 dv - \frac{1}{2} \iiint_V (E \cdot J_i^*) dv \end{aligned} \quad (8.57)$$

Bagian – bagian tersendiri pada persamaan diatas dapat diidentifikasi sebagai,

Daya kompleks yang mengalir keluar dari V dinyatakan dengan persamaan,

$$P = \frac{1}{2} \iint_S (E \times H^*) \cdot ds \quad (8.58)$$

Daya real yang mengalir keluar dari V dinyatakan dengan persamaan,

$$P_{rad} = \frac{1}{2} Re \iint_S (E \times H^*) \cdot ds \quad (8.59)$$

Waktu rata-rata penyimpanan energi magnetik dengan V,

$$W_m = \frac{1}{2} \iiint_V \left( \frac{1}{2} \mu |H|^2 \right) dv \quad (8.60)$$

Waktu rata-rata penyimpanan energi listrik dengan V,

$$W_e = \frac{1}{2} \iiint_V \left( \frac{1}{2} \epsilon |E|^2 \right) dv \quad (8.61)$$

Waktu rata-rata energi daya yang dihabiskan dengan V,

$$P_L = \frac{1}{2} \iiint_V (\sigma |E|^2) dv \quad (8.62)$$

Daya yang diberikan oleh sumber dengan  $V$ ,

$$P_S = -\frac{1}{2} \iiint_V (E \cdot J_i^*) dv \quad (8.63)$$

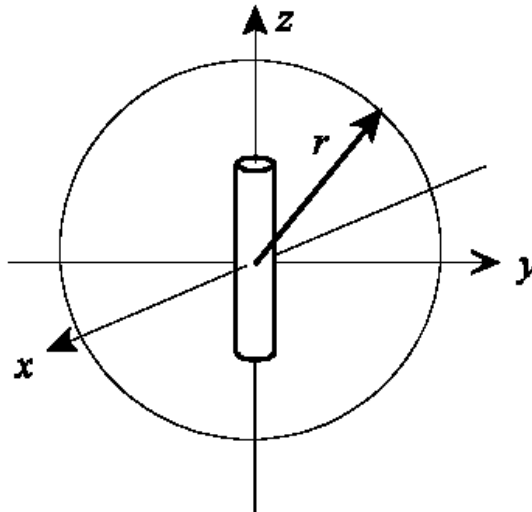
Teorema poynting dapat dituliskan sebagai persamaan

$$P_S = P + P_L + j2\omega(W_m - W_e) \quad (8.64)$$

### 8. 8. Daya Total dan Tahanan Radiasi.

Untuk menentukan total daya kompleks (daya radiasi ditambah daya reaktif) dihasilkan dengan dipol infinitesimal, kita mengintegrasikan vektor poynting kedalam sebuah permukaan speris yang menyelubungi antenna seperti pada gambar 8.12. Kita juga harus menggunakan ungkapan medan komplut untuk menentukan kedua daya radiasi dan daya reaktif tersebut. Waktu rata – rata vektor poynting kompleks adalah,

$$S = \frac{1}{2} E \times H^* = \frac{1}{2} [(E_r a_r + E_\theta a_\theta) \times H_\phi^* a_\phi] = \frac{1}{2} [-E_r H_\phi^* a_\theta + E_\theta H_\phi^* a_r] \quad (8.65)$$



Gambar 8. 12. Bentuk permukaan speris pada antenna.

Daya kompleks total yang melewati permukaan speris dengan jari – jari  $r$  ditentukan dengan mengintegrasikan komponen normal poynting vektor diseluruh permukaan.

$$\begin{aligned} P &= \iint_S S \cdot ds = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [E_\theta H_\phi^* a_r - E_r H_\phi^* a_\theta] \cdot a_r r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi E_\theta H_\phi^* r^2 \sin \theta d\theta d\phi = P_{rad} + j2\omega(W'_m - W'_e) \end{aligned} \quad (8.66)$$

Bagian  $W'_e$  dan  $W'_m$  melambangkan aliran elektrik radial dan aliran energi magnetik melalui permukaan speris  $S$ .

$$\begin{aligned}
E_{\theta} H_{\phi}^* &= \left\{ \eta \frac{k I_0 \Delta l}{4\pi r} \sin \theta \left[ j + \frac{1}{kr} - \frac{j}{(kr)^2} \right] e^{-jkr} \right\} \\
&\quad \times \left\{ \frac{k I_0^* \Delta l}{4\pi r} \sin \theta \left[ -j + \frac{1}{kr} \right] e^{-jkr} \right\} \\
&= \eta \left( \frac{k |I_0| \Delta l}{4\pi r} \sin \theta \right)^2 \left[ 1 + \frac{j}{kr} - \frac{j}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} - \frac{1}{(kr)^2} - \frac{1}{(kr)^3} \right] \\
&= \eta \left( \frac{k |I_0| \Delta l}{4\pi r} \sin \theta \right)^2 \left[ 1 - \frac{1}{(kr)^3} \right] \tag{8.67}
\end{aligned}$$

Daya total melalui permukaan spheris adalah,

$$\begin{aligned}
P &= \frac{\eta}{2} \left( \frac{k |I_0| \Delta l}{4\pi} \right)^2 \left[ 1 - \frac{j}{(kr)^3} \right] \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta \, d\theta \, d\phi \\
&= \frac{\eta}{2} \left( \frac{k |I_0| \Delta l}{4\pi} \right)^2 \left[ 1 - \frac{j}{(kr)^3} \right] (2\pi) \left[ -\frac{1}{3} \cos \theta (\sin^2 \theta + 2) \right]_0^{\pi} \\
&= \eta \frac{4\pi}{3} \left( \frac{k |I_0| \Delta l}{4\pi} \right)^2 \left[ 1 - \frac{j}{(kr)^3} \right] \quad \text{dimana } k = \frac{2\pi}{\lambda} \\
&= \eta \frac{\pi}{3} \left( \frac{|I_0| \Delta l}{\lambda} \right)^2 \left[ 1 - \frac{j}{(kr)^3} \right] \tag{8.68}
\end{aligned}$$

Bagian real dan imajiner dari daya kompleks berbentuk persamaan,

$$\begin{aligned}
P_{rad} &= \eta \frac{\pi}{3} \left( \frac{|I_0| \Delta l}{\lambda} \right)^2 = \eta \frac{\pi}{3} \left( \frac{k |I_0| \Delta l}{2\pi} \right)^2 \\
2\omega(W'_m - W'_e) &= -\eta \frac{\pi}{3} \left( \frac{|I_0| \Delta l}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{(kr)^3}
\end{aligned}$$

Tahanan radiasi untuk antenna dipol infinitesimal ditentukan berdasarkan,

$$P_{rad} = \eta \frac{\pi}{3} \left( \frac{|I_0| \Delta l}{\lambda} \right)^2 = \frac{1}{2} |I_0|^2 R_r \tag{8.69}$$

maka tahanan radiasi untuk antenna dipol infinitesimal dapat kita tuliskan sebagai,

$$R_r = \eta \frac{2\pi}{3} \left( \frac{\Delta l}{\lambda} \right)^2 = 80\pi^2 \left( \frac{\Delta l}{\lambda} \right)^2 \tag{8.70}$$

## 8. 9. Intensitas Radiasi Dipol Infinitesimal dan Keterarahan

Intensitas radiasi antenna dipol infinitesimal dapat ditemukan dengan menggunakan medan total yang telah ditentukan sebelumnya. Untuk daya radiasi dapat dituliskan,

$$\begin{aligned}
P_{rad} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_{\hat{S}} (E \times H^*) \cdot d\mathbf{s} \\
&= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} E_{\theta} H_{\phi}^* r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta \, d\theta \, d\phi \tag{8.71}
\end{aligned}$$

untuk nilai,

$$\begin{aligned}
 U(\theta, \phi) &= \frac{r^2}{2} \operatorname{Re}[E_\theta H_\phi^*] \\
 &= \frac{r^2}{2} \eta \left[ \frac{k|I_0| \Delta l}{4\pi r} \sin \theta \right]^2 \\
 &= \frac{\eta}{2} \left[ \frac{k|I_0| \Delta l}{4\pi} \sin \theta \right]^2
 \end{aligned} \tag{8.72}$$

Maka nilai keterarahan dapat ditentukan,

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{rad}} = 4\pi \frac{\frac{\eta}{2} \left[ \frac{k|I_0| \Delta l}{4\pi} \sin \theta \right]^2}{\eta \frac{\pi}{3} \left[ \frac{k|I_0| \Delta l}{2\pi} \right]^2} = 1.5 \sin^2 \theta \tag{8.73}$$

Untuk fungsi keterarahan antenna dipol infinitesimal dapat ditentukan dengan persamaan diatas,

$$D(\theta, \phi) = 1.5 \sin^2 \theta$$

serta nilai keterarahan maksimum antenna dipol infinitesimal sebesar,

$$D_0 = [D(\theta, \phi)]_{maks} = 1.5$$

### 8. 10. Celah Efektif Dipol Infinitesimal dan Sudut Berkas Solid

Celah efektif dari antenna dipol infinitesimal ditentukan dari keterarahan maksimum ;

$$\begin{aligned}
 A_e &= \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{3}{2} \\
 A_e &= \frac{3\lambda^2}{8\pi}
 \end{aligned} \tag{8.74}$$

Sudut berkas solid untuk antenna dipol infinitesimal dapat dicari dari keterarahan maksimum,

$$\Omega_A = \frac{4\pi}{D_0} = \frac{4\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{8\pi}{3} \tag{8.75}$$

atau dapat ditentukan langsung dari fungsi intensitas radiasi,

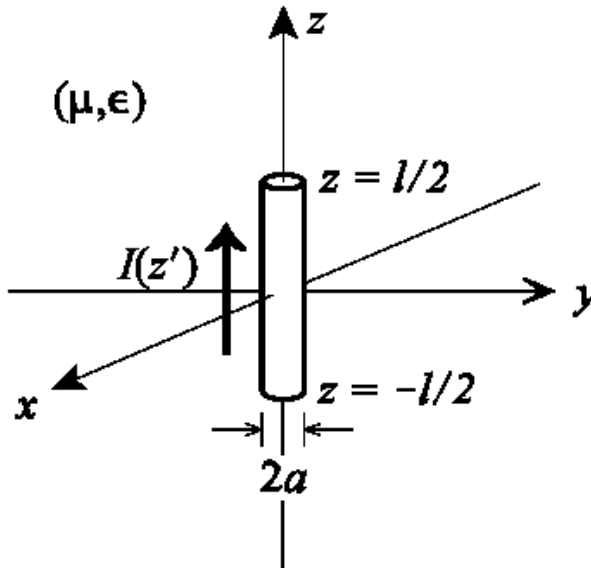
$$\Omega_A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{U(\theta, \phi)}{[U(\theta, \phi)]_{maks}} \sin \theta \, d\theta \, d\phi \tag{8.76}$$

$$U_{maks}(\theta, \phi) = \frac{\eta}{2} \left[ \frac{k|I_0| \Delta l}{4\pi} \right]^2 \tag{8.77}$$

$$\begin{aligned}
 \Omega_A &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\sin^2 \theta) \sin \theta \, d\theta \, d\phi \\
 &= 2\pi \int_0^\pi \sin^3 \theta \, d\theta = 2\pi \frac{4}{3} \\
 \Omega_A &= \frac{8\pi}{3}
 \end{aligned}$$

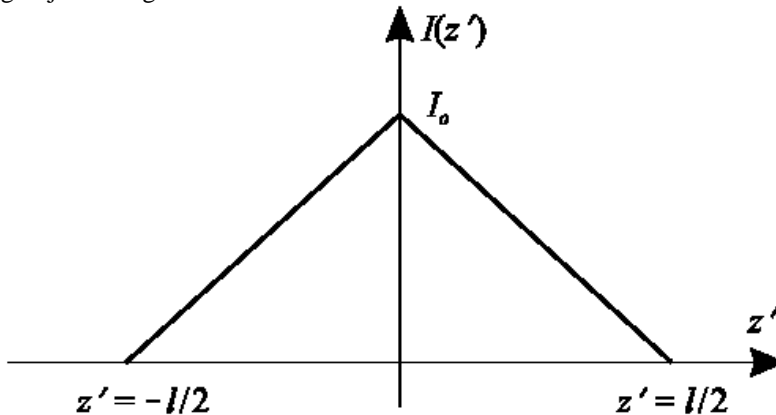
### 8. 11. Antena Dipol Pendek

Panjang umum yang digunakan pada antena ini antara  $\lambda/50 \leq l \leq \lambda/10$ , dengan nilai diameter batang antena lebih kecil daripada panjang gelombang yang digunakan ( $a \ll \lambda$ ). Gambar 8. 13 dibawah ini merupakan bentuk antena dipol pendek sesuai peletakkan koordinatnya,



Gambar 8.13. Peletakkan antena dipol pendek

Gambar 8. 14 dibawah ini menunjukkan grafik fungsi arus yang terjadi sepanjang antena dipol pendek, peletakkan antena diasumsikan pada sumbu z. Untuk  $I_0$  menunjukkan bahwa arus yang terjadi sebagai arus maksimum.



Gambar 8.14. Fungsi arus terhadap fungsi z sebagai panjang antena dipol

untuk arus sepanjang antena dipol pendek dapat dituliskan persamaan,

$$I(z') = I_0 \left( 1 - \frac{2|z'|}{l} \right) a_z \quad \text{dimana} \quad \left( -\frac{l}{2} \leq z' \leq \frac{l}{2} \right) \quad (8.78)$$

$$= \begin{cases} I_0 \left(1 + \frac{2z'}{l}\right) a_z & \text{dimana } \left(-\frac{l}{2} \leq z' \leq 0\right) \\ I_0 \left(1 - \frac{2z'}{l}\right) a_z & \text{dimana } \left(0 \leq z' \leq \frac{l}{2}\right) \end{cases} \quad (8.79)$$

Untuk nilai vektor potensial dapat dituliskan,

$$A(r) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V J(r') \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} dv' \quad (8.80)$$

dimana,

$$\begin{aligned} J(r') &\Rightarrow I(z') \\ dv' &\Rightarrow dl' = dz' \quad \left(-\frac{l}{2} \leq z' \leq \frac{l}{2}\right) \\ r' &\approx 0 \text{ (secara elektrik bernilai kecil)} \\ |r-r'| &\approx |r| = r \\ A(r) &= \frac{\mu}{4\pi} \left\{ \int_{-\frac{l}{2}}^0 I_0 \left(1 + \frac{2z'}{l}\right) a_z \frac{e^{-jkr}}{r} dz' + \int_0^{\frac{l}{2}} I_0 \left(1 - \frac{2z'}{l}\right) a_z \frac{e^{-jkr}}{r} dz' \right\} \\ A(r) &= \frac{\mu I_0}{4\pi r} e^{-jkr} a_z \left\{ \frac{l}{2} - \frac{l}{4} + \frac{l}{2} - \frac{l}{4} \right\} \\ A(r) &= \frac{\mu I_0 l}{8\pi r} e^{-jkr} a_z \end{aligned} \quad (8.81)$$

sebagai catatan bahwa vektor potensial magnetik dari antenna dipol pendek (panjang =  $l$ , arus puncak =  $I_0$ ) merupakan 1.5 kali setara dengan antenna dipol infinitesimal (panjang  $\Delta l = l$ , arus =  $I_0$ ), atau

$$A_{\text{dipol pendek}} = \frac{1}{2} A_{\text{dipol infinitesimal}} \quad (8.82)$$

Rata – rata arus pada antenna dipol pendek 1.5 kali setara dengan antenna dipol infinitesimal. Maka, medan – medan yang dihasilkan antenna dipol pendek bernilai 1.5 kali dihasilkan oleh antenna dipol infinitesimal.

Untuk medan – medan radiasi antenna dipol pendek,

$$E_r = \eta \frac{kI_0 l}{4\pi r} \cos \theta \left[ \frac{1}{kr} - \frac{j}{(kr)^2} \right] e^{-jkr} \quad (8.83)$$

$$E_\theta = \eta \frac{kI_0 l}{8\pi r} \sin \theta \left[ j + \frac{1}{kr} - \frac{j}{(kr)^2} \right] e^{-jkr} \quad (8.84)$$

$$H_\phi = \frac{kI_0 l}{8\pi r} \sin \theta \left[ j + \frac{1}{kr} \right] e^{-jkr} \quad (8.85)$$

Medan dekat antenna dipol pendek,

$$E_r = -j\eta \frac{I_0 l e^{-jkr}}{4\pi k r^3} \cos \theta \quad (8.86)$$

$$E_\theta = -j\eta \frac{I_0 l e^{-jkr}}{8\pi k r^3} \sin \theta \quad (8.87)$$

$$H_\phi = \frac{I_0 l e^{-jkr}}{8\pi r^2} \sin \theta \quad (8.88)$$

Medan dekat radiasi antenna dipol pendek,

$$E_r \approx \eta \frac{I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r^2} \cos \theta \quad (8.89)$$

$$E_{\theta} \approx j\eta \frac{k I_0 l e^{-jkr}}{8\pi r} \sin \theta \quad (8.90)$$

$$H_{\phi} \approx j \frac{k I_0 l e^{-jkr}}{8\pi r} \sin \theta \quad (8.91)$$

Medan jauh antenna dipol pendek

$$E_{\theta} \approx j\eta \frac{k I_0 l e^{-jkr}}{8\pi r} \sin \theta \quad (8.91)$$

$$H_{\phi} \approx j \frac{k I_0 l e^{-jkr}}{8\pi r} \sin \theta \quad (8.91)$$

Pada mulanya medan – medan tersebut dihasilkan oleh antenna dipol pendek sebesar 1.5 kali setara dari antenna dipol infinitesimal, serta daya radiasi real oleh antenna dipol pendek 0.25 daripada antenna dipol infinitesimal. Maka,  $P_{rad}$  untuk antenna dipol pendek adalah,

$$P_{rad} = \eta \frac{\pi}{12} \left( \frac{|I_0| \Delta l}{\lambda} \right)^2 = \frac{1}{2} |I_0|^2 R_r \quad (8.92)$$

dan tahanan radiasi gabungan dapat dituliskan sebagai,

$$R_r = \eta \frac{\pi}{6} \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 = 20\pi^2 \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \quad (8.93)$$

Fungsi keterarahan, keterarahan maksimum, luas efektif dan sudut berkas solid dari antenna seluruhnya identik/menyerupai dengan nilai yang dihubungkan pada antenna dipol infinitesimal.

## Daftar Pustaka

1. C. H. Walter, *Traveling Wave Antennas*, McGraw – Hill, 1965.
2. S. K. Schelkunoff and H. T. Friis, *Antennas: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, Inc, New York, 1952.
3. C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons, Inc, New York, 1989.
4. R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan, New York, 1968.
5. R. Mittra (Ed.), *Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon, New York, 1973.
6. J. Moore and P. Pizer (Eds.), *Moment Methods in Electromagnetics: Techniques and Applications*, Letchworth, UK: Research Studies Press, 1984.
7. J. J. Wang, *Generalized Moment Methods in Electromagnetics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991.
8. K. Fujimoto and J. R. James, *Mobile Antenna Systems Handbook*, Artech House, Norwood, MA, 1994.
9. R. E. Collin and F. J. Zucker (Eds.), *Antenna Theory Part 2*, McGraw – Hill, New York, 1969.
10. D. E. Kerr, *Propagation of Short Radio Waves*, MIT Radiation Laboratory Series, McGraw – Hill, New York. 1951.
11. H. R. Reed and C. M. Russel, *Ultra High Frequency Propagation*, Boston Technical Publisher, Inc., Lexington, Mass., 1964.
12. P. Bechmann and A. Spizzichino, *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*, MacMillan, New York, 1963.
13. D. T. Paris and F. K. Hurd, *Basic Electromagnetic Theory*, McGraw – Hill, New York, 1969.



## APENDIK

- Antena Celah, 1
- antena dipol infinitesimal, 90
- Antena Dipol Pendek, 92
- Antena Infinitesimal Dipole, 78
- ANTENA KAWAT, 78
- Antena L - Terbalik, 80
- Antena Lensa, 1
- Antena Mikrostrip, 1
- Antena Pantul, 1
- Antena Plat Kapasitor, 79
- Antenna Susun, 1
- berkas sudut soliditas, 8
- Celah efektif, 91
- Celah Efektif, 31
- Celah Efektif Antena, 30
- daerah melintang, 35
- daya penerima, 33
- Daya Penerima Total, 33
- Daya Radiasi, 7
- daya radiasi antena, 6
- daya radiasi rata – rata, 5
- daya radiasi total, 17
- Daya radiasi total, 18
- daya tangkapan, 35
- Daya total disipasi, 30
- Daya total hamburan, 30
- Daya total tangkapan, 36
- densitas daya, 32
- densitas daya gelombang datang, 30
- densitas daya hamburan, 35
- densitas daya masuk, 35
- densitas daya rata-rata, 6
- Direct Broadcast Satellite (DBS)*
- Television*, 1
- DUALITAS, 68
- efek kulit, 18
- efisiensi radiasi antena, 16, 33
- Efisiensi radiasi antena, 17
- efisiensi refleksi, 16
- efisiensi total antena, 16
- Efisiensi total antena, 16
- Faktor Rugi – Rugi Polarisasi, 27
- faktor rugi – rugi polarisasi (PLF), 27
- Faktor rugi-rugi, 15
- First Null Beamwidth, 4
- Gain, 1
- ground penetrating radar (GPR)*, 1
- Half Power Beamwidth, 4
- hambatan radiasi antena, 17
- Impedansi, 1
- impedansi karakteristik, 22
- Impedansi kompleks antena, 17
- impedansi masukan, 23
- intensitas radiasi, 6, 7
- Intensitas radiasi, 6
- kedalaman kulit, 19
- keterarahan, 16
- Keterarahan, 1, 7
- Keterarahan maksimum, 10
- Keterarahan Maksimum, 31
- Ketimbang – Balikan, 68
- koefisien refleksi, 23
- Komunikasi Tanpa Kabel (*Wireless Communication*), 1
- konduktifitas konduktor, 18
- konduktor selinder, 19
- Kuping Belakang, 4
- Kuping Minor, 4
- Kuping radiasi, 4
- Kuping Sisi, 4
- Kuping Utama, 4
- Luas Hamburan Antena, 30
- Medan Antena, 3
- medan dekat Fresnel, 3
- Medan Dekat Radiasi, 85
- medan dekat reaktif, 3
- Medan Dekat Reaktif, 84
- Medan Dipol Infinitesimal, 83
- medan jauh, 6
- Medan jauh, 94
- Medan Jauh, 85
- medan jauh Fraunhofer, 3
- Medan magnetik sesaat, 6
- Medan Radiasi, 3
- Medan Reaktif, 3
- panjang antena, 78
- Pemindaian Berkas, 1
- penguatan, 16
- penguatan antena, 16
- perbandingan gelombang berdiri, 23
- perimeter konduktor, 19
- persamaan Maxwell, 61, 69
- Persamaan Maxwell, 5, 82
- Persamaan transmisi Friis, 32
- Persamaan transmisi FRIIS, 34
- Pola bidang utama, 4
- Pola isotropis, 3
- Pola keterarahan, 4

- Pola omnidirectional, 4
- Polarisasi, 1, 27
- Polarisasi Antena, 27
- polarisasi ellip, 28
- Polarisasi gelombang, 27
- POLARISASI LINGKARAN, 29
- POLARISASI LINIER, 29
- POLARISASI TANGAN, 29
- polarisasi umum, 29
- Poynting Vektor sesaat, 5
- Radar Bistatic, 34
- Radar Cross Section, 34
- Radar Monostatic, 34
- Radiation Pattern*, 1
- reaktansi antena, 17
- rugi – rugi ketidak-sesuaian, 33
- Rugi – Rugi Luas Antena, 30
- rugi – rugi polarisasi, 33
- rugi – rugi tahanan, 18
- Rugi – rugi tahanan antena, 18
- rugi-rugi ohmic, 17, 18
- rugi-rugi tahanan antena, 17
- rugi-rugi total ohmic, 18
- saluran tanpa rugi – rugi, 22
- Saluran Transmisi Antena Terbeban, 79
- saluran-T, 16
- sistem komunikasi personal (PCS), 1
- sudut soliditas, 7, 8
- tahanan antena, 17
- tahanan HF, 19
- tahanan radiasi, 94
- Tahanan Radiasi, 89
- Teorema Poynting, 87
- titik observasi, 27
- Total Daya Radiasi Sesaat, 5
- vektor densitas daya, 6
- vektor potensial, 60
- vektor potensial magnetik, 60

---

Buku Antena dan Propagasi Gelombang merupakan buku pengantar yang disajikan untuk perguruan tinggi dan pemerhati bidang antena dan propagasi gelombang. Buku ini juga disertai pembahasan beberapa soal - soal sebagai latihan bagi mahasiswa dan peneliti lainnya. Pada pada jilid ke satu ini, topik pembahasan pada buku ini masih terbatas pada dasar antena, efisiensi antena, dasar saluran transmisi antena, polarisasi antena, penyetaraan luas antena, persamaan jarak dan bagian melintang pada radar, penentuan medan radiasi serta antena kawat.

---

**Penerbit Kemala Indonesia**

Jalan Raya Tengah No.47, Kp Tengah, Kramat Jati

Jakarta Indonesia

[www.kemalapublisher.com](http://www.kemalapublisher.com)

**ISBN No. 978-602-14781-3-4**

ISBN 978-602-14781-3-4

